RÉPUBLIQUE TUNISIENNE MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION	**EXAMEN DU BACCALAURÉAT * * * Session principale 2026**	
	Épreuve : **Mathématiques**	Section : **Sciences techniques**
	Durée : **3h**	Coefficient de l'épreuve : **3**

N° d'inscription | | | | | | |

Le sujet comporte six pages numérotées de 1/6 à 6/6

Les pages 5/6 et 6/6 sont à compléter et à rendre avec la copie

Exercice1 : (5 points).

1) On considère dans $\mathbb{C}$, l'équation $(E) : z^2 - 4iz - 2 + 2i\sqrt{3} = 0$.

a) Vérifier que $\left(2 - 2i\sqrt{3}\right)^2 = -8 - 8i\sqrt{3}$.

b) Résoudre alors l'équation (E).

2) Le plan est rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$.

On donne les points H, A, B et C d'affixes respectives $z_H = 2i$, $z_A = 1 + i\left(2 - \sqrt{3}\right)$,

$z_B = -1 + i\left(2 + \sqrt{3}\right)$ et $z_C = \sqrt{3} + 3i$.

Dans la **figure 1** de l'annexe, on a placé le point H et on a tracé les droites Δ et Δ' d'équations respectives $y = 3$ et $x = 1$.

a) Justifier que C appartient à Δ .

b) Montrer que $\arg(z_C) = \frac{\pi}{3} + 2k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$.

c) Construire alors le point C .

3) a) Vérifier que H est le milieu du segment $[AB]$.

b) Montrer que $z_C - z_H = 2e^{i\frac{\pi}{6}}$ et que $z_A - z_B = 4e^{-i\frac{\pi}{3}}$.

c) En déduire que la droite (AB) est perpendiculaire à la droite (HC) en H .

d) Justifier que A appartient à Δ' puis construire les points A et B .

4) a) Vérifier que $OH = \frac{AB}{2}$. En déduire que le triangle OAB est rectangle en O .

b) Montrer que $z_A z_B = -2 + 2i\sqrt{3}$.

c) Montrer alors que l'aire du triangle OAB est égale à 2 .

5) Déterminer l'aire du quadrilatère $OACB$.

Exercice N°2 : (5 points).

L'espace ξ est muni d'un repère orthonormé direct $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$. On donne les points $A(3,-1,1)$, $B(2,1,-1)$ et $C(0,-1,1)$.

1) Soit S la sphère de centre A et passant par C .

 a) Montrer que le rayon de S est égal à 3.

 b) Montrer qu'une équation cartésienne de S est $x^2+y^2+z^2-6x+2y-2z+2=0$.

2) a) Vérifier que B appartient à S.

 b) Soit P le plan tangent à S en B.

 Montrer qu'une équation cartésienne de P est $x-2y+2z+2=0$.

3) Soit S' l'ensemble des points $M(x,y,z)$ de l'espace ξ vérifiant :

 $x^2+y^2+z^2+2y-2z-2=0$

 a) Montrer que S' est la sphère de centre C et de rayon 2.

 b) Montrer que P et S' sont tangents.

 c) Justifier que $H(-\frac{2}{3},\frac{1}{3},-\frac{1}{3})$ est le point de contact de P et S'.

4) a) Montrer que $M(x,y,z)\in S\cap S'$ si et seulement si $\begin{cases} x^2+y^2+z^2+2y-2z-2=0 \\ 3x-2=0 \end{cases}$

 b) On considère le plan $Q : 3x-2=0$.

 Montrer que la droite (AC) est perpendiculaire à Q au point $\Omega(\frac{2}{3},-1,1)$.

 c) Montrer que Q coupe S' suivant le cercle Γ de centre Ω et de rayon $r=\frac{4}{3}\sqrt{2}$.

 d) Déterminer alors $S\cap S'$.

Exercice N°3: (3.5 points).

Soit la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par $\begin{cases} u_0=4 \\ u_{n+1}=u_n-2\sqrt{u_n}+2 \text{ pour tout } n\in\mathbb{N} \end{cases}$

1) a) Montrer que $u_{n+1}-1=\left(\sqrt{u_n}-1\right)^2$.

 b) Montrer, par récurrence , que pour tout $n\in\mathbb{N}$, $u_n>1$.

 c) Montrer que la suite (u_n) est décroissante. En déduire qu'elle est convergente.

 d) Montrer que la limite de (u_n) est égale à 1.

2) Soit (S_n) la suite définie sur $\mathbb{N}$ par $S_n = \sum_{k=0}^{n} \sqrt{u_k} = \sqrt{u_0} + \dots\dots\dots + \sqrt{u_n}$.

a) Montrer que pour tout $n \in IN$, $S_n > n+1$.

b) En déduire la limite de (S_n).

3) a) Montrer que pour tout $k \in \mathbb{N}$, $\sqrt{u_k} = 1 + \frac{1}{2}\left(u_k - u_{k+1}\right)$.

b) En déduire que pour tout $n \in IN$, $S_n = n + 3 - \frac{1}{2}u_{n+1}$.

c) Déterminer alors $\lim\limits_{n \to +\infty} S_n - n$.

Exercice N°4: (6.5 points).

Soit f la fonction définie sur $\left[0,+\infty\right[$ par : $\begin{cases} f(x) = x + x\ln^2 x & \text{si } x > 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$

On désigne par (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1) Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x}$. Interpréter graphiquement les résultats.

2) a) Vérifier que pour tout réel $x > 0$, $f(x) = x + \left(\sqrt{x}\ln x\right)^2$.

b) En déduire que f est continue à droite en 0.

3) Etudier la dérivabilité de f à droite en 0. Interpréter graphiquement le résultat.

4) a) Montrer que pour tout réel $x > 0$, $f'(x) = \left(1 + \ln x\right)^2$.

b) Dresser le tableau de variation de f.

5) Montrer que $I\left(\frac{1}{e}, \frac{2}{e}\right)$ est un point d'inflexion de la courbe (C_f).

6) a) Montrer que $y = x$ est une équation de la tangente T à (C_f) au point $A\left(1, f(1)\right)$.

b) Etudier la position de T et (C_f).

7) Dans la **figure 2** de l'annexe, on a placé le point I et on a tracé la tangente T.

Tracer la Tangente au point I et la courbe (C_f).

8) Soit λ un réel vérifiant $0 < \lambda < 1$.

On désigne par $A(\lambda)$ l'aire de la partie du plan limitée par (C_f), l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = \lambda$ et $x = 1$. On pose $J = \int_{\lambda}^{1} 2x\ln x\,dx$.

a) Vérifier que pour tout réel x strictement positif, $2f(x) = xf'(x) + f(x) - 2x\ln x$.

b) En déduire que $2A(\lambda) = f(1) - \lambda f(\lambda) - J$.

c) Par intégration par partie , Montrer que $J = \int_{\lambda}^{1} 2x\ln x dx = \frac{1}{2}\lambda^2 - \lambda^2\ln(\lambda) - \frac{1}{2}$

d) Déterminer alors $\lim_{\lambda \to 0^+} A(\lambda)$.

Section : . . . . N° d'inscription : . . . . Série : . . . .

Nom et Prénom : . . . .

Date et lieu de naissance : . . . .

Signatures des surveillants

. . . .

. . . .

Épreuve: Mathématiques - Section : Sciences Techniques
Session principale (2026)
Annexe à rendre avec la copie

Figure 1

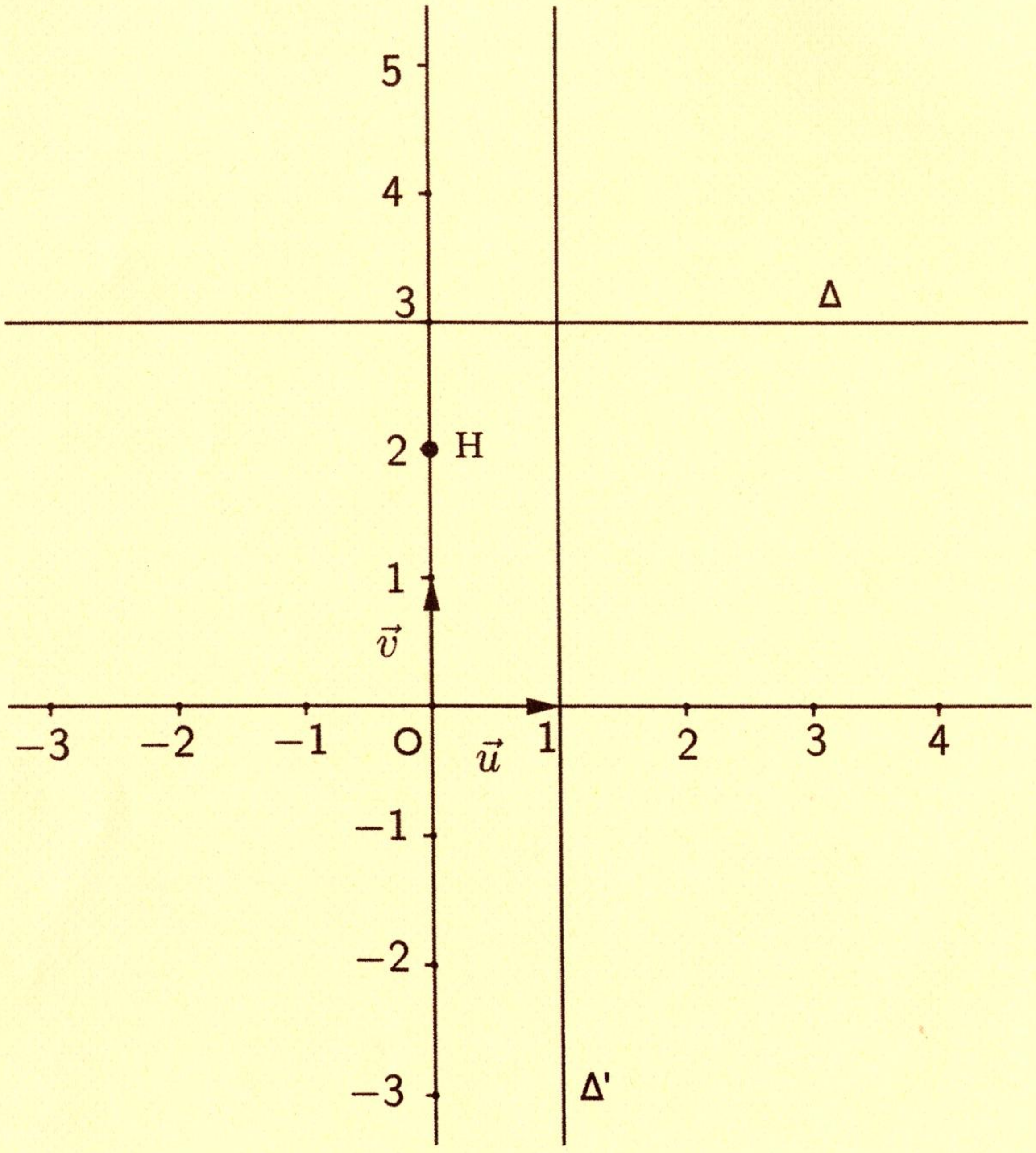

Figure 2