

N° d'inscription

**Le sujet comporte 4 pages numérotées de 1/4 à 4/4
La page 4/4 est une annexe à rendre avec la copie**

Exercice 1 : (4 points)

Le tableau statistique ci-dessous donne l'évolution des valeurs des exportations totales de la Tunisie (en milliards de dinars) entre les années 2015 et 2022.

Année	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021	2022
Rang x_i de l'année	1	2	3	4	5	6	7	8
Valeurs y_i des exportations totales (en milliards de dinars)	27,6	29,1	34,4	41	43,9	38,7	46,7	57,6

(Source : INS)

- 1) a) Dans l'annexe jointe, représenter le nuage de points de la série statistique (x_i, y_i) .
- b) Justifier que ce nuage permet d'envisager un ajustement affine entre x et y .

Dans la suite, les résultats des calculs seront arrondis au centième

- 2) Déterminer les coordonnées du point moyen G de la série (x_i, y_i) .
- 3) Calculer le coefficient de corrélation linéaire entre x et y .
- 4) a) Déterminer une équation de la droite de régression (D) de y en x par la méthode des moindres carrés.
- b) En utilisant l'équation de la droite (D) , trouver l'année à partir de laquelle la valeur des exportations totales dépasserait 66 milliards de dinars.

Exercice 2 : (5 points)

On considère les matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 5 & 10 \\ 1 & 2 & 4 \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 6 & 4 & -9 \\ -3 & -1 & 5 \end{pmatrix}$

- 1) a) Calculer le déterminant de A . En déduire que A est inversible.
- b) Calculer $A \times B$ puis vérifier que $A \times B - A = 3 I_3$.
- c) En déduire que la matrice inverse de A est $A^{-1} = \frac{1}{3}(B - I_3)$.

2) Soit le système $(S) : \begin{cases} x + y + z = 500 \\ x + 5y + 10z = 1550 \\ x + 2y + 4z = 800 \end{cases}$ où $x, y, z \in \mathbb{R}$

- a) Donner l'écriture matricielle de (S) .
- b) Trouver alors x, y et z .

- 3) Un point de vente achète et revend des cartes de recharge pour lignes téléphoniques prépayées aux détails suivants :

Type de carte	C_1	C_2	C_3
Prix d'achat d'une carte en dinars	1,1	5,5	11
Prix de vente d'une carte en dinars	1,2	5,7	11,4

Il achète un lot de 500 cartes des 3 types au prix de 1705 dinars et estime un gain total de 80 dinars.

On désigne par a, b et c respectivement les nombres de cartes de type C_1, C_2 et C_3 .

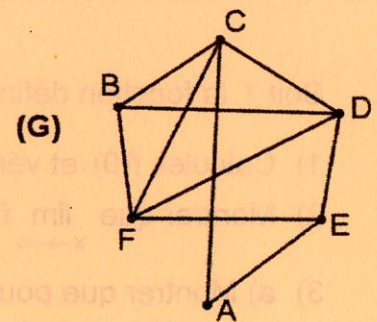
a) Justifier que :

$$\begin{cases} a+b+c=500 \\ 1,1a+5,5b+11c=1705 \\ 0,1a+0,2b+0,4c=80 \end{cases}$$

- b) Trouver alors le nombre de cartes de chaque type.

Exercice 3 : (5 points)

On considère le graphe connexe (G) ci-contre.



- 1) a) Recopier et compléter le tableau suivant :

Sommet	A	B	C	D	E	F
Degré						

- b) Montrer que (G) admet une chaîne eulérienne.
 c) (G) admet-il un cycle eulérien ? Justifier.
- 2) a) Donner les sommets d'un sous graphe complet de (G) d'ordre 4.
 b) Soit $\gamma(G)$ le nombre chromatique de (G). Montrer que $4 \leq \gamma(G) \leq 5$.
 c) Déterminer la valeur de $\gamma(G)$.
- 3) Les sommets du graphe (G) représentent six élèves membres d'un même réseau social. Une arête reliant deux sommets signifie que les deux élèves correspondants sont amis sur ce réseau. Soit M la matrice associée à (G) en respectant l'ordre alphabétique.

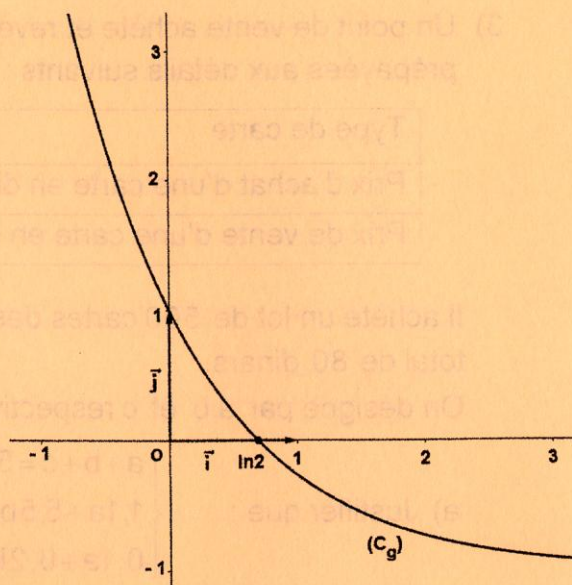
On donne $M = \begin{pmatrix} 0 & .. & .. & .. & .. & .. \\ 0 & 0 & .. & .. & .. & .. \\ 1 & 1 & 0 & .. & .. & .. \\ 0 & 1 & 1 & 0 & .. & .. \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & .. \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

- a) Préciser la valeur du coefficient a_{52} de M et l'interpréter aux termes de la situation.
 b) Recopier et compléter la matrice M.
- 4) Chacun des six élèves est chargé d'élaborer un projet de recherche qu'il présente pendant une journée d'une semaine fixée.
 Les élèves qui sont amis sur ce réseau ont communiqué pour ne pas présenter leurs travaux la même journée.
 Déterminer le nombre minimal de journées pour exposer les six projets.

Exercice 4 : (6 points)

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .

La courbe (C_g) ci-contre est celle d'une fonction g définie et strictement décroissante sur \mathbb{R} .



I. Par lecture graphique :

- 1) Déterminer $g(\ln 2)$.
- 2) Préciser le signe de $g(x)$ pour tout $x \in \mathbb{R}$.

Dans la suite de l'exercice, on prend $g(x) = 2e^{-x} - 1$.

II. Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = -1 + \frac{xe^x + 2}{e^x}$

- 1) Calculer $f(0)$ et vérifier que $f(\ln 2) = \ln 2$.
- 2) Montrer que $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$.
- 3) a) Montrer que pour tout réel x , $f(x) = x - 1 + 2e^{-x}$.
 b) Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.
 c) Montrer que pour tout réel x , $f'(x) = -g(x)$. (f' étant la fonction dérivée de f).
- 4) Recopier et compléter le tableau suivant donnant les variations de f :

x	$-\infty$	$\ln 2$	$+\infty$
$f'(x)$		0	
$f(x)$			

5) On note (C_f) la courbe représentative de f dans le repère (O, \vec{i}, \vec{j}) .

On désigne par \mathcal{A} l'aire, en unité d'aire, de la partie du plan limitée par (C_f) et les droites d'équations $y = x$, $x = 0$ et $x = \ln 2$.

- a) Montrer que pour tout $x \in [0, \ln 2]$, $|f(x) - x| = g(x)$.
- b) Dédire que $\mathcal{A} = 1 - \ln(2)$.

Empty box for identification.

Section : N° d'inscription : Série :

Nom et Prénom :

Date et lieu de naissance :

Signatures des surveillants
.....
.....



Empty box for identification.

Épreuve: Mathématiques - Section : Économie et Gestion
Session principale (2026)
Annexe à rendre avec la copie

