

Le sujet comporte 4 pages numérotées de 1/4 à 4/4
La page 4/4 est une annexe à rendre avec la copie

Exercice 1 : (4 points)

Le tableau statistique ci-dessous donne l'évolution des valeurs des exportations totales de la Tunisie (en milliards de dinars) entre les années 2015 et 2022.

Année	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021	2022
Rang x_i de l'année	1	2	3	4	5	6	7	8
Valeurs y_i des exportations totales (en milliards de dinars)	27,6	29,1	34,4	41	43,9	38,7	46,7	57,6

(Source : INS)

- 1) a) Dans l'annexe jointe, représenter le nuage de points de la série statistique (x_i, y_i) .
- b) Justifier que ce nuage permet d'envisager un ajustement affine entre x et y .

Dans la suite, les résultats des calculs seront arrondis au centième

- 2) Déterminer les coordonnées du point moyen G de la série (x_i, y_i) .
- 3) Calculer le coefficient de corrélation linéaire entre x et y .
- 4) a) Déterminer une équation de la droite de régression (D) de y en x par la méthode des moindres carrés.
- b) En utilisant l'équation de la droite (D) , trouver l'année à partir de laquelle la valeur des exportations totales dépasserait 66 milliards de dinars.

Exercice 2 : (5 points)

On considère les matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 5 & 10 \\ 1 & 2 & 4 \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 6 & 4 & -9 \\ -3 & -1 & 5 \end{pmatrix}$.

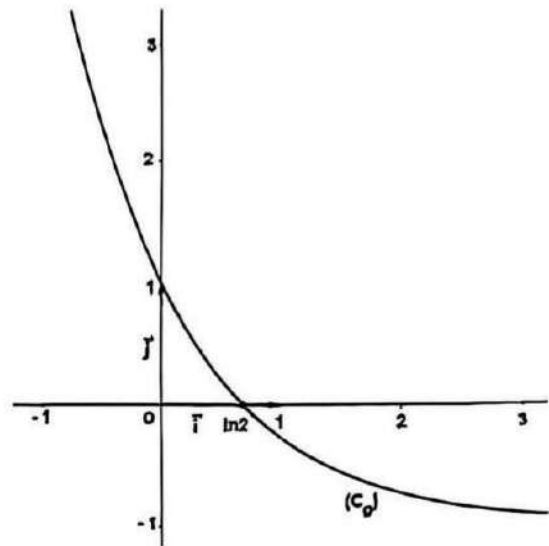
- 1) a) Calculer le déterminant de A . En déduire que A est inversible.
- b) Calculer $A \times B$ puis vérifier que $A \times B - A = 3 I_3$.
- c) En déduire que la matrice inverse de A est $A^{-1} = \frac{1}{3}(B - I_3)$.

2) Soit le système $(S) : \begin{cases} x + y + z = 500 \\ x + 5y + 10z = 1550 \\ x + 2y + 4z = 800 \end{cases}$ où $x, y, z \in \mathbb{R}$

- a) Donner l'écriture matricielle de (S) .
- b) Trouver alors x, y et z .

Exercice 4 : (6 points)

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .
 La courbe (C_g) ci-contre est celle d'une fonction g
 définie et strictement décroissante sur \mathbb{R} .



I. Par lecture graphique :

- 1) Déterminer $g(\ln 2)$.
- 2) Préciser le signe de $g(x)$ pour tout $x \in \mathbb{R}$.

Dans la suite de l'exercice, on prend $g(x) = 2e^{-x} - 1$.

II. Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = -1 + \frac{xe^x + 2}{e^x}$

- 1) Calculer $f(0)$ et vérifier que $f(\ln 2) = \ln 2$.
- 2) Montrer que $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$.
- 3) a) Montrer que pour tout réel x , $f(x) = x - 1 + 2e^{-x}$.
 b) Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.
 c) Montrer que pour tout réel x , $f'(x) = -g(x)$. (f' étant la fonction dérivée de f).
- 4) Recopier et compléter le tableau suivant donnant les variations de f :

x	$-\infty$	$\ln 2$	$+\infty$
$f'(x)$		0	
$f(x)$			

5) On note (C_f) la courbe représentative de f dans le repère (O, \vec{i}, \vec{j}) .

On désigne par \mathcal{A} l'aire, en unité d'aire, de la partie du plan limitée par (C_f) et les droites d'équations $y = x$, $x = 0$ et $x = \ln 2$.

- a) Montrer que pour tout $x \in [0, \ln 2]$, $|f(x) - x| = g(x)$.
- b) Dédire que $\mathcal{A} = 1 - \ln(2)$.