

Physique

4^{ème} année de l'enseignement secondaire
Sciences de l'informatique

Sous la direction de :

Abdelhamid BAATOUT

Les auteurs

Taufik BACCARI
Professeur principal

Mohamed Arbi BEN DAAMAR
Inspecteur des collèges et des lycées

Abdelhamid BAATOUT
Inspecteur principal des collèges et des lycées

Abdelaziz DHAOUADI
Professeur principal

Abdessattar HRICHI
Inspecteur des collèges et des lycées

Abdelfattah LATIRI
Professeur principal

Mouldi TAALOUCHE
Inspecteur des collèges et des lycées

Les évaluateurs

Mohamed OMMEZZINE
Professeur universitaire

M'hammed EL GHADHAB
Inspecteur des collèges et des lycées

Ardhaoui KOUAS
Inspecteur des collèges et des lycées

AVANT PROPOS

Cet ouvrage de physique est conforme au programme officiel de 4^e Sciences de l'informatique, publié en septembre 2006.

Avec un découpage en treize chapitres développant les deux thèmes du programme (Evolution de systèmes électrique - Ondes), ce manuel a été conçu pour être élaboré avec une approche centrée sur l'élève afin que celui-ci s'y retrouve et puisse en tirer le maximum de profit dans sa préparation à l'examen de baccalauréat, à côté de ce qu'il réalise avec ses pairs et son professeur en classe.

Effectivement, les différents contenus sont construits dans l'esprit de permettre à l'élève un exploitation optimale du livre, que ce soit avant la classe pour essayer de faire tout seul son cours ou après dans le but de consolider ses acquis.

Dans cette perspective, les treize chapitres du livre sont présentés avec une logique visant la stimulation de la motivation de l'élève et facilitant son implication dans le développement de leur contenu scientifique.

Avec les objectifs fixés et le prérequis précisé en début de chapitre, des questionnements tirés du vécu quotidien sont cités pour donner du sens à l'étude proposée.

Après position du problème, un ensemble d'activités proposées le plus souvent sous forme d'une manipulation réalisable dans une séance de classe (cours ou travaux pratiques) est suivi de questions posées sur les observations et les constatations indiquées, sur les mesures faites, voire sur leur exploitation graphique ou analytique afin d'entraîner l'apprenant à la pratique de la démarche scientifique expérimentale.

Outre les conclusions, les analyses et les interprétations théoriques développées par les auteurs viennent par la suite pour rassurer l'apprenant et l'aider à s'autoévaluer.

Les connaissances fondamentales construites par le traitement du chapitre sont reformulées dans une rubrique intitulée "L'Essentiel" et insérée à la fin du cours.

Un ensemble de questions de contrôle rapide des acquis, d'exercices d'application et de synthèse dont les réponses figurent en fin d'ouvrage est précédé d'un exercice entièrement résolu, présenté comme un autre support d'aide à l'autoévaluation.

En fin de chapitre, sont proposées une fiche technique comme complément facilitateur de l'étude ou une rubrique intitulée "En savoir plus" dont le contenu est un sujet de lecture qui peut servir à un certain approfondissement des connaissances du lecteur et à l'éclairer davantage sur leur importance dans la compréhension du monde physique moderne.

Enfin, nous espérons que cet ouvrage aura le mérite, comme nous avons souhaité lors de sa rédaction, d'être un support clair, pratique et attrayant pour son premier public que sont les élèves de 4^e Sciences de l'informatique et tous ceux qui penseront à y recourir.

Les auteurs

SOMMAIRE

ÉVOLUTION DE SYSTÈMES ÉLECTRIQUES

LE CONDENSATEUR LE DIPÔLE RC

1



Le condensateur de très forte capacité d'un circuit peut être un appareil qui se dégrade plus vite que prévu.

- Le condensateur est un composant électrique connu comme un élément d'énergie. De quelle façon d'énergie (électrique et thermique) est-ce que le condensateur est capable de stocker ?
- Quel est le principe de fonctionnement de l'un des appareils photo ?

11

LA BOBINE LE DIPÔLE RL

2



On ne peut pas ignorer que les bobines ont une inductance qui peut être très élevée.

- Pourquoi, les transformateurs ne peuvent pas être utilisés en courant continu ?
- Comment fonctionnent les relais électromagnétiques des stations "poids lourds" ?

43

OSCILLATIONS ÉLECTRIQUES LIBRES

3



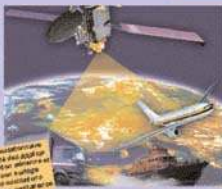
La montre utilise la fréquence naturelle oscillatoire d'un circuit LC pour générer le signal de référence.

- Quel est le lien entre les expressions "oscillations électriques", "oscillations électromagnétiques", "oscillations électromagnétiques", "oscillations électromagnétiques" ?
- Est-ce que le courant alternatif est un phénomène oscillatoire ?

79

OSCILLATIONS ÉLECTRIQUES ENTRE TENUES

4



Il est possible de générer des oscillations électriques à l'aide d'un circuit LC. Ces oscillations peuvent être utilisées pour transmettre des informations à distance.

- La fréquence d'un oscillateur électrique peut être contrôlée. Comment cela est-il possible ?
- Quel rôle joue-t-elle avec la précision dans le fonctionnement de l'oscillateur à quartz ?

111

OSCILLATIONS FORCÉES EN RÉGIME SINUSOÏDAL

5



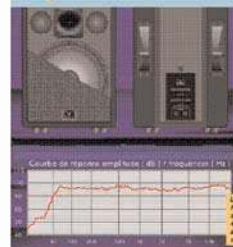
Le guitariste peut contrôler la fréquence de vibration de la corde à l'aide de la pédale de l'oscillateur électrique.

- En quoi consiste la recherche résonante ou autorésonance d'un circuit LC en régime sinusoïdal ?
- Quel est le rôle de l'oscillateur électrique dans les applications sans fil modernes ?

131

GÉNÉRALITÉS SUR LES FILTRES

6



Courbe de réponse en amplitude (dB) / fréquence (Hz)

Les filtres permettent de sélectionner les signaux souhaités et de rejeter les autres.

- En électronique, dans le monde de la physique et de la chimie, les filtres électriques jouent un rôle très important dans l'amélioration de la qualité des produits et de la stabilité, ainsi que dans la sélection de signaux électroniques et dans la précision des mesures qu'ils assurent.
- Quel est le rôle de l'oscillateur et quel est le rôle de l'oscillateur dans les applications sans fil modernes ?

159

EXEMPLES DE FILTRES

7



Les filtres sont utilisés pour sélectionner les signaux souhaités et rejeter les autres. Ils sont utilisés dans de nombreuses applications, y compris les systèmes de communication et les systèmes de traitement du signal.

- Les filtres sont indispensables de l'électronique, de la radiofréquence et de la physique des particules. Comment sont-ils utilisés dans le monde de la physique des particules ?
- Comment fonctionnent-ils ?
- Pourquoi appelle-t-on les filtres utilisés dans le domaine des communications, des circuits ?

175

PRODUCTION DE SIGNAUX NON SINUSOÏDAUX

8



Ces circuits électroniques peuvent produire des signaux non sinusoïdaux, tels que des impulsions et des signaux carrés.

- Actuellement, les oscillateurs les plus performants sont construits à l'aide de transistors à effet de champ (MOSFET).
- Quel est le rôle de l'oscillateur dans les applications sans fil modernes ?
- Quel est le rôle de l'oscillateur dans les applications sans fil modernes ?
- Quel est le rôle de l'oscillateur dans les applications sans fil modernes ?

221

CONVERSION DE SIGNAUX

9



Les convertisseurs de signal sont utilisés pour convertir les signaux analogiques en signaux numériques et vice versa.

- Quel est le rôle de l'oscillateur dans les applications sans fil modernes ?
- Quel est le rôle de l'oscillateur dans les applications sans fil modernes ?
- Quel est le rôle de l'oscillateur dans les applications sans fil modernes ?

249

ONDES

ONDES MECANIKES PROGRESSIVES 10



Les vagues sont-elles un type de propagation d'énergie dans un milieu matériel ?

- D'où provient l'énergie des vagues ?
- Le déplacement des sables correspond-il à un déplacement de matière ou d'énergie ?
- Nous voyons progresser des vagues. Qu'est-ce qui fait qu'elles nous parviennent et pour quoi les vagues dans et sous qu'on peut voir les méduses ?

275

INTERACTIONS ONDE-MATIÈRE 11



Les rayons lumineux traversent-ils sans problème les trous des feuilles ?

- Qu'est-ce qui fait que le son puisse contourner les murs de dimensions humaines ?
- Comment une chaise vacante peut-elle diffracter un rayon lumineux dans l'obscurité totale ?
- Comment les rayons X peuvent-ils diffracter les molécules de la diffraction d'une chaise vacante ?

309

GÉNÉRALITÉS SUR LA TRANSMISSION DES SIGNAUX 12



Le Parabolisme, comment est-il utilisé pour la transmission de signaux à grande fréquence ?

- Avec quels types de transmissions fonctionnent, les postes radio, les téléviseurs et les téléphones portables ?
- Qu'est-ce qui fait que les communications télégraphiques sont plus rapides que les transmissions de téléviseurs en direct sans aucun intermédiaire ?
- Comment le module d'un ordinateur assure-t-il la transmission à distance ? Quelle est l'origine de son "modem" ?

339

MODULATION ET DÉMODULATION DES SIGNAUX 13



La télécommunication a connu une grande révolution par l'avènement de la modulation et ne cesse de se développer grâce au même phénomène qui trouve d'ailleurs ses applications dans d'autres domaines comme la synthèse polyphonique.

- Les émissions télévisées sont-elles modulées en amplitude (AM) ou en fréquence (FM) et pourquoi ?
- La fréquence de l'onde porteuse des émissions d'une station radio en AM est égale à 100 kHz au minimum, tandis qu'en FM, elle tourne autour de 100 MHz, pourquoi ?

365

STRUCTURE DU LIVRE

Présentation d'un thème du livre

Intitulé du thème à étudier

Photographies illustrant le thème

EVOLUTION DE SYSTEMES ELECTRIQUES

SOMMAIRE

- 1. Le condensateur, le dipôle RC.
- 2. La tension, le dipôle RL.
- 3. Oscillations électriques libres.
- 4. Oscillations électriques entretenues.
- 5. Oscillations électriques et lignes électromagnétiques.
- 6. Caractéristiques des filtres.
- 7. Caractéristiques des filtres.
- 8. Production de signaux non sinusoïdaux.
- 9. Conversion de signaux.
- 10. Ondes mécaniques progressives.
- 11. Ondes électromagnétiques.
- 12. Caractéristiques de la transmission des signaux.
- 13. Modulation et démodulation des signaux.

Chapitres constituant le thème

Présentation d'un chapitre du thème

Objectifs visés par le traitement du chapitre

Prérequis indispensables à l'étude du chapitre, en termes de connaissances spécifiques aux sciences physiques

Connaissances déclaratives (définitions, concepts, modèles, lois...)

Evolution de systèmes électriques • Le condensateur : le dipôle RC

Objectifs

- Réaliser la charge et la décharge d'un condensateur.
- Reconnaître que l'intensité i du courant électrique est une grandeur algébrique.
- Déterminer à l'aide de la courbe de charge d'un condensateur, la valeur de la capacité C .
- Déterminer graphiquement la constante de temps $\tau = RC$ d'un dipôle RC.
- Etablir l'équation différentielle régissant, au cours du phénomène de charge d'un condensateur :
 - la charge instantanée $q(t)$ du condensateur,
 - la tension $u(t)$ à ses bornes,
 - l'intensité $i(t)$ du courant transitoire parcourant le circuit.
- Calculer l'énergie emmagasinée par un condensateur.

Prérequis

SAVOIR	SAVOIR FAIRE
<ul style="list-style-type: none"> • Définir : <ul style="list-style-type: none"> - l'intensité du courant électrique, - la tension (ou d.d.p.) électrique, - la quantité d'électricité, - un résistor. • Ecrire la relation $Q = I \cdot t$ • Énoncer la convention récepteur et la convention générateur. • Énoncer : <ul style="list-style-type: none"> - la loi des mailles, - la loi d'Ohm relative à un résistor, - la loi d'Ohm relative à un générateur. 	<ul style="list-style-type: none"> • Distinguer entre une tension continue et une tension variable. • Utiliser un oscilloscope bicourbe. • Calculer la quantité d'électricité transportée par un courant continu d'intensité i pendant une durée Δt. Ou $I \cdot \Delta t$. • Reconnaître une tension variable alternative. • Reconnaître une tension en crêteaux. • Utiliser les conventions récepteur et générateur. • Appliquer la loi d'Ohm pour un résistor et pour un générateur. • Appliquer la loi des mailles.

OSCILLATIONS ÉLECTRIQUES ENTRETENUES 4

Objectifs

- La résistance d'un oscillateur électrique étant inévitabile, y'a-t-il pas un moyen pratique à la compensation de l'amortissement conséquent ?
- Quel rôle peut-elle avoir la pile d'alimentation dans le fonctionnement de l'oscillateur à quartz ? une montre électronique ?

Intitulé du chapitre à étudier

Photographie illustrant le chapitre

Stimuli sous forme de questionnements tirés du vécu quotidien

Connaissances procédurales (capacités d'utiliser des connaissances déclaratives dans des situations particulières du domaine théorique et du domaine expérimental)

Contenu scientifique du chapitre traité

Intitulé de la leçon

Etude détaillée visant l'interprétation théorique des résultats expérimentaux

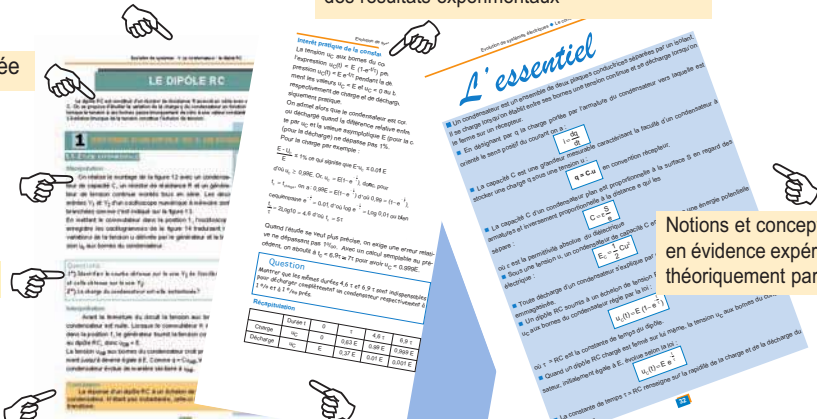
Introduction à l'étude proposée

Manipulation réalisable dans une séance de cours ou de travaux pratiques

Questions sur la manipulation

Énoncé du concept physique dégagé par l'étude expérimentale

Interprétation scientifique des résultats expérimentaux trouvés



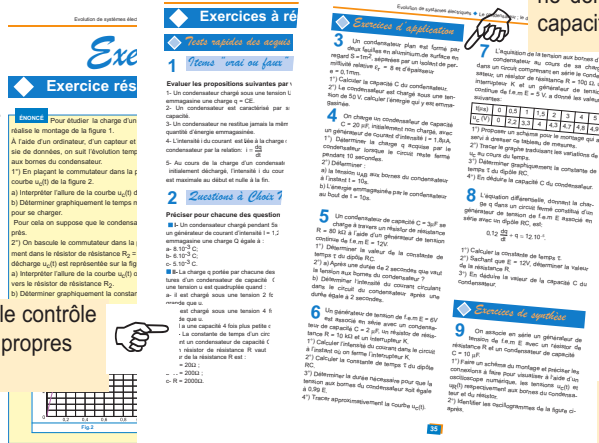
Evaluation et consolidation des acquis

Exercices dont la résolution ne demande pas plus que la capacité d'appliquer

Exercice proposé avec une solution détaillée en vue d'entraîner à la résolution scientifique d'un problème

Exercices visant le contrôle immédiat de ses propres acquis

Exercices dont la résolution demande la capacité de pratiquer la démarche scientifique



Approfondissement

En fin de chapitre :

- ◆ Rubrique "Fiche technique" : complément d'aspect pratique
- ◆ Rubrique intitulée "En savoir plus" : sujet de lecture pouvant intéresser les élèves par son originalité et le sens qu'il ajoute à l'étude faite et à ses applications

A la fin du livre :

- ◆ Réponses aux questions des exercices proposés
- ◆ Références intéressantes (Adresse de sites web ayant trait au thème).

ÉVOLUTION DE

Sous chaque touche de certains claviers se trouve un condensateur dont la capacité varie lors de la frappe. La variation des grandeurs électriques qui en découle est détectée par une puce.



Grâce à une bobine inductive, on peut amplifier le volume sonore d'un combiné téléphonique

Pour l'émission et la réception radio, on utilise des circuits électriques oscillants.



SYSTÈMES ELECTRIQUES

Lors d'un enregistrement ou d'une reproduction sonore, l'équaliseur d'une chaîne HIFI permet un réglage fin des fréquences grâce à des circuits appropriés appelés filtres.



Le caméscope numérique est muni d'un convertisseur analogique numérique (CAN) pour filmer et d'un convertisseur numérique analogique (CNA) pour visionner ce qui est filmé.

SOMMAIRE

- 1- Le condensateur ; le dipôle RC.
- 2- La bobine, le dipôle RL.
- 3- Oscillations électriques libres.
- 4- Oscillations électriques entretenues.
- 5- Oscillations électriques forcées en régime sinusoïdal.
- 6- Généralités sur les filtres.
- 7- Exemples de filtres.
- 8- Production de signaux non sinusoïdaux.
- 9- Conversion de signaux.

Objectifs

- ◆ Réaliser la charge et la décharge d'un condensateur.
- ◆ Reconnaître que l'intensité i du courant électrique est une grandeur algébrique.
- ◆ Déterminer à l'aide de la courbe de charge d'un condensateur, la valeur de la capacité C .
- ◆ Déterminer graphiquement la constante de temps $\tau = RC$ d'un dipôle RC.
- ◆ Établir l'équation différentielle régissant, au cours du phénomène de charge d'un condensateur :
 - la charge instantanée $q(t)$ du condensateur,
 - la tension $u(t)$ à ses bornes,
 - l'intensité $i(t)$ du courant transitoire parcourant le circuit.
- ◆ Calculer l'énergie emmagasinée par un condensateur.

Prérequis

SAVOIR	SAVOIR FAIRE
<ul style="list-style-type: none"> ◆ Définir : <ul style="list-style-type: none"> - l'intensité du courant électrique, - la tension (ou d.d.p) électrique, - la quantité d'électricité, - un résistor. ◆ Ecrire la relation $Q = I.\Delta t$ ◆ Enoncer la convention récepteur et la convention générateur. ◆ Enoncer : <ul style="list-style-type: none"> - la loi des mailles, - la loi des noeuds, - la loi d'Ohm relative à un résistor, - la loi d'Ohm relative à un générateur. 	<ul style="list-style-type: none"> ◆ Distinguer entre une tension continue et une tension variable. ◆ Utiliser un oscilloscope bicourbe. ◆ Calculer la quantité d'électricité transportée par un courant continu d'intensité I pendant une durée Δt : $Q = I.\Delta t$. ◆ Reconnaître une tension variable alternative. ◆ Reconnaître une tension en créneaux. ◆ Utiliser les conventions récepteur et générateur. ◆ Appliquer la loi d'Ohm pour un résistor et pour un générateur. ◆ Appliquer la loi des mailles.

LE CONDENSATEUR LE DIPÔLE RC

1



L'éclair lumineux de très forte intensité d'une lampe flash d'un appareil photo se produit grâce à un condensateur.

- ◆ Le condensateur est un composant électrique connu comme un réservoir d'énergie. De quelle forme d'énergie s'agit-il et qu'est-ce qui confère au condensateur cette propriété ?
- ◆ Quel est le principe de fonctionnement du flash d'un appareil photo ?

LE CONDENSATEUR

Le condensateur est un terme introduit en 1782 par Volta (physicien italien, 1745-1827) après avoir constaté que l'électricité "se condense" sur les surfaces en regard de deux conducteurs quand on les approche l'un de l'autre.

1 DÉFINITION ET EXEMPLES

1.1- DÉFINITION ET SYMBOLE

Un condensateur est un composant électrique constitué de deux plaques conductrices très faiblement espacées et séparées par un isolant électrique. Les plaques sont désignées par les armatures du condensateur et le matériau isolant est appelé diélectrique.

Le condensateur est symboliquement représenté par deux traits parallèles qui représentent les armatures (Fig.1).

La petite distance qui les sépare représente l'épaisseur du diélectrique, celui-ci peut être de l'air, une feuille de papier imbibée d'huile de paraffine, de la céramique formée d'un mélange d'oxyde de titane et de titanates, du mica, du téflon, du polyéthène, de l'alumine ...

Étant un dipôle électrocinétique, le condensateur a deux bornes reliées directement à ses armatures. Dans le cas où les armatures sont planes et parallèles, le condensateur est dit plan.

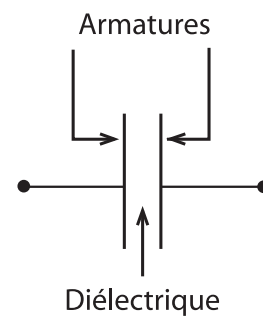


Fig.1 : Symbole du condensateur

1.2- EXEMPLES DE CONDENSATEURS USUELS

Actuellement, dans le commerce et comme le montre la photographie de la figure 2, on trouve des modèles de condensateurs de formes et de dimensions diverses. Exemples :

- ♦ Les condensateurs à air où le diélectrique est l'air.
- ♦ Les condensateurs à diélectrique solide dans lesquels les feuilles métalliques, minces, sont roulées. Ils sont généralement de forme cylindrique.
- ♦ Les condensateurs électrochimiques dans lesquels les armatures sont en aluminium et le diélectrique est une mince couche d'alumine déposée par électrolyse.



Fig.2 : Quelques condensateurs usuels

2 CHARGE ET DÉCHARGE D'UN CONDENSATEUR

Manipulation

On réalise le montage de la figure 3 qui comprend un générateur de force électromotrice E , un galvanomètre balistique G , un résistor de résistance R et un commutateur K .

On commence par mettre le commutateur K dans la position 2, rien ne se produit.

En plaçant le commutateur K en position 1, l'aiguille du galvanomètre G dévie d'un angle α dans le sens 1 indiqué sur la figure 4.a puis revient à zéro.

Lorsqu'on ouvre le circuit et on le ferme de nouveau, on n'observe plus de déviation, on dit que le condensateur est chargé. Quand on bascule le commutateur en position 2, l'aiguille du galvanomètre dévie du même angle α que précédemment mais dans le sens 2 puis elle revient lentement à zéro (Fig.4.b)

Lorsqu'on ouvre le circuit et on le ferme de nouveau, on n'observe plus de déviation, on dit que le condensateur est déchargé.

Questions

1°) Peut-on décharger un condensateur non chargé ? préciser, parmi les observations faites, celle qui justifie la réponse.

2°) Expliquer les phénomènes de charge et de décharge d'un condensateur et en déduire si l'on peut recharger un condensateur déchargé.

Interprétation

♦ Commutateur en position 1

Quand le commutateur K est en position 1, les armatures A et B initialement neutres du condensateur se trouvent reliées directement et respectivement au pôle (+) et au pôle (-) du générateur.

Des déplacements d'ensemble d'électrons s'effectuent alors dans les fils conducteurs de l'armature A vers le pôle (+) et du pôle (-) vers l'armature B jusqu'à ce que A soit au même potentiel que le pôle (+) et B au même potentiel que le pôle négatif. En d'autres termes, un courant électrique circule du pôle (+) vers A et de B vers le pôle (-) jusqu'à ce qu'il apparaisse une charge $+q$ sur l'armature A et une charge $-q$ sur l'armature B (Fig.4a) créant une différence de potentiel ($V_A - V_B$) égale à

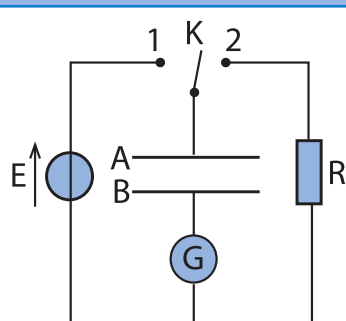


Fig.3 : Montage de charge et de décharge d'un condensateur

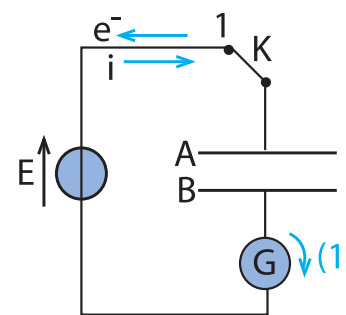


Fig.4a : Déviation de l'aiguille du galvanomètre dans le sens (1)

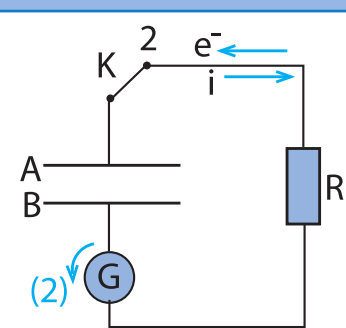


Fig.4b : Déviation de l'aiguille du galvanomètre dans le sens (2)

celle délivrée aux bornes du générateur. Ainsi le condensateur est chargé.

♦ Commutateur en position 2

Malgré le fait que le générateur de tension ne soit plus dans le circuit (Fig.4b), on note la circulation d'un courant bref dans celui-ci. En fait, lorsque K est en position 2, les armatures A et B portant les charges antagonistes $+q$ et $-q$ se trouvent reliées l'une à l'autre à travers le résistor, l'attraction entre $+q$ et $-q$ provoque un mouvement d'ensemble d'électrons de B vers A dans les fils conducteurs à travers le résistor, c'est-à-dire la circulation d'un courant électrique dans le sens contraire, un courant qui cesse dès que les armatures A et B se retrouvent de nouveau neutres. Ainsi, le condensateur est déchargé.

Conclusion

Le condensateur est un composant électrique capable de stocker des charges électriques.

3 CHARGE D'UN CONDENSATEUR ET INTENSITÉ DU COURANT

3.1- CARACTÈRE ALGÈBRE DE L'INTENSITÉ DU COURANT

Manipulation

On réalise le montage de la figure 5 avec un générateur de tension idéal de f.e.m. E , un résistor de résistance R , un condensateur, un commutateur K et deux diodes électroluminescentes D_1 et D_2 .

On enregistre à l'aide d'un oscilloscope à mémoire ou d'un système informatique d'acquisition de données, la tension u_R aux bornes du résistor lorsque le commutateur K est respectivement en position 1 et en position 2 (Fig.6).

Questions

1°) Montrer que lorsque le commutateur K est dans la position 1, la diode D_1 seulement s'allume, tandis que lorsqu'il est dans la position 2, c'est seulement D_2 qui s'allume.

2°) L'enregistrement de la figure 6 montre que la tension u_R est positive lorsque K est en 1, négative quand il est en 2. Sachant que $u_R = Ri$, montrer graphiquement qu' i est positive et décroissante pendant la charge, négative et croissante pendant la décharge.

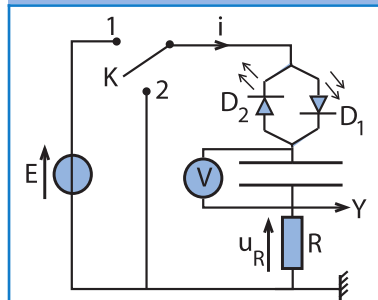


Fig.5 : Montage de charge et de décharge d'un condensateur

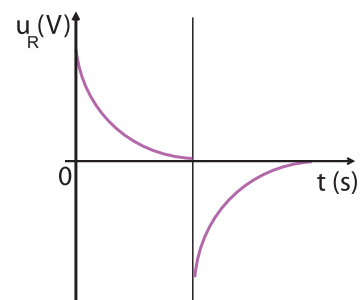


Fig.6 : Caractère algébrique de l'intensité du courant

Interprétation

En choisissant comme sens positif du courant, celui indiqué sur la figure 5, on voit que l'intensité i est positive lorsque K est sur la position 1, c'est-à-dire pendant la charge du condensateur. La diode D_1 , passante, s'allume. Par contre pendant la décharge, le courant électrique circule dans le sens contraire du sens positif choisi, ce qui explique le signe négatif de son intensité et la luminescence de la diode D_2 .

Conclusion

L'intensité du courant électrique est une grandeur algébrique. Elle est positive si le courant circule dans le sens arbitraire choisi et négative si le courant circule dans le sens contraire.

3.2- CHARGE q D'UN CONDENSATEUR

On choisit arbitrairement un sens positif pour l'intensité du courant, celui indiqué sur la figure 7 par exemple.

Soit i l'intensité algébrique du courant, $i > 0$ si le courant circule dans le sens indiqué sur la figure 7 et $i < 0$ s'il circule dans le sens contraire.

Définition

On appelle charge q d'un condensateur \ominus , la charge de l'une de ses armatures choisie conventionnellement, celle vers laquelle est orienté le sens positif du courant.

3.3- RELATION ENTRE INTENSITÉ i DU COURANT ET CHARGE q D'UN CONDENSATEUR

Les grandeurs i et q sont variables au cours du temps. Entre les instants t et $t + \Delta t$ le courant circulant dans le sens positif, transporte la quantité d'électricité $\Delta q > 0$, ce qui fait augmenter la charge de l'armature A de Δq .

L'intensité du courant étant la quantité d'électricité transportée (ou traversant une section droite) par unité de temps, on a :

$$i(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{dq}{dt}$$

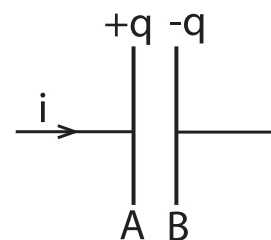


Fig.7 : Charge du condensateur

\ominus Ne pas confondre entre la charge q d'un condensateur et le phénomène de charge

4 RELATION ENTRE LA CHARGE q ET LA TENSION u_c

Manipulation

On réalise le montage de la figure 8 avec un générateur de courant, un interrupteur K_1 , un ampèremètre et un condensateur montés tous en série, un voltmètre numérique et un

interrupteur K_2 branchés aux bornes du condensateur.

Étant idéal, le générateur de courant débite dans le circuit de charge un courant continu d'intensité I .

La charge q étant proportionnelle à la durée t , on a $q = I.t$.

Étudier q en fonction de la tension u_C aux bornes du condensateur revient à étudier u_C en fonction du temps.

Avant toute mesure, on ferme l'interrupteur K_2 , puis on l'ouvre et on le maintient ainsi durant toute l'expérience.

Simultanément, on ferme K_1 et on déclenche le chronomètre.

Avec un chronomètre, on mesure toutes les 5 secondes la tension u_C en convention récepteur.

Pour $I = 0,144 \text{ mA}$ par exemple, on obtient les résultats consignés dans le tableau suivant :

$t \text{ (s)}$	0	5	10	15	20	25	30
$u_C \text{ (V)}$	0	1,5	3	4,6	6,1	7,6	9,2

Questions

1°) Que se passe-t-il quand on ferme K_2 ? Quelle est l'indication du voltmètre ?

2°) Avant de fermer K_2 , le voltmètre peut indiquer une tension non nulle. Expliquer cette possibilité.

3°) A l'aide du tableau des mesures dressé, montrer que la charge q augmente avec u_C .

4°) Comme courbe d'évolution de la tension u_C aux bornes du condensateur en fonction de la durée de charge, on obtient le tracé de la figure 9 ci contre.

Montrer graphiquement que $u_C = kt$ où k est une constante que l'on calculera.

5°) Déterminer la relation entre la charge q du condensateur et la tension u_C à ses bornes.

Interprétation

♦ Relation de proportionnalité entre q et u_C

La courbe $u_C = f(t)$ est une droite qui passe par l'origine (Fig.9).

$u_C = kt$ avec $k = 0,3 \text{ V}\cdot\text{s}^{-1}$. On en déduit que la tension u_C est proportionnelle à la durée t de passage du courant de charge.

Compte tenu de la relation $q = It$, il vient :

$$u_C = k \frac{q}{I}, \text{ d'où : } q = \frac{I}{k} u_C.$$

Comme I est constant, le quotient $\frac{I}{k}$ est une constante notée C .

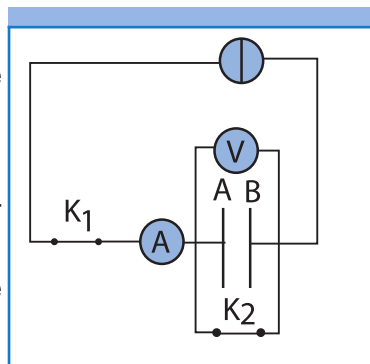


Fig.8 : Montage de charge d'un condensateur à courant constant

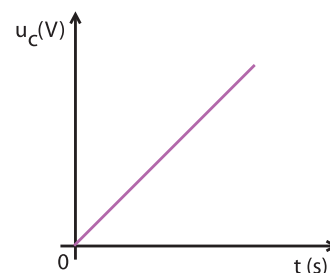


Fig.9 : Courbe d'évolution de la tension u_C au cours du temps

On a ainsi :

$$q = C u_C$$

Remarque

Si on refait la même expérience avec un autre condensateur, on aboutit à la même relation de proportionnalité mais avec une autre valeur pour la constante C.

♦ Capacité d'un condensateur

La charge q d'un condensateur est proportionnelle à la tension u_C à ses bornes : $q = C u_C$. Le facteur de proportionnalité C est une grandeur qui caractérise l'aptitude du condensateur à emmagasiner une charge électrique q lorsqu'il est soumis à une tension u_C , appelée capacité du condensateur.

C ne dépend que des caractéristiques géométriques du condensateur et de la nature du diélectrique.

♦ Unité et ordres de grandeur

La capacité C d'un condensateur est une grandeur mesurable. Dans le système international d'unités, elle s'exprime en Farad (F)[⊙]. Le farad est la capacité d'un condensateur qui, soumis à une différence de potentiel de 1 V, prend une charge de 1 C.

La valeur de la capacité des condensateurs usuels varie selon l'usage dans un vaste domaine mais tout en restant très inférieure au farad. Autrement dit, le farad est une grande unité de capacité. On préfère alors utiliser des sous multiples du farad :

- le millifarad : $1 \text{ mF} = 10^{-3} \text{ F}$
- le microfarad : $1 \text{ } \mu\text{F} = 10^{-6} \text{ F}$
- le nanofarad : $1 \text{ nF} = 10^{-9} \text{ F}$
- le picofarad : $1 \text{ pF} = 10^{-12} \text{ F}$
- le femtofarad : $1 \text{ fF} = 10^{-15} \text{ F}$

Voici quelques exemples d'ordres de grandeurs de C :

Type du condensateur	Ordre de grandeur de C
Condensateur électrochimique	$\mu\text{F} - \text{F}$
Condensateur au mica, céramique	$\text{pF} - \text{nF}$
Condensateur au papier	μF
Condensateur au tantale	$0,1 \mu\text{F} - 0,01 \mu\text{F}$
Condensateur au polypropylène	$\text{nF} - \mu\text{F}$

⊙ Le nom de l'unité de capacité est dédié à Michael Faraday (physicien et chimiste anglais, 1791-1867)

5

CAPACITÉ D'UN CONDENSATEUR PLAN

La capacité d'un condensateur plan est proportionnelle à la surface S des armatures en regard et inversement proportionnelle à l'écartement e de ses armatures (Fig.10).

On peut écrire :

$$C = \varepsilon \frac{S}{e}$$

Le facteur de proportionnalité ε est une constante qui ne dépend que de la nature du diélectrique, on l'appelle permittivité absolue du diélectrique. Dans le système international d'unités, ε s'exprime en farads par mètre. La permittivité ε_0 du vide est :

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{36\pi \cdot 10^9} \quad (\text{F.m}^{-1})$$

La permittivité de l'air est pratiquement égale à celle du vide. Tous les autres diélectriques ont une permittivité absolue plus grande que celle du vide.

Pour des raisons de commodité de travail, on définit aussi la permittivité relative ε_r d'un diélectrique comme étant le rapport de sa permittivité absolue sur la permittivité du vide :

$$\varepsilon_r = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} \quad \text{d'où} \quad C = \varepsilon_r \varepsilon_0 \frac{S}{e}$$

Le tableau suivant donne des exemples de valeurs de la permittivité absolue ε et de la permittivité relative ε_r :

Diélectrique	ε_r	ε (10^{-11} F.m ⁻¹)
Vide , air	1	0,885
Papier paraffiné	2 - 2,5	1,8 - 2,2
Polystyrène	2 - 3	1,8 - 2,7
Verre	4 - 7	3,5 - 6,2
Mica	5 - 8	4,4 - 7,1
Céramique	15 - 2500	13,2 - 2200

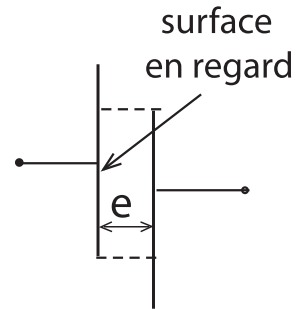


Fig.10 : Condensateur plan

6 TENSION DE SERVICE ET TENSION DE CLAQUAGE

En plus de la valeur de la capacité du condensateur, le constructeur indique généralement sur le boîtier deux valeurs différentes de tensions électriques, que représentent-elles?

La charge $q = C.u$ d'un condensateur ne peut pas augmenter indéfiniment avec la tension u à ses bornes car celle-ci ne doit pas atteindre une valeur limite qui entraîne un dysfonctionnement (perte des propriétés) du composant.

En fait, lorsque la tension u est très élevée, les charges $+q$ et $-q$ portées par les armatures du condensateur font jaillir des étincelles à travers le diélectrique qui sera à son tour troué quand il est autre que l'air ou le vide et perdra alors son caractère isolant. Dans ces conditions, on entend généralement un crépitement et on dit que le condensateur a claqué : il est détérioré, d'où le nom de tension de claquage ou de rupture.

Définition

On appelle tension de claquage d'un condensateur la plus petite tension (en valeur absolue) faisant jaillir une étincelle entre les armatures du condensateur.

Ainsi, pour éviter de détériorer un condensateur, il faut éviter d'appliquer à ses bornes une tension de valeur absolue voisine de la valeur de la tension de claquage indiquée par le constructeur.

La deuxième valeur de tension indiquée sur le boîtier d'un condensateur est appelée tension de service, elle est d'une valeur nettement inférieure à celle de claquage, c'est la tension nominale du composant.

7 ÉNERGIE EMMAGASINÉE PAR UN CONDENSATEUR

7.1- LE CONDENSATEUR EST UN RÉSERVOIR D'ÉNERGIE

On sait qu'un courant électrique ne circule dans une portion de circuit, que lorsqu'il existe entre ses bornes une différence de potentiel non nulle. Ainsi, la circulation du courant de décharge dans les expériences décrites précédemment, en l'absence de tout générateur prouve que c'est le condensateur chargé qui a joué, pendant quelques instants, le rôle de générateur. Donc, le condensateur est un réservoir d'énergie.

Expérience complémentaire

On réalise le montage de la figure 11 : il comporte un générateur délivrant une tension continue E réglable, un condensateur de très grande capacité C , un petit moteur électrique M et un commutateur K .

On place le commutateur K dans la position 1 puis on le bascule sur la position 2, le moteur se met à tourner, puis s'arrête spontanément.

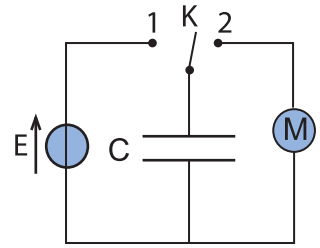


Fig.11 : La décharge d'un condensateur peut mettre en marche un moteur.

Questions

- 1°) Qu'est ce qui montre dans cette expérience que le condensateur est un réservoir d'énergie?
- 2°) Quelle est l'opération avec laquelle le condensateur est devenu ce réservoir d'énergie?.
- 3°) Expliquer la petite durée de rotation du moteur.

Conclusion

Le condensateur est un réservoir d'énergie potentielle électrique (ou électrostatique).

Cette énergie se manifeste, lors de la décharge du condensateur, en se transformant en énergie thermique dans les différents conducteurs, en énergie cinétique dans un moteur, en énergie lumineuse dans une diode LED par exemple...

7.2- EXPRESSION DE L'ÉNERGIE EMMAGASINÉE

L'énergie électrostatique emmagasinée par un condensateur de capacité C , chargé sous une tension u , s'exprime par :

$$E_C = \frac{1}{2} C u^2$$

Avec C en farad et u en volt, E_C s'exprime en joule.

En utilisant la relation $q = C.u$, on obtient d'autres expressions de E_C soit :

$$E_C = \frac{1}{2C} q^2 = \frac{1}{2} q u$$

LE DIPÔLE RC

Le dipôle RC est constitué d'un résistor de résistance R associé en série avec un condensateur de capacité C . On se propose d'étudier la variation de la charge q du condensateur en fonction du temps dans un tel dipôle lorsque la tension à ses bornes passe brusquement de zéro à une valeur constante E ou inversement. L'évolution brusque de la tension constitue l'échelon de tension.

1 RÉPONSE D'UN DIPÔLE RC À UN ÉCHELON DE TENSION

1.1- ÉTUDE EXPÉRIMENTALE

Manipulation

On réalise le montage de la figure 12 avec un condensateur de capacité C , un résistor de résistance R et un générateur de tension continue montés tous en série. Les deux entrées Y_1 et Y_2 d'un oscilloscope numérique à mémoire sont branchées comme c'est indiqué sur la figure 13.

En mettant le commutateur dans la position 1, l'oscilloscope enregistre les oscillogrammes de la figure 14 traduisant les variations de la tension u délivrée par le générateur et la tension u_c aux bornes du condensateur.

Questions

- 1°) Identifier la courbe obtenue sur la voie Y_1 de l'oscilloscope et celle obtenue sur la voie Y_2 .
- 2°) La charge du condensateur est-elle instantanée ?

Interprétation

Avant la fermeture du circuit la tension aux bornes du condensateur est nulle. Lorsque le commutateur K est fermé dans la position 1, le générateur fournit la tension constante E au dipôle RC ; donc $u_{DB} = E$.

La tension u_{AB} aux bornes du condensateur croît progressivement jusqu'à devenir égale à E . Comme $q = Cu_{AB}$, la charge du condensateur évolue de manière similaire à u_{AB} .

Conclusion

La réponse d'un dipôle RC à un échelon de tension est la charge du condensateur. N'étant pas instantanée, celle-ci constitue un phénomène transitoire.

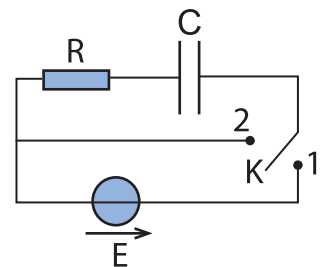


Fig.12 : Montage de réponse d'un dipôle RC à un échelon de tension

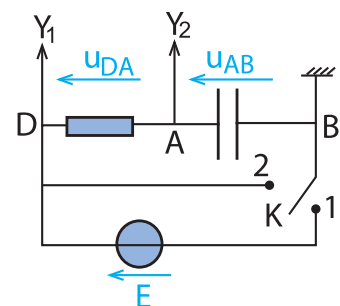


Fig.13 : Montage de visualisation de la réponse d'un dipôle RC

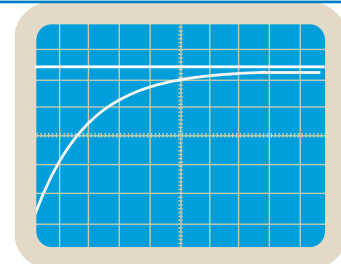


Fig.14 : Evolution de la réponse en tension au cours du temps

1.2- ÉTUDE THÉORIQUE

Mise en équation

En régime transitoire et pendant que le condensateur se charge, le circuit de la figure 12 est équivalent à celui de la figure 15. En convention récepteur, la loi des mailles s'écrit pour ce circuit :

$$u_{DA} + u_{AB} - E = 0, \text{ soit : } Ri + u_C - E = 0.$$

$$\text{Or, } i = \frac{dq}{dt} = C \frac{du_C}{dt}, \text{ d'où : } u_C + RC \frac{du_C}{dt} = E \quad (1)$$

$$\text{ou bien : } \frac{du_C}{dt} + \frac{1}{\tau} u_C = \frac{E}{\tau} \quad \text{avec } \tau = RC,$$

équation différentielle en u_C avec second membre non nul.

Avec $u_C = \frac{q}{C}$ et $i = \frac{dq}{dt}$, la même équation différentielle s'écrit :

$$\frac{dq}{dt} + \frac{1}{\tau} q = \frac{E}{R} \quad (2) \quad \text{ou} \quad i + \frac{1}{\tau} \int i dt = \frac{E}{R} \quad (3).$$

Expression de $u_C(t)$

La solution de l'équation différentielle (1) est de la forme :

$u_C(t) = B + Ae^{-\alpha t}$ où A , B et α sont des constantes à déterminer.

A $t = 0$, $u_C = A + B = 0$, d'où $B = -A$.

Il vient $u_C(t) = A(e^{-\alpha t} - 1)$.

La dérivée de $u_C(t)$ par rapport au temps s'écrit :

$$\frac{du_C}{dt} = -\alpha A e^{-\alpha t}.$$

En remplaçant $\frac{du_C}{dt}$ par son expression dans l'équation (1),

on trouve : $A(e^{-\alpha t} - 1) - \alpha \tau A e^{-\alpha t} = E$; ce qui donne :

$$-A + (1 - \alpha \tau) A e^{-\alpha t} = E.$$

En égalisant membre à membre cette équation qui doit être satisfaite pour toute valeur de t , on obtient :

$$A = -E \text{ et } 1 - \alpha \tau = 0 \text{ d'où } \alpha = \frac{1}{\tau}.$$

Ainsi, avec $A = -E$ et $\alpha = \frac{1}{\tau}$, la tension aux bornes du condensateur s'écrit :

$$u_C(t) = E(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}).$$

La courbe représentative de la fonction $u_C(t)$ est celle de la figure 16.

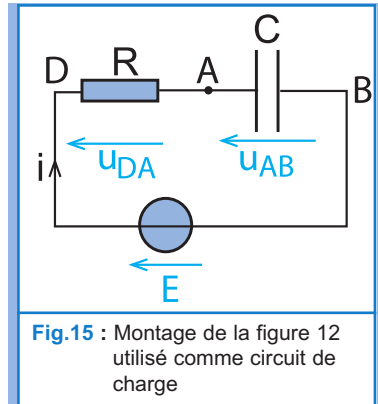


Fig.15 : Montage de la figure 12 utilisé comme circuit de charge

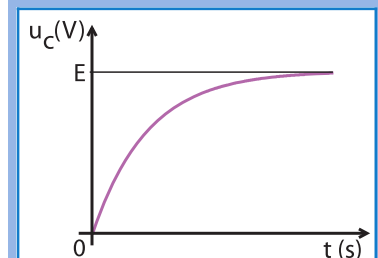


Fig.16 : Chronogramme théorique de u_C au cours de la charge

Remarque

En l'absence d'oscilloscope à mémoire ou d'un système informatique d'acquisition de données, on peut utiliser dans le montage de la figure 12 un générateur basse fréquence délivrant une tension en créneaux à la place du générateur de tension continue.

Expression de $q(t)$

L'expression de la charge q du condensateur est $q(t) = C \cdot u_C(t)$, d'où : $q(t) = Q_0(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$ avec $Q_0 = CE$.

La courbe $q(t)$ présente une allure analogue à celle de $u_C(t)$ (Fig.17). Lorsque t tend vers l'infini $u_C(t)$ tend vers E et q vers Q_0 , le condensateur porte sa charge maximale.

Expression de $i(t)$

On a $i = \frac{dq}{dt}$. En remplaçant q par son expression,

on trouve $i(t) = \frac{Q_0}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}}$ ou encore :

$$i(t) = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \text{ avec } I_0 = \frac{E}{R}$$

La courbe de la figure 18 représente les variations de l'intensité i du courant dans le circuit au cours du temps. L'intensité i du courant est alors positive au cours de la charge du condensateur, résultat attendu du fait que le sens positif du courant est orienté vers l'armature située dans le circuit du côté du pôle positif du générateur.

On peut visualiser simultanément l'évolution de la tension $u_C(t)$ et l'intensité $i(t)$ lors de la charge en réalisant l'expérience de la figure 19 avec un montage comprenant un générateur de tension de masse flottante (ou branché au secteur via un transformateur d'isolement), de f.e.m. E , un interrupteur K et un dipôle RC associés en série. À l'aide de l'interrupteur K on ferme le circuit.

Un oscilloscope à mémoire permet d'enregistrer :

- sur la voie Y_1 , la tension $u_{DA} = Ri$ aux bornes du résistor.
- sur la voie Y_2 , la tension u_{AB} aux bornes du condensateur au lieu de u_{BA} et ce, en appuyant sur le bouton **INV**.

On obtient les oscillogrammes (1) et (2) de la figure 20.

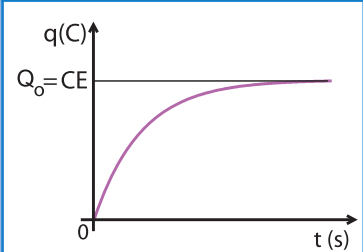


Fig.17 : Chronogramme théorique de q au cours de la charge

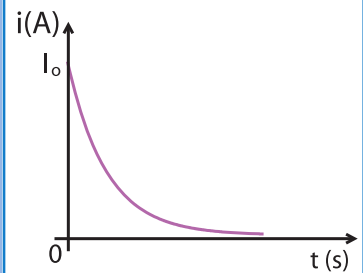


Fig.18 : Chronogramme théorique de i au cours de la charge

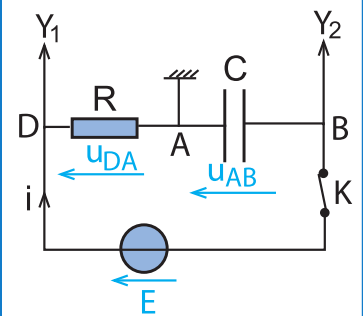


Fig.19 : Branchement pour visualiser simultanément $U_C(t)$ et $i(t)$

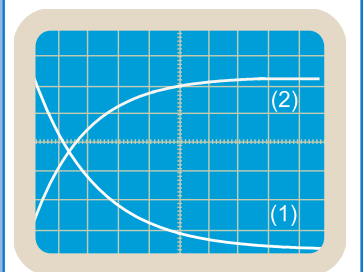


Fig.20 : Chronogrammes de U_C et de u_R

Questions

Dans la figure 20, montrer que l'oscillogramme (1) représente la tension u_{DA} aux bornes du résistor et que l'oscillogramme (2) représente la tension u_{AB} aux bornes du condensateur.

2

DÉCHARGE D'UN CONDENSATEUR DANS UN RÉSISTOR

2.1- ÉTUDE EXPÉRIMENTALE

Manipulation

On utilise le même montage que celui de la figure 13.

Le condensateur étant préalablement chargé, on bascule le commutateur dans la position 2. Le condensateur se trouve directement fermé sur le résistor de résistance R .

Sur la voie Y_2 de l'oscilloscope à mémoire, on enregistre l'oscillogramme de la figure 21 traduisant $u_C(t)$.

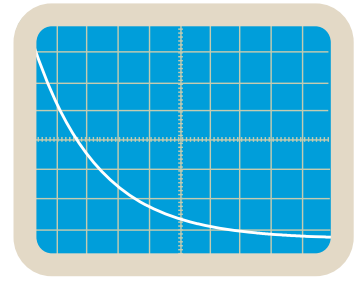


Fig.21 : Chronogramme de u_C au cours de la décharge

Questions

- 1°) Expliquer l'allure de $u_C(t)$.
- 2°) La décharge du condensateur est-elle instantanée?

Interprétation

Avant la mise du commutateur K dans la position 2, la tension u_C aux bornes du condensateur était égale à E . Par la suite u_C décroît du fait que l'énergie emmagasinée par le condensateur pendant la charge, est progressivement dissipée dans le résistor. La tension u_C décroît jusqu'à s'annuler.

Comme $q = Cu_C$, la charge du condensateur évolue, au cours du temps, de la même manière que u_C . La charge q s'annule lorsque le condensateur est complètement déchargé.

Conclusion

Dans un dipôle RC, un condensateur chargé se décharge progressivement dans le résistor.

2.2- ÉTUDE THÉORIQUE

Mise en équation

Le condensateur étant initialement chargé, à l'instant $t = 0$, la tension à ses bornes est égale à E . Le circuit est équivalent à celui de la figure 22.

Avec l'orientation choisie pour le circuit, on peut écrire :

$$u_C + u_R = 0 \text{ et } u_R = Ri \text{ d'où } u_C + Ri = 0.$$

$$\text{Or, } i = \frac{dq}{dt} \text{ et } q = Cu_C, \text{ on aura :}$$

$$u_C + RC \frac{du_C}{dt} = 0 \text{ ou bien } \frac{du_C}{dt} + \frac{1}{\tau} u_C = 0 \quad (4).$$

On obtient une équation différentielle en u_C sans second membre. On obtient aussi les équations différentielles (5) et (6) respectivement en q et en i :

$$\frac{dq}{dt} + \frac{1}{\tau} q = 0 \quad (5) ; i + \frac{1}{\tau} \int idt = 0 \quad (6).$$

Expression de $u_C(t)$

La solution de l'équation différentielle (4) est de la forme :

$$u_C(t) = A e^{-\alpha t} \text{ où les constantes } A \text{ et } \alpha \text{ sont déterminées par les conditions initiales : } A \text{ à } t = 0, u_C = E, \text{ d'où } A = E.$$

En remplaçant u_C et $\frac{du_C}{dt}$ par leurs expressions dans (4),

$$\text{on obtient : } -\alpha A e^{-\alpha t} + \frac{1}{\tau} A e^{-\alpha t} = 0, \text{ ce qui entraîne :}$$

$$(-\alpha + \frac{1}{\tau}) A e^{-\alpha t} = 0 \quad \forall t. \text{ D'où } -\alpha + \frac{1}{\tau} = 0, \text{ ce qui donne : } \alpha = \frac{1}{\tau}.$$

$$\text{Il vient finalement : } u_C(t) = E e^{-\frac{t}{\tau}}$$

La courbe représentative de la fonction $u_C(t)$ au cours de la décharge est celle de la figure 23

Expression de $q(t)$

L'évolution de la charge q du condensateur au cours du temps est donnée par la relation $q(t) = C u_C(t)$. D'où :

$$q(t) = Q_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \text{ avec } Q_0 = CE$$

La courbe $q(t)$ présente une allure analogue à celle de $u_C(t)$ (Fig.24). Lorsque t tend vers l'infini, q tend vers zéro ; le condensateur est déchargé.

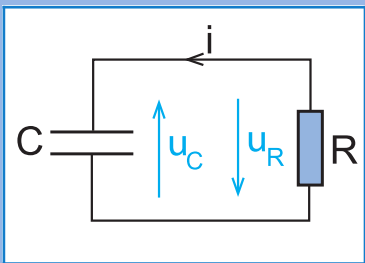


Fig.22 : Montage de la figure 12 utilisé comme circuit de décharge

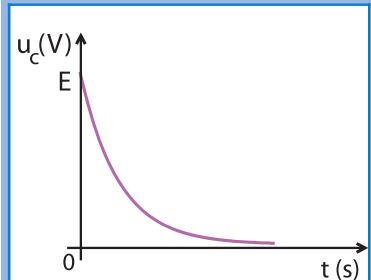


Fig.23 : Chronogramme théorique de u_C au cours de la décharge

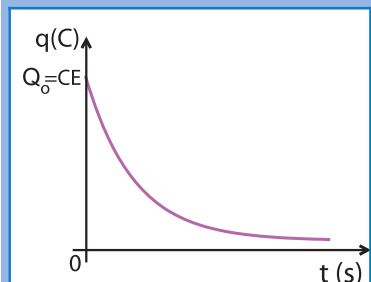


Fig.24 : Chronogramme théorique de q au cours de la décharge

Expression de $i(t)$

On a : $i = \frac{dq}{dt}$, donc : $i(t) = -\frac{E}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}$ ou encore :

$$i(t) = -I_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \text{ avec } I_0 = \frac{E}{R}$$

On note bien pour $i(t)$ le signe contraire de celui de l'intensité du courant de charge, c'est à dire que le courant de décharge circule dans le sens contraire de celui de charge (Fig.25).

Remarque

On peut visualiser simultanément l'évolution de la tension $u_c(t)$ et l'intensité $i(t)$ lors de la décharge en réalisant l'expérience de la figure 26.

Le montage comprend un générateur[⊙] de tension de f.e.m. E pour charger au préalable le condensateur, un dipôle RC et un commutateur K .

Le condensateur ayant été chargé, on bascule le commutateur K sur la position 2. Un oscilloscope à mémoire permet d'enregistrer :

- sur la voie Y_1 , l'oscillogramme (1) de la figure 27 qui représente la tension u_{DA} aux bornes du résistor, positive lors de la charge, est devenue négative.
- sur la voie Y_2 , l'oscillogramme (2) de la figure 27 qui représente la tension u_{AB} aux bornes du condensateur qui n'est autre que la tension u_{BA} changée de signe. Cette tension u_{AB} , tout en restant positive, diminue progressivement jusqu'à s'annuler.

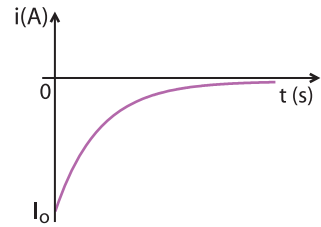


Fig.25 : Chronogramme théorique de i au cours de la décharge

⊙ Pour que l'opération soit possible, le générateur doit être à masse flottante.

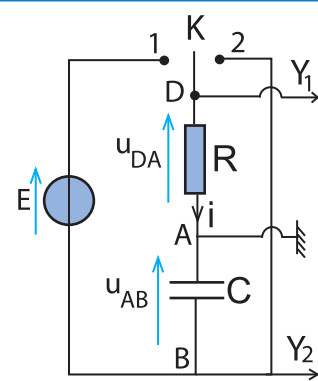


Fig.26 : Branchements pour visualiser simultanément $u_c(t)$ et $i(t)$

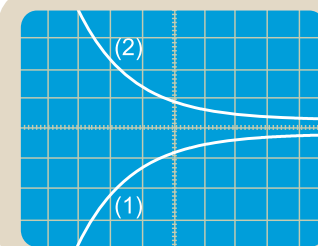


Fig.27 : Chronogramme de u_{AB} et de u_{DA} au cours de la décharge

3

INFLUENCE DES GRANDEURS CARACTÉRISTIQUES D'UN DIPÔLE RC SUR LA DURÉE DE CHARGE OU DE DÉCHARGE D'UN CONDENSATEUR

3.1- INFLUENCE DE LA RÉSISTANCE R

Manipulation

On reprend le montage de la figure 13, mais en reliant le point B à la masse de l'oscilloscope à mémoire et le point A à

son entrée Y_1 (Fig.28) afin de visualiser $u_C(t)$ et le point D à son entrée Y_2 afin de visualiser $u_{DB}(t)$

En chargeant le même condensateur plusieurs fois avec le générateur de f.e.m $E = 6V$, mais en l'associant à chaque fois avec un résistor différent des autres, on obtient une série d'oscillogrammes comme celles de la figure 29 visualisés avec $C = 1\mu F$ et respectivement avec $R_1 = 5k\Omega$, $R_2 = 10k\Omega$, $R_3 = 15k\Omega$, $R_4 = 20k\Omega$; les sensibilités étant réglées horizontalement à $5ms /div$ et verticalement à $1V/div$.

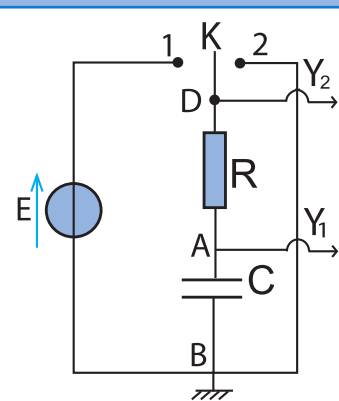


Fig.28 : Branchements pour visualiser à la fois $u_{AB}(t)$ et $u_{DB}(t)$

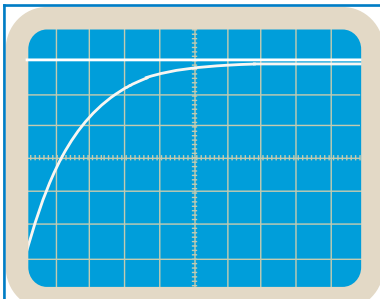


Fig.29a : Oscillogramme obtenu pour $R_1 = 5 k\Omega$

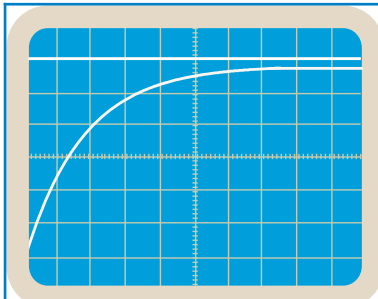


Fig.29b : Oscillogramme obtenu pour $R_2 = 10 k\Omega$

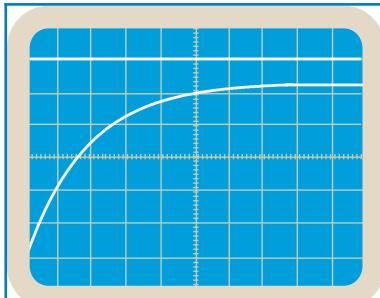


Fig.29c : Oscillogramme obtenu pour $R_3 = 15 k\Omega$

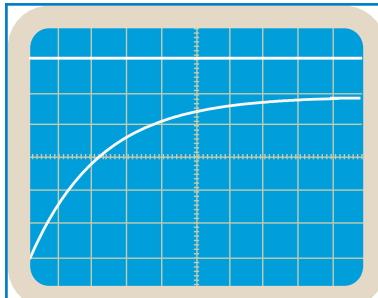


Fig.29d : Oscillogramme obtenu pour $R_4 = 20 k\Omega$

Questions

1°) Dresser un tableau consignnant les durées t au bout des quelles la tension $u_C(t)$ a atteint la valeur $4V$ par exemple.

R (kΩ)	5	10	15	20
t (ms)				

2°) À l'aide des résultats trouvés :

- ♦ préciser qualitativement l'influence de la valeur de la résistance sur la durée t de la charge du condensateur.
- ♦ montrer que la durée t est proportionnelle à R .

3.2- INFLUENCE DE LA CAPACITÉ C

On refait la même expérience, mais cette fois avec des condensateurs de capacités différentes associés respectivement avec le même résistor; on obtient alors les oscillogrammes de la figure 30 avec $R = 10\text{k}\Omega$ et respectivement avec $C_1 = 0,5 \mu\text{F}$, $C_2 = 2\mu\text{F}$, $C_3 = 5\mu\text{F}$ et $C_4 = 10\mu\text{F}$; la sensibilité verticale étant maintenue toujours à la valeur 1V/div .

Questions

1°) Dresser un tableau consignait les durées t au bout desquelles la tension $u_C(t)$ a atteint la valeur 4 V par exemple.

C(μF)	0,5	2	5	10
t (ms)				

2°) À l'aide des résultats trouvés :

- ♦ préciser qualitativement l'influence de la valeur de la capacité C du condensateur sur la durée t de sa charge.
- ♦ montrer que la durée t est proportionnelle à la capacité C .

Remarque

Les mêmes expériences, faites avec la décharge d'un condensateur, conduisent aux mêmes résultats.

3.3- CONSTANTE DE TEMPS D'UN DIPÔLE RC

Notion de constante de temps

On vient de montrer que toute valeur de la charge q d'un condensateur est atteinte au bout d'une durée t :

- proportionnelle à R lorsque C est gardée constante;
- proportionnelle à C lorsque R est gardée constante.

Donc, la durée de charge ou de décharge est proportionnelle au produit RC , ce qui confère à ce produit la dénomination de constante de temps, notée τ .

On sait que R a la dimension du quotient d'une tension par une intensité de courant et C a la dimension du quotient d'une charge par une tension. Donc, le produit RC a la dimension d'une charge par une intensité, c'est-à-dire un temps, ce qui justifie encore sa dénomination de constante de temps.

$$\tau = RC : \text{constante de temps}$$

Question

Tant au cours de la charge qu'au cours de la décharge, $u_C(t)$ est une fonction exponentielle du temps d'exposant $(-t/\tau)$. En déduire que $\tau = RC$ ne peut avoir effectivement que la dimension d'un temps.

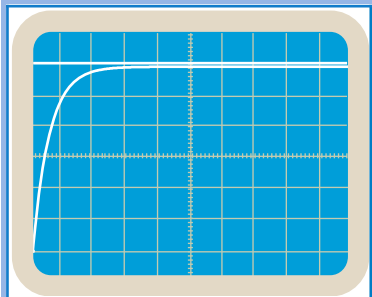


Fig.30a : Oscillogramme obtenu pour $C = 0,5 \mu\text{F}$ avec une sensibilité horizontale de 5ms/div

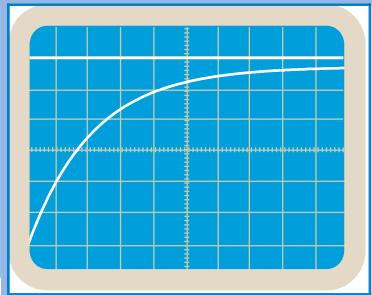


Fig.30b : Oscillogramme obtenu pour $C = 2 \mu\text{F}$ avec une sensibilité horizontale de 5ms/div

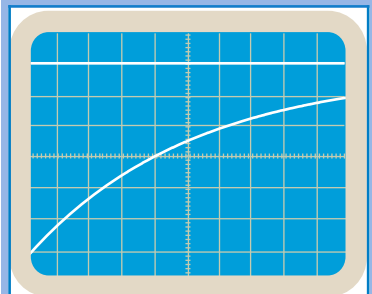


Fig.30c : Oscillogramme obtenu pour $C = 5 \mu\text{F}$ avec une sensibilité horizontale de 50ms/div

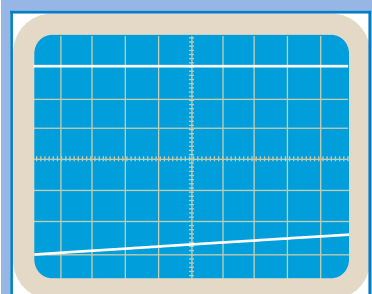


Fig.30d : Oscillogramme obtenu pour $C = 10 \mu\text{F}$ avec une sensibilité horizontale de 50ms/div

Définition

La constante de temps τ est une grandeur caractéristique du dipôle RC, elle renseigne sur la rapidité avec laquelle s'établit la tension $u_C = E$ entre les armatures du condensateur. La charge et la décharge du condensateur sont d'autant plus rapides que la constante de temps τ est plus petite.

Détermination de la constante de temps τ **♦ Par calcul direct**

Connaissant les valeurs de C et de R, on peut calculer directement la valeur de la constante de temps $\tau = RC$.

♦ Détermination graphique (première méthode)

Pour déterminer τ , on trace la tangente à la courbe de charge ou de décharge $u_C(t)$ au point d'abscisse $t = 0$.

Cette tangente a pour équation $u_C = a t$, a étant son coefficient directeur dont la valeur est donnée par :

$$a = \left(\frac{du_C}{dt} \right)_{t=0}. \text{ Or : } \frac{du_C}{dt} = \frac{E}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}}, \text{ alors } \left(\frac{du_C}{dt} \right)_{t=0} = \frac{E}{\tau} :$$

Finalement, l'équation de la tangente s'écrit : $u_C = E \frac{t}{\tau}$.

L'intersection de cette tangente avec la droite $u_C = E$ donne $t = \tau$ (fig.31).

Remarque

La même méthode de détermination graphique de τ s'applique à la courbe de décharge. L'intersection de la tangente à la courbe $u_C(t)$ à l'origine avec l'axe des abscisses donne $t = \tau$ (fig.32).

♦ Détermination graphique (deuxième méthode)

Dans le cas de la charge du condensateur, en remplaçant t par τ dans l'expression de $u_C(t)$, on obtient :

$$u_C = E(1 - e^{-1}) = 0,63 E.$$

Donc, par lecture graphique de l'abscisse du point de la courbe $u_C(t)$ d'ordonnée $0,63E$, on obtient la valeur de τ (Fig.33).

τ correspond donc au temps nécessaire pour charger un condensateur à 63%.

Dans le cas de la décharge, en remplaçant t par τ dans l'expression de $u_C(t)$, on obtient $u_C = E e^{-1} = 0,37E$.

τ est alors l'abscisse du point de la courbe $u_C(t)$ d'ordonnée $0,37E$ (Fig.34).

Remarque

On peut déterminer τ en traçant la tangente à la courbe $i(t)$ au point d'abscisse $t = 0$.

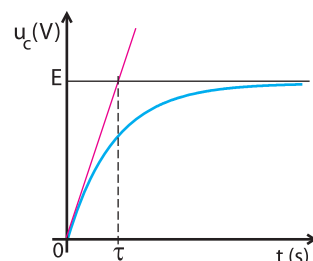


Fig.31 : Détermination de τ à partir de la courbe de charge

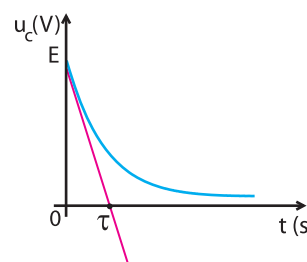


Fig.32 : Détermination de τ à partir de la courbe de décharge

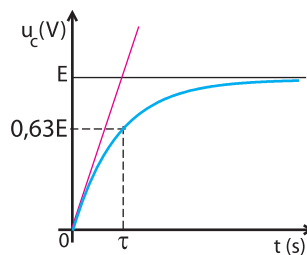


Fig.33 : Détermination de τ par lecture directe sur la courbe de charge

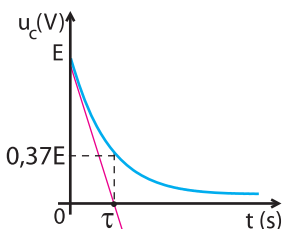


Fig.34 : Détermination de τ par lecture directe sur la courbe de décharge

Question

Montrer que l'intersection de la tangente à la courbe $i(t)$ avec l'axe des abscisses donne $t = \tau$ (Fig.35a et Fig.35b)

Intérêt pratique de la constante de temps τ

La tension u_C aux bornes du condensateur, étant donnée par l'expression $u_C(t) = E (1 - e^{-t/\tau})$ pendant la charge et par l'expression $u_C(t) = E e^{-t/\tau}$ pendant la décharge, atteint respectivement les valeurs $u_C = E$ et $u_C = 0$ au bout des durées t infinies respectivement de charge et de décharge, ce qui n'est pas physiquement pratique.

On admet alors que le condensateur est complètement chargé ou déchargé quand la différence relative entre la valeur atteinte par u_C et la valeur asymptotique E (pour la charge) ou zéro (pour la décharge) ne dépasse pas 1%.

Pour la charge par exemple :

$$\frac{E - u_C}{E} \leq 1\% \text{ ce qui signifie que } E - u_C \leq 0,01 E$$

d'où $u_C \geq 0,99 E$. Or, $u_C = E(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$. Donc, pour

$$t_c = t_{\text{charge}}, \text{ on a : } 0,99E = E(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) \text{ d'où } 0,99 = (1 - e^{-\frac{t}{\tau}}),$$

ce qui entraîne $e^{-\frac{t}{\tau}} = 0,01$, d'où $\text{Log } e^{-\frac{t}{\tau}} = \text{Log } 0,01$ ou bien

$$\frac{t_c}{\tau} = 2\text{Log}10 = 4,6, \text{ d'où } t_c \simeq 5 \tau.$$

Quand l'étude se veut plus précise, on exige une erreur relative ne dépassant pas 1‰. Avec un calcul semblable au précédent, on aboutit à $t_c = 6,9 \tau \simeq 7 \tau$ pour avoir $u_C = 0,999 E$.

Question

Montrer que les mêmes durées $4,6 \tau$ et $6,9 \tau$ sont indispensables pour décharger complètement un condensateur respectivement à 1‰ et à 1‰ près.

Récapitulation

	Durée t	0	τ	$4,6 \tau$	$6,9 \tau$
Charge	u_C	0	0,63 E	0,99 E	0,999 E
Décharge	u_C	E	0,37 E	0,01 E	0,001 E

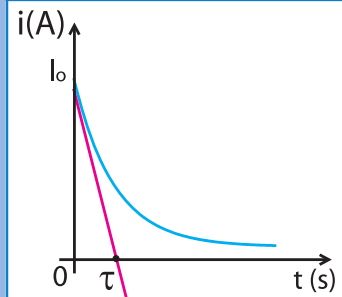


Fig.35a : Méthode de la tangente à l'origine (charge)

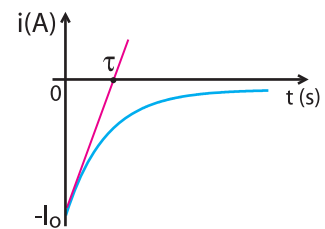


Fig.35b : Méthode de la tangente à l'origine (décharge)

L'essentiel

■ Un condensateur est un ensemble de deux plaques conductrices séparées par un isolant. Il se charge lorsqu'on établit entre ses bornes une tension continue et se décharge lorsqu'on le ferme sur un récepteur.

■ En désignant par q la charge portée par l'armature du condensateur vers laquelle est orienté le sens positif du courant, on a :

$$i = \frac{dq}{dt}$$

■ La capacité C est une grandeur mesurable caractérisant la faculté d'un condensateur à stocker une charge q sous une tension u :

$$q = C \cdot u$$

■ La capacité C d'un condensateur plan est proportionnelle à la surface S en regard des armatures et inversement proportionnelle à la distance e qui les sépare :

$$C = \epsilon \frac{S}{e}$$

où ϵ est la permittivité absolue du diélectrique.

■ Sous une tension u , un condensateur de capacité C emmagasine une énergie potentielle électrique :

$$E_c = \frac{1}{2} C u^2$$

■ Toute décharge d'un condensateur s'explique par une restitution d'énergie emmagasinée.

■ Un dipôle RC soumis à un échelon de tension E répond par une évolution de la tension u_c aux bornes du condensateur régie par la loi :

$$u_c(t) = E(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$

où $\tau = RC$ est la constante de temps du dipôle.

■ Quand un dipôle RC chargé est fermé sur lui même, la tension u_c aux bornes du condensateur, initialement égale à E , évolue selon la loi :

$$u_c(t) = E e^{-\frac{t}{\tau}}$$

■ La constante de temps $\tau = RC$ renseigne sur la rapidité de la charge et de la décharge du condensateur.

Exercices

Exercice résolu

ÉNONCÉ

Pour étudier la charge d'un condensateur ou sa décharge dans un résistor, on réalise le montage de la figure 1.

À l'aide d'un ordinateur, d'un capteur et d'une interface de saisie de données, on suit l'évolution temporelle de la tension u_C aux bornes du condensateur.

1°) En plaçant le commutateur dans la position 1, on obtient la courbe $u_C(t)$ de la figure 2.

a) Interpréter l'allure de la courbe $u_C(t)$ de la figure 2.

b) Déterminer graphiquement le temps mis par le condensateur pour se charger.

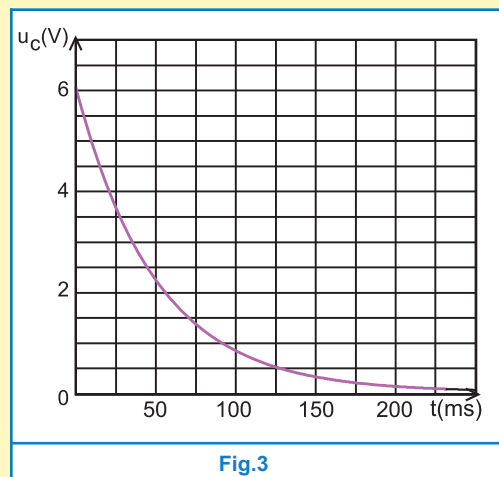
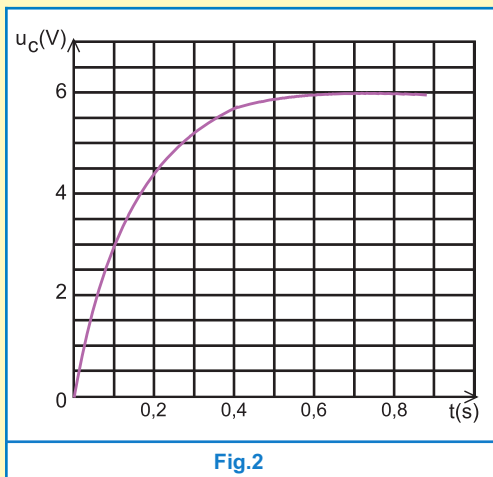
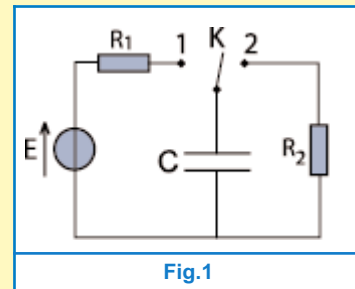
Pour cela on suppose que le condensateur est complètement chargé quand $u_C = E$ à 1% près.

2°) On bascule le commutateur dans la position 2, le condensateur se décharge complètement dans le résistor de résistance $R_2 = 1 \text{ k}\Omega$ au bout d'une durée $t = 250 \text{ ms}$. La courbe de décharge $u_C(t)$ est représentée sur la figure 3.

a) Interpréter l'allure de la courbe $u_C(t)$ obtenue lors de la décharge du condensateur à travers le résistor de résistance R_2 .

b) Déterminer graphiquement la constante de temps τ_2 et en déduire la valeur de la capacité C du condensateur.

3°) Déterminer la valeur de la résistance R_1 .



SOLUTION

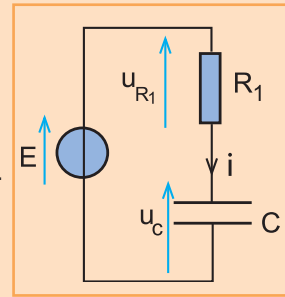
1° a) Quand le commutateur K est en position 1, c'est le circuit schématisé ci-contre qui est fermé.

Dans ce cas, la loi des mailles s'écrit : $u_C + u_{R_1} - E = 0$.

Avec $u_{R_1} = R_1 i$, $u_C = \frac{q}{C}$ et $i = \frac{dq}{dt}$. On a : $\tau_1 \frac{du_C}{dt} + u_C = E$, où $\tau_1 = R_1 C$.

On sait qu'une telle équation différentielle admet comme solution :

$u_C(t) = E(1 - e^{-\frac{t}{\tau_1}})$. A l'instant $t = 0$, $e^{-\frac{t}{\tau_1}} = 1$, donc $u_C = 0$. Quand t tend vers l'infini, u_C augmente exponentiellement vers E , ce qui explique l'allure de la courbe de charge

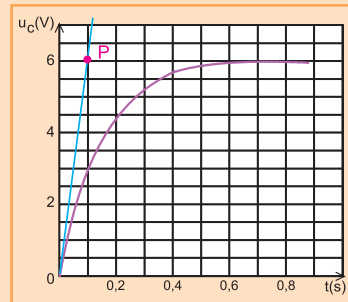


b) Soit θ la durée au bout de laquelle le condensateur est complètement chargé.

A $t = \theta$, $u_C \simeq E$ à 1% près, c'est-à-dire $u_C = 0,99 E$. Or $u_C(\theta) = E(1 - e^{-\frac{\theta}{\tau_1}})$, on a donc :

$0,99 E = E(1 - e^{-\frac{\theta}{\tau_1}})$, ce qui donne $\frac{\theta}{\tau_1} = 2 \log_{10}$, d'où : $\theta = 4,6 \tau_1 \simeq 5 \tau_1$.

En conséquence, déterminer graphiquement θ revient à déterminer τ_1 . On trace alors la tangente à la courbe de charge (Fig 2). au point d'abscisse $t = 0$, puis on projette son intersection P avec l'asymptote $u = E$ sur l'axe des temps comme il est indiqué dans la figure ci-contre. On obtient alors, $\tau_1 = 0,1$ s. Donc $\theta = 0,5$ s.



2° a) Quand le commutateur K est en position 2, c'est le circuit schématisé ci-contre qui est fermé. Dans ce cas la loi des mailles s'écrit : $u_C + u_{R_2} = 0$.

Avec le même sens positif du courant, utilisé dans la question 1 - a,

on a : $\frac{q}{C} + R_2 i = 0$ avec $i = \frac{dq}{dt}$.

On alors : $\tau_2 \frac{du_C}{dt} + u_C = 0$, où $\tau_2 = R_2 C$.

On sait qu'une telle équation différentielle admet comme solution :

$u_C(t) = E.e^{-\frac{t}{\tau_2}}$. A l'instant $t = 0$, $e^{-\frac{t}{\tau_2}} = 1$, donc $u_C = E$.

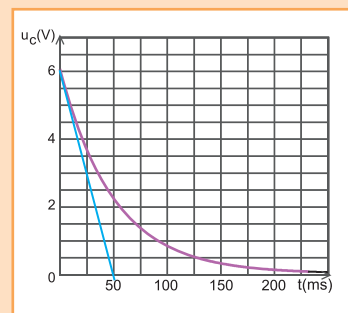
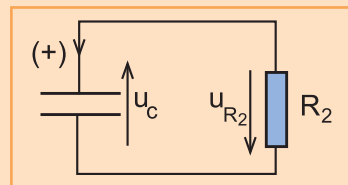
Quand t tend vers l'infini, u_C diminue exponentiellement vers zéro, ce qui explique l'allure de la courbe de décharge.

b) Le traçage de la tangente à la courbe de décharge de la figure 3,

donne : $\tau_2 = 50$ ms. Or, $\tau_2 = R_2 C$, d'où $C = \frac{\tau_2}{R_2}$.

Soit, numériquement $C = 50 \mu F$.

3°) On a $\tau_1 = R_1 C$. d'où $R_1 = \frac{\tau_1}{C}$. Soit, numériquement $R_1 = 2 k\Omega$.





Exercices à résoudre



Tests rapides des acquis

1

Items "vrai ou faux"

Evaluer les propositions suivantes par vrai ou faux.

- 1- Un condensateur chargé sous une tension U emmagasine une charge $q = CU$.
- 2- Un condensateur est caractérisé par sa capacité.
- 3- Un condensateur ne restitue jamais la même quantité d'énergie emmagasinée.
- 4- L'intensité i du courant est liée à la charge du condensateur par la relation: $i = \frac{dq}{dt}$.
- 5- Au cours de la charge d'un condensateur initialement déchargé, l'intensité i du courant est maximale au début et nulle à la fin.

- 6- L'intensité maximale du courant de charge est E/R .
- 7- Au début de la décharge, l'intensité du courant est nulle.
- 8- Pour déterminer la constante de temps $\tau = RC$, il suffit de tracer la tangente à l'origine à la courbe de décharge $u_C(t)$ au point d'abscisse $t = 0$ et de relever les coordonnées de son intersection avec l'axe des abscisses.
- 9- Un condensateur de charge $2q$ emmagasine l'énergie: $E_C = \frac{q^2}{2C}$.

2

Questions à Choix Multiples

Préciser pour chacune des questions suivantes, la proposition juste.

- I- Un condensateur chargé pendant 5s avec un générateur de courant d'intensité $I = 1,2 \text{ mA}$, emmagasine une charge Q égale à :
 - a- $8 \cdot 10^{-3} \text{ C}$;
 - b- $6 \cdot 10^{-3} \text{ C}$;
 - c- $5 \cdot 10^{-3} \text{ C}$.
- II- La charge q portée par chacune des armatures d'un condensateur de capacité C sous une tension u est quadruplée quand :
 - a- il est chargé sous une tension 2 fois plus grande que u .
 - b- il est chargé sous une tension 4 fois plus grande que u .
 - c- s'il a une capacité 4 fois plus petite que C .
- III- La constante de temps d'un circuit comportant un condensateur de capacité $C = 10 \mu\text{F}$ et un résistor de résistance R vaut 2ms. La valeur de la résistance R est :
 - a- $R = 20 \Omega$;
 - b- $R = 200 \Omega$;
 - c- $R = 2000 \Omega$.

- IV- La constante de temps τ d'un dipôle RC, est la durée au bout de laquelle le condensateur est :
 - a- complètement chargé ;
 - b- à moitié chargé ;
 - c- chargé à 63%.
- V- Quand on se propose de ralentir la décharge d'un condensateur de capacité C dans un conducteur ohmique de résistance R réglable, on doit :
 - a- diminuer R ;
 - b- augmenter la constante de temps tout en augmentant R ;
 - c- diminuer la constante de temps tout en diminuant R .
- VI- L'énergie emmagasinée par un condensateur portant une charge q est doublée quand on double :
 - a- la charge q ;
 - b- sa capacité C ;
 - c- la tension u à ses bornes.

Exercices d'application

3 Un condensateur plan est formé par deux feuilles en aluminium, de surface en regard $S = 1 \text{ m}^2$, séparées par un isolant de permittivité relative $\epsilon_r = 8$ et d'épaisseur $e = 0,1 \text{ mm}$.
1°) Calculer la capacité C du condensateur.
2°) Le condensateur est chargé sous une tension de 50 V , calculer l'énergie qui y est emmagasinée.

4 On charge un condensateur de capacité $C = 20 \text{ }\mu\text{F}$, initialement non chargé, avec un générateur de courant d'intensité $I = 1,8 \text{ }\mu\text{A}$.
1°) Déterminer la charge q acquise par le condensateur lorsque le circuit reste fermé pendant 10 secondes.
2°) Déterminer :
a) la tension u_{AB} aux bornes du condensateur à l'instant $t = 10 \text{ s}$.
b) L'énergie emmagasinée par le condensateur au bout de $t = 10 \text{ s}$.

5 Un condensateur de capacité $C = 3 \text{ }\mu\text{F}$ se charge à travers un résistor de résistance $R = 80 \text{ k}\Omega$ à l'aide d'un générateur de tension continue de f.e.m. $E = 12 \text{ V}$.
1°) Déterminer la valeur de la constante de temps τ du dipôle RC.
2°) a) Après une durée de 2 secondes que vaut la tension aux bornes du condensateur ?
b) Déterminer l'intensité du courant circulant dans le circuit du condensateur après une durée égale à 2 secondes.

6 Un générateur de tension de f.e.m. $E = 6 \text{ V}$ est associé en série avec un condensateur de capacité $C = 2 \text{ }\mu\text{F}$, un résistor de résistance $R = 10 \text{ k}\Omega$ et un interrupteur K .
1°) Calculer l'intensité du courant dans le circuit à l'instant où on ferme l'interrupteur K .
2°) Calculer la constante de temps τ du dipôle RC.
3°) Déterminer la durée nécessaire pour que la tension aux bornes du condensateur soit égale à $0,99 E$.
4°) Tracer approximativement la courbe $u_C(t)$.

7 L'acquisition de la tension aux bornes d'un condensateur au cours de sa charge, dans un circuit comprenant en série le condensateur, un résistor de résistance $R = 100 \text{ }\Omega$, un interrupteur K et un générateur de tension continue de f.e.m. $E = 5 \text{ V}$, a donné les valeurs suivantes :

$t(\mu\text{s})$	0	0,5	1	1,5	2	3	4	5
$u_C \text{ (V)}$	0	2,2	3,3	4	4,3	4,7	4,8	4,9

1°) Proposer un schéma pour le montage qui a servi à dresser ce tableau de mesures.
2°) Tracer le graphe traduisant les variations de u_C au cours du temps.
3°) Déterminer graphiquement la constante de temps τ du dipôle RC.
4°) En déduire la capacité C du condensateur.

8 L'équation différentielle, donnant la charge q dans un circuit fermé constitué d'un générateur de tension de f.e.m. E associé en série avec un dipôle RC, est :

$$0,12 \frac{dq}{dt} + q = 12 \cdot 10^{-5}$$

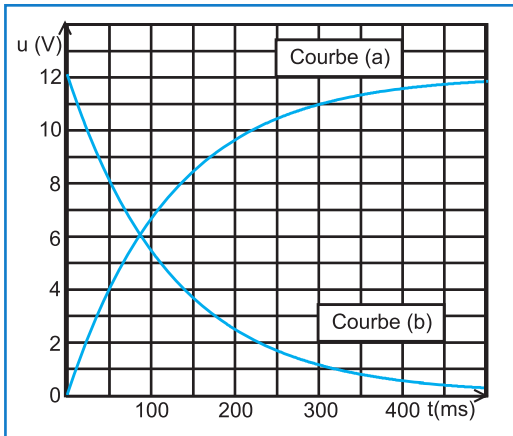
1°) Calculer la constante de temps τ .
2°) Sachant que $E = 12 \text{ V}$, déterminer la valeur de la résistance R .
3°) En déduire la valeur de la capacité C du condensateur.

Exercices de synthèse

9 On associe en série un générateur de tension de f.e.m. E avec un résistor de résistance R et un condensateur de capacité $C = 10 \text{ }\mu\text{F}$.
1°) Faire un schéma du montage et préciser les connexions à faire pour visualiser à l'aide d'un oscilloscope numérique, les tensions $u_C(t)$ et $u_R(t)$ respectivement aux bornes du condensateur et du résistor.
2°) Identifier les oscillogrammes de la figure ci-après.

3°) Déterminer à partir des oscillogrammes les valeurs de E et de la constante de temps τ du dipôle RC.

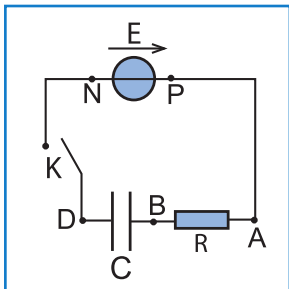
4°) En déduire la valeur de R .



10

On charge un condensateur de capacité $C = 22 \mu\text{F}$ selon le montage schématisé ci-dessous. Le générateur est une alimentation stabilisée délivrant une tension $E = 6 \text{ V}$; le conducteur ohmique a une résistance $R = 1 \text{ k}\Omega$.

À l'instant initial $t = 0$, le condensateur est déchargé et l'on ferme l'interrupteur K .



1°) En désignant par q la charge portée par l'armature B du condensateur.

Indiquer le sens arbitraire positif choisi pour avoir $i = \frac{dq}{dt}$.

2°) En appliquant la loi des mailles, déterminer l'équation différentielle vérifiée par $q(t)$.

3°) Cette équation différentielle admet pour solution: $q(t) = \alpha \cdot (1 - e^{-t/\beta})$ où α et β sont deux constantes.

a) Déterminer les expressions littérales de α et de β , puis calculer leurs valeurs numériques.

b) Exprimer l'intensité du courant de charge $i(t)$.

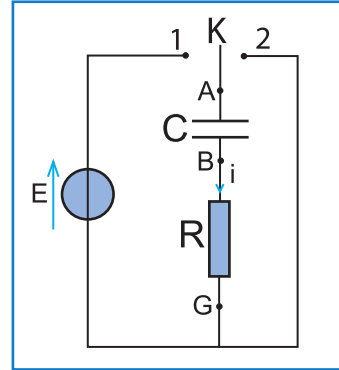
4°) a) Déterminer l'instant $t_{1/2}$ pour laquelle $q(t)$

est égale à $1/2 \cdot C \cdot E$. Comparer cet instant à la constante de temps τ .

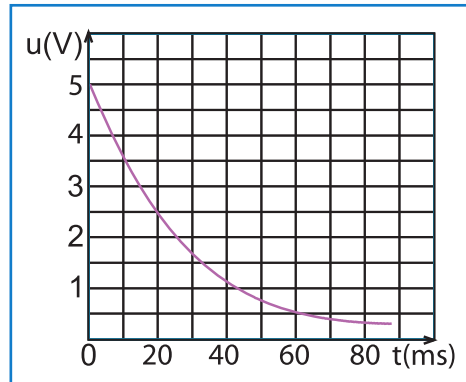
b) A quel instant t a-t-on $q = \frac{CE}{4}$?

11

Le montage de la figure ci-après permet d'étudier l'évolution de la tension u_{AB} aux bornes d'un condensateur de capacité C , en série avec un résistor de résistance R .



Une interface, reliée à un ordinateur, permet l'acquisition de la tension u_{AB} au cours du temps. Initialement, l'interrupteur K est en position 1 depuis longtemps.



1°) À l'instant $t = 0$, on place l'interrupteur k en position 2. Quel est l'état du condensateur à cet instant ?

2°) À quoi correspond la courbe ci-dessus ?

3°) Quelle est la manipulation à effectuer sur le circuit pour obtenir cette courbe ?

4°) En respectant l'orientation choisie, préciser le signe de l'intensité i du courant lors de la décharge du condensateur.

5°) Écrire la relation entre :

- l'intensité i du courant et la tension u_{BG} ,
- la charge q_A du condensateur et la tension u_{AB} ,
- l'intensité i du courant et la charge q_A ,
- les tensions u_{BG} et u_{AB} lors de la décharge.

6°) En appliquant la loi des mailles, montrer que l'équation différentielle vérifiée par la tension u_{AB} est : $\frac{1}{\alpha} \frac{du_{AB}}{dt} + U_{AB} = 0$,

avec α une constante que l'on exprimera en fonction des caractéristiques des différents dipôles du circuit de décharge.

12 Un condensateur de capacité $C = 5 \mu\text{F}$ est initialement chargé sous une tension $u_{AB} = U_0 > 0$.

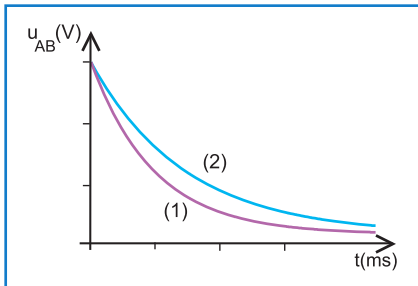
Le condensateur est inséré dans un circuit schématisé ci-contre.

Les réglages d'acquisition de la tension u_{AB} sont les suivants : 2,5ms / div et 2V / div

À l'instant $t = 0$, on ferme le circuit.

1°) Établir l'équation différentielle vérifiée par la tension u_{AB} .

2°) Avec un résistor de résistance $R_1 = 500 \Omega$, on obtient la courbe 1 représentée sur le graphe ci-dessous :



En effectuant la même opération avec un résistor de résistance R_2 , on obtient la courbe 2 du même graphe.

- Indiquer la valeur de U_0 .
- Déduire de l'examen des deux courbes la résistance la plus grande. Proposer une méthode de détermination de R_2 et la calculer numériquement.
- Calculer l'énergie emmagasinée par le condensateur lors de sa charge.
 - En déduire la valeur de l'énergie E_1 dissipée par effet Joule dans le résistor de résistance R_1

lorsque la décharge du condensateur est terminée.

c) Cette énergie E_1 varie t-elle si on remplace le résistor de résistance R_1 par celui de résistance R_2 ? Justifier la réponse.

13 Étude de texte

Le défibrillateur cardiaque

Le défibrillateur cardiaque est un appareil permettant d'appliquer un choc électrique sur le thorax d'un patient, dont les fibres musculaires du cœur se contractent de façon désordonnée (fibrillation). Cet appareil produit une impulsion électrique de très haute énergie à travers la poitrine d'un patient afin de relancer les battements de son cœur.

Un tel défibrillateur connu sous le nom de circuit à choc exponentiel tronqué comprend notamment un condensateur de capacité $C = 32 \cdot 10^{-6} \text{ F}$, chargé sous une haute tension U égale à 5kV environ. La libération de l'énergie emmagasinée par le condensateur en une dizaine de millisecondes par deux électrodes posées sur le thorax du patient entraîne un choc électrique. La résistance électrique du thorax doit être prise en compte.

Chez l'adulte, elle est évaluée à 75 ohms en moyenne, valeur mesurée par le difibrillateur grâce à des courants de faible intensité. La connaissance de la valeur de la résistance de la cage thoracique avant le choc permet de choisir le niveau d'énergie du choc électrique adapté au patient, c'est-à-dire l'énergie nécessaire pour relancer les battements avec le moins d'effets d'élèteres.

Questions

- Montrer que le défibrillateur et le thorax peuvent être assimilés à un circuit RC.
- Calculer la constante de temps τ du circuit.
- Calculer l'ordre de grandeur de l'énergie emmagasinée par le condensateur d'un défibrillateur cardiaque.
- Trouver une explication à l'expression "circuit à choc exponentiel tronqué" utilisée dans le texte.

Fiche technique

MESURE D'UNE TENSION CONTINUE AUX BORNES D'UN CONDENSATEUR

1. Utilisation d'un voltmètre

On sait que le voltmètre est un appareil de mesure de très grande résistance interne R_V . monté dans un circuit, il est équivalent à un conducteur ohmique de résistance égale à sa résistance interne R_V . Lorsqu'on le branche aux bornes d'un condensateur chargé, celui-ci se trouve fermé sur un conducteur ohmique de résistance R_V . Par conséquent, il y a risque de décharge non négligeable du condensateur dans le voltmètre, ce qui fausse la mesure. Effectivement, la perturbation apportée par un voltmètre lorsqu'on mesure la tension aux bornes d'un condensateur est souvent importante et peut même la rendre impossible. La résistance d'un voltmètre numérique est en général voisine de $10\text{ M}\Omega$ sur tous les calibres ; celle d'un voltmètre à aiguille est le plus souvent de l'ordre de $20\text{ k}\Omega$ par volt, c'est-à-dire qu'utilisé sur le calibre 10 V par exemple, la résistance du voltmètre est $200\text{ k}\Omega$. Le voltmètre, de résistance R_V , connecté aux bornes d'un condensateur de capacité C , le décharge avec la constante de temps $R_V C$. Pour faire des mesures de tension correctes, il faut que cette décharge soit négligeable. Pour cela, on ne peut pas jouer vraiment sur le temps de mesure dont la possibilité de réduction est limitée. Cependant, on peut jouer sur la valeur de $R_V C$, et ce en cherchant à ce qu'elle soit suffisamment élevée :

Solution particulière :

Pour les condensateurs de capacité très grande, le problème est pratiquement résolu par l'utilisation d'un voltmètre numérique.

Exemple : avec $C = 5600\text{ }\mu\text{F}$ et $R_V = 10\text{ M}\Omega$, la constante de temps vaut 56000 s , ce qui rend la perturbation apportée par le voltmètre très faible. La difficulté sera par contre de déterminer avec précision la capacité du condensateur. En effet pour les fortes capacités, les condensateurs sont chimiques et la valeur indiquée par le fabricant est souvent minorée de 20 à 40% voire plus. Mesurer les capacités de ces condensateurs n'est souvent pas à la portée des capacitèmentres courants.

Solution "idéale" :

La meilleure méthode d'amélioration de R_V consiste à interposer entre le condensateur et le voltmètre un montage suiveur de tension. Réalisé avec le circuit intégré TL081, la résistance du dispositif de mesure atteint alors $10^{12}\text{ }\Omega$ environ. Ainsi, avec même un condensateur de capacité trop petite, la mesure sera valable.

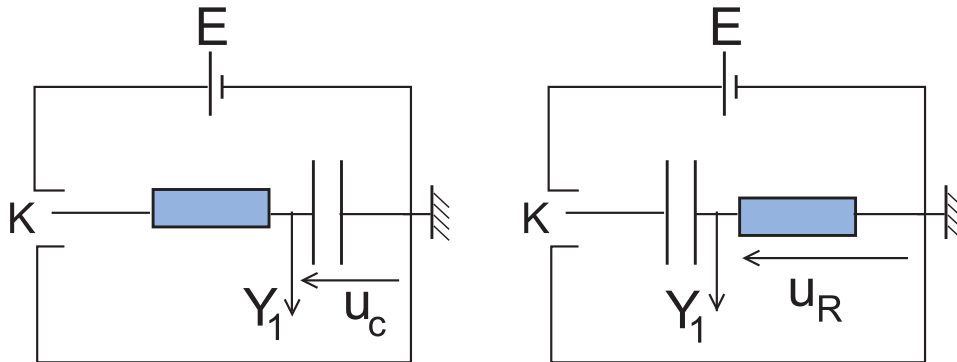
Exemple : avec $C = 10\text{ nF}$, on aura une constante de temps de l'ordre de 10^4 s , ce qui laissera le temps de faire la mesure !

Attention : un suiveur réalisé avec un 741 a une résistance d'entrée de l'ordre de $1\text{ M}\Omega$, ce qui, si on l'associe à un voltmètre numérique, dégrade les performances de celui-ci.

2 Utilisation d'un oscilloscope à mémoire

L'oscilloscope est caractérisé par une grandeur appelée impédance d'entrée de valeur courante ($1\text{ M}\Omega$, 50 pF), ce qui signifie que la connexion d'un oscilloscope aux bornes d'un dipôle revient à connecter en parallèle aux bornes de ce dipôle, un conducteur ohmique de résistance $1\text{ M}\Omega$ et un condensateur de capacité 50 pF .

Pour faire l'étude de la charge du condensateur à l'aide d'un oscilloscope à mémoire, deux montages sont à priori utilisables :



Supposons $R = 20\text{ k}\Omega$ et $C = 125\text{ nF}$. Considérons l'entrée de l'oscilloscope comme une résistance R_{osc} égale à $1\text{ M}\Omega$. Les 50 pF sont négligeables devant la capacité du dipôle RC. Dans la situation schématisée à gauche, on montre que, lorsque le commutateur k est en position 1, la tension aux bornes du condensateur s'écrit :

$$u = \frac{R_{\text{osc}}}{R + R_{\text{osc}}} E \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) \text{ avec } \tau = \frac{R R_{\text{osc}}}{R + R_{\text{osc}}} C$$

Avec les valeurs proposées, u aux bornes du condensateur tend vers E à 2% près et la constante de temps de la charge est inférieure à RC de 2% également ce qui reste acceptable.

A la décharge on a la même constante de temps. Mais dès que le commutateur K est ouvert, le condensateur se décharge dans l'oscilloscope avec une constante de temps $R_{\text{osc}}C$ égale à 125 ms . Autrement dit, compte tenu du temps de basculement du commutateur K , le condensateur sera déchargé avant que le commutateur n'ait basculé. On n'enregistre pas la décharge du condensateur avec ce montage ! Le seul remède consiste à relier le condensateur à l'oscilloscope à travers un suiveur de tension.

Le montage de droite est utilisable si on veut éviter le suiveur de tension. La tension aux bornes du condensateur s'obtient évidemment en remarquant que $u_C = E - u_R$.

Il reste l'erreur de 2% sur la constante de temps mais le condensateur ne se décharge pas pendant la manœuvre du commutateur.

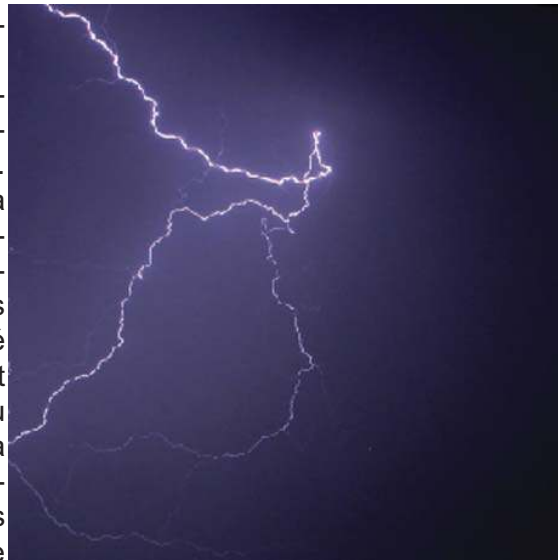
D'après web.ac-reims.fr/datice/sc_physiques/docs/lyc/T/RC.doc

En savoir plus

La foudre et les paratonnerres

En météorologie, la foudre est cette décharge électrique qui se produit au cours d'un orage, accompagnée d'une vive lumière connue sous le nom d'éclair et d'une vague sonore sous forme de détonations constituant ce qu'on appelle le tonnerre. Effectivement, l'éclair est une manifestation lumineuse, subite et passagère à travers le ciel, d'une décharge électrique qui se produit entre des nuages chargés de pluie, ou bien entre un nuage chargé de pluie et la Terre. Il apparaît sous forme d'une ligne brisée ou d'un arc lumineux, parfois long de plusieurs kilomètres, qui s'étend entre les points de décharge.

On ne sait pas vraiment comment les nuages orageux se chargent, mais la plupart le sont négativement à la base et positivement à leur sommet. La plupart des météorologues pensent que la glace est un facteur nécessaire, car, généralement, un éclair ne se produit que lorsqu'il y a formation de glace dans la couche supérieure des nuages orageux. Des expériences ont montré que, quand des solutions diluées d'eau sont gelées, la glace se charge négativement et l'eau se charge positivement. Si, après le début de la congélation, l'air ascendant sépare les gouttelettes d'eau des particules gelées, les gouttelettes se concentrent dans la partie supérieure du nuage



et les particules plus grosses de glace tombent à la base. Par ailleurs, des expériences ont également montré que les grosses gouttes d'eau qui tombent rapidement se chargent négativement, alors que les petites gouttes qui tombent lentement se chargent positivement. La polarisation d'un nuage orageux peut donc être due à la différence de vitesse à laquelle tombent les grandes et les petites gouttes de pluie. De quelque façon qu'elle se forme, la charge négative à la base du nuage induit une charge positive sous elle, sur la Terre, qui agit comme la seconde plaque d'un énorme condensateur. Quand le potentiel électrique entre deux nuages ou entre un nuage et la Terre atteint une valeur suffisamment élevée (environ 10 000 V par cm), l'air s'ionise le long d'un passage étroit, et un éclair se forme. De nombreux météorologues croient que c'est de cette façon qu'une décharge négative est transportée vers le sol, et que la charge négative totale de la Terre est maintenue.

La foudre est très dangereuse ; elle est plus dangereuse même que les tornades et les ouragans. Elle tue chaque année, de nombreuses personnes et provoque notamment de nombreux feux de forêts. Il convient alors de prendre quelques précautions lorsque l'on se trouve sous un orage, pour pouvoir s'abriter. Il faut éviter de rester sous un arbre isolé. À cause de leur hauteur, les arbres sont susceptibles d'être frappés par la foudre, et sont donc dangereux pendant de violents orages électriques. Le plus sûr pour une personne qui se trouve à l'extérieur pendant un orage est de se mettre à l'intérieur d'une voiture à structure d'acier, ou de rester allongée par terre, à l'extérieur.

Les bâtiments sont protégés grâce à des tiges métalliques placées au-dessus de la partie la plus haute du toit, et reliées au sol, appelées paratonnerres. Ces tiges forment un passage de faible résistance pour la foudre, et donc l'empêche de passer à travers la structure elle-même. Les lignes haute tension et les appareils radio, équipés d'antennes extérieures, sont protégés contre les éclairs grâce à des paratonnerres spéciaux, qui consistent en un petit espace rempli de gaz entre la phase et la masse. Cet espace offre une grande résistance aux tensions ordinaires, mais la foudre, qui a un potentiel de dizaines de millions de volts, ionise le gaz offrant un chemin de faible résistance pour cette décharge.

Toutefois, les éclairs ont des effets positifs. Le sol est enrichi par l'azote qui est libéré de l'atmosphère par les éclairs, et transporté vers le sol par la pluie. Certains scientifiques pensent que les éclairs ont été un élément clé dans l'origine de la vie sur Terre, créant à partir d'éléments simples des composés chimiques complexes qui ont donné naissance à la matière vivante.

D'après Encarta 2006

Objectifs

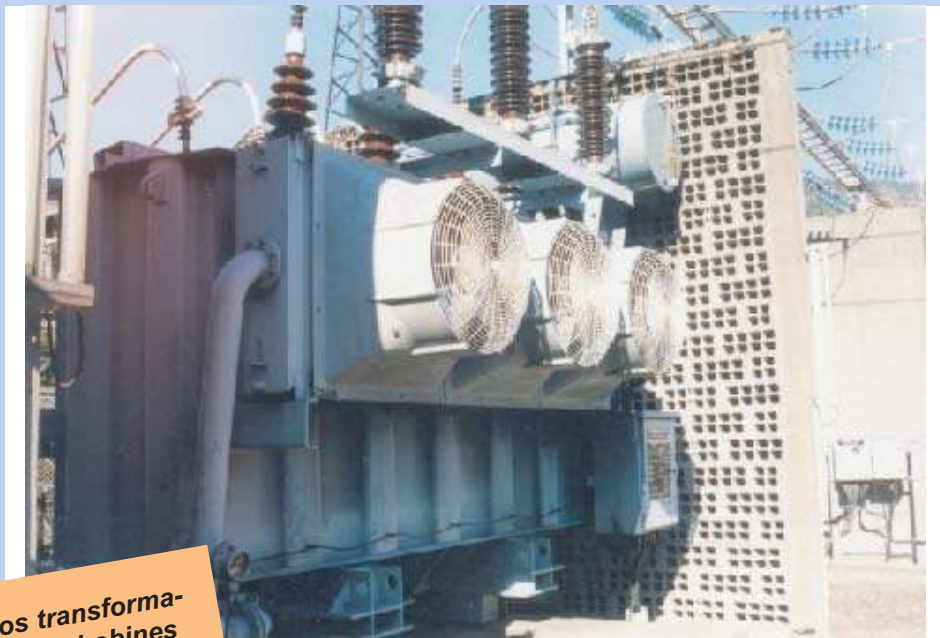
- ◆ Mettre en évidence expérimentalement le phénomène d'induction électromagnétique.
- ◆ Appliquer la loi de Lenz.
- ◆ Reconnaître les facteurs dont dépend la f.e.m. d'auto-induction.
- ◆ Calculer l'énergie emmagasinée dans un solénoïde.
- ◆ Établir, pour un dipôle RL soumis à un échelon de tension, l'équation différentielle qui régit les variations de l'intensité i du courant parcourant la bobine en fonction du temps.
- ◆ Déterminer graphiquement la constante de temps $\tau = \frac{L}{R}$ à partir de la courbe $u_L(t)$ d'un dipôle RL.

Prérequis

SAVOIR	SAVOIR FAIRE
<ul style="list-style-type: none"> ◆ Définir un champ magnétique. ◆ Définir une ligne de champ magnétique. ◆ Définir le vecteur champ magnétique. ◆ Définir un champ magnétique uniforme. ◆ Enumérer les caractéristiques d'un champ magnétique créé par un courant continu circulaire (solénoïde). 	<ul style="list-style-type: none"> ◆ Identifier les pôles d'un aimant et les faces d'une bobine. ◆ Mettre en évidence expérimentalement l'existence d'un champ magnétique. ◆ Déterminer les caractéristiques d'un vecteur champ magnétique. ◆ Reconnaître un champ magnétique uniforme à partir de la forme de son spectre.

LA BOBINE LE DIPÔLE RL

2



Même les gros transformateurs utilisent des bobines

- ◆ Pourquoi, les transformateurs ne peuvent pas être utilisés en courant continu ?
- ◆ Comment fonctionnent les ralentisseurs électromagnétiques des véhicules “poids lourds” ?

L'INDUCTION ÉLECTROMAGNÉTIQUE

Une bobine est un dipôle électrocinétique constitué d'un enroulement dans le même sens, de fil conducteur recouvert d'un vernis isolant. De ce fait, elle a une résistance électrique interne. Un tel dipôle placé dans un circuit électrique, se comporte-t-il alors comme un résistor vis à vis du courant électrique ?

La bobine est-elle, comme le condensateur, un réservoir d'énergie ?

1 LE PHÉNOMÈNE D'INDUCTION ÉLECTROMAGNÉTIQUE

1.1- PRODUCTION D'UN COURANT INDUIT PAR DÉPLACEMENT RELATIF D'UN AIMANT ET D'UNE BOBINE

Manipulation

♦ Expérience 1

On réalise le montage de la figure 1, comportant une bobine reliée à un milliampèremètre à zéro central, sensible aux courants très brefs.

- En approchant l'un des pôles d'un barreau aimanté de l'une des faces de la bobine, l'aiguille du milliampèremètre dévie dans un sens (Fig.2a). L'aiguille du milliampèremètre retourne à zéro dès que cesse le déplacement de l'aimant.

- En éloignant l'aimant de la bobine, l'aiguille du milliampèremètre dévie de nouveau, mais dans le sens contraire (Fig.2b).

Les mêmes observations sont faites quand, au lieu de déplacer l'aimant, on le maintient fixe et on déplace la bobine suivant son axe disposé parallèlement au grand axe de l'aimant.

Remarque

On réussirait mieux toutes ces expériences si l'on disposait d'un galvanomètre balistique au lieu du milliampèremètre à zéro central.

♦ Expérience 2

On réalise le circuit fermé, schématisé par la figure 3, comportant une bobine (B_1) et un résistor de résistance R .

Les deux bornes du dipôle sont reliées à l'entrée Y_1 d'un oscilloscope à mémoire. On peut visualiser ainsi l'évolution temporelle de la tension u_R aux bornes du résistor.

- En approchant le pôle nord de l'aimant de l'une des faces de la bobine, l'oscilloscope mémorise sur son écran le chronogramme 1 de la figure 4a.

- La bobine et l'aimant étant maintenus dans les mêmes dispositions, quand on éloigne l'un de l'autre, on obtient l'oscillo-

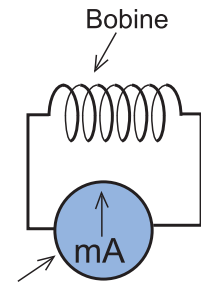


Fig.1 : Bobine en circuit fermé

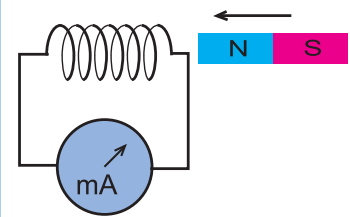


Fig.2a : Approche de l'aimant

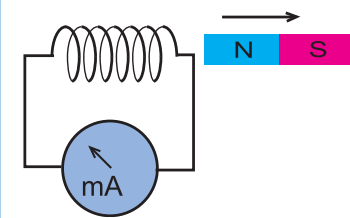


Fig.2b : Eloignement de l'aimant

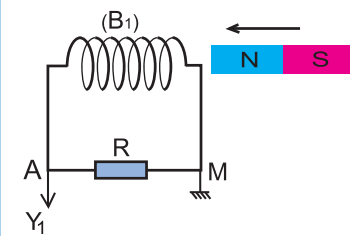


Fig.3 : Bobine fermée sur un résistor

gramme 2 de la figure 4b.

- En approchant de nouveau, mais d'une manière plus rapide, le pôle nord de l'aimant de l'une des faces de la bobine, on obtient la même forme d'oscillogramme, avec un pic plus prononcé.

Questions

1°) Que se passe-t-il, au niveau d'une bobine en circuit fermé, lors d'un déplacement relatif aimant-bobine ?

2°) Justifier le recours à $u_R(t)$, dans l'expérience 2, pour suivre l'évolution de l'intensité i du courant circulant dans le circuit de la bobine.

3°) D'après les observations des expériences 1 et 2, énumérer les facteurs dont dépendent les propriétés du phénomène qui se produit dans une bobine en circuit fermé par un déplacement relatif aimant-bobine.

Conclusion

Avec un déplacement relatif bobine-aimant, on peut produire un courant électrique dans la bobine en circuit fermé. Un tel courant électrique est appelé courant induit, alors que l'aimant est appelé inducteur.

L'intensité du courant induit est d'autant plus grande que le déplacement relatif bobine-aimant est plus rapide.

1.2- AUTRE MODE DE PRODUCTION DU COURANT INDUIT

Manipulation

On garde le montage de la figure 3 et on remplace l'aimant par un solénoïde (B_2), de diamètre plus grand que celui de la bobine (B_1), relié à un générateur de tension variable (un GBF par exemple) et on y introduit la bobine (B_1) comme dans la figure 5. Ayant déjà utilisé l'entrée Y_1 de l'oscilloscope pour visualiser $u_R(t)$, on utilise l'entrée Y_2 pour visualiser la tension $u(t)$ délivrée aux bornes du générateur.

En appliquant, aux bornes du solénoïde (B_2) une tension sinusoïdale, on observe aux bornes de la bobine (B_1) une tension de forme semblable (Fig.6).

Remarque

Si l'on refait la même expérience tout en remplaçant le GBF par un générateur de tension continue, il ne se passe plus rien dans la bobine (B_1), une fois le courant y est établi.

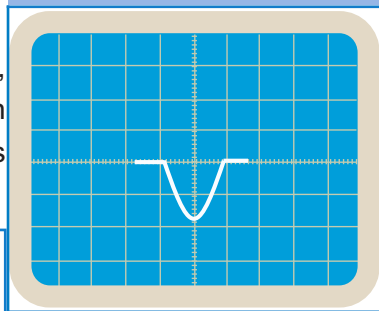


Fig.4a : Oscillogramme 1

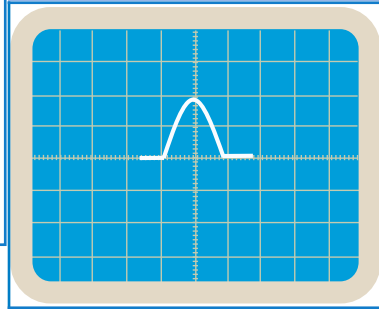


Fig.4b : Oscillogramme 2

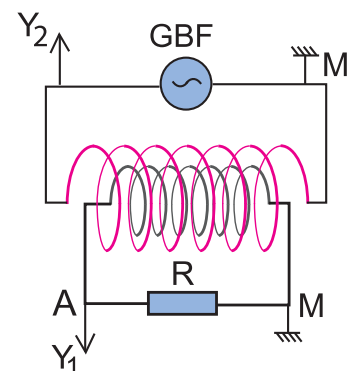


Fig.5 : Influence d'une bobine parcourue par un courant sinusoïdal

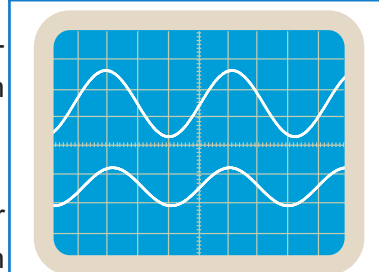


Fig.6 : Oscillogrammes aux bornes des bobines (B_1) et (B_2)

Question

Interpréter l'apparition du courant induit dans le circuit de la bobine (B_1).

Constatation

La variation de l'intensité du courant électrique dans une bobine produit un courant induit dans une autre bobine en circuit fermé à proximité de la première.

Le courant électrique variable, qui est à l'origine du courant induit, est appelé courant inducteur, tandis que le circuit dans lequel il circule est appelé circuit inducteur.

Interprétation

Lorsqu'une bobine est à proximité d'un aimant, elle est évidemment dans le champ magnétique de l'aimant. Par suite, tout déplacement relatif bobine-aimant fait varier les caractéristiques du champ où se trouve instantanément la bobine.

Lorsque la même bobine est placée dans une autre bobine parcourue par un courant électrique variable, elle se trouve aussi dans un champ magnétique variable. Il s'avère alors que, dans les deux cas étudiés expérimentalement, le courant induit produit dans le circuit fermé de la bobine est dû à une variation des caractéristiques du champ magnétique où baigne cette bobine, d'où la dénomination du champ magnétique variable comme étant le champ magnétique inducteur.

Conclusion

Toute variation de champ magnétique crée dans un circuit électrique fermé situé à proximité du champ, un courant électrique appelé courant induit : c'est le phénomène d'induction électromagnétique.

Le courant induit est d'autant plus intense que la variation locale des caractéristiques du champ inducteur est plus rapide.

Le sens du vecteur champ magnétique inducteur est un facteur dont dépend le sens du courant induit.

2 LOI DE LENZ

Manipulation

On refait l'expérience 2 du paragraphe 1-1, mais en orientant le pôle sud (au lieu du pôle nord) de l'aimant vers la même face de la bobine (Fig.7a et 7b).

On obtient alors les oscillogrammes des figures 7c et 7d.

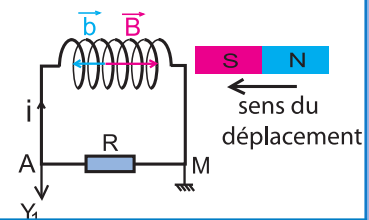


Fig.7a : Le pôle sud de l'aimant s'approche de la bobine

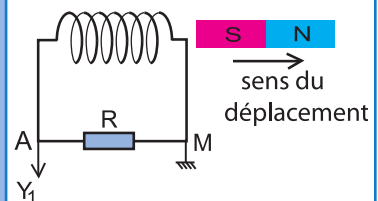


Fig.7b : Le pôle sud de l'aimant s'éloigne de la bobine

Questions

1°) A l'aide des oscillogrammes 7c et 7d de la figure 7, préciser le signe de u_R dans chacun des cas 7a et 7b ; en déduire dans chaque cas le sens du courant induit parcourant la bobine.

2°) Représenter dans chacun des cas 7a et 7b, le vecteur champ magnétique \vec{b} créé par le courant induit à l'intérieur de la bobine et déduire le nom de la face que la bobine présente à l'aimant.

3°) Identifier, parmi les cas 4a et 4b de l'expérience 2 du paragraphe 1, celui où le courant induit a le même sens que :

- le courant induit du cas présent 7c.
- le courant induit du cas présent 7d.

4°) Montrer que dans chaque cas, le courant induit s'oppose par son sens de circulation dans la bobine, au sens de déplacement de l'aimant ainsi qu'au signe de variation de la valeur du vecteur champ magnétique inducteur à proximité de la bobine

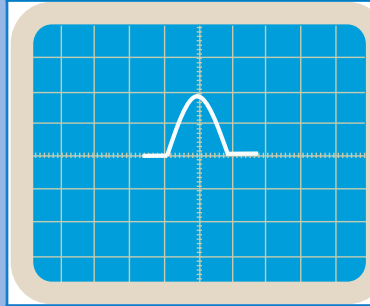


Fig.7c : Oscillogramme relatif à l'expérience 7a.

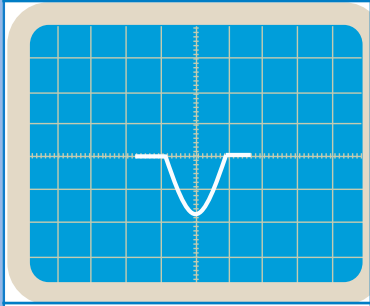


Fig.7d : Oscillogramme relatif à l'expérience 7b.

Interprétation

Lorsqu'on approche le barreau aimanté de la bobine, parallèlement à son grand axe tel que dans le cas 7a (par son pôle sud) ou dans le cas 2a de l'expérience 1 du paragraphe 1.1, le vecteur champ inducteur \vec{B} à l'intérieur de la bobine augmente en valeur mais tout en étant orienté dans un sens ou bien dans l'autre.

Suivant ce sens, le courant induit circule dans la bobine dans un sens ou bien dans l'autre.

Expérience		
Sens de \vec{B}	de l'aimant vers la bobine	de la bobine vers l'aimant
Valeur de \vec{B}	$\ \vec{B}\ $ augmente	
Sens du courant induit	La bobine présente sa face nord au pôle nord de l'aimant	La bobine présente sa face sud au pôle sud de l'aimant
Effets du sens du courant induit	La bobine présente à l'aimant la face de même nom que le pôle de l'aimant qui est de son côté : répulsion bobine-aimant Ayant le sens contraire de celui de \vec{B} , le vecteur champ \vec{b} créé par le courant induit s'oppose à l'augmentation de $\ \vec{B}\ $.	

Question

Traiter de la même manière le cas 7b précédent et le cas 2b de l'expérience 1 du paragraphe 1.1 où le courant induit est produit par un éloignement de l'aimant par rapport à la bobine et dégager les effets du sens du courant induit.

En effet, comme on vient de dégager que le fait d'approcher l'aimant de la bobine provoque une répulsion aimant-bobine, on montre que le fait d'éloigner l'aimant de la bobine entraîne par contre une attraction aimant-bobine. De même, le fait qu'en éloignant l'aimant de la bobine, la valeur du vecteur champ inducteur \vec{B} à l'intérieur de la bobine diminue, le champ magnétique créé par le courant induit est tel que le vecteur champ \vec{b} prend plutôt le même sens que \vec{B} afin de compenser la diminution de la valeur de ce dernier.

Remarque

Le champ magnétique créé par le courant induit est appelé champ induit.

Conclusion : la loi de Lenz

Le courant induit a un sens tel qu'il s'oppose par ses effets à la cause qui lui donne naissance.

3 LA FORCE ÉLECTROMOTRICE D'INDUCTION

On sait que la circulation d'un courant électrique dans un circuit fermé demande la présence d'un générateur. Grâce à la f.e.m. (force électromotrice) qu'il possède, ce dernier fournit le courant au circuit extérieur. Cependant, on vient de découvrir que le courant induit est produit sans aucun générateur. Donc, il est dû à une f.e.m. délocalisée ; elle est là, partout dans le circuit induit. Elle prend naissance dans le circuit avec la cause et cesse avec la cause. Si le circuit induit est ouvert, la f.e.m. se manifeste par l'apparition d'une tension à ses bornes. Cette force électromotrice est appelée force électromotrice d'induction ou force électromotrice induite.

4 L'AUTO-INDUCTION

4.1- MISE EN ÉVIDENCE DU PHÉNOMÈNE D'AUTO-INDUCTION

Manipulation

On réalise le montage de la figure 8, comportant deux dérives ; la première est constituée d'un conducteur ohmique

de résistance ajustable R et d'une lampe L_1 ; la seconde est constituée d'une bobine à noyau de fer doux et d'une lampe L_2 . Les deux lampes sont identiques ; le conducteur ohmique et la bobine ont la même résistance R . En fermant l'interrupteur K , on constate que :

- la lampe L_1 brille tout de suite,
- la lampe L_2 n'atteint son éclat maximal (identique à celui de L_1) qu'avec un retard de quelques millièmes de secondes.

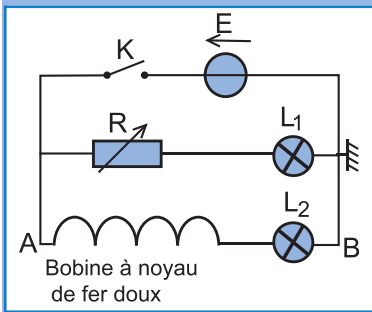


Fig.8 : Schéma du montage

Questions

- 1°) A la fermeture de l'interrupteur K , les deux lampes sont-elles parcourues par des courants électriques de même intensité ?
- 2°) Quelle est l'influence de la bobine sur l'intensité du courant dans la lampe L_2 , lors de la fermeture du circuit ?

Interprétation

Lors de la fermeture de l'interrupteur K , il y a variation de l'intensité du courant électrique dans la bobine de zéro à une valeur I non nulle, et par suite, variation du vecteur champ magnétique propre de la bobine, celle-ci produit un courant induit qui, conformément à la loi de Lenz, s'oppose à la variation de l'intensité du courant dans la branche AB .

Une telle induction électromagnétique due à une variation du vecteur champ magnétique propre de la bobine (le circuit induit est lui-même le circuit inducteur) est appelée auto-induction. Dans ce cas particulier, la f.e.m. qui est à l'origine du courant induit est appelée f.e.m. d'auto-induction (ou f.e.m. auto-induite).

Conclusion

Une bobine ne se comporte pas comme un conducteur ohmique. Placée dans un circuit fermé, elle s'oppose aux variations de l'intensité du courant électrique qui y circule.

4.2- LA FORCE ÉLECTROMOTRICE D'AUTO-INDUCTION

Manipulation

On réalise le montage de la figure 9, comportant en série, un résistor de résistance R_0 , une bobine longue (B_1) de résistance r négligeable devant R_0 et un générateur de tension variable (GBF) dont la masse est isolée de la terre (masse flottante).

On relie les points A et C respectivement aux voies Y_1 et Y_2 d'un oscilloscope bicourbe (Fig 10).

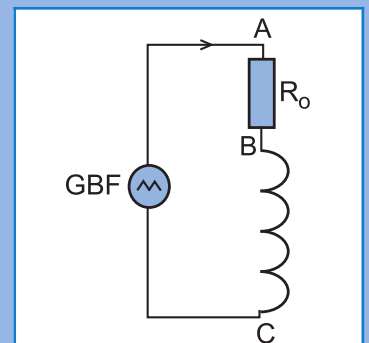


Fig.9 : Schéma du montage

On visualise simultanément la tension u_{AB} aux bornes du résistor sur la voie Y_1 et la tension u_{BC} aux bornes de la bobine (B_1) sur la voie Y_2 de l'oscilloscope au lieu de u_{CB} (Fig.11), et ce en appuyant sur le bouton **INV** de Y_2 .

Questions

- 1°) Donner les expressions des tensions u_{AB} et u_{BC} .
- 2°) Par exploitation des oscillogrammes de la figure 11, exprimer les tensions u_{AB} et u_{BC} , entre les instants $t_1 = 0$ et $t_2 = \frac{T}{2}$, en fonction du temps.

En déduire l'expression de la f.e.m. d'auto-induction en fonction de l'intensité i du courant parcourant la bobine.

Interprétation

Comme celle délivrée aux bornes du générateur BF, la tension u_{AB} aux bornes du résistor est une tension triangulaire (Fig.11). D'après la loi d'Ohm, $u_{AB} = R_0 i$, d'où $i = \frac{u_{AB}}{R_0}$. Donc, le courant débité par le générateur BF dans le circuit extérieur constitué par le résistor de résistance R_0 et la bobine est un courant variable d'intensité $i(t)$ et de forme triangulaire.

Étant parcourue par un courant d'intensité variable i , la bobine est le siège d'une f.e.m. d'auto-induction e . Par conséquent, en convention récepteur, la tension aux bornes de la bobine s'écrit : $u_{BC} = -e + r i$. En négligeant r devant e on aura :

$$u_{BC} \simeq -e.$$

La forme de l'oscillogramme de la figure 11 montre que u_{BC} est une tension carrée :

- Pour $t \in [nT, nT + \frac{T}{2}]$ avec n entier, $u_{BC} = +U_0$; Donc $e = -U_0$.
- Pour $t \in [nT + \frac{T}{2}, (n+1)T]$, $u_{BC} = -U_0$; Donc $e = +U_0$.

On peut écrire alors : $e = \pm U_0$ (1)

La f.e.m. d'auto-induction e est due aux variations de i .

Quelle relation y a-t-il alors entre e et i ?

Pour établir l'expression de $i(t)$, il suffit d'établir celle de $u_{AB}(t)$:

- Pour $t \in [nT, nT + \frac{T}{2}]$, $u_{AB} = a_1 t + b_1$. Donc : $i = \frac{u_{AB}}{R_0} = \frac{a_1}{R_0} t + \frac{b_1}{R_0}$.
- Pour $t \in [nT + \frac{T}{2}, (n+1)T]$, $u_{AB} = a_2 t + b_2$. Donc : $i = \frac{a_2}{R_0} t + \frac{b_2}{R_0}$.

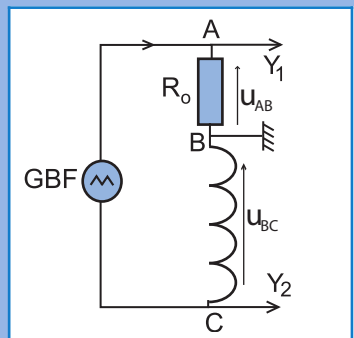


Fig.10 : Schéma du branchement de l'oscilloscope

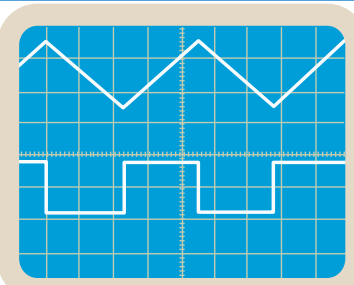


Fig.11 : Oscillogrammes des tensions u_{AB} et u_{BC}

Or $a_2 = -a_1$, il vient : $i = -\frac{a_1}{R_o}t + \frac{b_2}{R_o}$. Donc, $\frac{di}{dt} = \pm \frac{a_1}{R_o}$. (2)

Les équations (1), (2) et la loi de Lenz donnent : $\frac{e}{(\frac{di}{dt})} = -U_o \frac{R_o}{a_1}$.

Ce qui signifie : $e = -L \frac{di}{dt}$, où $L = U_o \frac{R_o}{a_1}$ est une constante positive appelée inductance.

Définition

L'inductance est une grandeur caractérisant l'aptitude d'une bobine à modérer les variations de tout courant électrique qui y circule.

Dans le système international d'unités, l'inductance s'exprime en henry[⊙] (H).

Dans l'expression $(-L \frac{di}{dt})$, le signe (-) traduit la loi de Lenz :

- Quand i croît, $L \frac{di}{dt} > 0$. Donc, $e < 0$: la f.e.m. d'auto-induction s'oppose à l'augmentation de l'intensité du courant.

- Quand i décroît, $L \frac{di}{dt} < 0$. Donc, $e > 0$: la f.e.m. d'auto-induction s'oppose à la diminution de l'intensité du courant.

⊙ Nom dédié au physicien américain Joseph Henry (1797-1878)

Conclusion : Expression de la f.e.m. d'auto-induction

Toute bobine d'inductance L parcourue par un courant électrique d'intensité i variable est le siège d'une force électromotrice appelée force électromotrice auto-induite (ou d'auto-induction) $e = -L \frac{di}{dt}$.

4.3- FACTEURS DONT DÉPEND L'INDUCTANCE D'UNE BOBINE

Manipulation

On refait l'expérience du paragraphe 4.2, mais en fixant la fréquence de la tension d'alimentation à une autre valeur et en utilisant respectivement les bobines (B₁), (B₂), (B₃) et (B₄) :

Bobine	(B ₁)	(B ₂)	(B ₃)	(B ₄)
N	500	500	500	250
ℓ (cm)	20	30	20	20
D (cm)	10	10	15	10

N : nombre total de spires,

ℓ : longueur de la bobine,

D : diamètre moyen de la bobine.

En gardant les mêmes sensibilités de l'oscilloscope, on obtient les oscillogrammes des figures 12.a, 12.b, 12.c et 12.d correspondant respectivement aux bobines (B₁), (B₂), (B₃) et (B₄).

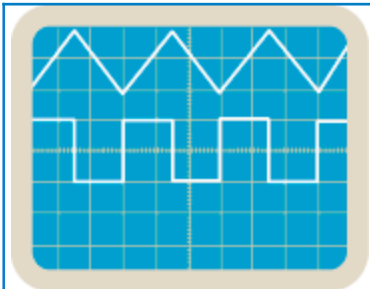


Fig.12a : Oscillogrammes obtenus avec (B₁).

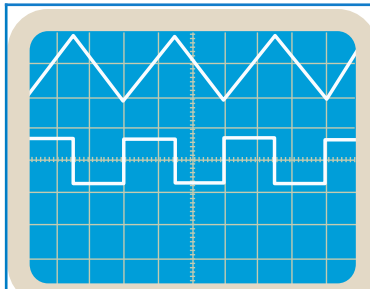


Fig.12b : Oscillogrammes obtenus avec (B₂).

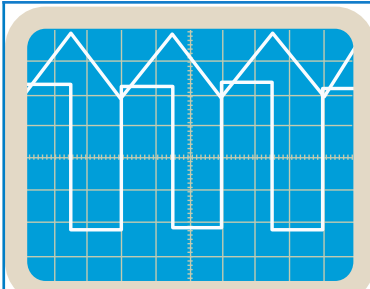


Fig.12c : Oscillogrammes obtenus avec (B₃).

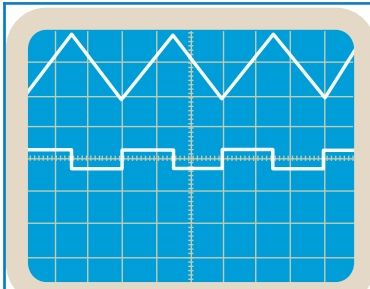


Fig.12d : Oscillogrammes obtenus avec (B₄).

Questions

1°) A l'aide des oscillogrammes de la figure 12 :

a) montrer que l'inductance L de la bobine augmente avec N tandis qu'elle diminue lorsque ℓ augmente.

b) déterminer l'influence de la section de la bobine sur son inductance.

2°) Préciser parmi les oscillogrammes de la figure 12 ceux qu'il faut comparer avec les oscillogrammes de la figure 11 pour montrer si l'inductance de la bobine dépend de la fréquence du GBF.

Conclusion

L'inductance d'une bobine ne dépend que de ses caractéristiques géométriques, à savoir le nombre total de spires, la longueur et la section moyenne, d'où sa qualification d'inductance propre.

Remarques

- Les bobines usuelles ont une inductance nettement inférieure à 1 H.

Exemple : - un solénoïde de 150 spires, de 15 cm de longueur et de 3 cm de diamètre a une inductance $L = 140 \mu\text{H}$,

- L'introduction d'un barreau de fer doux dans un solénoïde fait augmenter la valeur de son inductance L . Mais, dans ces conditions, l'expression $e = -L \frac{di}{dt}$ n'est plus valable.

- Du fait que la f.e.m. auto-induite est due à l'inductance L de la bobine, toute bobine d'inductance L non nulle est qualifiée de bobine inductive. Si en plus, sa résistance est nulle, elle est dite purement inductive.

4.4- RELATION ENTRE LA TENSION AUX BORNES D'UNE BOBINE ET L'INTENSITÉ DU COURANT QUI Y CIRULE

Symbole d'une bobine

La bobine, étant caractérisée par une inductance L et une résistance interne r (Fig.13a), on lui attribue comme symbole celui de la figure 13.a. Ce symbole peut être normalisé comme dans la figure 13.b.

Modèle équivalent

Le dipôle bobine AB, d'inductance L et de résistance r (Fig.14a), siège d'une f.e.m. d'auto-induction e , est équivalent à l'association en série d'un générateur, de f.e.m. e et d'un résistor de résistance r . (Fig.14b)

Tension aux bornes de la bobine

En choisissant comme sens positif du courant parcourant la bobine le sens orienté de A vers B, la tension u_{AB} s'écrit :

$$u_{AB} = u_{AC} + u_{CB}.$$

Par application de la loi d'Ohm :

$$u_{AB} = -e + r i. \text{ Or, } e = -L \frac{di}{dt}. \text{ donc : } u_{AB} = L \frac{di}{dt} + r i$$

Remarque

Pour une variation très brusque de l'intensité i du courant électrique (coupure de courant par exemple), le terme $L \frac{di}{dt}$ l'emporte sur le terme ri . Par conséquent, la tension aux bornes de la bobine devient pratiquement égale à $L \frac{di}{dt}$.

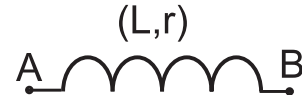


Fig.13a : Symbole d'une bobine

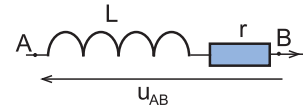


Fig.13b : Modèle équivalent

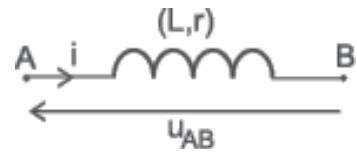


Fig.14a : Tension aux bornes d'une bobine.

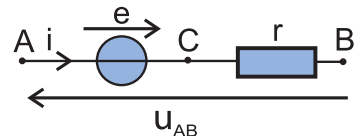


Fig.14b : Modèle équivalent

5 ÉNERGIE MAGNÉTIQUE EMMAGASINÉE DANS UNE BOBINE

Manipulation

On réalise le montage de la figure 15 qui comporte une bobine (B) d'inductance $L = 10 \text{ mH}$ (bobine de 500 spires par exemple) et de résistance interne r , un générateur de tension de f.e.m. $E = 6 \text{ V}$, une diode D , un condensateur de capacité C ($C = 5 \mu\text{F}$), un voltmètre numérique et un milliampèremètre. Initialement, le voltmètre et le milliampèremètre n'indiquent rien. Quand on ferme l'interrupteur K , le milliampèremètre indique la circulation d'un courant continu d'intensité $I = 240 \text{ mA}$ tandis que le voltmètre indique toujours une tension nulle aux bornes du condensateur. Après l'ouverture de l'interrupteur K , on constate que le voltmètre indique une tension u_{AM} négative.

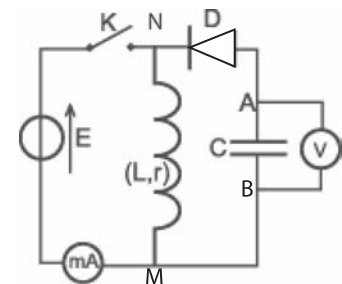


Fig.15 : Schéma du montage

Questions

- 1°) Lorsque le circuit est fermé, la diode est-elle passante ? justifier la réponse.
- 2°) Déterminer la résistance interne r de la bobine.
- 3°) Interpréter l'apparition de la tension négative u_{AM} aux bornes du condensateur après l'ouverture de l'interrupteur K et justifier l'utilisation du voltmètre numérique.
- 4°) Montrer que la bobine emmagasine de l'énergie quand K est fermé.
- 5°) Préciser l'importance de la diode dans un circuit renfermant une bobine.

Interprétation

Initialement, les appareils de mesure utilisés dans le montage réalisé (Fig.15) n'indiquent rien parce que le condensateur ne porte aucune charge et le générateur d'alimentation est en circuit ouvert.

En fermant l'interrupteur K, la diode montée en inverse va empêcher tout courant de circuler dans la maille renfermant le condensateur; celui-ci reste déchargé.

En choisissant le sens allant de N vers M à travers la bobine comme sens positif du courant, la tension entre ses bornes s'écrit :

$$u_{NM} = ri + L \frac{di}{dt}$$

Or, le courant débité par le générateur de tension dans la bobine est continu. (d'intensité $I = 240$ mA dans le cas particulier étudié). Donc, $\frac{di}{dt} = 0$, d'où $u_{NM} = ri$, ce qui signifie qu'en régime permanent, l'énergie mise en jeu par la bobine est une énergie consommée par effet Joule.

L'apparition d'une tension négative u_{AB} aux bornes du condensateur après ouverture de K ne peut s'expliquer que par une opération de charge due à la circulation d'un courant induit bref dans le même sens que le courant permanent qui circulait dans la bobine avant l'ouverture de K, ce qui est bien en accord avec la loi de Lenz. En d'autres termes, l'énergie électrique stockée par le condensateur est de l'énergie restituée par la bobine.

Mais, d'où provient celle-ci si la bobine ne fait que consommer de l'énergie par effet Joule, en régime permanent ?

En fait, à la fermeture de l'interrupteur K, l'intensité du courant passe rapidement de la valeur zéro à la valeur constante I , ce qui produit un phénomène d'auto-induction au niveau de la bobine : La puissance instantanée reçue par la bobine s'écrit :

$$p = + u_{NM} \cdot i, \text{ ce qui donne : } p = r \cdot i^2 + Li \frac{di}{dt}$$

La puissance $r.i^2$, toujours positive, est la puissance consommée par effet Joule. La puissance $L.i.\frac{di}{dt}$ est algébrique.

Toutefois, au cours de la fermeture du circuit, elle ne peut être que positive car i et $\frac{di}{dt}$ sont de même signe. Donc, la bobine ne dissipe pas toute l'énergie qu'elle reçoit du générateur par effet Joule, elle en emmagasine une partie sous une forme qualifiée comme étant magnétique.

On montre[⊙] que l'énergie magnétique emmagasinée dans

une bobine d'inductance L s'écrit : $E_L = \frac{1}{2}L.i^2$.

Si $|i|$ diminue, $p_L = L.i.\frac{di}{dt}$ diminue, ce qui signifie que l'énergie magnétique diminue : la bobine restitue à l'extérieur un peu de l'énergie qu'elle a emmagasinée avec l'augmentation de $|i|$, elle joue ainsi le rôle de générateur.

C'est exactement ce qui se passe lors de l'ouverture du circuit ou i passe de la valeur I à zéro : la bobine restitue toute son énergie magnétique au condensateur qui la stocke à son tour sous forme d'énergie potentielle électrique, car telle qu'elle est branchée, la diode l'empêche de se décharger dans la bobine.

Conclusion

Tant qu'elle est parcourue par un courant électrique, la bobine inductive est un réservoir d'énergie dite magnétique.

Remarque

L'énergie magnétique ne peut rester stockée dans une bobine en l'absence de courant. Par contre, l'énergie potentielle électrique reste stockée dans le condensateur même hors circuit. Donc, le condensateur est un réservoir permanent d'énergie, tandis que la bobine en est un réservoir temporaire.

Exemple de manifestation de l'énergie magnétique

L'étincelle de rupture

Étant liée à l'intensité du courant circulant dans la bobine, l'énergie magnétique qui y est emmagasinée se trouve cédée brusquement à l'extérieur lors de l'ouverture du circuit de la bobine : du fait que la durée de transfert est très courte (de l'ordre de 1ms), dans ce cas où le courant est continu, la f.e.m. d'auto-induction peut faire apparaître une tension très élevée aux bornes de la bobine, suffisante pour créer un champ électrique important entre les contacts de l'interrupteur. Ce champ électrique ionise des molécules de l'air et provoque des étincelles appelées étincelles de rupture.

$$\odot p = ri^2 + Li\frac{di}{dt} = ri^2 + \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}Li^2\right)$$

∞ri^2 : puissance dissipée par effet Joule

$\infty \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}Li^2\right)$: puissance magnétique p_L

$$\text{Or } p_L = \frac{dE_L}{dt}$$

$$\text{Donc, } E_L = \frac{1}{2}L.i^2$$

Ces étincelles de rupture peuvent être dangereuses. Par conséquent, il faut prendre les précautions nécessaires dans tout montage comportant une ou plusieurs bobines, surtout en courant continu. Pour les éviter, on peut insérer dans le montage, des condensateurs par exemple afin d'y récupérer l'énergie magnétique transférée lors de toute rupture de courant (accidentelle ou non). Par contre, l'énergie magnétique transférée par une bobine à l'environnement lors d'une variation brusque de l'intensité du courant est exploitée dans le fonctionnement de plusieurs appareils

Exemples : Allumeur électrique de cuisinières à gaz, dispositif de soudage par arc électrique, dispositif d'amorçage de tube néon...

6 APPLICATIONS DE L'INDUCTION ÉLECTROMAGNÉTIQUE

Les applications de l'induction électromagnétique sont très nombreuses. Ici, on cite essentiellement les alternateurs qui sont utilisés pour la production du courant électrique alternatif et les transformateurs pour élever ou abaisser une tension alternative.

6.1- LES ALTERNATEURS

Un alternateur est un appareil qui transforme de l'énergie mécanique en énergie électrique. La production d'électricité par l'alternateur est liée à la variation du champ magnétique dans lequel baigne le circuit induit. Il existe deux types d'alternateurs: l'alternateur à induit mobile et l'alternateur à induit fixe. Comme celui d'une centrale thermique ou nucléaire, l'alternateur d'une voiture par exemple (Fig.16) est à induit fixe (le stator). L'inducteur est un aimant cylindrique multipolaire (le rotor). La rotation de l'aimant fait apparaître au niveau du circuit induit (bobinage sur la partie fixe) une f.e.m. induite. La fréquence de la tension alternative produite par l'alternateur est liée à la fréquence de rotation de l'inducteur.

6.2- LES TRANSFORMATEURS

Comme on a vu en deuxième année secondaire, le transformateur (Fig.17) est un quadripôle qui permet d'abaisser ou d'augmenter une tension alternative. Son principe de fonctionnement est basé sur le phénomène d'induction électromagnétique. En effet, les variations de l'intensité du courant dans le circuit primaire font apparaître au niveau du circuit secondaire une f.e.m. induite. Ainsi, on comprend pourquoi, les transformateurs ne peuvent fonctionner qu'en courant alternatif ; en courant continu, le primaire créerait un champ magnétique constant au cours du temps. Par conséquent, il ne pourrait rien induire dans le secondaire.

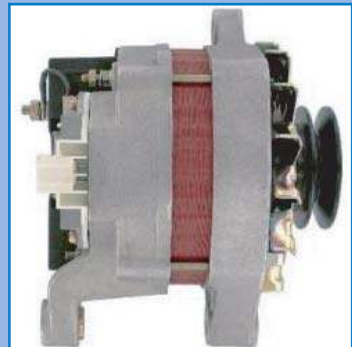


Fig.16 : Alternateur d'une voiture



Fig.17 : Transformateur

LE DIPÔLE RL

On appelle dipôle RL l'association en série d'une bobine d'inductance L , de résistance r et d'un résistor de résistance R_0 , R étant la résistance totale R_0+r du dipôle.

1 RÉPONSE D'UN DIPÔLE RL À UN ÉCHELON DE TENSION

1.1- ÉTUDE EXPÉRIMENTALE

Manipulation

Avec un générateur de tension idéal de f.e.m. $E = 6 \text{ V}$, une bobine d'inductance $L = 0,1 \text{ H}$ et de résistance $r = 10 \Omega$, un résistor de résistance $R_0 = 40 \Omega$, une diode D et un interrupteur K , on réalise le montage schématisé sur la figure 18. Puis, on relie les points A et B du circuit respectivement aux entrées Y_1 et Y_2 d'un oscilloscope à mémoire, (ou à une interface d'acquisition informatique de données).

En fermant l'interrupteur K , on obtient sur l'écran de l'oscilloscope les chronogrammes (1) et (2) de la figure 19.

Questions

- 1°) La réponse visualisée du dipôle RL à un échelon de tension représente une intensité d'un courant qu'on demande d'identifier.
- 2°) Identifier parmi les chronogrammes (1) et (2) celui qui représente l'intensité $i(t)$ du courant électrique circulant dans la bobine.
- 3°) Déterminer graphiquement la valeur maximale I_0 de l'intensité du courant qui s'établit dans le dipôle RL et la comparer à la valeur E/R .
- 4°) Quelle est la raison pour laquelle le courant continu s'établit dans la bobine avec un certain retard par rapport à l'instant de fermeture du circuit ?
- 5°) Quelle serait l'allure de $u_{BM}(t)$ ainsi que sa valeur maximale si la résistance interne de la bobine était nulle ?
- 6°) Quel est le rôle de la diode D insérée dans le montage de la figure 18 ?

Interprétation

Dès que l'on ferme l'interrupteur K , il s'établit instantanément aux bornes A et M du dipôle RL une tension $U_{AM} = E$, tandis que la tension u_{R_0} (chronogramme 2) augmente progressivement à partir de zéro jusqu'à atteindre, au bout d'une fraction de seconde, une valeur U_0 inférieure à E : c'est le régime transitoire.

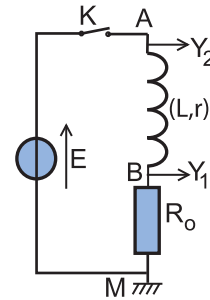


Fig.18 : Schéma du montage

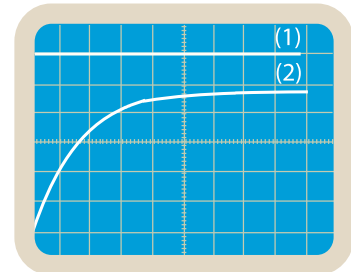


Fig.19 : Oscillogrammes des tensions u_{AM} et u_{BM}

Une fois, u_{R_0} devient égale à U_0 , elle reste constante : c'est le régime permanent (Fig.20).

En prenant comme sens positif du courant le sens orienté de B vers M (Fig.18), on a $u_{BM} = u_{R_0} = R_0.i$, ce qui signifie $i = \frac{u_{R_0}}{R_0}$.

Donc, la courbe représentant $u_{BM}(t)$ traduit bien l'évolution de l'intensité i du courant parcourant la bobine. On déduit alors de son allure que le courant continu d'intensité $I_0 = \frac{U_0}{R_0}$ ne s'établit pas instantanément dans la bobine.

Le retard (ou le régime transitoire) est dû à la bobine qui s'oppose à la variation de i de zéro à la valeur I_0 , grâce à la f.e.m. auto-induite qui y naît avec la fermeture du circuit.

Ayant les valeurs de E , r et R_0 , on peut constater que $I_0 = \frac{E}{R}$, ce qui signifie qu'en régime permanent, on a aux bornes du dipôle RL : $u_{AM} = E = rI + R_0I$. Or $R_0I = u_{R_0}$, ce qui donne $u_{AB} = rI$. Alors, en régime permanent, la bobine n'est plus le siège d'une f.e.m. d'auto-induction ; elle se comporte alors comme un résistor de résistance égale à sa résistance interne r . Si $r = 0$, $u_{AB} = 0$. Or $u_{AB} + u_{BM} = E$, d'où $u_{R_0} = u_{BM} = E$.

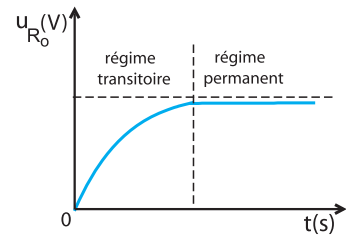


Fig.20 : Evolution de u_{R_0} au cours du temps

Conclusion

La réponse d'un dipôle RL à un échelon de tension E est un courant continu d'intensité $I_0 = \frac{E}{R}$. Celui-ci ne s'établit pas instantanément à cause de l'inductance L de la bobine. Autrement dit, la bobine s'oppose à l'établissement du courant électrique dans la portion de circuit où elle se trouve insérée.

1.2- ÉTUDE THÉORIQUE

Mise en équation

En régime transitoire et durant l'établissement du courant, en réponse à l'échelon de tension, le circuit de la figure 18 est équivalent à celui de la figure 21.

La loi des mailles s'écrit : $u_{AB} + u_{BM} - E = 0$

On obtient ainsi : $u_{AB} + u_{BM} = E$ (1)

Avec le sens positif choisi pour le courant électrique, la tension aux bornes de la bobine d'inductance L et de résistance interne r s'écrit : $u_{AB} = L \frac{di}{dt} + ri$.

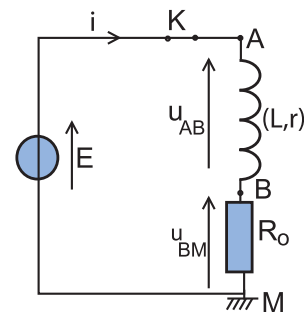


Fig.21 : Dipôle RL soumis à un échelon de tension

La tension aux bornes du résistor s'écrit : $u_{\text{BM}} = R_o \cdot i$

L'équation (1) devient : $L \frac{di}{dt} + Ri = E$ (2), avec $R = R_o + r$

En divisant par L, on obtient : $\frac{di}{dt} + \frac{R}{L}i = \frac{E}{L}$.

La même équation peut s'écrire : $\frac{di}{dt} + \frac{1}{\tau}i = \frac{E}{L}$ (3), avec $\tau = \frac{L}{R}$

Cette équation différentielle régit l'évolution dans le temps de l'intensité i du courant circulant dans le dipôle RL soumis à un échelon de tension E .

Expression de l'intensité du courant

La forme de l'équation différentielle (3) à coefficients constants et à second membre non nul est semblable à celle de l'équation différentielle $\frac{du_c}{dt} + \frac{1}{\tau}u_c = \frac{E}{\tau}$ (équation (1) de la page 22) régissant l'évolution de la tension u_c aux bornes du condensateur d'un dipôle RC soumis à un échelon de tension E .

La solution de l'équation différentielle (3) en $i(t)$ peut être proposée sous la forme : $i(t) = Ae^{-\alpha t} + B$ où A , B et α sont des constantes à déterminer.

À $t = 0$, aucun courant ne circule dans le circuit, donc $i(t=0) = A + B = 0$ d'où $A = -B$. Il vient : $i(t) = A(e^{-\alpha t} - 1)$.

Par suite, la dérivée, par rapport au temps de $i(t)$ s'écrit :

$$\frac{di}{dt} = -\alpha A \cdot e^{-\alpha t}$$

En remplaçant $i(t)$ et $\frac{di}{dt}$ par leur expression dans l'équation différentielle (3), on obtient : $Ae^{-\alpha t} \left[\frac{1}{\tau} - \alpha \right] - \frac{A}{\tau} = \frac{E}{L}$ (4)

Lorsque t tend vers l'infini, $e^{-\alpha t}$ tend vers zéro et l'équation (4) donne : $-\frac{A}{\tau} = \frac{E}{L}$, d'où $A = -\frac{E}{R}$.

D'autre part, on a : $Ae^{-\alpha t} \left(\frac{1}{\tau} - \alpha \right) = 0$ quel que soit t .

Donc, $\frac{1}{\tau} - \alpha = 0$, ce qui signifie $\alpha = \frac{1}{\tau}$

$$\text{D'où, } i(t) = \frac{E}{R} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right), \text{ avec } \tau = \frac{L}{R}$$

La courbe représentant $i(t)$ est celle de la figure 22 (courbe pouvant être tracée à l'ordinateur avec un logiciel approprié).

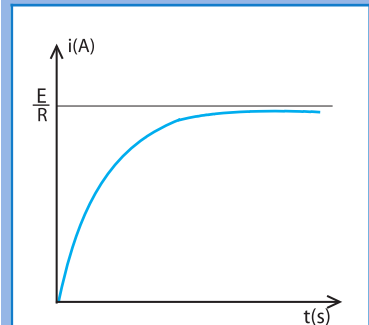


Fig.22 : Evolution de l'intensité du courant au cours du temps.

Conclusion

La réponse d'un dipôle RL en courant est constituée de deux régimes: un régime transitoire au cours duquel l'intensité augmente en exponentielle à partir de la valeur zéro en tendant vers la valeur $I_0 = \frac{E}{R}$ et un régime permanent caractérisé par un courant continu d'intensité I_0 .

Équation de la tension aux bornes de la bobine

La tension aux bornes de la bobine s'écrit :

$$u_{AB} = L \frac{di}{dt} + r i. \text{ Or } i(t) = \frac{E}{R} (1 - e^{-\frac{t}{\tau}}), \text{ on a donc :}$$

$$u_{AB} = L \frac{E}{R\tau} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + r \frac{E}{R} (1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) = E \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + r \frac{E}{R} (1 - e^{-\frac{t}{\tau}}).$$

Avec un logiciel approprié, le tracé de $u_{AB}(t)$ à l'ordinateur donne la courbe de la figure 23 avec :

$$u_{AB}(0) = E$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} u_{AB} = \frac{r}{R} E$$

Remarque

Si $r = 0$, $u_{AB} = E e^{-\frac{t}{\tau}}$. Dans ces conditions $\lim_{t \rightarrow \infty} u_{AB} = 0$

Questions

1°) Reprendre le schéma du montage de la figure 18 et y introduire les modifications de branchement indispensables à la visualisation de la tension u_{AB} aux bornes de la bobine au lieu de celle aux bornes du résistor.

2°) Refaire l'expérience et vérifier que la courbe $u_{AB}(t)$ enregistrée à l'écran de l'oscilloscope est la même que la courbe théorique de la figure 23.

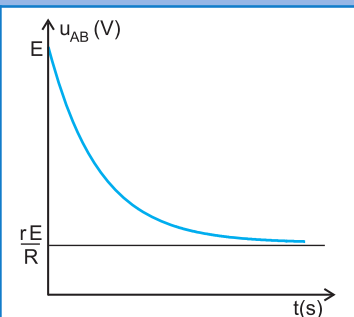


Fig.23 : Evolution de u_{AB} au cours du temps.

Conclusion

Quand on soumet un dipôle RL à un échelon de tension E , il apparaît instantanément aux bornes de la bobine une tension égale à E mais qui décroît selon un régime transitoire pour s'annuler si la résistance de la bobine est nulle.

2 LA RUPTURE DU COURANT DANS UN DIPÔLE RL

2.1- ÉTUDE EXPÉRIMENTALE

Manipulation

On reprend le montage de la figure 18 tel quel. Le régime permanent y étant établi, on ouvre l'interrupteur K. L'oscilloscope enregistre alors le seul chronogramme de la figure 24.

Questions

- 1°) Expliquer l'allure de la courbe de la tension u_{R_0} .
- 2°) La rupture du courant dans le circuit est-elle instantanée ? Pourquoi ?
- 3°) Que se passerait-il au niveau de l'interrupteur K s'il n'y avait pas de diode ?

Interprétation

Lorsque le circuit est fermé, en régime permanent, la tension aux bornes du dipôle RL est $u_{AM} = E = R I$, $u_{BM} = R_0 I$ et la diode n'est pas passante.

Lorsqu'on ouvre K, le courant ne s'annule pas instantanément à cause de la bobine qui s'oppose à toute variation de l'intensité du courant avec la f.e.m. auto-induite dont elle est le siège. Celle-ci produit dans le circuit formé par la bobine, le résistor et la diode, un courant transitoire qui, d'après la loi de Lenz, va circuler dans le même sens que celui établi avant la rupture.

Remarque

En l'absence de la diode, il apparaîtra aux bornes du dipôle RL une tension élevée qui provoquera au niveau de l'interrupteur K une étincelle de rupture. Par conséquent, comme il a été signalé précédemment (paragraphe 5 de la première partie du présent chapitre, page 54) il faut absolument éviter de réaliser de telles expériences sans la diode (surtout avec une bobine de grande inductance).

Exemple : Avec $L = 1 \text{ H}$, $I = 500 \text{ mA}$,

$$e = -L \frac{di}{dt} \simeq -L \frac{\Delta i}{\Delta t}. \quad \Delta t \simeq 1 \text{ ms}, \text{ ce qui donne } e \simeq 500 \text{ V} !$$

Conclusion

Lors de la rupture du courant dans un circuit comportant une bobine, celle-ci a pour effet d'assurer la continuité du courant électrique par une annulation progressive de son intensité.

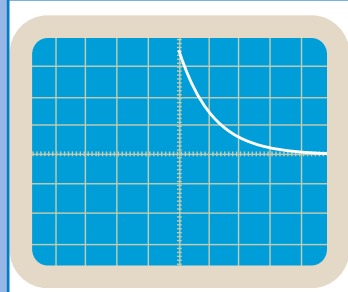


Fig.24 : Oscillogramme de u_{R_0}

2.2- ÉTUDE THÉORIQUE

En ouvrant l'interrupteur K, le circuit de la figure 18 devient équivalent à celui de la figure 25 où le résistor, la bobine et la diode forment ensemble un circuit série.

La loi des mailles s'écrit : $u_{AB} + u_{BM} = 0$ (1)

avec le sens positif choisi pour le courant (Fig.25), on a en

convention récepteur : $u_{AB} = L \frac{di}{dt} + r.i$ et $u_{BM} = R_o.i$

La relation (1) devient : $L \frac{di}{dt} + R.i = 0$ avec $R = R_o + r$.

D'où $\frac{di}{dt} + \frac{1}{\tau}.i = 0$ (2), avec $\tau = \frac{L}{R}$: équation différentielle

en i à coefficients constants et à second membre nul, elle admet une solution de la forme : $i(t) = A.e^{-\alpha t}$ où les valeurs des coefficients constants A et α sont déterminées par les conditions initiales.

A $t = 0$, $i(0) = I_0$. Or, juste à l'ouverture du circuit ($t = 0$), on a :

$$I_0 = \frac{E}{R}. \text{ Donc, } A = \frac{E}{R}$$

On remplace $i(t)$ par son expression dans l'équation différentielle (2) et par identification, on écrit :

$$-\alpha A e^{-\alpha t} + \frac{1}{\tau} A e^{-\alpha t} = 0, \text{ d'où } A e^{-\alpha t} \left(-\alpha + \frac{1}{\tau}\right) = 0 \quad \forall t.$$

Donc $\alpha = \frac{1}{\tau}$. D'où $i(t) = \frac{E}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}$ avec $R = R_o + r$ et $\tau = \frac{L}{R}$

Le tracé de la courbe avec un logiciel approprié donne le graphique de la figure 26.

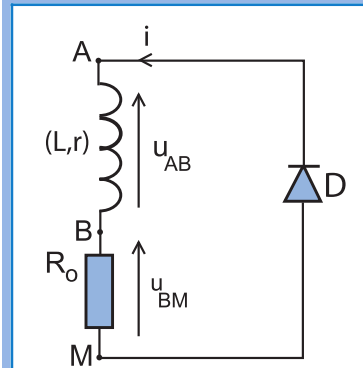


Fig.25 : Schéma du montage

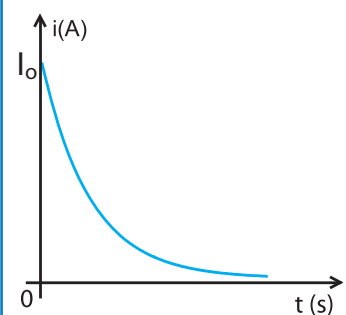


Fig.26 : Evolution de l'intensité du courant au cours du temps

Questions

1°) Montrer par deux méthodes différentes que, lors de la rupture du courant dans le dipôle RL du circuit schématisé dans la figure 25, la tension aux bornes de la bobine évolue selon la loi :

$$u_{AB} = \left(\frac{r}{R} - 1\right) E e^{-\frac{t}{\tau}}$$

2°) Vérifier à l'ordinateur que la courbe d'évolution de u_{AB} est celle de la figure 27.

3°) Comparer la valeur de u_{AB} à $t = 0$ avec la valeur qu'elle avait juste avant l'ouverture du circuit et en déduire que si $r = 0$, u_{AB} passe de zéro à la valeur $(-E)$.

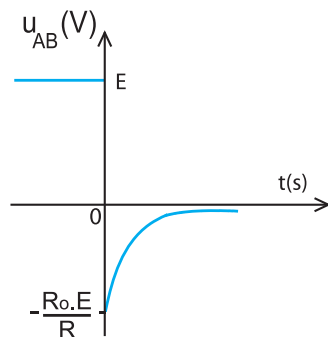


Fig.27 : Evolution de u_{AB} au cours du temps

3 INFLUENCE DES GRANDEURS CARACTÉRISTIQUES D'UN DIPÔLE RL SUR LE RÉGIME TRANSITOIRE

3.1- INFLUENCE DE LA RÉSISTANCE TOTALE R

Manipulation

On reprend le montage de la figure 18 afin de visualiser de nouveau la réponse du dipôle RL en courant avec différentes valeurs de R.

En établissant plusieurs fois le régime permanent du dipôle RL avec des valeurs différentes de R et ce en remplaçant à chaque fois le résistor par un autre de résistance R_0 différente de celle du précédent, on obtient la série d'oscillogrammes de la figure 28, visualisés avec $L = 0,2 \text{ H}$ et respectivement pour $R_1 = 210 \Omega$; $R_2 = 230 \Omega$, $R_3 = 270 \Omega$ et $R_4 = 350 \Omega$, les sensibilités étant réglées comme suit : horizontalement : 1ms/div et verticalement : 1V/div .

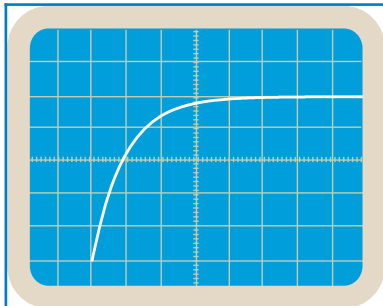


Fig.28a : $R_1 = 210 \Omega$

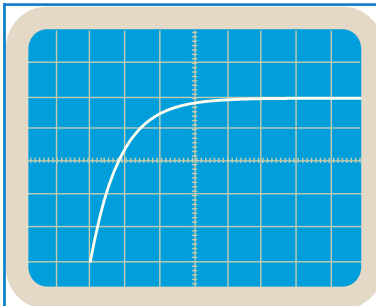


Fig.28b : $R_2 = 230 \Omega$

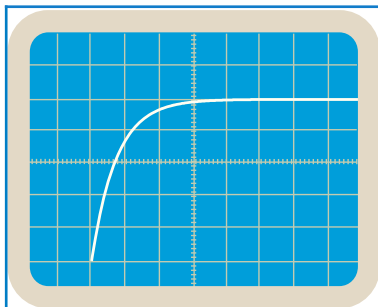


Fig.28c : $R_3 = 270 \Omega$

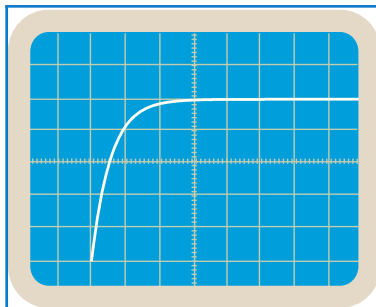


Fig.28d : $R_4 = 350 \Omega$

Questions

1°) Dresser un tableau consignnant les durées t au bout desquelles u_{R_0} atteint une valeur arbitraire 4 V par exemple.

R (Ω)	210	230	270	350
t (ms)				

2°) À l'aide des résultats trouvés :

- préciser qualitativement l'influence de la valeur de la résistance totale R sur la durée t écoulée pour que u_{R_0} atteigne la valeur $4V$.
- montrer que la durée t est inversement proportionnelle à R .

3.2- INFLUENCE DE L'INDUCTANCE L

Manipulation

On refait la même expérience, mais cette fois, avec une bobine d'inductance L réglable[Ⓢ]. En faisant varier L , on change éventuellement le résistor de résistance R_0 dans le but de maintenir $R = R_0 + r$ constante.

On obtient la série d'oscillogrammes de la figure 29, visualisés avec $R = 210 \Omega$ et respectivement pour :

$L_1 = 0,10 \text{ H}$; $L_2 = 0,13 \text{ H}$, $L_3 = 0,15 \text{ H}$ et $L_4 = 0,20 \text{ H}$, les sensibilités étant réglées comme suit :

horizontalement : 0.5ms/div et verticalement: 1V/div

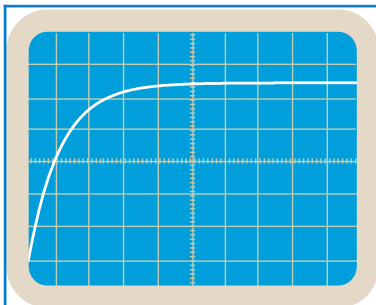


Fig.29a : $L = 0,10 \text{ H}$

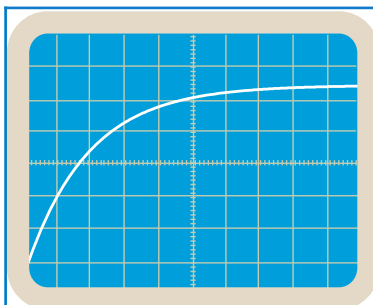


Fig.29b : $L = 0,13 \text{ H}$

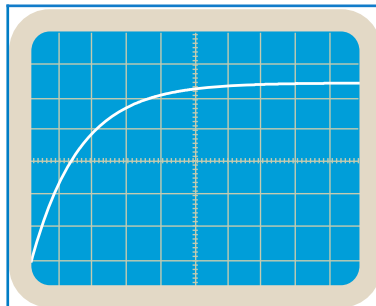


Fig.29c : $L = 0,15 \text{ H}$

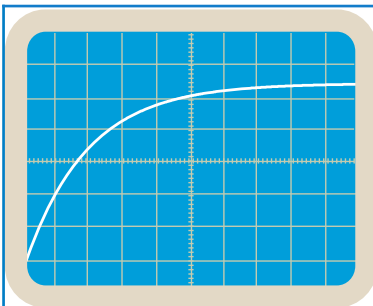


Fig.29d : $L = 0,20 \text{ H}$

Questions

1°) a) Dresser un tableau consignnant les durées t au bout desquelles u_{R_0} atteint la valeur 4 V par exemple.

L (H)	0,10	0,13	0,15	0,20
t (ms)				

Ⓢ Bobine dépourvue de tout noyau de fer doux

b) À l'aide des résultats trouvés :

- préciser qualitativement l'influence de la valeur de l'inductance L de la bobine sur la durée t au bout de laquelle la tension u_{R_0} atteint la valeur 4 V.
- montrer que la durée t est proportionnelle à L .

3.3- CONSTANTE DE TEMPS D'UN DIPÔLE RL

Notion de constante de temps

On vient de montrer que toute valeur de l'intensité i du courant établi dans le circuit RL est atteinte au bout d'une durée t :

- proportionnelle à L , lorsque la résistance totale R n'est pas changée.
- inversement proportionnelle à R , lorsque l'inductance L n'est pas modifiée.

Donc, la durée d'établissement du courant dans le circuit est proportionnelle au quotient $\frac{L}{R}$.

De ce fait, le quotient $\frac{L}{R}$ est appelé constante de temps du dipôle RL ; on la note τ .

Remarque

On sait que la résistance R a la dimension du quotient d'une tension par une intensité de courant et que L a celle de $\frac{U.t}{I}$.
Donc le quotient $\frac{L}{R}$ a la dimension d'un temps, ce qui justifie encore son appellation de constante de temps.

$$\tau = \frac{L}{R} : \text{constante de temps}$$

Définition

La constante de temps τ est une grandeur caractéristique du dipôle RL, elle renseigne sur le retard avec lequel s'établit le régime permanent ou la rupture du courant dans le dipôle.

τ ayant la dimension d'un temps, elle s'exprime en secondes.

Détermination de la constante de temps

Les méthodes possibles pour déterminer la constante de temps sont les mêmes que celles utilisées dans le cas du dipôle RC.

► Par calcul direct

Connaissant les valeurs de L et de R , on peut calculer directement la valeur de la constante de temps $\tau = \frac{L}{R}$.

► Détermination graphique (1^{ère} méthode)

Sur la courbe de $i(t)$ représentant l'établissement du régime permanent, on trace la tangente au point d'abscisse $t = 0$ s.

L'abscisse du point d'intersection de la tangente avec l'asymptote $I_0 = \frac{E}{R}$ est τ . (Fig.30)

Justification :

L'équation de la tangente à la courbe $i = f(t)$ à $t = 0$ est $i = k t$, k étant son coefficient directeur dont la valeur est donnée par

$$k = \frac{di}{dt}(t = 0) = \frac{I_0}{\tau}$$

Ainsi, l'équation de la tangente à la courbe $i=f(t)$ à $t=0$ a pour équation : $i(t) = \frac{I_0}{\tau} t$

L'intersection de la tangente avec l'asymptote correspond donc

$$\text{à } i(t) = \frac{I_0}{\tau} t = I_0, \text{ d'où } t = \tau.$$

Remarque

La même méthode de détermination graphique de τ s'applique à la courbe $i(t)$ relative à la rupture du courant. En effet, la tangente à l'origine des temps coupe l'axe des abscisses au point d'abscisse τ (Fig.31).

► Détermination graphique (2^{ème} méthode)

En remplaçant t par τ dans l'expression de $i(t)$ représentant l'établissement du régime permanent, on obtient :

$$i(\tau) = \frac{E}{R}(1 - e^{-1}) = 0,63 \frac{E}{R}$$

Par lecture graphique de l'abscisse du point de la courbe $i(t)$

d'ordonnée $0,63 \frac{E}{R}$, on obtient la valeur de τ (Fig.32).

Dans le cas de la rupture du courant dans le dipôle RL, en remplaçant t par τ dans l'expression de $i(t)$, on obtient :

$$i(\tau) = \frac{E}{R} e^{-1} = 0,37 \frac{E}{R}.$$

τ est alors l'abscisse du point de la courbe représentant $i(t)$

d'ordonnée $0,37 \frac{E}{R}$ (Fig.33).

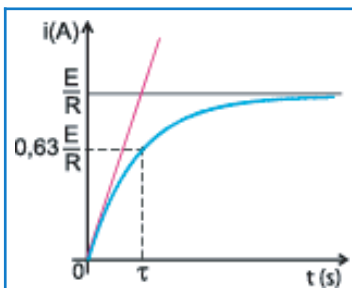


Fig.32 : Autre méthode de détermination graphique de τ

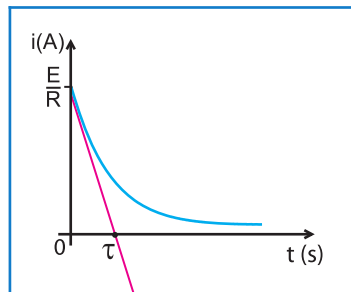


Fig.33 : Autre méthode de détermination graphique de τ

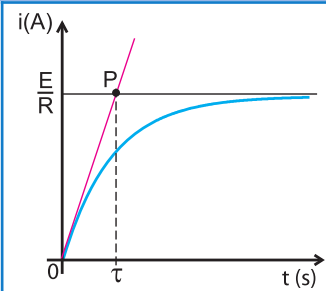


Fig.30 : Détermination graphique de la constante de temps.

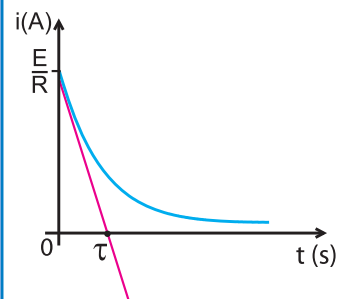


Fig.31 : Détermination graphique de la constante de temps.

L'essentiel

- Une bobine est un dipôle électrocinétique constitué généralement par un enroulement cylindrique dans le même sens, de fil conducteur recouvert d'une gaine isolante.
- Toute variation de champ magnétique à proximité d'une bobine en circuit fermé produit un courant électrique appelé courant induit.
- Loi de Lenz : Le courant induit a un sens tel qu'il s'oppose par ses effets à la cause qui lui donne naissance.

- Tout courant induit est dû à une f.e.m. délocalisée appelée f.e.m. d'induction.
- Toute bobine parcourue par un courant variable d'intensité i est le siège d'une

f.e.m. d'auto-induction : $e = -L \frac{di}{dt}$, où L est l'inductance de la bobine.

- L'auto-induction traduit l'opposition d'une bobine à toute variation de courant.
- Pour une bobine d'inductance L , de résistance interne r , parcourue de sa borne A à sa borne B par un courant variable d'intensité i , la tension à ses bornes s'écrit:

$$u_{AB} = L \frac{di}{dt} + ri$$

- L'énergie magnétique emmagasinée dans une bobine parcourue par un courant d'intensité i s'exprime :

$$E_L = \frac{1}{2} Li^2$$

- L'inductance d'une bobine est une grandeur caractérisant sa faculté d'emmagasiner de l'énergie magnétique.

- Etant liée à l'intensité du courant, l'énergie magnétique stockée par une bobine est transférée à l'extérieur du circuit avec la rupture du courant.

- Un dipôle RL soumis à un échelon de tension de valeur E est parcouru par un courant continu qui ne s'établit pas brusquement, mais à la suite d'un régime transitoire,

selon la loi : $i(t) = \frac{E}{R} (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$ où $\tau = \frac{L}{R}$ est la constante de temps du dipôle RL.

- Lors de la rupture du courant dans un circuit comportant une bobine, l'intensité i du courant ne s'annule pas brusquement, mais en diminuant de manière continue selon la loi :

$$i(t) = \frac{E}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}$$

Exercices

Exercice résolu

ÉNONCÉ

Un circuit série comporte un générateur maintenant entre ses bornes une tension constante E de 6 V, un interrupteur K , une bobine d'inductance L et de résistance interne r et un résistor de résistance $R_0 = 140 \Omega$.

Afin d'étudier l'évolution de l'intensité du courant susceptible de circuler dans le circuit, on utilise un oscilloscope à mémoire.

En fermant l'interrupteur K , on obtient l'oscillogramme de la figure 1, les sensibilités horizontale et verticale étant réglées respectivement à 2ms/div et 1V/div.

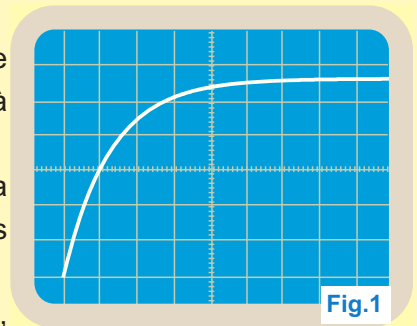


Fig.1

- 1°) - Préciser parmi les schémas (1) et (2) de la figure 2, celui du montage qui a servi à l'enregistrement de l'oscillogramme de la figure 1.
- Y ajouter les connexions faites avec l'oscilloscope.

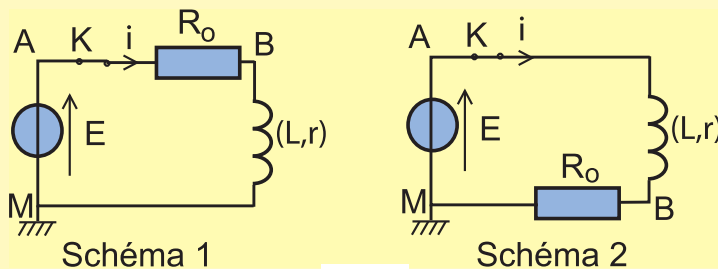


Fig.2

2°) Expliquer qualitativement l'allure de l'oscillogramme de la figure 1.

3°) a) Montrer que la tension u aux bornes du résistor est régie par l'équation différentielle

$$\frac{du}{dt} + \frac{1}{\tau}u = \frac{R_0}{L}E, \text{ où } \tau = \frac{L}{R} \text{ avec } R = R_0 + r$$

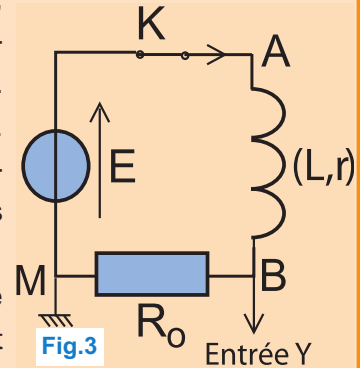
b) Sachant que cette équation admet comme solution : $u = Ae^{-\alpha t} + B$, déterminer les constantes A, B et α .

4°) Déterminer graphiquement les valeurs de τ , r et L .

5°) Dédire de l'expression de u , celle de l'intensité i du courant parcourant le dipôle RL.

SOLUTION

1°) Avec un oscilloscope, on ne peut visualiser directement que les tensions électriques. Pour visualiser l'évolution temporelle de l'intensité i d'un courant, il faut une tension proportionnelle à i . Donc, il faut brancher l'oscilloscope aux bornes du résistor de résistance R_0 où $u = R_0 \cdot i$. Pour ce faire, le résistor doit avoir une borne reliée à la masse. Donc, le schéma du montage avec lequel est visualisée la tension u est le schéma 2 en reliant le point B à l'une des entrées de l'oscilloscope (Fig.3).



2°) La tension u est liée à l'intensité i du courant débité par le générateur dans le circuit par la relation $u = R_0 \cdot i$. Or, i ne peut augmenter que progressivement à cause de la bobine qui s'oppose à sa variation, ce qui explique l'allure de la courbe représentant l'évolution de u au cours du temps.

3°a) Pour le circuit série réalisé, la loi des mailles s'écrit : $u_{AB} + u_{BM} + u_{MA} = 0$ ce qui signifie $u_{BM} + u_{AB} = u_{AM}$.

Avec le sens positif choisi pour le courant (Fig.3), on a :

$$u + ri + L \frac{di}{dt} = E \text{ où } u = u_{BM}.$$

$$\text{Or, } u = R_0 i, \text{ ce qui signifie } i = \frac{u}{R_0}. \text{ D'où } u + \frac{r}{R_0} u + \frac{L}{R_0} \frac{du}{dt} = E.$$

$$u \left(1 + \frac{r}{R_0} \right) + \frac{L}{R_0} \frac{du}{dt} = E$$

$$1 + \frac{r}{R_0} = \frac{R}{R_0} \text{ car } R = R_0 + r, \text{ d'où : } \frac{du}{dt} + \frac{R}{L} u = \frac{R_0}{L} E.$$

$$\text{Finalement, on a : } \boxed{\frac{du}{dt} + \frac{1}{\tau} u = \frac{R_0}{L} E} \text{ avec } \tau = \frac{L}{R}.$$

$$\text{b) } u = A e^{-\alpha t} + B,$$

$$\text{à } t = 0, u = A + B = 0. \text{ Donc, } B = -A.$$

$$\text{D'où } u = B (1 - e^{-\alpha t}).$$

$$\frac{du}{dt} = \alpha B e^{-\alpha t}.$$

L'équation différentielle établie précédemment s'écrit donc :

$$\alpha B e^{-\alpha t} + \frac{B}{\alpha} (1 - e^{-\alpha t}) = \frac{R_0}{L} E$$

$$B \left(\alpha - \frac{1}{\tau} \right) e^{-\alpha t} + \frac{B}{\tau} = \frac{R_0}{L} E$$

Lorsque t tend vers l'infini, $e^{-\alpha t}$ tend vers zéro, ce qui donne :

$\frac{B}{\tau} = \frac{R_0}{L}E$, d'où $B = \frac{R_0}{R}E$ et l'équation différentielle devient :

$B(\alpha - \frac{1}{\tau})e^{-\alpha t} = 0$. Cette équation est valable quel que soit t .

Donc, $(\alpha - \frac{1}{\tau}) = 0$, ce qui signifie $\alpha = \frac{1}{\tau}$.

Finalement, on a : $u = \frac{R_0}{R}E(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$

4°) On a $U_0 = \frac{R_0}{R}E$, ce qui équivaut $\frac{R_0 + r}{R_0} = \frac{E}{U_0}$, d'où $r = (\frac{E}{U_0} - 1)R_0$

Donc, pour déterminer graphiquement r , il suffit d'avoir la valeur de la tension U_0 .

Celle-ci est l'ordonnée du point d'intersection de l'asymptote horizontale à la courbe avec l'axe des ordonnées. Le tracé donne $U_0 = 5,6$ V.

AN : $r = 10 \Omega$

$u(\tau) = U_0(1 - \frac{1}{e}) = 0,632 U_0 = 3,45$ V.

En portant $u=3.54$ V sur l'axe des tensions,

la projection sur l'axe des temps donne : $\tau = 2$ ms

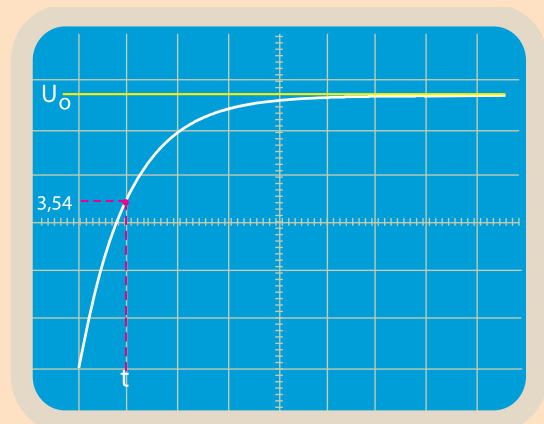
$\tau = \frac{L}{R}$ ce qui signifie $L = \tau R$.

AN : $L = 300$ mH

5°) $u = R_0 i$ ce qui signifie $i = \frac{u}{R_0}$.

Or, $u = \frac{R_0}{R}E(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$.

D'où, $i = I_0(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$ avec $I_0 = \frac{E}{R} = 0,04$ A.





Exercices à résoudre



Tests rapides des acquis

1

Items "vrai ou faux"

Evaluer les propositions suivantes par vrai ou faux.

- 1- Une bobine placée dans un champ magnétique variable est le siège d'une f.e.m. induite.
- 2- Toute variation du courant électrique dans un circuit donne naissance à une f.e.m. induite.
- 3- L'introduction d'un noyau de fer doux dans une bobine fait diminuer son inductance L.
- 4- Pour abaisser la valeur d'une tension continue, on peut utiliser un transformateur.
- 5- La constante de temps d'un dipôle RL caractérise la durée du régime transitoire.
- 6- Pour augmenter la durée du régime transitoire dans un circuit RL, on fait augmenter la résistance totale du circuit.
- 7- Lors de l'établissement du courant électrique dans un circuit RL, la tension aux bornes de la bobine diminue et tend vers une limite.
- 8- Lors de l'ouverture de l'interrupteur d'un circuit RL, l'intensité du courant électrique ne subit pas une discontinuité.

2

Questions à Choix Multiples

Préciser pour chacune des questions suivantes, la (ou les) proposition(s) juste(s).

■ I- Une bobine inductive est un dipôle électrocinétique qui :

- a- s'oppose aux variations de la tension à ses bornes.
- b- s'oppose aux variations de l'intensité du courant qui y circule.
- c- est équivalent en courant continu à un résistor de résistance égale à sa résistance interne.

■ II- La tension u_{AB} aux bornes d'une bobine parcourue par un courant de B vers A s'écrit :

- a- $u_{AB} = L \cdot i + r \cdot i$
- b- $u_{AB} = L \cdot \frac{di}{dt} + r \cdot i$
- c- $u_{AB} = -L \cdot \frac{di}{dt} - r \cdot i$
- d- $u_{AB} = -\frac{dL}{dt} \cdot i - r \cdot i$

■ III- L'inductance L d'une bobine dépend de :

- a- la tension appliquée à ses bornes.
- b- ses caractéristiques géométriques.
- c- l'intensité du courant qui y circule.

■ IV- La réponse d'un dipôle RL à un échelon de tension E, dans le cas où la bobine est purement inductive, est caractérisée par l'apparition d'une tension aux bornes de la bobine qui :

- a- augmente sans cesse.
- b- varie en tendant vers zéro.
- c- prend instantanément la valeur E.
- d- tend vers une valeur constante inférieure à E.

■ V- La réponse d'un dipôle RL à un échelon de tension E, dans le cas où la bobine est caractérisée par la circulation d'un courant d'intensité i qui :

- a- augmente de manière continue en tendant vers la valeur $\frac{E}{R}$.
- b- diminue de manière continue en tendant vers zéro.
- c- prend directement la valeur $\frac{E}{R}$.

Exercices d'application

3 Indiquer pour chaque schéma de la figure ci-dessous, le sens du courant induit produit par le déplacement de l'aimant suivant l'axe de la bobine ainsi que le nom de la face de la bobine en regard avec l'aimant.

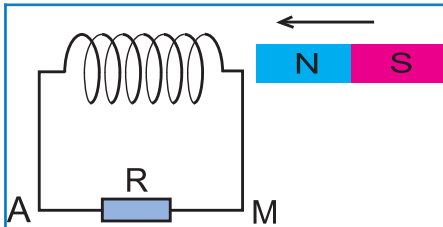


Fig.1 : L'aimant s'approche de la bobine avec son pôle nord en avant.

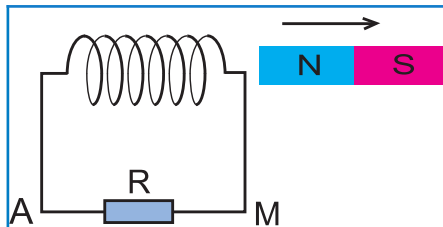


Fig.2 : L'aimant s'éloigne de la bobine avec son pôle nord en avant.

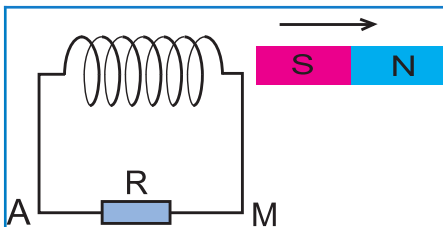


Fig.3 : L'aimant s'éloigne de la bobine avec son pôle sud en avant.

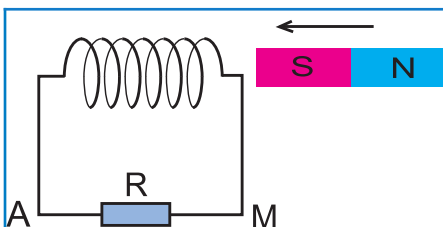
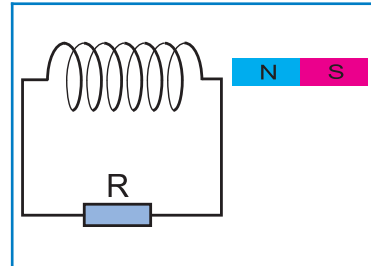


Fig.4 : L'aimant s'approche de la bobine avec son pôle sud en avant.

4 Une bobine fermée sur un résistor de résistance R est placée dans le champ magnétique d'un aimant comme dans la figure ci-dessous.



1°) On approche l'aimant de la bobine par son pôle nord.

a) Représenter le vecteur champ magnétique induit.

b) En déduire le sens du courant induit.

2°) On retourne l'aimant de telle sorte que le pôle en regard de la bobine soit le pôle sud, puis on l'éloigne de la bobine.

a) Représenter, au centre de la bobine, le vecteur champ magnétique inducteur et le vecteur champ magnétique induit.

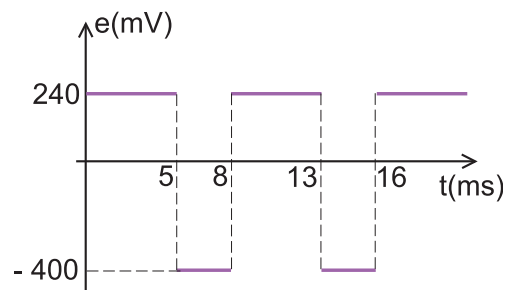
b) En déduire le sens du courant induit.

5 La f.e.m d'auto-induction e créée par une bobine d'inductance $L = 40$ mH varie au cours du temps selon la loi représentée graphiquement ci-dessous.

1°) Exprimer le taux de variation $\frac{di}{dt}$ en fonction de e et L .

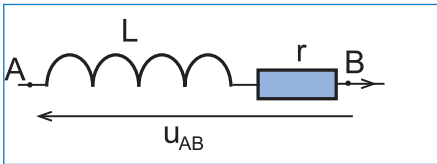
2°) Calculer $\frac{di}{dt}$ dans chacun des intervalles de temps $[0, 5 \text{ ms}]$ et $[5 \text{ ms}, 8 \text{ ms}]$.

3°) Représenter graphiquement i en fonction de t sachant qu'à l'instant $t = 5 \text{ ms}$, $i = 0$.

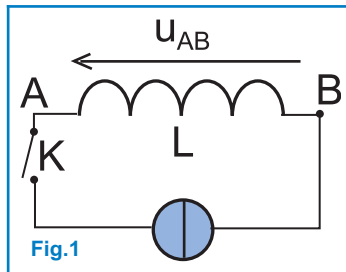


6 En fermant à l'instant $t = 0$ un circuit électrique renfermant une bobine de bornes A et B, d'inductance $L = 470 \text{ mH}$ et de résistance $r = 10 \Omega$, celle-ci se trouve parcourue de sa borne A vers sa borne B par un courant d'intensité $i(t) = 0,006 t^2$.

- 1°) Exprimer la tension u_{AB} en fonction de L , r , et t .
- 2°) Calculer la valeur de u_{AB} , 10 s après la fermeture du circuit.

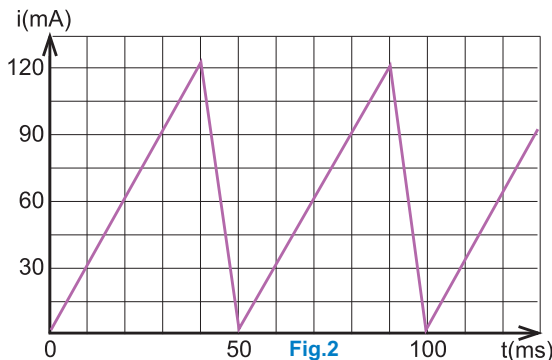


7 On relie une bobine AB d'inductance $L = 0,1 \text{ H}$ et de résistance interne négligeable à un générateur de courant variable (Fig.1).

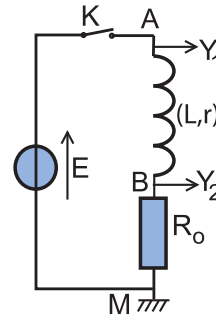


L'évolution au cours du temps de i est illustrée par la courbe de la figure 2. Lors de la fermeture du circuit, un phénomène d'auto-induction prend naissance dans la bobine.

- 1°) Donner l'expression de la tension $u_{AB}(t)$, au cours des deux phases, pour t variant de 0 à 50 ms.
- 2°) Tracer la courbe représentant $u_{AB}(t)$, sachant que la base de temps est réglée sur 10 ms/div et que la sensibilité verticale est 0,5 V/div.



8 On réalise le montage de la figure ci-dessous.



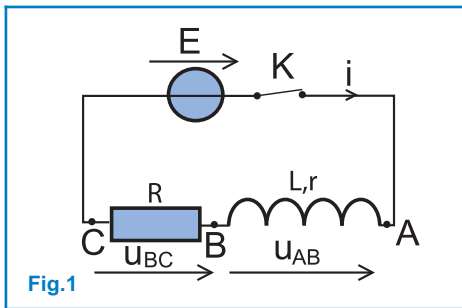
- 1°) On ferme l'interrupteur K, expliquer le phénomène qui se produit au niveau du dipôle RL avec $R = R_0 + r$.
- 2°) Donner l'expression de l'intensité I_0 du courant électrique qui s'établit en régime permanent.
- 3°) Etablir l'équation différentielle, vérifiée par $i(t)$, lors de la fermeture de l'interrupteur K.
- 4°) Vérifier que $i(t) = A(1 - e^{-\alpha t})$ est une solution de l'équation différentielle en i .
- 5°) Identifier A et α en prenant l'instant origine, l'instant de fermeture du circuit.
- 6°) Définir la constante de temps pour le régime transitoire et l'exprimer en fonction de α .

9 Un dipôle RL constitué d'une bobine d'inductance L , de résistance interne r nulle et d'un résistor de résistance R est branché aux bornes d'un générateur délivrant une tension continue $U = 12 \text{ V}$.

- 1°) Réaliser le schéma du montage.
- 2°) Préciser le branchement de l'oscilloscope permettant de suivre l'établissement du courant électrique dans le circuit.
- 3°) Donner l'allure de la courbe d'évolution de $i(t)$ lors de la fermeture du circuit.
- 4°) Calculer :
 - a) la valeur de l'intensité du courant en régime permanent.
 - b) la valeur de la constante de temps τ du dipôle RL sachant que $L = 100 \text{ mH}$ et $R = 120 \Omega$.

Exercices de synthèse

10 Un circuit électrique comporte, placés en série, un générateur de tension idéal de f.e.m. $E = 6 \text{ V}$, un interrupteur K , une bobine d'inductance L et de résistance $r = 10 \ \Omega$ et un conducteur ohmique de résistance $R = 200 \ \Omega$. Un dispositif informatisé d'acquisition de données permet de visualiser sur l'écran d'un ordinateur, l'évolution des tensions u_{AB} et u_{BC} en fonction du temps. Le schéma du circuit ci-dessous précise l'orientation du courant et les tensions étudiées (fig.1).



A $t = 0$, on ferme l'interrupteur K et on procède à l'acquisition. On obtient les deux courbes de la figure 2, notées courbe 1 et courbe 2.

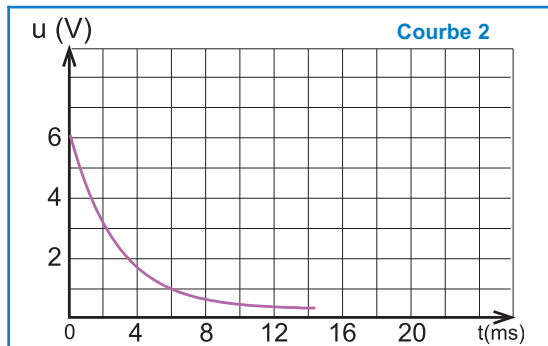
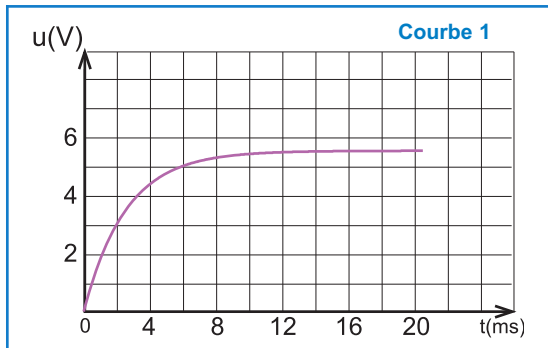


Fig.2

1°) Donner l'expression de u_{AB} en fonction de i et de $\frac{di}{dt}$.

2°) Donner l'expression de u_{BC} en fonction de i .

3°) Associer les courbes 1 et 2 aux tensions u_{AB} et u_{BC} . Justifier la réponse.

4°) Appliquer la loi des mailles pour déterminer l'expression I_0 de l'intensité du courant qui traverse le circuit lorsque le régime permanent est établi.

Calculer la valeur de I_0 .

5°) Exploiter l'une des courbes pour retrouver cette valeur de I_0 .

6°) Exploiter l'une des deux courbes pour déterminer la constante de temps τ du montage. Expliciter la méthode utilisée.

7°) Rappeler l'expression de la constante de temps τ en fonction des grandeurs caractéristiques du circuit. Montrer que cette expression est homogène à un temps.

8°) À partir de la valeur de τ mesurée, calculer l'inductance L de la bobine.

9°) A défaut de dispositif informatisé d'acquisition de données, quel type d'appareil peut-on utiliser pour visualiser le phénomène étudié ?

11 Un dipôle AB est constitué par l'association en série, d'une bobine d'inductance L , de résistance r et d'un résistor de résistance $r' = 50 \ \Omega$. Le dipôle AB est alimenté par un générateur de tension idéal de force électromotrice $E = 6 \text{ V}$.

A l'aide d'un oscilloscope à mémoire, on visualise simultanément les tensions aux bornes du générateur et aux bornes du résistor r' . On obtient simultanément les oscillogrammes de la figure ci-après.

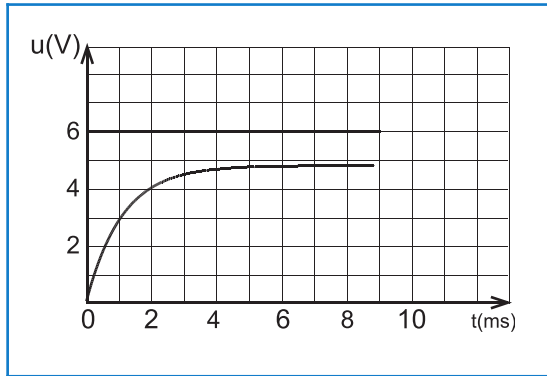
1°) Schématiser le montage électrique et préciser le branchement de l'oscilloscope.

2°) Donner la valeur de la tension aux bornes de la bobine en fonction de L, r et i .

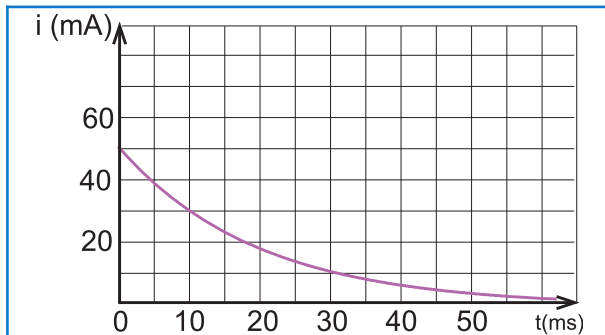
3°) A l'aide des oscillogrammes obtenus :

a) déterminer l'intensité I_0 du courant électrique qui s'établit dans le circuit en régime permanent.

- b) calculer la valeur de la résistance r de la bobine.
 4°) Déterminer graphiquement la constante de temps du dipôle RL
 5°) En déduire la valeur de l'inductance L de la bobine.
 6°) Calculer la valeur de l'énergie emmagasinée dans la bobine en régime permanent.



- 12** Une bobine de résistance r et d'inductance L est branchée en série avec un résistor de résistance R_0 . Lors de la rupture du courant dans le circuit, on visualise la courbe de décroissance de l'intensité du courant électrique, donné par la figure ci-dessous.
- 1°) Déterminer la valeur de l'intensité i du courant électrique à l'instant initial.
 2°) Déterminer de deux façons différentes la constante de temps τ du dipôle RL.
 3°) En déduire la valeur de l'inductance L de la bobine sachant que $R = 50 \Omega$ avec $R = r + R_0$.
 4°) Calculer la valeur de la f.e.m. d'auto-induction e à $t = 0$.



- 13** Un générateur de force électromotrice $E = 6 \text{ V}$ et de résistance interne $r = 2 \Omega$ alimente un circuit constitué d'une bobine AB d'inductance $L = 1,8 \text{ H}$ et de résistance interne $R = 8 \Omega$ aux bornes de laquelle on a placé un petit moteur en série avec une diode au silicium D (fig.1).

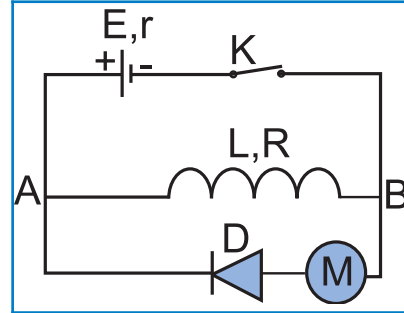


Fig.1

- 1°) Lorsqu'on ferme l'interrupteur K , indiquer le sens du courant qui s'établit dans le circuit. Montrer que son intensité maximale prend la valeur $I = 0,6 \text{ A}$.
 Pourquoi le moteur ne fonctionne-t-il pas ?
 2°) Lorsqu'on ouvre l'interrupteur K , on constate que le moteur se met à tourner pendant quelques secondes. Quel est le sens du courant qui le parcourt ? D'où provient l'énergie électrique qui l'a fait fonctionner ? Quel est le phénomène physique ainsi mis en évidence ?
 3°) Pendant son fonctionnement, le moteur est capable de soulever un corps de masse $m = 20 \text{ g}$ à une hauteur $h = 18,5 \text{ cm}$ par l'intermédiaire d'une poulie qu'il entraîne (Fig.2).

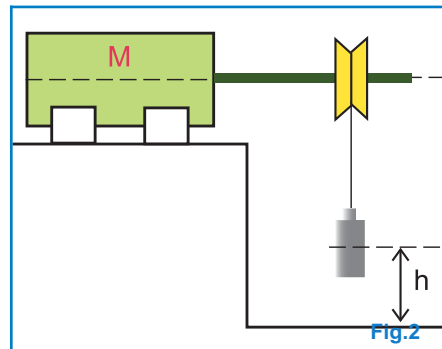


Fig.2

- Calculer le travail mécanique fourni par le moteur ; le comparer à l'énergie magnétique emmagasinée par la bobine. En déduire le rendement de l'opération.
 On donne $g = 9,8 \text{ N.kg}^{-1}$

14 Étude de texte

La cuisson par induction

Les plaques de cuisson par induction (ou plaques à induction) ont un principe de fonctionnement nettement différent de celui des plaques de cuisson classiques. La première caractéristique frappante de ces plaques à induction réside dans le fait qu'en fonctionnement, elles sont froides ou très peu chaudes !

A l'inverse des plaques classiques, ce ne sont pas les plaques qui chauffent mais la casserole, elle-même.

Ce type de plaque fonctionne grâce au phénomène d'induction électromagnétique.

En effet, il y a apparition d'un courant électrique dans un conducteur lorsque ce dernier est placé dans un champ magnétique variable.

C'est exactement ce qui se passe lorsqu'on approche la casserole de la plaque, le champ magnétique variable créé par le générateur placé au dessous de la plaque engendre un courant électrique induit dans la paroi de la casserole. celle-ci joue le rôle de noyau pour la bobine source de champ magnétique variable, ce qui fait augmenter, l'intensité du courant induit. La circulation du courant induit chauffe la casserole par effet Joule.

Une bonne partie de l'énergie thermique de la

casserole est transférée à son contenu, et c'est ainsi que les aliments vont être cuits.



Plaque de cuisson à induction

Questions

- 1°) Qu'est ce qui constitue le circuit où circule le courant induit dans le dispositif d'une plaque de cuisson à induction en fonctionnement ?
- 2°) Préciser l'inducteur et l'induit dans le dispositif de la plaque de cuisson par induction en fonctionnement.
- 3°) Quelle est la source d'énergie d'une plaque à induction ?
- 4°) Expliquer comment la présence de la casserole elle-même au dessus de la plaque en fonctionnement fait augmenter l'intensité du courant électrique qui y circule.

En savoir plus

Les pouvoirs de l'induction électromagnétique

De tous les moyens de cuisson, le plus singulier est la plaque à induction, où la chaleur est créée directement dans le métal de la casserole. Ce prodige est le résultat de l'induction électromagnétique, une des plus efficaces façons de transmettre de l'énergie sans contact. Si on place un morceau de cuivre près d'un aimant, que se passe-t-il ? Rien ! En revanche, si on déplace le morceau de cuivre par rapport au champ magnétique, un courant électrique apparaît dans le cuivre qui s'échauffe. Cet effet, découvert par Foucault et Faraday, est source de multiples applications comme les plaques de cuisson à induction et les ralentisseurs électromagnétiques.

Dans un conducteur comme le cuivre, les électrons délocalisés sont libres de se mouvoir, et leur mouvement d'ensemble, sous l'effet d'une force, engendre le courant électrique. Nous savons qu'un aimant crée un champ magnétique qui exerce une force sur les charges en mouvement, force perpendiculaire au mouvement des charges, qui tend à incurver leurs trajectoires. Quand nous déplaçons le morceau de cuivre, les électrons subissent cette force et sont animés d'un mouvement que l'on désigne par "courant de Foucault". L'intensité du courant est proportionnelle à la vitesse de déplacement du matériau et à la valeur du vecteur champ magnétique. Les courants de Foucault ont des parcours compliqués au sein de la matière où aucun fil ne les guide. On sait toutefois qu'ils forment des lacets et des boucles, d'où leur nom de "courants tourbillonnaires".

Ces courants de Foucault se manifestent chaque fois qu'un matériau conducteur est en mouvement au sein d'un champ magnétique : ils sont induits par déplacement. Plusieurs dispositifs industriels utilisent cette induction pour transformer l'énergie mécanique en énergie électrique, puis éventuellement en énergie thermique. Lorsqu'on fait tourner un disque de cuivre dans l'entrefer d'un aimant, un tel disque est parcouru de courants de Foucault. Ces courants induits échauffent la matière qu'ils traversent car les électrons qui les composent rencontrent sans cesse les autres charges électriques présentes dans le matériau et leur transfèrent une partie de leur énergie par chaleur. Cette énergie provient de la seule source d'énergie présente, l'opérateur actionnant le disque. Il va de même dans les ralentisseurs pour camions, un type de frein magnétique qui équipe aujourd'hui la majorité des poids lourds. Leur avantage est d'être sans contact, donc sans usure ! Dans ces dispositifs, des disques solidaires de l'arbre de transmission tournent entre des électroaimants alimentés par une batterie. Quand on désire freiner le véhicule, on alimente les électroaimants en courant. Plus la vitesse du véhicule est grande, plus la vitesse de rotation des disques entre les électroaimants est grande et plus le freinage est efficace. Les ralentisseurs sont donc d'autant plus efficaces que le véhicule roule vite, ce qui, en descente, est idéal. En revanche, leur efficacité s'amointrit aux faibles vitesses jusqu'à s'annuler à l'arrêt. C'est pourquoi, pour les faibles allures, on leur adjoint des freins mécaniques.

D'après "Revue pour la science"

Objectifs

- ◆ Réaliser un montage permettant de suivre les oscillations libres d'un circuit RLC série.
- ◆ Reconnaître le régime pseudopériodique et le régime apériodique.
- ◆ Reconnaître le facteur responsable de l'amortissement.
- ◆ Reconnaître les grandeurs oscillantes d'un circuit RLC série.
- ◆ Etablir l'équation différentielle des oscillations libres d'un circuit RLC série.
- ◆ Interpréter la diminution de l'amplitude des oscillations libres d'un circuit RLC série par le transfert d'énergie de l'oscillateur vers le milieu extérieur.
- ◆ Ecrire l'expression d'une grandeur oscillante en régime libre non amorti.
- ◆ Définir la pulsation propre ω_0 et la période propre T_0 d'un oscillateur RLC non amorti.
- ◆ Exprimer T_0 en fonction de L et de C.
- ◆ Déterminer la période, l'amplitude et la phase initiale d'une grandeur oscillante sinusoïdale d'un circuit RLC série non amorti.
- ◆ Démontrer la conservation de l'énergie totale d'un oscillateur LC.
- ◆ Interpréter le cas particulier des oscillations libres non amorties.

Prérequis

SAVOIR	SAVOIR FAIRE
<ul style="list-style-type: none"> ◆ Définir un phénomène périodique. ◆ Définir la période T et la fréquence N d'un phénomène périodique. ◆ Ecrire la relation $N = \frac{1}{T}$. ◆ Ecrire la relation $i = \frac{dq}{dt}$. ◆ Ecrire, en convention récepteur, l'expression de la tension $u = \frac{q}{C}$: <ul style="list-style-type: none"> - aux bornes d'un condensateur - aux bornes d'une bobine $u = ri + L \frac{di}{dt}$ ◆ Exprimer l'énergie potentielle électrique E_C emmagasinée par un condensateur. ◆ Exprimer l'énergie magnétique E_L emmagasinée par une bobine. 	<ul style="list-style-type: none"> ◆ Reconnaître un phénomène périodique. ◆ Distinguer entre période et fréquence d'un phénomène périodique. ◆ Utiliser la relation $i = \frac{dq}{dt}$. ◆ Expliquer la charge et la décharge d'un condensateur. ◆ Expliquer le phénomène d'auto-induction. ◆ Distinguer entre transfert et transformation d'énergie. ◆ Appliquer la loi des mailles.

OSCILLATIONS ÉLECTRIQUES LIBRES

3



Le quartz impose sa fréquence propre aux oscillations ; une montre électronique y gagne en précision.

- ◆ Que désigne-t-on par les expressions “oscillations électriques”, “oscillateur électrique”, “circuit oscillant”... ?
- ◆ Est-ce que le courant alternatif est un phénomène oscillatoire ?

OSCILLATIONS ÉLECTRIQUES LIBRES AMORTIES

Dans les chapitres précédents, en plus de la mise en évidence expérimentale des propriétés des condensateurs et des bobines, on a étudié entre autres la décharge d'un condensateur. Que se passera-t-il si l'on décharge le condensateur dans une bobine sachant que celle-ci emmagasine aussi de l'énergie?

1 PRODUCTION D'OSCILLATIONS LIBRES AMORTIES

Manipulation

Avec un générateur de tension idéal de f.e.m. $E = 5 \text{ V}$, un condensateur de capacité $C = 0,5 \mu\text{F}$, un résistor de résistance R_0 réglable, une bobine d'inductance $L = 1 \text{ H}$ et de résistance $r = 12,5 \Omega$ et un commutateur K , on réalise le montage de la figure 1.

On fixe R_0 à 100Ω .

On réalise les branchements et les réglages indispensables à la visualisation de la tension $u_c = u_{BM}$ aux bornes du condensateur sur la voie Y_1 et la tension $u_{R_0} = u_{AM}$ aux bornes du résistor sur la voie Y_2 d'un oscilloscope à mémoire (Fig.2). On charge le condensateur en plaçant le commutateur K sur la position 1. En basculant le commutateur K sur la position 2, les chronogrammes ① et ② de la figure 2 apparaissent sur l'écran de l'oscilloscope.

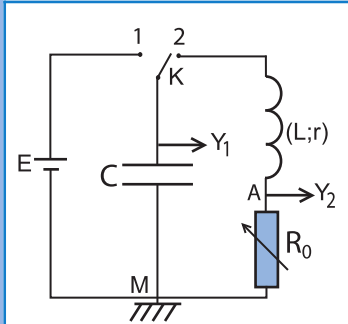


Fig.1 : Montage de charge et de décharge d'un condensateur dans une bobine

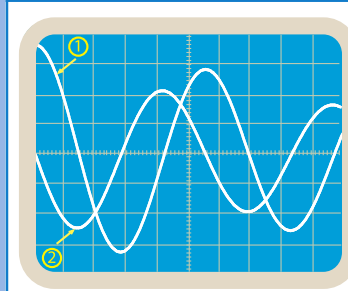


Fig. 2 : Oscillogrammes ① et ②

Questions

- 1°) Décrire la forme du chronogramme visualisé lorsque le commutateur K est en position 1.
- 2°) Montrer que le chronogramme ① de la figure 2 correspond à la tension u_c et qu'il traduit l'évolution, au cours du temps, de la charge q du condensateur.
- 3°) Montrer que le chronogramme ② de la figure 2 traduit l'évolution au cours du temps de l'intensité i du courant électrique qui s'établit dans le circuit MKA .
- 4°) • Tels quels, les chronogrammes ① et ② traduisent des oscillations de q et de i au cours du temps.
Préciser la signification de cette affirmation.
 - De telles oscillations électriques sont dites amorties, pourquoi ?
- 5°) Comparer les intervalles de temps T séparant les maximums ou minimums successifs de u_c et de u_{R_0} .

6°) • En comparant les maximums de $u_C(t)$ ou de $u_{R_0}(t)$, montrer que les oscillations sont amorties.

• De telles oscillations, ne pouvant pas être qualifiées comme étant périodiques, sont dites pseudopériodiques, pourquoi ?

7°) Interpréter les oscillations de $q(t)$ et de $i(t)$ dans le circuit RLC série.

Interprétation

En plaçant le commutateur K dans la position 1, le condensateur se charge, la tension à ses bornes devient égale à E, donc le chronogramme ① correspond à $u_C(t)$.

Compte tenu des relations de proportionnalité $q = C u_C$ et $u_{R_0} = R_0 i$ en convention récepteur, les chronogrammes ① et ② traduisent l'évolution au cours du temps respectivement de la charge q du condensateur et de l'intensité i du courant qui s'établit dans le circuit MKA. La symétrie de ces chronogrammes par rapport à l'axe des temps montre que la charge q du condensateur et l'intensité i du courant électrique varient et changent de signe à des intervalles de temps successifs et égaux à T ; c'est-à-dire que q et i prennent au cours du temps des valeurs alternativement positives et négatives. On dit alors que q et i oscillent au cours du temps.

Les oscillations de q résultent d'une décharge oscillante du condensateur; celles de l'intensité i matérialisent une circulation du courant alternativement dans un sens et dans l'autre: On dit qu'un tel courant alternatif est un phénomène oscillatoire. Ces oscillations s'expliquent comme suit :

❖ À $t_0 = 0$, juste en plaçant le commutateur K dans la position 2, $u_{C_0} = E$ et la charge du condensateur est $Q_0 = CE$, c'est-à-dire à cet instant, les armatures A et B du condensateur portent respectivement les charges $Q_0 = CE$ et $-Q_0 = -CE$.

L'attraction mutuelle de ces charges provoque un déplacement d'ensemble d'électrons de B vers A, ce qui fait naître, à travers le dipôle RL, un courant d'intensité i circulant dans le sens négatif (Fig.3). Mais, contrairement à ce qui se passe dans le cas d'un dipôle RC, la valeur absolue de l'intensité i ne passe pas instantanément de 0 à sa valeur maximale I_m , et ce à cause de la f.e.m. auto-induite dans la bobine.

❖ Entre $t_0 = 0$ et $t_1 = T/4$ (Fig.4a) :

l'opposition de la force électromotrice auto-induite à la variation de l'intensité du courant ralentit le déplacement d'ensemble

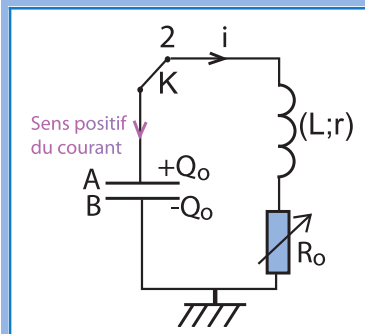


Fig.3 : Sens positif du courant

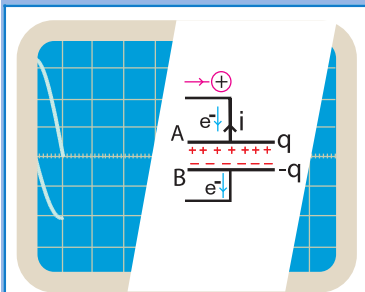


Fig.4a : Décharge du condensateur dans le dipôle RL

des électrons, ce qui explique l'augmentation progressive et non brusque de la valeur absolue de i .

❖ Entre $t_1 = T/4$ et $t_2 = T/2$ (Fig.4.b)

À $t_1 = T/4$, bien que i soit maximale en valeur absolue, le courant n'a plus de raison d'être car le condensateur est complètement déchargé, c'est-à-dire il n'y a plus de d.d.p. entre ses armatures A et B. Pourtant, i ne va pas s'annuler à l'instant même, et ce toujours à cause de la f.e.m. auto-induite $e = -L \frac{di}{dt}$ qui va contraindre le courant à circuler encore dans le même sens, ce qui fait apparaître simultanément et progressivement sur l'armature A du condensateur une charge $+q < 0$ et sur l'armature B une charge $-q > 0$.

À $t_2 = T/2$, le courant finit par s'annuler pour être régénéré tout de suite, mais dans le sens positif grâce aux charges $+Q_1 < 0$ et $-Q_1 > 0$, maximales en valeur absolue et accumulées respectivement sur les armatures A et B du condensateur.

❖ Entre $t_2 = T/2$ et $t_4 = T$: l'évolution s'explique de la même manière qu'entre $t_0 = 0$ et $t_2 = T/2$.

A l'instant $t_4 = T$, deux charges $+Q_2$ et $-Q_2$, maximales en valeur absolue, se trouvent stockées respectivement au niveau des armatures A et B comme à $t_0 = 0$, c'est-à-dire la charge $+Q_2$ est positive.

❖ Entre les instants T et $2T$: Tout se passe et s'explique comme entre les instants 0 et T pour "voir" s'accumuler respectivement sur les armatures A et B les charges $+Q_3$ et $-Q_3$ (avec $Q_3 < 0$) à l'instant $3T/2$ et $+Q_4$ et $-Q_4$ (avec $Q_4 > 0$) à l'instant $2T$ et ainsi de suite.

Il reste quand même à expliquer pourquoi $Q_0 > |Q_1| > Q_2 > |Q_3|$, ce qui revient à expliquer la diminution de l'amplitude des oscillations de i (Fig5).

En fait, la résistance totale R du circuit (résistance r de la bobine + R_0) s'oppose incessamment à la circulation du courant. Par conséquent, elle fait atténuer progressivement la valeur de l'intensité du courant jusqu'à l'annuler au bout de quelques oscillations. De telles oscillations sont dites amorties. De plus, ces oscillations sont dites libres du fait qu'elles se produisent dans le circuit RLC série bien que celui-ci ne soit fermé sur aucun générateur.

Bien que les extrêmes de q ou de i soient atteints à des intervalles de temps successifs égaux, de telles oscillations ne

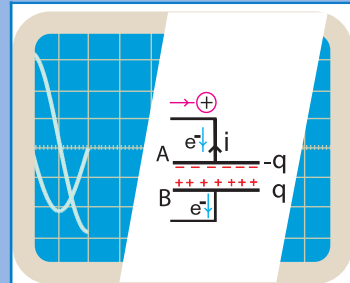


Fig.4b : Charge du condensateur

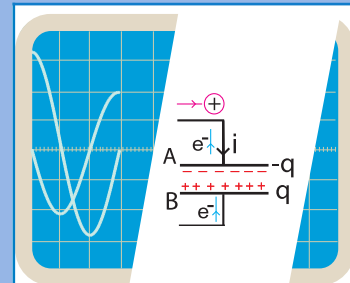


Fig.4c : Décharge du condensateur dans le dipôle RL

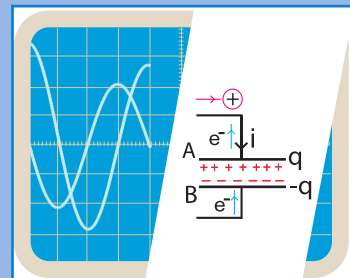


Fig.4d : Charge du condensateur

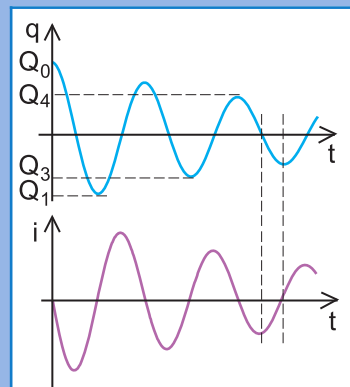


Fig.5 : L'amplitude des oscillations diminue.

peuvent être périodiques à cause de la diminution de l'amplitude, elles sont dites pseudopériodiques.

Conclusion

Un circuit constitué d'un dipôle RL série fermé sur un condensateur initialement chargé peut être le siège d'oscillations électriques amorties. De telles oscillations qui s'effectuent d'elles mêmes sans intervention de l'extérieur sont dites libres.

Les oscillations libres amorties sont des oscillations pseudopériodiques de pseudopériode T .

2 INFLUENCE DE L'AMORTISSEMENT

Manipulation

On reprend le montage de la figure 1 et on refait l'expérience avec des valeurs différentes de R_0 . En suivant l'évolution des oscillogrammes $u_c(t)$ et $u_{R_0}(t)$, on retient ceux de la figure 6 obtenus avec des valeurs de R_0 allant de 100Ω et $5 \text{ k}\Omega$.

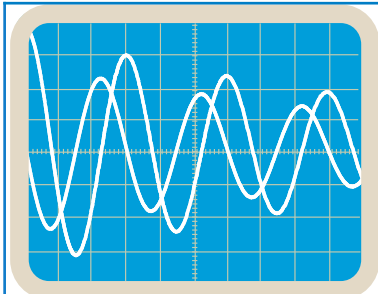


Fig.6a : $R_0 = 100 \Omega$

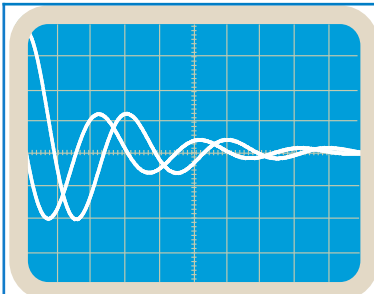


Fig.6b : $R_0 = 500 \Omega$

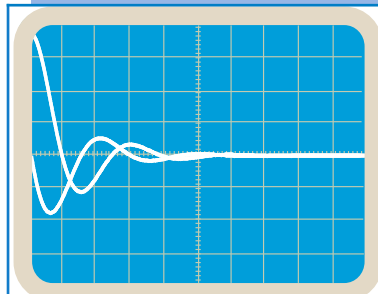


Fig.6c : $R_0 = 1000 \Omega$

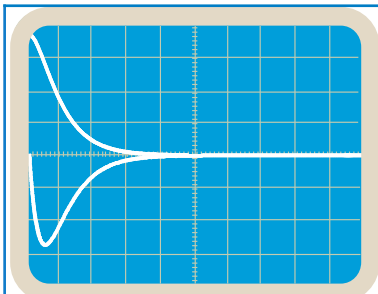


Fig.6d : $R_0 = 3 \text{ k}\Omega$

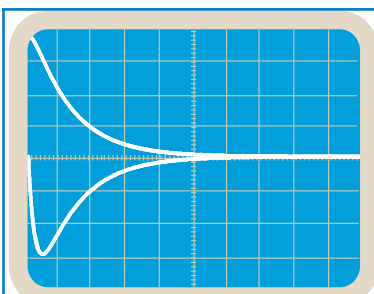


Fig.6e : $R_0 = 4 \text{ k}\Omega$

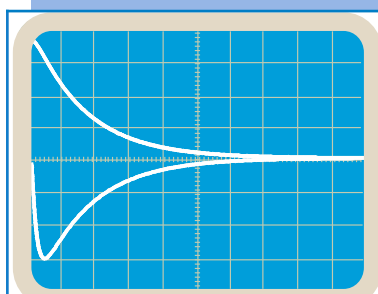


Fig.6f : $R_0 = 5 \text{ k}\Omega$

Questions

À l'aide des oscillogrammes de la figure 6 :

1°) Dégager l'influence de la valeur de la résistance sur l'amortissement des oscillations et sur la pseudopériode.

2°) Montrer que le circuit RLC série ne peut osciller librement que dans des conditions bien déterminées que l'on précisera.
 3°) Comparer les oscillogrammes des figures 6.d, 6.e et 6.f entre eux. En déduire l'influence de R_0 sur la durée du retour du circuit RLC à son état d'équilibre stable.

Analyse et Interprétation des résultats

L'analyse des chronogrammes $u_C(t)$ et $u_{R_0}(t)$ obtenus avec différentes valeurs de R_0 montre que :

- lorsque R_0 augmente les oscillations deviennent de plus en plus amorties (le nombre totale des oscillations diminue) alors que la pseudopériode T augmente légèrement (Fig.6a, 6b, 6c).
- pour des valeurs élevées de R_0 , la difficulté avec laquelle le courant circule dans le circuit RLC série ne lui permet plus d'atteindre une intensité maximale suffisante pour pouvoir recharger le condensateur avant de s'annuler. Par conséquent, le circuit RLC série ne peut plus osciller ; il s'agit d'un nouveau régime qui consiste en le retour du circuit à son état d'équilibre, c'est-à-dire en une simple décharge du condensateur ; celle-ci demande une durée aussi longue que la résistance R_0 est plus grande : un tel régime non oscillatoire est dit apériodique (Fig.6d, 6e, 6f).

Remarques

1- Le régime apériodique obtenu avec la valeur élevée la plus petite de la résistance totale R du circuit RLC série est connu sous le nom du régime critique mais expérimentalement, il est difficile de le mettre en évidence.

2- Du fait que lorsque la résistance totale R du circuit diminue, les oscillations libres du circuit RLC série deviennent de moins en moins amorties, on peut admettre qu'à la limite, lorsque l'amortissement est suffisamment très faible pour pouvoir le supposer nul (absence du résistor dans le circuit et bobine inductive de très petite résistance interne r), le régime pseudopériodique devient périodique (Fig.7) : l'amplitude des oscillations ne diminue pratiquement plus. Le circuit RLC continue à osciller indéfiniment (l'étude de ce régime fera l'objet de la deuxième partie du présent chapitre).

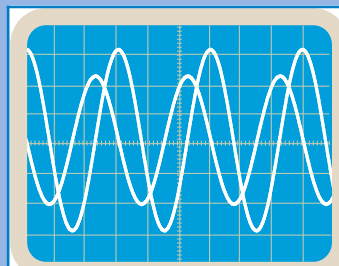


Fig.7 : Régime périodique

Conclusion

Un circuit RLC série fermé, avec le condensateur initialement chargé, ne peut osciller librement que lorsque l'amortissement est faible.

Plus la résistance du circuit est grande, plus la pseudopériode est grande et plus le retour de l'oscillateur à son état d'équilibre est rapide. Avec des valeurs élevées de R , le régime n'est plus oscillatoire, il est apériodique

3 ÉQUATION DIFFÉRENTIELLE RÉGISSANT L'ÉVOLUTION D'UN CIRCUIT RLC SÉRIE EN RÉGIME LIBRE

L'application de la loi des mailles au circuit de la figure 8 permet d'écrire :

$$u_C + u_b + u_{R_o} = 0, \text{ ce qui signifie } \frac{q}{C} + (ri + L \frac{di}{dt}) + R_o i = 0.$$

$$\text{D'où : } L \frac{di}{dt} + (r + R_o) i + \frac{q}{C} = 0. \quad (1)$$

Or, $i = \frac{dq}{dt}$. Donc, (1) s'écrit :

$$L \frac{d^2q}{dt^2} + (r + R_o) \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = 0 \text{ ou bien } \frac{d^2q}{dt^2} + \frac{r + R_o}{L} \frac{dq}{dt} + \frac{1}{LC} q = 0.$$

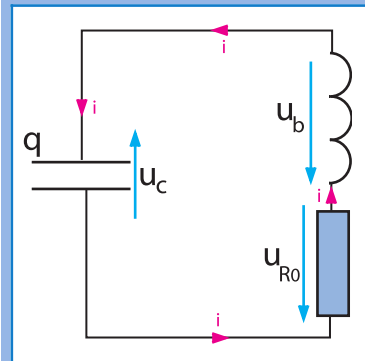


Fig.8 : Schéma du circuit RLC série

4 ÉNERGIE TOTALE D'UN OSCILLATEUR RLC SÉRIE

Manipulation

On reprend le montage de la figure 1 et on remplace l'oscilloscope par une interface d'acquisition numérique de données (console VTT par exemple).

On fixe R_o à la valeur 100Ω et on règle les paramètres d'acquisition de l'interface pour que, après avoir chargé le condensateur, la fermeture du circuit RLC série déclenche l'acquisition des mesures. Sur l'écran de l'ordinateur, s'affichent les deux courbes de tension $u_C(t)$ et $u_{R_o}(t)$ qu'on enregistre en vue de les exploiter plus loin. Ces deux courbes sont reproduites sur la figure 9.

En réalisant de nouveau la même expérience avec $R_o = 500 \Omega$, on obtient les deux courbes reproduites sur la figure 10.

A l'aide d'un logiciel tableur-grapheur (il doit être installé au préalable dans l'ordinateur utilisé), on calcule :

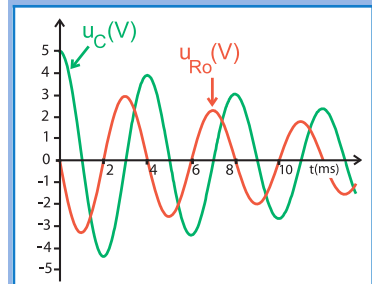


Fig.9 : Evolution temporelle de u_C et u_{R_o} dans le cas où $R_o = 100 \Omega$

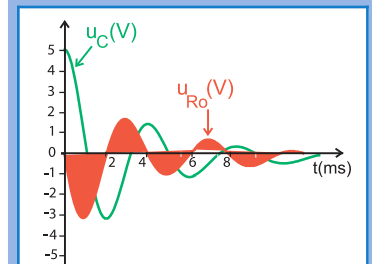


Fig.10 : Evolution temporelle de u_C et u_{R_o} dans le cas où $R_o = 500 \Omega$

- l'énergie électrique $E_C = \frac{1}{2} C u_C^2$

- l'énergie magnétique $E_L = \frac{1}{2} \frac{L}{R_o^2} u_{R_o}^2$

- l'énergie totale du circuit $E = E_C + E_L$.

On passe en mode graphique pour que l'ordinateur affiche sur son écran, simultanément et dans un même système d'axes, les chronogrammes des énergies E_C , E_L et E obtenus respectivement avec les valeurs 100Ω et 500Ω de R_o (Fig.11a et 11b).

Questions

A l'aide des chronogrammes des figures 11a et 11b :

1°) Montrer que les zéros et les maxima de l'énergie électrostatique E_C emmagasinée dans le condensateur ou de l'énergie magnétique E_L emmagasinée dans la bobine sont atteints à des intervalles de temps successifs égaux à la moitié de la pseudopériode T .

2°) Vérifier qu'au cours des oscillations, l'énergie totale E du circuit est égale à la somme de l'énergie E_C emmagasinée dans le condensateur et de l'énergie E_L stockée par la bobine.

3°) Montrer les transformations mutuelles de E_C et E_L au cours des oscillations.

4°) Préciser l'influence sur la vitesse de diminution de l'énergie totale du circuit RLC série.

Interprétation

♦ Non conservation de l'énergie totale d'un circuit RLC série

L'énergie totale E du système oscillant (circuit RLC série) à un instant donné est la somme de l'énergie électrique E_C emmagasinée dans le condensateur et de l'énergie magnétique E_L emmagasinée dans la bobine. Pour étudier son évolution au cours du temps, il est commode de déterminer sa vitesse de variation[⊙] qui s'écrit :

$$\frac{dE}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{q^2}{2C} + \frac{L}{2} i^2 \right) = \frac{q}{C} \frac{dq}{dt} + Li \frac{di}{dt} = i \left(L \frac{di}{dt} + \frac{q}{C} \right)$$

Or l'équation différentielle peut s'écrire : $L \frac{di}{dt} + \frac{q}{C} + Ri = 0$,

ce qui donne $L \frac{di}{dt} + \frac{q}{C} = - Ri$, d'où $\frac{dE}{dt} = - Ri^2$

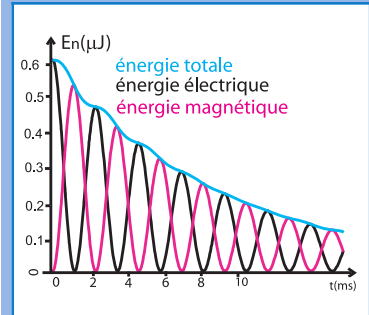


Fig.11a : Evolution temporelle des énergies dans le cas où $R_o = 100\Omega$

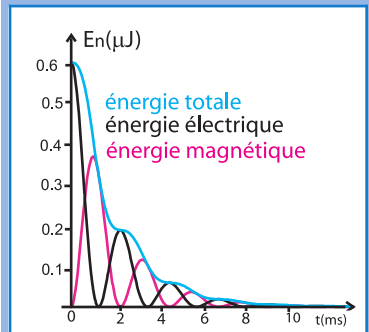


Fig.11b : Evolution temporelle des énergies dans le cas où $R_o = 500\Omega$

⊙ La vitesse de variation de l'énergie totale d'un système $\frac{dE}{dt}$ n'est autre que la puissance instantanée p du même système :

$$p = \frac{dE}{dt}$$

L'énergie totale emmagasinée dans le circuit RLC série diminue au cours du temps, elle est transformée progressivement en énergie thermique par effet Joule.

Cette dissipation est d'autant plus rapide que la résistance est plus grande. En conséquence, on dit qu'un circuit RLC série en régime libre est un système non conservatif.

♦ Transformations mutuelles des énergies électrique et magnétique.

Au cours de la décharge du condensateur qui se produit entre $t_0 = nT$ et $t_1 = nT + T/4$, l'énergie E_C qui y est stockée diminue car l diminue, tandis que l'énergie E_L emmagasinée par la bobine augmente car i augmente.

D'après la loi de conservation de l'énergie, cela ne s'explique que par une transformation d'énergie électrostatique E_C en énergie magnétique E_L .

Entre $t_2 = nT + T/4$ et $t_3 = nT + T/2$, l'énergie électrostatique E_C augmente tandis que l'énergie magnétique E_L diminue parce que l augmente et i diminue, ce qui s'explique par une transformation de l'énergie magnétique en énergie électrostatique et ainsi de suite.

Donc, il y a au cours des oscillations pseudopériodique des transformations mutuelles d'énergie électrostatique et d'énergie magnétique. Mais, à cause de la résistance R du circuit, les transformations mutuelles ne sont pas intégrales. En fait, à chaque transfert d'énergie du condensateur à la bobine et inversement, une partie est transférée par chaleur au milieu extérieur jusqu'à dissipation totale. Par conséquent, le nombre de ces transformations mutuelles devient limité, ce qui explique l'amortissement des oscillations libres du circuit RLC série et leur cessation quand l'énergie totale E est transformée complètement en énergie thermique.

LES OSCILLATIONS ÉLECTRIQUES LIBRES NON AMORTIES

L'étude de l'influence de la résistance R d'un circuit RLC série sur l'amortissement de ses oscillations nous a amené à admettre précédemment que si la résistance R est nulle, les oscillations seront périodiques. C'est ce que l'on se propose de montrer dans ce qui suit mais uniquement, par une étude théorique. En fait, l'oscillateur LC non amorti est un cas idéal parce qu'il est impossible de le réaliser dans la pratique.

1 NATURE DES OSCILLATIONS LIBRES NON AMORTIES

1.1- ÉVOLUTION DE LA CHARGE DU CONDENSATEUR

En fermant un condensateur de capacité C initialement chargé sur une bobine supposée purement inductive, on a le circuit schématisé dans la figure 12.

La loi des mailles s'écrit :

$$u_C + u_L = 0, \text{ ce qui signifie } \frac{q}{C} + L \frac{di}{dt} = 0.$$

$$\text{Or } i = \frac{dq}{dt}, \text{ d'où } \frac{d^2q}{dt^2} + \omega_0^2 q = 0 \text{ avec } \omega_0^2 = \frac{1}{LC} : \text{ constante positive}$$

On constate bien que l'équation différentielle établie est exactement celle des oscillations libres amorties, mais sans le terme $\frac{R}{L} \frac{dq}{dt}$.

On admet que la solution générale d'une telle équation différentielle est de la forme : $q(t) = Q_m \sin(\omega_0 t + \varphi)$.

$$q(t) = Q_m \sin(\omega_0 t + \varphi).$$

ω_0 : pulsation des oscillations de la charge q , exprimée en radians par seconde (rad.s^{-1}).

Q_m : amplitude des oscillations de la charge q , exprimée en coulombs (C).

φ : phase initiale de la charge q , exprimée en radians (rad).

$\varphi(t) = \omega t + \varphi$: phase à l'instant t , exprimée en radians (rad)

Vérification de la solution de l'équation différentielle

En remplaçant la grandeur charge par son expression

$q(t) = Q_m \sin(\omega_0 t + \varphi)$ dans l'équation différentielle

$$\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{LC}q = 0, \text{ il vient : } \frac{d^2q}{dt^2} = \frac{d^2Q_m \sin(\omega_0 t + \varphi)}{dt^2} = -\omega_0^2 q$$

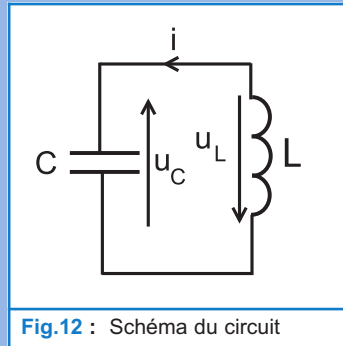


Fig.12 : Schéma du circuit

Donc, l'équation différentielle devient : $-\omega_0^2 q + \frac{1}{LC} q = 0$,

d'où $q \left(\frac{1}{LC} - \omega_0^2 \right) = 0$ quel que soit q .

Donc, $\frac{1}{LC} - \omega_0^2 = 0$, ce qui donne : $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

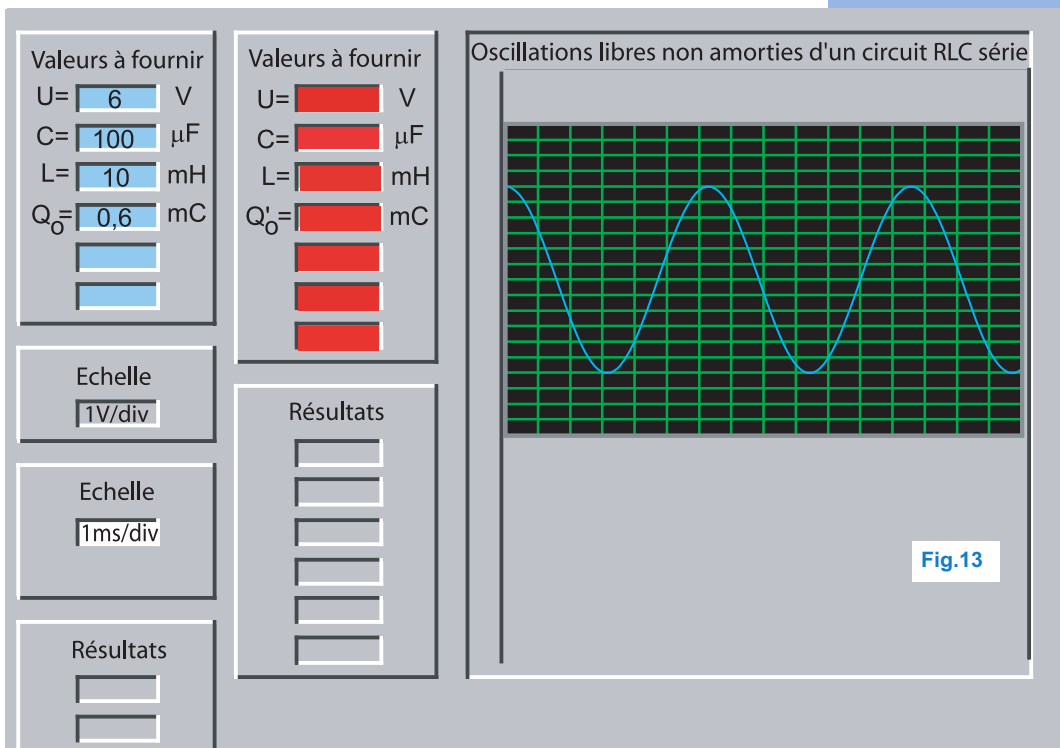
Conclusion

La charge q du condensateur d'un circuit LC (circuit RLC série non amorti) oscille sinusoidalement au cours du temps avec la pulsation $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$.

Ne dépendant que des grandeurs L et C caractéristiques du circuit, la pulsation des oscillations libres non amorties est qualifiée de pulsation propre de l'oscillateur.

SIMULATION DES OSCILLATIONS

Avec un logiciel approprié, on demande à l'ordinateur la solution de l'équation différentielle $\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{LC}q = 0$, avec $L = 10$ mH, $C = 100$ μ F et $Q_m = 6 \cdot 10^{-4}$ C comme charge initiale du condensateur par exemple. On obtient alors sur l'écran de l'ordinateur la sinusoïde $q(t)$ de la figure 13.



1.2- PÉRIODE ET FRÉQUENCE DES OSCILLATIONS

La pulsation ω_0 étant propre à l'oscillateur, la période des oscillations $T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0}$ est appelée période propre.

$$T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$$

De même, la fréquence des oscillations $N_0 = \frac{1}{T_0}$ est appelée fréquence propre des oscillations.

$$N_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

Questions

1°) A l'aide du chronogramme de la figure 13, calculer la période T_0 des oscillations libres non amorties de la charge q .

En déduire la valeur de la fréquence propre N_0 de l'oscillateur.

2°) Vérifier avec les valeurs de L et de C utilisées pour simuler les oscillations de $q(t)$ que la période propre de l'oscillateur RLC série non amortie s'exprime : $T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$

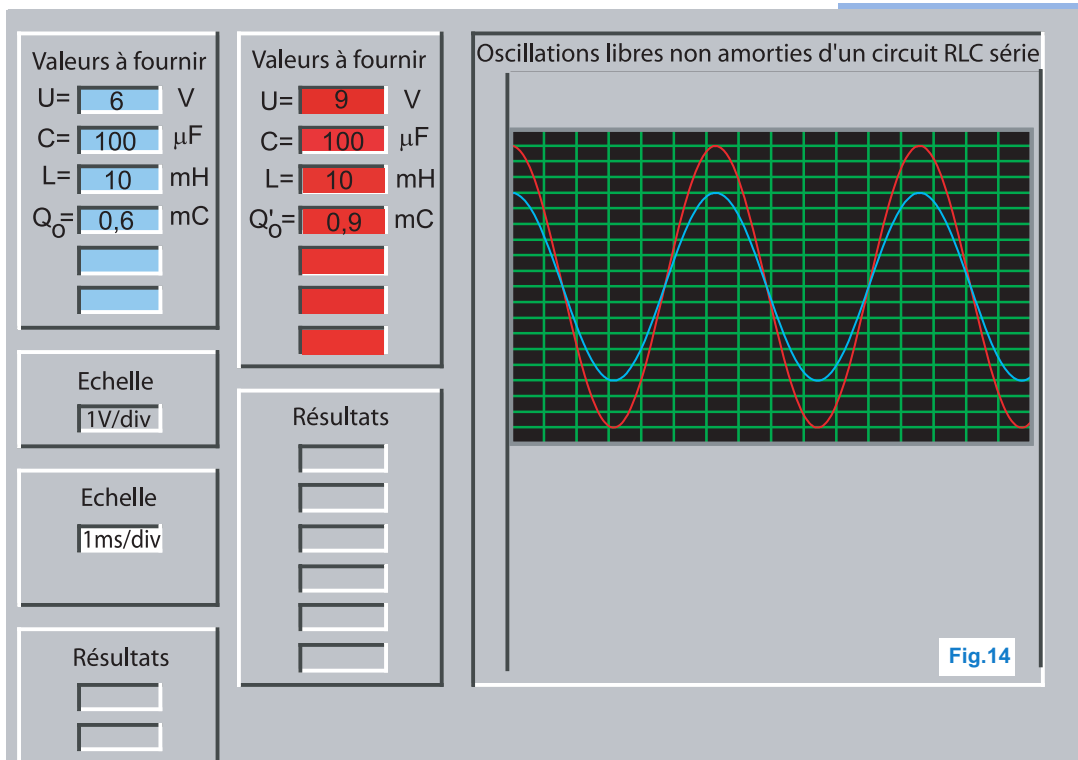
Remarque

Compte tenu du fait que les ordres de grandeur des capacités et des inductances sont les mêmes que ceux de $L = 10$ mH et $C = 100$ μ F utilisées pour réaliser la simulation précédente, la valeur obtenue pour T_0 (réponse à la question n°1 ci-dessus : $T_0 = 6,28$ ms) montre que l'oscillateur RLC série non amorti a une période propre très inférieure à la seconde.

1.3- AMPLITUDE ET PHASE INITIALE DES OSCILLATIONS

On vient de voir que dans l'expression de $q(t)$, ω_0 ne dépend que de L et de C . Qu'en est-il quant à la valeur de l'amplitude des oscillations de la charge q ainsi qu'à la valeur de sa phase initiale ?

En réalisant une deuxième simulation des oscillations de q avec les mêmes choix des valeurs de L et de C , mais en remplaçant la valeur $Q_m = 6 \cdot 10^{-4}$ C par la valeur $Q'_m = 9 \cdot 10^{-4}$ C, on obtient, en plus du premier chronogramme de la figure 13, un deuxième chronogramme dans le même système d'axes (Fig.14).



En relevant sur les chronogrammes de la figure 14, les valeurs des deux amplitudes des oscillations de q , on constate qu'elles sont égales respectivement aux valeurs Q_m et Q'_m de la charge initiale du condensateur.

En ce qui concerne la phase initiale, si l'on choisit comme origine des temps l'instant de fermeture du circuit LC, on a $q(0) = Q_0$.

Or, à $t = 0$, $q = Q_m \sin \varphi$, d'où $Q_m \sin \varphi = Q_0$, ce qui donne $\sin \varphi = 1$

Donc, $\varphi = \frac{\pi}{2}$ rad.

En choisissant un autre instant comme origine des temps, il est clair que l'on aboutit avec le même raisonnement à une autre valeur de φ différente de $\frac{\pi}{2}$ rad.

Conclusion

L'amplitude et la phase initiale des oscillations libres d'un circuit RLC série non amorti ne dépendent que des conditions initiales.

Toutefois, la valeur de l'amplitude est tributaire de la valeur de la charge initiale du condensateur, tandis que la valeur de la phase initiale est fonction du choix arbitraire de l'origine des temps.

Questions

1°) Sachant que $q(t) = Q_m \sin(\omega_0 t + \pi/2)$, montrer que l'intensité i du courant électrique circulant dans le circuit RLC non amorti peut s'écrire sous la forme : $i(t) = \omega_0 Q_m \cos(\omega_0 t + \pi/2)$.

2°) En déduire que i est une autre grandeur oscillante du circuit RLC série non amorti qui s'écrit sous la forme : $i(t) = I_m \sin(\omega_0 t + \phi)$ tout en précisant l'expression de l'amplitude I_m et la valeur de la phase initiale ϕ .

2 ÉNERGIE TOTALE D'UN OSCILLATEUR LC**2.1- CONSERVATION DE L'ÉNERGIE TOTALE**

$$E = E_C + E_L = \frac{1}{2C} q^2 + \frac{1}{2} L i^2.$$

$$\text{Avec } q = Q_m \sin(\omega_0 t + \frac{\pi}{2}), i = \frac{dq}{dt} = Q_m \omega_0 \cos(\omega_0 t + \frac{\pi}{2}).$$

$$\text{Donc, } E = \frac{1}{2C} (Q_m \cos \omega_0 t)^2 + \frac{1}{2} L (-Q_m \omega_0 \sin \omega_0 t)^2.$$

$$E = \frac{Q_m^2}{2C} \cos^2(\omega_0 t) + \frac{1}{2} L \omega_0^2 Q_m^2 \sin^2(\omega_0 t).$$

$$\text{Or, } \omega_0^2 = \frac{1}{LC}, \text{ il vient : } E = \frac{Q_m^2}{2C} [(\cos^2(\omega_0 t) + \sin^2(\omega_0 t))]$$

On sait que $(\cos^2 \omega_0 t + \sin^2 \omega_0 t = 1)$ quel que soit t .

$$\text{Donc, } E = \frac{1}{2C} Q_m^2$$

Q_m et C étant des constantes, E reste constante au cours du temps :

on dit que l'énergie totale de l'oscillateur LC se conserve.

Questions

1°) Comparer l'énergie totale E du circuit RLC série non amorti avec l'énergie qui lui est transférée initialement ; ce résultat est-il prévisible ? Pourquoi ?

2°) Montrer que l'énergie totale de l'oscillateur peut s'écrire sous la forme : $E = \frac{1}{2} L I_m^2$ sachant que $I_m = \omega_0 Q_m$ et $LC \omega_0^2 = 1$.

3°) Montrer autrement, par l'étude de l'évolution de dE/dt , que E est constante et vérifier que le résultat trouvé est un cas particulier du résultat $\frac{dE}{dt} = -Ri^2$ établi lors de l'étude des oscillations libres amorties du même oscillateur.

Conclusion

L'oscillateur RLC série en régime libre non amorti est un système conservatif. Son énergie est proportionnelle au carré de l'amplitude de la grandeur oscillante $q(t)$ ou $i(t)$.

$$E = \frac{Q_m^2}{2C} = \frac{1}{2} L_m I_m^2 = \frac{1}{2} C U_{Cm}^2$$

2.2- ÉVOLUTION DES ÉNERGIES ÉLECTRIQUE ET MAGNÉTIQUE

Pour étudier l'évolution, au cours du temps, des énergies électrostatique E_C et magnétique E_L , il suffit de s'appuyer sur les courbes (1) et (2) représentant respectivement la charge q du condensateur et l'intensité i du courant circulant à travers la bobine, dans le cas où $q = Q_m$ à $t = 0$ (Fig.15).

♦ A $t = 0$, la charge est maximale et l'intensité du courant est nulle, ce qui signifie que l'énergie totale:

$$E = E_{C_{\max}} = \frac{Q_m^2}{2C}.$$

Donc, l'énergie du circuit LC est purement électrostatique.

♦ Pendant l'intervalle de temps $]0, T_0/4[$, la charge q diminue et l'intensité i négative augmente en valeur absolue. Donc, la décharge du condensateur dans la bobine s'accompagne d'une transformation de l'énergie électrostatique en énergie magnétique.

♦ A $t = T_0/4$, la charge q s'annule, donc l'énergie électrostatique est nulle, et l'intensité i du courant est maximale en valeur absolue. Donc, l'énergie magnétique est maximale. Par conséquent, l'énergie du circuit LC est purement magnétique :

$$E = E_{L_{\max}} = \frac{1}{2} L_m I_m^2.$$

♦ Pendant l'intervalle de temps $]T_0/4, T_0/2[$, bien que la charge q soit négative, sa valeur absolue augmente alors que celle de l'intensité i diminue. En fait, grâce à l'énergie magnétique qu'elle a stockée entre 0 et $T_0/4$, la bobine joue le rôle de générateur en chargeant progressivement le condensateur, ce qui se traduit par une transformation de l'énergie magnétique en énergie électrostatique.

♦ A $t = T_0/2$, l'intensité i du courant s'annule et la charge q est maximale en valeur absolue. Ainsi, comme à $t = 0$, à l'instant $t = T_0/2$, l'énergie totale est purement électrostatique.

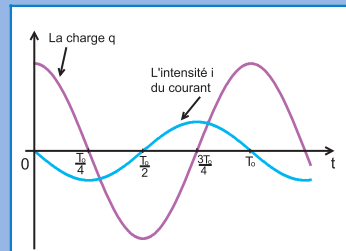


Fig.15 : Évolution temporelle de q et i .

♦ Pendant la deuxième demi-période, c'est-à-dire entre $T_0/2$ et T_0 , tout se passe comme pendant la première demi-période mais avec une augmentation de la charge q de $-Q_m$ à $+Q_m$ et une circulation du courant dans le sens positif.

♦ Pendant l'intervalle de temps $]T_0/2, 3T_0/4[$, l'énergie électrostatique se transforme en énergie magnétique, tandis qu'entre $3T_0/4$ et T_0 , l'énergie magnétique se transforme en énergie électrostatique. Ainsi, il s'avère que comme en régime libre amorti, il y a transformation mutuelle d'énergie magnétique et d'énergie électrostatique, mais sans aucune perte : si, pendant un quart de période T_0 , l'énergie électrostatique se transforme en énergie magnétique, c'est l'énergie magnétique qui se transforme en énergie électrostatique pendant le quart de période suivant, et ainsi de suite. Effectivement, pour $C = 0,47\mu\text{F}$ et $L = 0,1\text{H}$, l'enregistrement graphique de l'énergie électrostatique E_C et de l'énergie magnétique E_L avec un logiciel approprié donne les chronogrammes de la figure 16 lorsque le condensateur de l'oscillateur est chargé initialement sous la tension $U_0 = 5\text{ V}$.

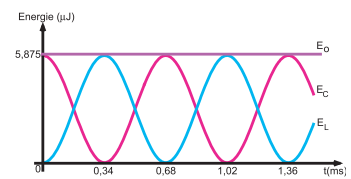


Fig.16 : Chronogrammes des énergies

Questions

1°) Interpréter énergétiquement les oscillations libres non amorties d'un circuit RLC série de résistance R nulle.

2°) A l'aide des graphiques de la figure 16 :

a) Montrer que les énergies électrostatique E_C et magnétique E_L varient périodiquement au cours du temps.

b) Calculer les périodes de E_C et de E_L , les comparer entre elles et avec la période propre T_0 de l'oscillateur LC.

c) Relever la valeur de l'énergie totale E de l'oscillateur et la comparer à l'énergie E_0 qui y est emmagasinée initialement.

3°) Montrer théoriquement que :

$$E_C = \frac{Q_m^2}{4C}(1 + \cos 2\omega_0 t) \text{ et que } E_L = \frac{1}{4}L I_m^2(1 - \cos 2\omega_0 t)$$

sachant que dans les conditions d'enregistrement, $q = Q_m \cos \omega_0 t$ et vérifier que l'énergie totale de l'oscillateur est constante et égale à l'énergie qui lui est transférée initialement.

Conclusion

Les oscillations libres d'un circuit RLC série non amorti sont dues aux transformations mutuelles et intégrales de ses énergies électrostatique et magnétique : l'énergie totale du système est transférée continuellement de manière intégrale du condensateur à la bobine et inversement.

L'essentiel

- L'évolution de la charge du condensateur d'un circuit RLC série est régie en régime libre

par l'équation différentielle :

$$\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{dq}{dt} + \frac{1}{LC}q = 0$$

- Un circuit RLC série auquel on a transféré initialement de l'énergie peut être le siège d'oscillations électriques libres amorties, c'est le régime pseudo-périodique.
- Les oscillations libres d'un circuit RLC série sont d'autant plus amorties et leur pseudopériode est d'autant plus grande que la résistance R du circuit est plus grande. Pour des valeurs suffisamment élevées de la résistance R, c'est le régime aperiodique.
- Si la résistance d'un circuit RLC série est nulle, les oscillations libres ne sont plus amorties, elles sont sinusoïdales, c'est le régime périodique.
- La période propre d'un oscillateur RLC série s'exprime : $T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$
- La pseudo-période des oscillations libres amorties d'un circuit RLC série est légèrement supérieure à T_0 .
- Les oscillations libres d'un circuit RLC série sont dues aux transformations mutuelles de ses énergies électrostatique et magnétique.
- En régime libre, l'énergie totale d'un circuit RLC série ne se conserve que si sa résistance électrique est nulle.

Exercices

Exercice résolu

ÉNONCÉ

Dans une séance de travaux pratiques, on dispose du matériel suivant :

- un générateur de tension idéal de f.e.m. $E = 5 \text{ V}$,
- un condensateur de capacité $C = 1 \text{ } \mu\text{F}$,
- une bobine d'inductance $L = 10 \text{ mH}$ et de résistance interne r ,
- un résistor de résistance $R = 90 \text{ } \Omega$,
- un oscilloscope à mémoire.
- un interrupteur et des fils de connexion.

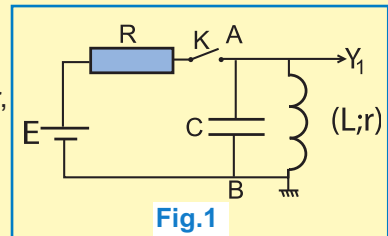


Fig.1

A l'aide de ce matériel, on réalise le montage de la figure 1.

1°) La résistance r de la bobine est supposée nulle.

a) L'interrupteur K étant fermé :

- montrer que la tension aux bornes de la bobine est nulle, en déduire la valeur de la charge du condensateur,
- calculer l'intensité I_0 du courant parcourant la bobine.

b) En ouvrant l'interrupteur K à l'instant $t = 0$:

- décrire qualitativement ce qui se passe dans le circuit,
- établir l'équation différentielle régissant l'évolution de la tension u aux bornes du condensateur,
- sachant que cette équation différentielle admet comme solution $u = U_m \sin(\omega_0 t + \varphi)$ avec $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ que l'on calculera, déterminer les valeurs de U_m et φ ; écrire les expressions

de la charge $q(t)$ du condensateur et de l'intensité

$i(t)$ du courant circulant dans la bobine.

c) D'où provient l'énergie de l'oscillateur réalisé ?

La calculer.

2°) Avec les réglages adéquats sur l'oscilloscope et en mettant son dispositif de balayage en marche juste avant l'ouverture de l'interrupteur K , on obtient l'oscillogramme de la figure 2. S'y appuyer pour :

- a) montrer par deux méthodes différentes que la résistance interne r de la bobine n'est pas nulle ;
- b) calculer r ;

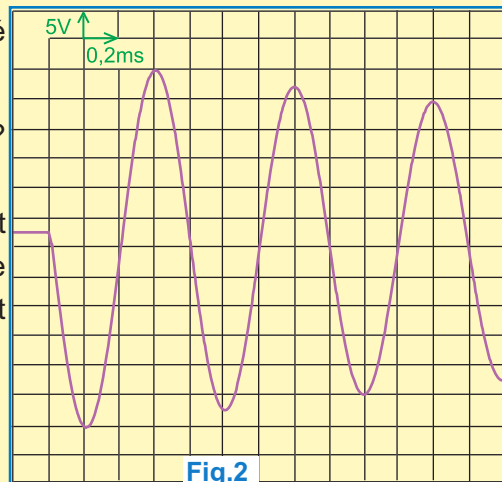


Fig.2

- c) calculer la pseudo-période T des oscillations de la charge q du condensateur et la comparer à la période propre T_0 ;
 d) évaluer algébriquement la variation qui a affecté l'énergie totale de l'oscillateur entre les instants t_1 et t_2 indiqués sur la figure 2.

SOLUTION

1°a) - La tension instantanée $u_1 = u_{AB}$ aux bornes d'une bobine d'inductance L et de résistance r parcourue par un courant d'intensité i (Fig.1) est, en convention récepteur :

$$u_1 = r i + L \frac{di}{dt}. \quad (1)$$

Lorsque le régime permanent est établi dans le circuit, $i(t)$ devient

indépendante du temps, d'où $\frac{di}{dt} = 0$.

Donc, l'équation (1) devient : $u_1 = r.i$.

Or, la résistance r est supposée nulle. Donc, $u_1 = 0 \text{ V}$.

- En choisissant comme sens positif du courant le sens orienté de B vers A à travers le condensateur (Fig.1) et comme charge q du condensateur

celle portée par son armature qui est du côté de B, on a $u_{AB} = -\frac{q}{C}$. Or, $u_{AB} = u_1 = 0$.

Donc la charge q est nulle.

- On sait qu'en régime permanent, le condensateur joue le rôle d'un interrupteur ouvert. Donc, tout le courant d'intensité I_0 débité par le générateur circule dans la bobine.

D'après la loi de Pouillet, $I_0 = \frac{E}{R}$.

AN : $I_0 = 55,5 \text{ mA}$.

b) - Lorsque l'on ouvre l'interrupteur K , à cause du phénomène d'auto-induction, la bobine s'oppose à l'annulation du courant. Celui-ci continue à circuler, d'après la loi de Lenz, dans le même sens. Ainsi, le condensateur va se charger et à son tour, il se déchargera dans la bobine dès que le courant s'annule et ainsi de suite :

le circuit RLC série est le siège d'oscillations libres non amorties.

- La loi des mailles s'écrit : $u_C + u_L = 0$ (Fig.2).

En posant $u_C = u$, on a : $u - L \frac{di}{dt} = 0$

Or, $i = \frac{dq}{dt}$ et $q = -C.u$. Donc, $i = -C \frac{du}{dt}$. D'où : $u + LC \frac{d^2u}{dt^2} = 0$,

ce qui signifie : $\frac{d^2u}{dt^2} + \frac{1}{LC}u = 0$

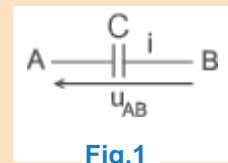


Fig.1

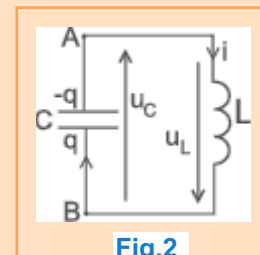


Fig.2

- On a : $u(t) = U_m \sin(\omega_0 t + \varphi)$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = 10^4 \text{ rad.s}^{-1}.$$

A $t = 0$, $u = U_m \sin \varphi = 0$, d'où $\sin \varphi = 0$. Donc, $\varphi = 0$ ou bien $\varphi = \pi \text{ rad}$.

On a : $i = -C \frac{du}{dt}$. Donc, $i = -CU_m \omega_0 \cos(\omega_0 t + \varphi)$. A $t = 0$, on a : $i = -CU_m \omega_0 \cos \varphi = I_0 > 0$.

Donc, $\cos \varphi < 0$. D'où, $\varphi = \pi \text{ rad}$.

$$\cos \varphi = -\frac{I_0}{U_m C \omega_0} = -1, \text{ ce qui signifie : } U_m = \frac{I_0}{C \omega_0}.$$

AN : $U_m \simeq 5,55 \text{ V}$.

Finalement, on a : $u(t) = 5,55 \sin(10^4 t + \pi)$

$q = -C.u$, d'où $q = 5,55 \cdot 10^{-6} \sin(10^4 t)$

$i = -CU_m \omega_0 \cos(\omega_0 t + \varphi) = CU_m \omega_0 \sin(\omega_0 t + \varphi - \frac{\pi}{2})$. Or, $CU_m \omega_0 = I_0$. Donc, $I_m = I_0 = 55,5 \text{ mA}$.

D'où : $i = 55,5 \sin(10^4 t + \frac{\pi}{2})$ en mA avec t en seconde.

c) $E = E_L + E_C$

La résistance du circuit RLC série étant supposée nulle, l'énergie totale se conserve : elle reste égale à l'énergie transférée initialement à l'oscillateur, c'est l'énergie magnétique $E_L = \frac{1}{2} L I_0^2$ emmagasinée par la bobine durant tout le régime permanent de la question 1°a).

$$E = \frac{1}{2} L I_0^2$$

AN : $E = 1,54 \cdot 10^{-5} \text{ J}$

2°a)

Première méthode : Pour tout instant $t > 0$, la diminution de l'amplitude des oscillations libres durant le régime transitoire est due à la résistance du circuit qui est la résistance r de la bobine. Donc, r est non nulle.

Deuxième méthode : Durant le régime permanent, obtenu pour $t < 0$, la tension aux bornes du condensateur est : $u = 0,5 \text{ V}$. Or, la tension u_{AB} aux bornes de la

bobine est égale à u d'où $u_{AB} = 0,5 \text{ V} \neq 0$. Donc, $r = \frac{u_{AB}}{I_0}$ est non nulle.

b) On a : $r = \frac{u}{I_0}$. Or, $I_0 = \frac{E}{r+R}$, d'où $r = \frac{u}{E}(R+r)$. Donc, $r = \frac{u \cdot R}{E - u}$.

AN : $r = 10 \Omega$.

c) D'après l'oscillogramme, $T = t_2 - t_1$ qui correspond à peu près à 3.15 div sur l'axe des temps.

Or, une division représente 0,2 ms. Donc, $T = 0,63$ ms.

$$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = 0,628 \text{ ms, d'où } T \text{ est légèrement supérieure à } T_0.$$

d) Aux instants t_1 et t_2 , u est maximale en valeur absolue. Donc, l'énergie du circuit RLC série est purement électrostatique.

$$\text{A l'instant } t_1, \text{ on a : } E_1 = \frac{1}{2} C U_{m1}^2 \text{ et à l'instant } t_2, \text{ on a : } E_2 = \frac{1}{2} C U_{m2}^2.$$

D'après l'oscillogramme, on a : $U_{m1} = 5,5$ V et $U_{m2} = 5$ V.

$$\text{Donc, } E_2 - E_1 = \frac{1}{2} C (U_{m2}^2 - U_{m1}^2).$$

$$\text{A.N: } E_2 - E_1 = - 2,625 \cdot 10^{-6} \text{ J.}$$



Exercices à résoudre



Tests rapides des acquis

1

Items "vrai ou faux"

Evaluer les propositions suivantes par vrai ou faux.

- 1- La décharge d'un condensateur dans une bobine est identique à sa décharge dans un résistor.
- 2- La pseudo-période des oscillations d'un circuit RLC série est légèrement inférieure à sa période propre.
- 3- Un oscillateur RLC série transfère son énergie à l'extérieur d'autant plus rapidement que sa

résistance est plus grande.

4- Dans un régime pseudo-périodique, le nombre d'oscillations augmente lorsque la pseudo-période augmente.

5- Les oscillations libres d'un circuit RLC amorti sont dues à des transformations intégrales des énergies électrostatique et magnétique.

2

Questions à Choix Multiples

Préciser pour chacune des questions suivantes, la (ou les) proposition(s) juste(s).

- I- L'amortissement des oscillations libres d'un circuit RLC série est dû à :
 - a- la capacité du condensateur ;
 - b- l'inductance de la bobine ;
 - c- la résistance du résistor ;
 - d- la résistance de la bobine ;
 - e- sa résistance totale.

$$a - T_o = 2\pi\sqrt{\frac{L}{C}} ;$$

$$b - T_o = 2\pi\sqrt{\frac{1}{LC}} ;$$

$$c - T_o = 2\pi\sqrt{LC}.$$

- II- La décharge d'un condensateur dans une bobine purement inductive fait naître des oscillations ;
 - a- périodiques ;
 - b- sinusoïdales amorties ;
 - c- pseudo-périodiques non amorties ;
 - d- incessantes.

- IV- Un circuit RLC série ne peut entrer en régime d'oscillations libres :
 - a- sans lui transférer initialement de l'énergie ;
 - b- sans lui transférer sans cesse de l'énergie ;
 - c- sans qu'il transfère lui-même de l'énergie à l'extérieur ;
 - d- sans les transformations mutuelles d'énergie électrique et d'énergie magnétique.

- III- La période propre T_o d'un oscillateur RLC série s'exprime :



Exercices d'application

3

On se propose d'étudier le comportement d'un circuit RLC constitué par une association en série d'une bobine de résistance r et d'inductance L et d'un condensateur de capacité $C = 15 \mu\text{F}$.
On prend une pile plate du commerce de f.é.m.

$E = 4.5 \text{ V}$ et un résistor de résistance $R = 1 \text{ k}\Omega$, puis on réalise le montage de la figure1.

Un dispositif informatisé d'acquisition de données permet de visualiser à travers son entrée Y la tension u aux bornes du condensateur en fonction du temps.

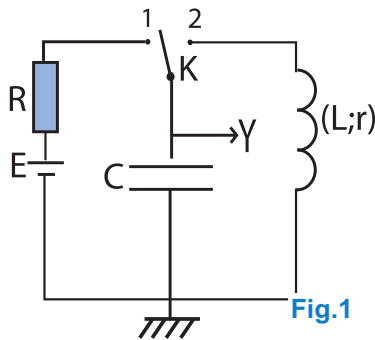


Fig.1

On place le commutateur en position 1 jusqu'à ce que le condensateur soit chargé, puis on le bascule en position 2 à un instant que l'on prendra comme origine des temps : la fermeture du commutateur en position 2 déclenche l'acquisition des mesures. La courbe de la figure 2 s'affiche sur l'écran de l'ordinateur.

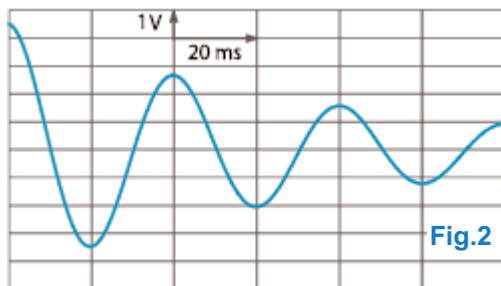


Fig.2

- 1°) De quel phénomène le circuit est-il le siège?
- 2°) Calculer l'énergie du condensateur en début d'acquisition, à l'instant $t=0$ et au bout de deux oscillations. Quelles sont les transformations d'énergie qui ont lieu dans ce circuit pendant une pseudopériode ?
- 3°) Etablir l'équation différentielle que vérifierait la tension u_C entre les armatures du condensateur si la résistance interne de la bobine était nulle.
- 4°) Dédire de la question précédente les expressions littérales de la pulsation propre et de la période propre du circuit. Sachant que, dans les conditions choisies pour l'acquisition, la pseudopériode peut être confondue avec la période propre, calculer la valeur de l'inductance L de la bobine.

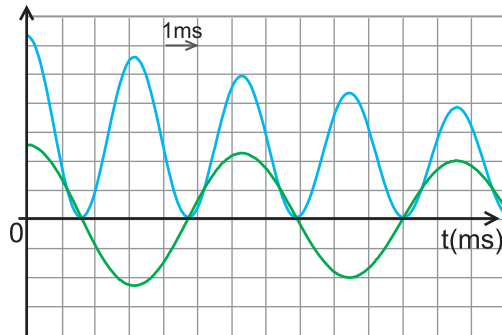
4 Un circuit RLC série est constitué d'une bobine d'inductance $L = 1$ H, de résistance R et d'un condensateur de capacité

$C = 1 \mu\text{F}$.

Le condensateur est initialement chargé.

À $t = 0$, on décharge le condensateur dans la bobine et on enregistre l'évolution de la tension u_C aux bornes du condensateur ainsi que celle de l'énergie électrique E_C qui y est emmagasinée (Fig. ci-dessous).

Les échelles des ordonnées ne sont pas indiquées sur le graphique de cette figure.



- 1°) Montrer graphiquement que la résistance R de la bobine n'est pas nulle.
- 2°) Déterminer graphiquement la pseudo-période T de $u_C(t)$.
- 3°) Comparer la valeur mesurée T à la valeur de la période propre T_0 du circuit.
- 4°) Quelle est la pseudo-période T_E de l'énergie E_C ?
- 5°) Comparer T_E et T .

5

On réalise un montage formé par une association en série :

- d'un condensateur de capacité $C = 0.47 \mu\text{F}$, initialement chargé sous une tension de 5 V ,
- d'une bobine d'inductance $L = 44$ mH et de résistance nulle,
- d'un interrupteur.

- 1°) a) Établir l'équation différentielle que vérifie la tension u_C aux bornes du condensateur après la fermeture du circuit. En déduire l'expression de la période propre T_0 du circuit.
- b) Exprimer u_C en fonction du temps.
- c) En déduire l'expression de la charge q du condensateur.

2°) On remplace le condensateur par un autre de capacité $C' = 4$ C et la bobine par une autre d'inductance $L' = L/2$.

Exprimer la nouvelle période T'_0 en fonction de T_0 .

6

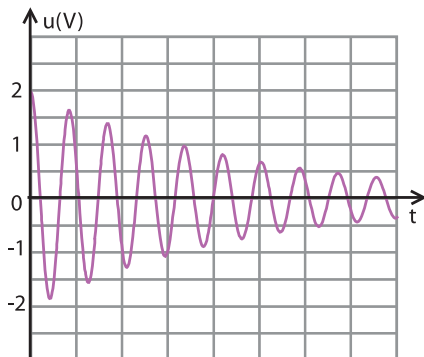
L'équation différentielle associée à la décharge d'un condensateur de capacité C et portant initialement la charge $Q_0 = 4 \cdot 10^{-4}$ C, dans une bobine d'inductance L , s'écrit :

$$\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{LC}q = 0 \quad (1)$$

- 1°) Donner l'expression de l'énergie totale du circuit L,C.
- 2°) Retrouver l'équation différentielle (1) en utilisant le fait que l'énergie totale se conserve.
- 3°) vérifier que $q = Q_m \sin(\omega_0 t + \phi)$ est solution de l'équation (1).
- 4°) Donner, en fonction de L et C , l'expression de la période propre de l'oscillateur électrique. La calculer.
- 5°) Le circuit a été fermé à un instant pris comme origine des temps . Déterminer numériquement les constantes figurant dans l'expression de la charge q . On donne : $C = 30 \mu\text{F}$ et $L = 0,1$ H.

7

Le graphe ci-après représente l'évolution au cours du temps de la tension u aux bornes d'un condensateur de capacité $C = 1,16 \mu\text{F}$ qui a été chargé puis connecté à une bobine d'inductance $L = 0,35\text{H}$ et de résistance interne r . On numérotera les maxima de tension visibles à partir de 1. La pseudopériode des oscillations a pour valeur $T = 4,4$ ms.



- 1°) Comparer la pseudopériode T à la période propre T_0 de l'oscillateur.
- 2°) Exprimer puis calculer l'énergie électrique du condensateur aux instants t_1 et t_7

correspondant au maxima 1 à 7.

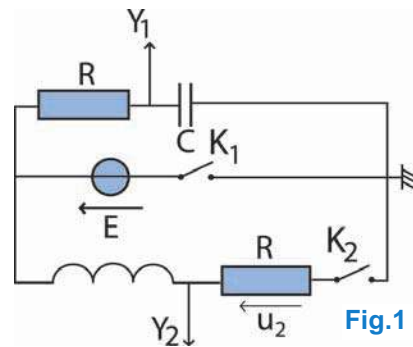
3°a) Donner la valeur de l'énergie magnétique de la bobine et de l'énergie totale du circuit aux mêmes instants.

b) Conclure quant à l'évolution de l'énergie totale de l'oscillateur au cours du temps.

Exercices de synthèse

8

On considère le circuit électrique comportant un générateur de tension idéal de f.e.m. $E = 6$ V, un condensateur de capacité $C = 20 \mu\text{F}$, une bobine d'inductance $L = 0,8$ H et de résistance nulle, deux résistors de même résistance $R = 20 \Omega$ et deux interrupteurs K_1 et K_2 (Fig.1).



A- Première partie

Dans cette expérience, on ferme K_1 (en maintenant K_2 ouvert). Le dipôle RC est alors soumis à un échelon de tension de valeur E .

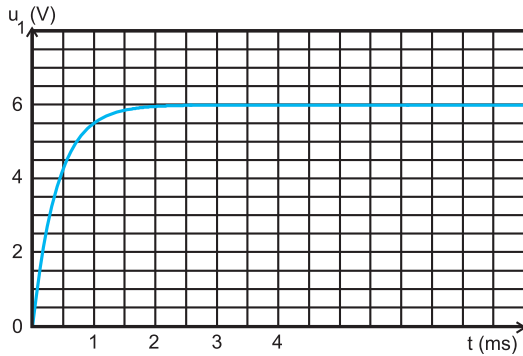
1°) Quel est le nom du phénomène observé sur la voie Y_1 à la fermeture de K_1 ?

2°) Reproduire la partie de circuit concernée et indiquer sur le schéma, juste après la fermeture de l'interrupteur K_1 , le sens du courant, le signe des charges de chacune des armatures du condensateur. Indiquer la flèche-tension u_1 aux bornes du condensateur.

3°) sur la voie Y_1 d'un oscilloscope à mémoire, on obtient la courbe de la figure 2. Déterminer graphiquement, la constante de temps τ du dipôle RC en expliquant la méthode utilisée. Sachant que $R = 20 \Omega$, en déduire la valeur de la capacité C .

4°) L'étude théorique du dipôle RC conduit à

l'équation différentielle : $\tau \frac{du_1}{dt} + u_1 = E$


Fig.2

a- Retrouver cette équation différentielle en appliquant la loi des mailles.

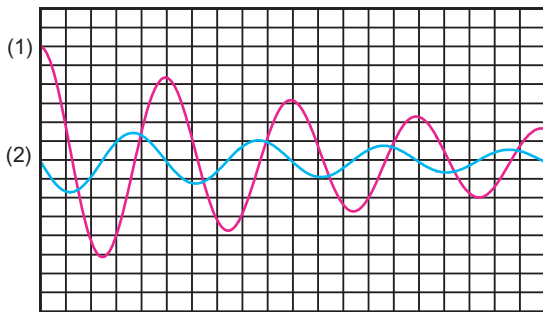
b- Compte tenu des conditions initiales, la solution de cette équation est de la forme:

$$u_1 = E. [1 - \exp(-t/\tau)].$$

Calculer la valeur de u_1 pour $t = 5\tau$. Conclure.

B- Deuxième partie

Une fois la première expérience réalisée, on ouvre K_1 puis on ferme K_2 . Le circuit est alors le siège d'oscillations électriques. À l'aide d'un dispositif d'acquisition de données, on visualise la tension u_1 aux bornes du condensateur sur la voie 1 et la tension u_2 aux bornes du résistor sur la voie 2 du même oscilloscope. On obtient les courbes **1** et **2** de la figure 3.



5 ms/div ; 1 V /div pour u_1 ; 0,2 mV/div pour u_2

Fig.3

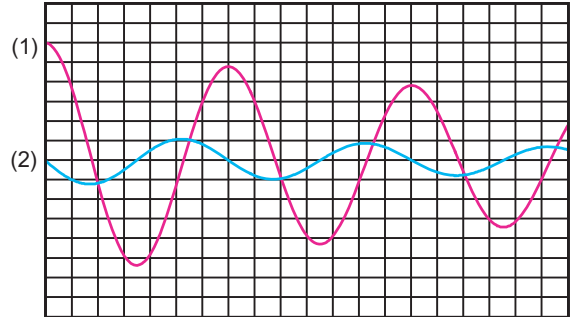
1°) Attribuer à chaque courbe la tension correspondante en justifiant brièvement pour une courbe seulement.

2°) Etablir l'équation différentielle à laquelle obéissent les oscillations de u_2 (t).

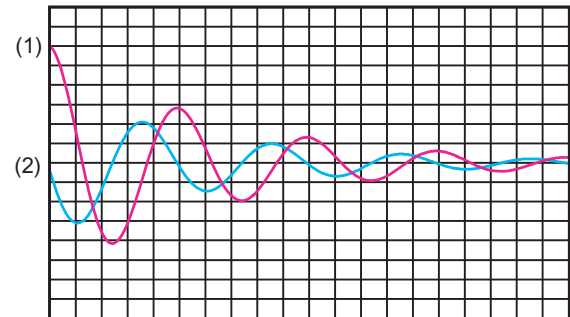
3°) Déterminer graphiquement la valeur de la pseudopériode T des oscillations. Comparer les valeurs de T et de la période propre T_0 de l'oscillateur.

4°) On réalise à présent la deuxième expérience en modifiant un seul des paramètres R ou L . Deux cas sont proposés : dans l'un, on a augmenté la valeur de L ; dans l'autre, on a augmenté la valeur de R . On obtient les courbes des figures 4 et 5.

Attribuer à chaque cas proposé la figure qui lui correspond et justifier la réponse.



5 ms/div ; 1 V /div pour u_1 ; 0,2 mV/div pour u_2

Fig.4


5 ms/div ; 1 V /div pour u_1 ; 0,2 mV/div pour u_2

Fig.5

9 Un condensateur de capacité $C = 10 \mu\text{F}$ est chargé avec un générateur maintenant entre ses bornes une tension $U_0 = 3 \text{ V}$.

1°) Calculer la charge du condensateur et l'énergie qu'il a emmagasiné.

2°) Ce condensateur chargé est déconnecté du générateur puis relié, à $t = 0$, aux bornes d'une bobine d'inductance $L = 0,1 \text{ H}$. La résistance totale du circuit est pratiquement nulle.

a) Faire un schéma du montage. Dessiner qualitativement ce que l'on observerait sur l'écran d'un oscilloscope branché aux bornes du condensateur.

b) Donner une interprétation énergétique du phénomène.

c) Établir l'équation différentielle régissant l'évolution temporelle de la tension instantanée u_C aux bornes du condensateur.

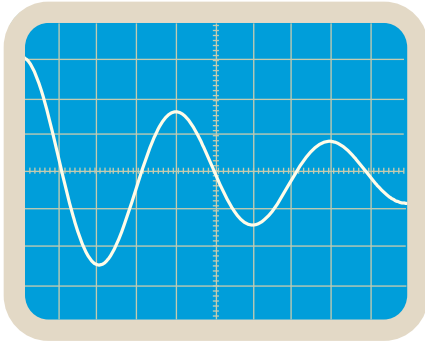
d) Quelle relation doit lier la période propre T_0 , C et L pour que la solution de cette équation différentielle soit $u_C(t) = U_m \sin(\omega_0 t + \phi)$?

e) Déterminer les valeurs de la tension maximale U_m et de la phase initiale ϕ .

f) Exprimer, en fonction de T_0 , les instants pour lesquels l'intensité du courant électrique est maximale.

3°) En réalité la bobine possède en plus de l'inductance une résistance r non nulle.

La tension $u_C(t)$ aux bornes du condensateur est enregistrée avec un oscilloscope à mémoire. La courbe obtenue avec la sensibilité horizontale $10 \text{ ms} \cdot \text{div}^{-1}$ est reproduite sur la figure ci-dessous.



a- Comparer la pseudopériode T et T_0 .

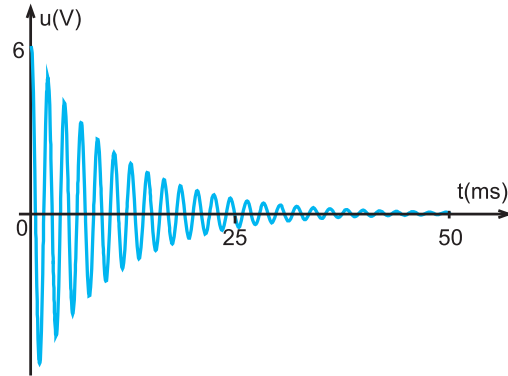
b- Pourquoi a-t-on besoin d'un oscilloscope à mémoire ?

c- Calculer l'énergie thermique dissipée par la résistance r de la bobine au bout de l'oscillation produite entre $t_0 = 0$ et $t_1 = T$.

10 Au cours d'une séance de travaux pratiques, on veut vérifier l'exactitude de la valeur $L = 0,2 \text{ H}$ de l'inductance d'une bobine, indiquée par le fabricant.

Pour cela, on étudie la décharge d'un condensateur de capacité $C = 0,5 \mu\text{F}$, initialement chargé sous la tension $E = 6 \text{ V}$, à travers la bobine.

A l'aide d'un dispositif informatisé d'acquisition de données, on visualise sur l'écran d'un ordinateur, la courbe d'évolution de la tension u aux bornes du condensateur en fonction du temps. (Fig. ci-après)



1°) Pourquoi qualifie-t-on un tel régime d'évolution temporelle de u comme étant un régime pseudopériodique et non périodique ?

2° a) Etablir l'équation différentielle vérifiée par la tension u .

b) On pose cette équation différentielle sous la forme suivante : $\frac{d^2u}{dt^2} + \frac{1}{\tau} \frac{du}{dt} + \omega_0^2 u = 0$

* Expliciter τ et donner sa dimension ainsi que sa signification physique.

* Déterminer à partir de la courbe, une valeur approchée de τ . En déduire la valeur de L .

On donne $R = 20 \Omega$.

c) Comparer la valeur de l'inductance trouvée expérimentalement L_{exp} avec la valeur $L = 0,2 \text{ H}$ portée sur le support de la bobine en calculant l'écart relatif $\frac{L_{\text{exp}} - L}{L}$.

En déduire si l'indication $L = 0,2 \text{ H}$ est correcte.

11

A l'aide d'un générateur de tension idéal, d'un condensateur, de deux résistors et d'une bobine inductive, on réalise le montage de la figure 1.

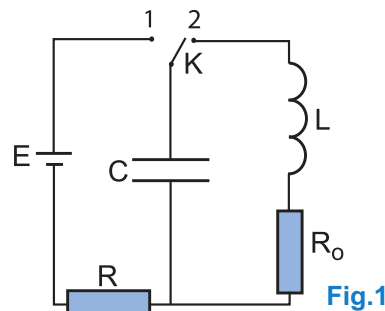
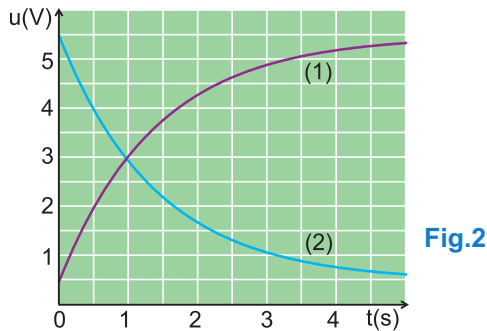


Fig.1

1°) On réalise la charge du condensateur de

capacité $C = 50 \mu\text{F}$ par le générateur de tension idéal de f.e.m. $E = 6 \text{ V}$.

A l'instant $t = 0$, on place le commutateur K en position 1. L'évolution au cours du temps de la tension u_R aux bornes du résistor de résistance $R = 30 \text{ k}\Omega$ et celle de la tension u_C aux bornes du condensateur sont représentées sur la figure 2.



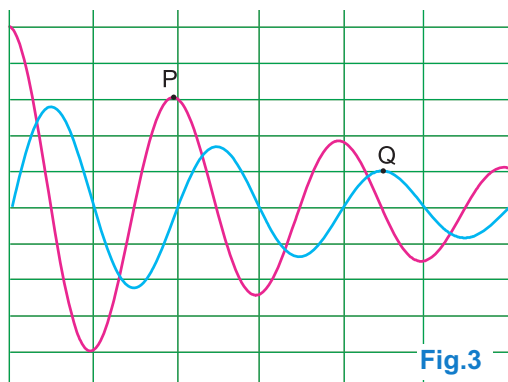
a) Quelle est, des courbes 1 et 2, celle qui illustre l'évolution de u_C ? Justifier la réponse.

b) Quelle serait la charge q du condensateur à la fin du processus de charge ?

c) Sachant que la constante de temps τ du circuit est la durée au bout de laquelle le condensateur a acquis 63% de sa charge maximale, déterminer graphiquement la valeur de τ .

d) Déterminer la valeur de l'intensité i du courant de charge à l'instant $t = \tau$.

2°) On suppose maintenant que le condensateur a acquis sa charge maximale. On place l'interrupteur K en position 2. On observe, à l'aide d'un oscilloscope, la tension u_C sur l'entrée Y_1 et la tension u_{R_0} aux bornes du



résistor de résistance $R_0 = 5 \Omega$ sur l'entrée Y_2 (Fig.3)

Les réglages de l'oscilloscope sont :

- sensibilité horizontale : 5 ms/div

- sensibilité verticale :

1V/div pour Y_1 et 250 mV/div pour Y_2 .

a) Rappeler les expressions de l'énergie électrostatique E_C et de l'énergie magnétique E_L . Calculer ces énergies aux instants correspondant aux points P et Q (Fig.3).

b) Comparer les énergies totales du circuit RLC série aux instants correspondant aux points P et Q.

12 Étude de texte

Capteur d'humidité

La mesure du taux (ou pourcentage) d'humidité relative de l'air (%HR) est appelée l'hygrométrie. Pour pouvoir y accéder, on fait recours à des capteurs de type "résistif" (reposant sur la variation d'une résistance avec l'humidité) ou "capacitif" (reposant sur la variation de la capacité avec l'humidité) : les premiers capteurs, souvent à base d'oxydes métalliques, sont peu précis et affectés par la condensation. Les seconds, dits "humidistances" possèdent souvent les qualités requises.

Un humidistance comporte un condensateur plan dont la capacité de très faible valeur C de l'ordre de 120 pF varie en fonction de l'humidité du diélectrique. En fait, le diélectrique est un film de polymère (polyamide par exemple) dont la permittivité varie avec son humidité (Fig.1).

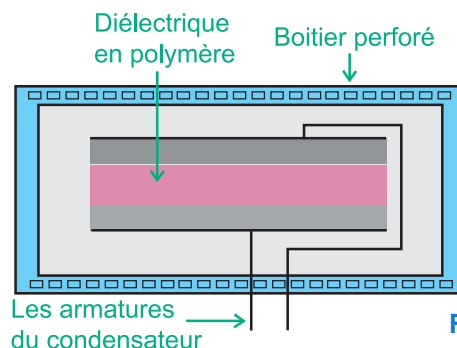


Fig.1

Cette variation d'humidité entraîne une variation de la fréquence propre du circuit RLC série dans lequel le condensateur est inséré.(Fig.2)

Ces capteurs d'humidité sont conçus pour fonctionner entre $- 10^{\circ} \text{C}$ et $+ 40^{\circ} \text{C}$, dans une

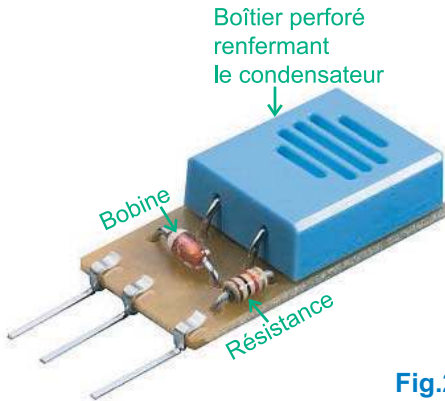


Fig.2

gamme de mesure de 10 à 100 % d'humidité, avec une précision de quelques % et un temps de réponse de l'ordre de 30 s.

Questions

1°) La permittivité du diélectrique utilisé est dite hygroscopique, pourquoi ?

2°) Expliquer comment la variation du taux d'humidité relative de l'air entraîne une variation de la fréquence propre des oscillations.

3°) Sachant que la valeur de C est à 40% HR et que la fréquence propre des oscillations au lieu de l'expérience est $N_0 = 31850 \text{ Hz}$, déterminer le taux d'humidité relative de l'air en ce lieu.

On donne $L = 200 \text{ mH}$ et on suppose que la fréquence des oscillations est pratiquement égale à la fréquence propre de l'oscillateur.

Fiche technique

Visualisation d'un régime transitoire avec un oscilloscope analogique

Pour la mise en évidence expérimentale des régimes pseudopériodique et apériodique d'un oscillateur RLC série comme lors de l'étude expérimentale de la réponse d'un dipôle RC ou RL à un échelon de tension, on a eu besoin d'un oscilloscope à mémoire qui ne peut être que numérique. Mais, dans le cas échéant, c'est-à-dire à défaut d'un oscilloscope de ce type, peut-on se débrouiller avec un oscilloscope analogique ?

Oui, il suffit de penser à profiter de la durée $\theta_p = 0,1\text{s}$ de persistance des impressions lumineuses sur la

rétiline de l'oeil et en cherchant un moyen permettant de visualiser le régime transitoire, que ce soit le régime pseudopériodique, le régime apériodique ou autre, de manière répétitive toutes les durées θ inférieures à la durée θ_p de persistance des impressions lumineuses. Pour cette fin, il est pratique et assez commode, pour charger par exemple le condensateur du circuit RLC série du montage de la figure 1 de la page 80, d'utiliser au lieu d'un générateur de tension idéal de f.e.m. $E = 5\text{V}$, un générateur de tension en créneaux évoluant au cours du temps selon le chronogramme de la figure 1, entre $-U_0 = -5\text{V}$ et $+U_0 = +5\text{V}$. Puis, on réalise le montage de la figure 2.

Après avoir mis l'oscilloscope analogique en marche et avoir fait les réglages nécessaires, on observe à priori l'oscillogramme

stable de la figure 3 à condition que la demi période $T_e/2$ de la tension u en créneaux soit à la fois inférieure à la durée θ_p de persistance des impressions lumineuses à l'oeil et très supérieure à la pseudopériode T des oscillations libres et par suite très supérieure à la période propre $T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$ de l'oscillateur.

Donc, pour obtenir un oscillogramme net et stable comme celui de la figure 3, il faut bien étudier le choix des valeurs de L et de C :

- $T_0 \ll T_e$. D'où, $LC \ll T_e^2$
- $T_e < \theta_p$. D'où, $T_e^2 < \theta_p^2$

Il faut donc : $LC \ll \theta_p^2 = 10^{-2}\text{ s}^2$.

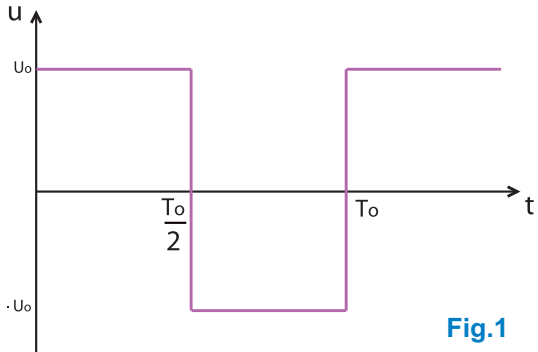


Fig.1

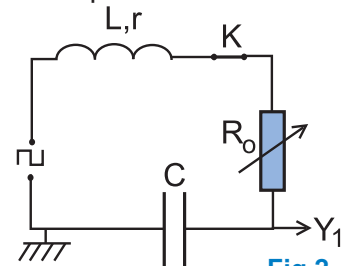


Fig.2

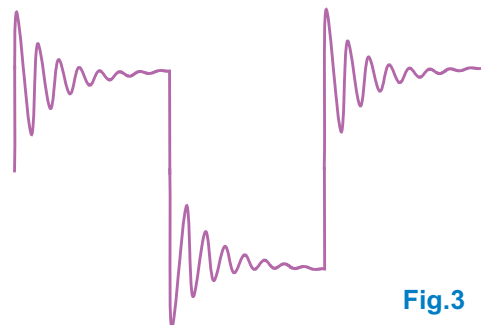


Fig.3

Remarque

Dans le cas de la réponse d'un dipôle RC ou RL à un échelon de tension, il faut veiller à ce que la demi période de la tension en crénaux soit dix fois plus grande que la constante de temps du dipôle.

Enfin, en agissant sur la base des temps de l'oscilloscope, on arrive à visualiser l'oscillogramme représentant une seule décharge oscillante, c'est-à-dire la réponse à un seul échelon de tension (Fig.4)

De plus, l'oscilloscope lui-même peut être un facteur de perturbation des mesures. En fait, l'entrée Y_1 ou Y_2 d'un oscilloscope est équivalente à un résistor de résistance $R_{osc} = 1 \text{ M}\Omega$ monté en parallèle avec un condensateur de capacité C_{osc} allant de 16 à 47 pF. Donc, il faut en tenir compte pour réussir l'expérience.

Par conséquent, le schéma du montage réalisé devient équivalent à celui de la figure 5.

Par application de la loi des mailles, on écrit :

$$u_C + (R_o + r) i + L \frac{di}{dt} = 0 \quad (1)$$

$$\text{où } i = i_1 + i_2 + i_3 = \frac{dq}{dt} + \frac{dq_{osc}}{dt} + \frac{u_C}{R_{osc}}$$

Or, $q = Cu_C$ et $q_{osc} = C_{osc} \cdot u_C$, il vient alors :

$$i = C' \frac{du_C}{dt} + C_{osc} u_C \text{ avec } C' = C + C_{osc}$$

On peut facilement disposer d'un condensateur de capacité $C \gg 50 \text{ pF}$.

Donc, on peut négliger C_{osc} devant C , d'où $C' \simeq C$ et $i \simeq C \frac{du_C}{dt} + C_{osc} u_C$ (2).

(1) et (2) donnent :

$$LC \frac{d^2 u_C}{dt^2} + [(R_o + r) C + \frac{L}{R_{osc}}] \frac{du_C}{dt} + (1 + \frac{R_o + r}{R_{osc}}) u_C = u$$

Pour que cette équation ne diffère pas de : $LC \frac{d^2 u_C}{dt^2} + (R_o + r) C \frac{du_C}{dt} + u_C = u$, il faut :

• $1 + \frac{R}{R_{osc}} \simeq 1$, c'est-à-dire $\frac{R}{R_{osc}} \ll 1$, ce qui est facilement vérifié car

$R_{osc} = 1 \text{ M}\Omega$ est très élevée.

• $(R_o + r)C + \frac{L}{R_{osc}} \simeq (R_o + r)C$. Donc $\frac{L}{R_{osc}} \ll (R_o + r)C$, c'est-à-dire $\frac{1}{R_{osc} C} \ll \frac{R_o + r}{L}$,

ce qui signifie : $\frac{L}{(R_o + r)C} \ll R_{osc} = 10^6$.

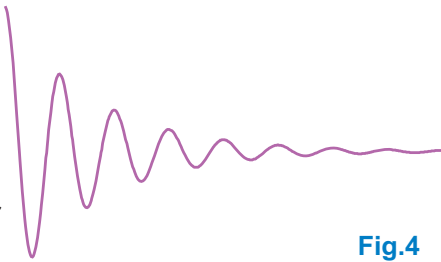


Fig.4

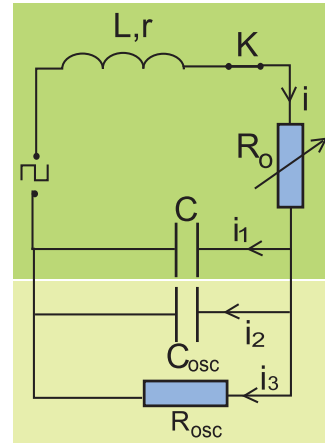


Fig.5

Pour que la condition $(R_o + r) \ll R_{osc}$ reste satisfaite, on ne peut augmenter R_o .
Donc, pour satisfaire cette dernière condition, il faut choisir une très petite inductance L et
une grande capacité C , mais sans perdre de vue la condition: $LC \ll 10^{-2} \text{ s}^2$.

Exemples :

- Avec $L = 10 \text{ mH}$, $C = 100 \text{ } \mu\text{F}$ et R_o telle que $(R_o + r) = 20 \text{ } \Omega$, on a :

$$LC = 10^{-6} \ll 10^{-2} \text{ et } \frac{L}{(R_o + r)C} = 5 \text{ } \Omega \ll 10^6 \text{ } \Omega : \text{ c'est un très bon choix.}$$

- Avec $L = 1 \text{ H}$, $C = 1 \text{ } \mu\text{F}$ et $(R_o + r) = 20 \text{ } \Omega$, on a toujours :

$$LC = 10^{-6} \ll 10^{-2} \text{ et } \frac{L}{(R_o + r)C} = 5 \cdot 10^4 \text{ } \Omega, \text{ qui n'est pas négligeable devant la}$$

valeur $10^6 \text{ } \Omega$ de R_{osc} : c'est un mauvais choix.

Objectifs

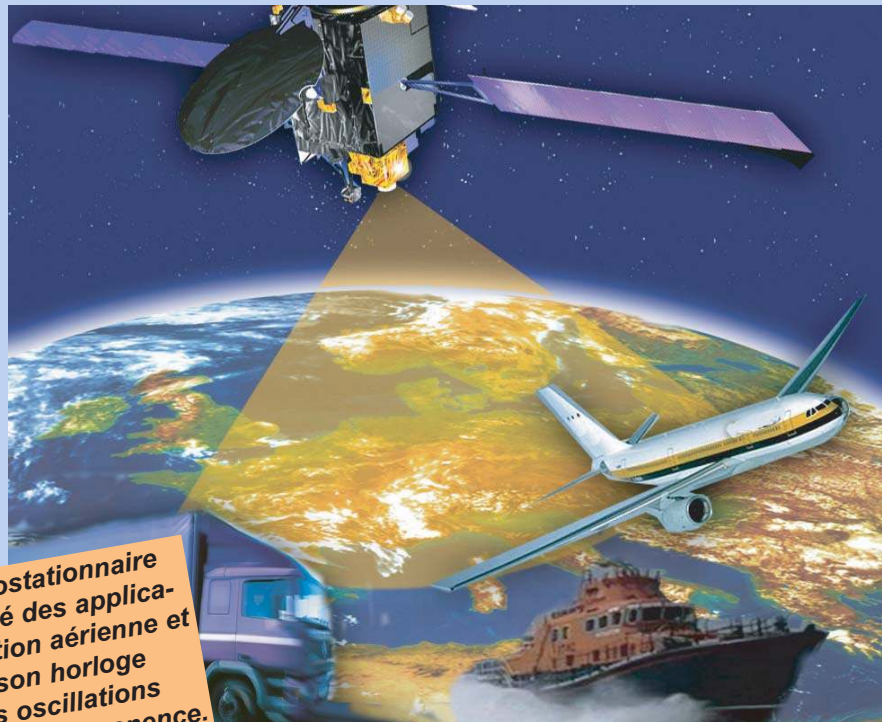
- ◆ Réaliser à l'aide d'un amplificateur opérationnel, un montage équivalent à un dipôle à résistance négative.
- ◆ Réaliser un montage permettant d'entretenir les oscillations d'un circuit RLC série.
- ◆ Déterminer la valeur de la résistance négative indispensable à l'entretien des oscillations d'un circuit RLC série.
- ◆ Montrer que la fréquence des oscillations entretenues est égale à la fréquence propre de l'oscillateur.
- ◆ Interpréter énergétiquement l'amorçage des oscillations entretenues d'un circuit RLC série.

Prérequis

SAVOIR	SAVOIR FAIRE
<ul style="list-style-type: none"> ◆ Définir un oscillateur électrique. ◆ Définir la pulsation propre, la période propre et la fréquence propre d'un oscillateur RLC série. ◆ Ecrire l'équation différentielle régissant les oscillations libres d'un circuit RLC série. ◆ Exprimer l'énergie totale d'un circuit RLC série. ◆ Enumérer les propriétés d'un amplificateur opérationnel idéal. 	<ul style="list-style-type: none"> ◆ Reconnaître les oscillations libres d'un circuit RLC série. ◆ Visualiser à l'oscilloscope les oscillations libres amorties d'un circuit RLC série. ◆ Mesurer la pseudopériode des oscillations libres amorties d'un circuit RLC série. ◆ Etablir l'équation différentielle régissant les oscillations libres d'un circuit RLC série. ◆ Expliquer la diminution de l'énergie totale d'un oscillateur RLC série.

OSCILLATIONS ÉLECTRIQUES ENTRETENUES

4



Egnos, satellite géostationnaire assurant la sécurité des applications de la navigation aérienne et maritime grâce à son horloge atomique dont les oscillations sont entretenues en permanence.

- ◆ La résistance d'un oscillateur électrique étant inéluctable, n'y a-t-il pas un moyen pratique à la compensation de l'amortissement conséquent ?
- ◆ Quel rôle peut-elle avoir la pile d'alimentation dans le fonctionnement de l'oscillateur à quartz d'une montre électronique ?

OSCILLATIONS ÉLECTRIQUES ENTRETENUES

Dans les circuits électriques et électroniques, les oscillations libres sont très recherchées, mais celles-ci se trouvent dans tous les cas plus ou moins amorties. Pour qu'elles perdurent comme elles sont nées, il faut penser à les entretenir et ce en restituant continuellement à l'oscillateur, avec un dispositif approprié, l'énergie dissipée sous forme thermique. Un tel dispositif est qualifié de dispositif d'entretien.

Avec l'étude qui suit et qui porte uniquement sur le cas d'un circuit RLC série dont les oscillations libres ont été traitées dans le chapitre précédent, on découvrira un exemple de dispositif pratique à l'entretien de ces oscillations, réalisable avec des composants électriques qui nous sont familiers.

1 PRINCIPE D'ENTRETIEN DES OSCILLATIONS LIBRES

On a vu que tout circuit constitué d'un condensateur de capacité C et d'une bobine d'inductance L et de résistance r est modélisable en un circuit RLC série formé par l'association en série du condensateur de capacité C , d'une inductance pure L et d'un résistor représentant la résistance totale R du circuit, résistance pratiquement égale à la résistance r de la bobine. L'amortissement des oscillations libres d'un tel circuit résulte de la chute de tension u_R due à R . Pour le compenser, il suffit de réaliser un dipôle électrocinétique D dont l'insertion en série avec les composants de l'oscillateur (condensateur, bobine) fait apparaître une tension u opposée à u_R (Fig.1).

Or, en convention récepteur, $u_R = Ri$, avec $R = r$. Donc $u = - Ri$, où le coefficient négatif ($- R$) signifie une résistance négative simulée par le dipôle D .

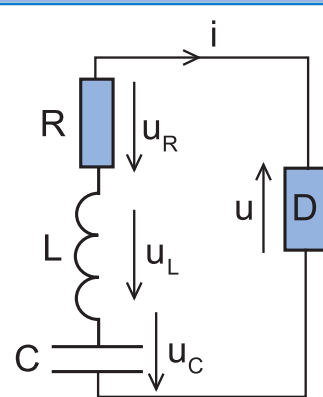


Fig.1 : Tension aux bornes d'un dipôle D à résistance négative

2 EXEMPLE DE DIPÔLE À RÉSISTANCE NÉGATIVE

2.1- Étude expérimentale Manipulation

- ♦ On réalise le montage de la figure 2 autour d'un amplificateur opérationnel (TL081 ou 741 par exemple) comme suit :
- ♦ On commence par la partie située à droite des points A et M.
- ♦ On fixe $R_1 = R_2 = 1 \text{ k}\Omega$ tandis que $R' = 50 \Omega$ et on alimente l'amplificateur opérationnel en $+15 \text{ V}$ et en -15 V (alimentation non représentée sur la figure). On complète le montage par le générateur BF que l'on monte en série avec un résistor de résistance $R = 200 \Omega$ et on ferme l'interrupteur K.

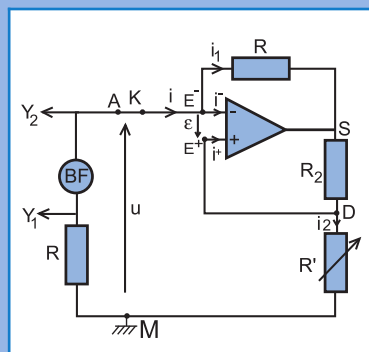


Fig.2a : Schéma du montage d'étude d'un dipôle à résistance négative

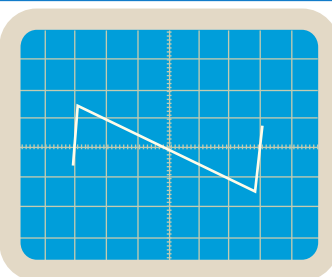
- ♦ On règle le générateur BF pour qu'il délivre entre ses bornes une tension alternative triangulaire d'environ 2 V crête à crête et de fréquence $N = 250$ Hz, puis on augmente l'amplitude du signal jusqu'à ce que l'amplificateur opérationnel sature, c'est-à-dire qu'il ne fonctionne plus en régime linéaire (en visualisant la tension de sortie $u_S(t)$ sur l'écran d'un oscilloscope).
- ♦ On visualise $u(t)$ sur la voie Y_2 d'un oscilloscope bicourbe et $u_{BM}(t)$ sur la voie Y_1 du même oscilloscope.
- ♦ On passe en mode XY tout en inversant la voie Y_1 afin de visualiser, pour différentes valeurs de R' , la caractéristique $u = f_1(u')$, u' étant la tension aux bornes du résistor de résistance R en convention récepteur.

Ainsi, on obtient entre autres, les oscillogrammes des figures 3a et 3b respectivement pour $R' = 50 \Omega$ et $R' = 80 \Omega$.

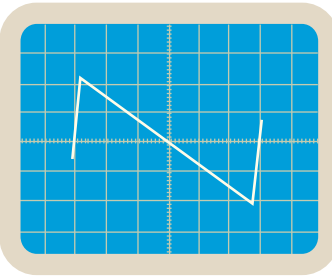
En maintenant R' égale à 80Ω et en fixant la valeur commune de R_1 et de R_2 à $2 \text{ k}\Omega$, on obtient l'oscillogramme de la figure 3c.



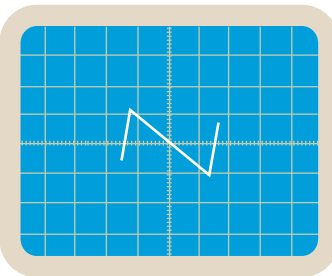
Fig.2b : Montage d'étude d'un dipôle à résistance négative



a : $R_1 = R_2 = 1 \text{ k}\Omega$, $R' = 50 \Omega$.



b : $R_1 = R_2 = 1 \text{ k}\Omega$, $R' = 80 \Omega$.



c : $R_1 = R_2 = 2 \text{ k}\Omega$, $R' = 80 \Omega$.

Fig.3 : Caractéristiques $u = f_1(u')$ obtenue avec les sensibilités 1V/div sur Y_1 et $0,5 \text{ V/div}$ sur Y_2 .

Questions

- 1°) Montrer que la caractéristique $u = f_1(u')$ représente la caractéristique $u = f(i)$, où i est l'intensité du courant débité par le générateur BF et justifier l'inversion du signal visualisé sur la voie Y_1 .
- 2°) Comparer les linéarités des portions centrales des caractéristiques $u = f_1(u')$ de la figure 3 et en déduire l'influence de la valeur de R' et de la valeur commune de R_1 et de R_2 sur la pente et la largeur de ces portions linéaires.
- 3°) Calculer la pente p de chacune des portions linéaires des caractéristiques $u = f_1(u')$ de la figure 3.
- 4°) Montrer d'après la forme de l'oscillogramme $u = f_1(u')$ de la figure 3 que $u = ki$, où k est une constante négative que l'on exprimera en fonction de la pente p et de la résistance R .
- 5°) - Calculer k dans les trois cas de figures 3a, 3b et 3c.
- Comparer les valeurs de k et de R' .

2.2- Étude théorique en régime linéaire

Il s'agit d'établir l'expression de la tension u aux bornes du dipôle AM de la figure 2 (partie de droite, constituée par le montage de l'amplificateur opérationnel).

Pour la maille MAE⁻ E⁺DM, on a : $u = R'i' + (v^- - v^+)$ (1)

Pour la maille DS E⁻ E⁺D, on a : $R_2i_2 + R_1i_1 + (v + - v^-) = 0$ (2)

La loi des noeuds s'écrit au point E⁻ : $i + i_1 + i^- = 0$ (3)

Au point D : $i_2 + i' + i^+ = 0$ (4)

L'amplificateur opérationnel utilisé étant supposé idéal, on a :

$$\varepsilon = (v^+ - v^-) = 0, i^+ = 0 \text{ et } i^- = 0.$$

D'autre part, $R_1 = R_2$.

Les équations (1), (2), (3) et (4) deviennent :

$$u = R'i' \quad (1)'$$

$$i_2 = -i_1 \quad (2)'$$

$$I_1 = -i \quad (3)'$$

$$I' = -i_2 \quad (4)'$$

D'où la relation: $u = -R'.i$

Par conséquent, le montage de l'amplificateur opérationnel de la figure 2 est équivalent à un dipôle AM caractérisé par une résistance négative $(-R')$. (Fig. 4)

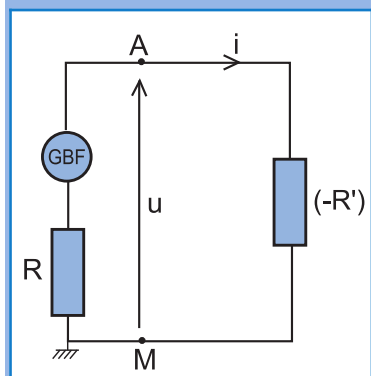


Fig.4 : Montage équivalent au montage de la figure 2

Conclusion

Avec un amplificateur opérationnel monté en boucle fermée à réaction sur l'entrée inverseuse, on peut réaliser un dipôle à résistance négative.

En convention récepteur, la tension u aux bornes d'un dipôle à résistance négative $(-R)$, parcouru par un courant d'intensité i s'écrit : $u = -R i$

Remarque

En montant l'amplificateur opérationnel en boucle fermée mais à réaction sur l'entrée non inverseuse (Fig.5), on a toujours un dipôle à résistance négative $(-R')$ mais qui n'est stable qu'avec des valeurs très élevées de R' .

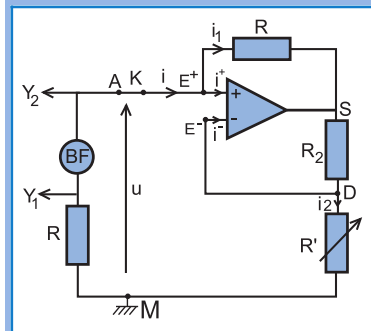


Fig.5 : Montage à réaction sur l'entrée non inverseuse.

3

ENTRETIEN D'UN OSCILLATEUR RLC SÉRIE AVEC UN DIPÔLE À RÉSIDENCE NÉGATIVE

3.1- Étude expérimentale

Manipulation

♦ Dans le montage de la figure 2 du paragraphe précédent, on remplace la partie située à gauche des points A et M (GBF, résistor de résistance R) par un dipôle RLC série (Fig.6) avec :

$$L = 1 \text{ H} ; C = 47 \mu\text{F} ; R = R_0 + r$$

R_0 étant la résistance du résistor associé en série avec le condensateur et la bobine : $R_0 = 2 \text{ k}\Omega$

r : résistance interne de la bobine, elle est de l'ordre de 25Ω .

R' est une résistance réglable ($n \times 1\Omega$, $n \times 10 \Omega$, $n \times 100 \Omega$, $n \times 1 \text{ k}\Omega$).

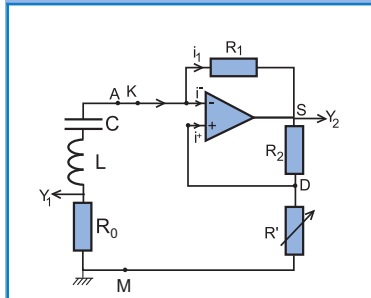
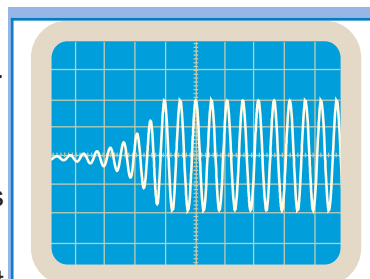
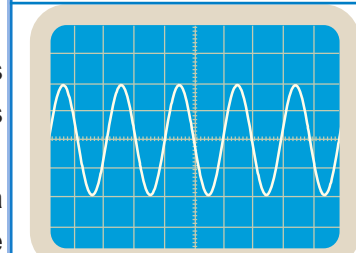


Fig.6 : Oscillateur RLC série associé à un dipôle à résistance négative

- ♦ On fixe R' à la valeur zéro ($R' = 0$).
 - ♦ On alimente l'amplificateur opérationnel en +15 V et en -15 V.
 - ♦ On ferme l'interrupteur K.
 - ♦ On réalise les connexions nécessaires à la visualisation sur l'écran de l'oscilloscope numérique, de la tension u_o aux bornes du résistor de résistance R_o .
 - ♦ En augmentant la valeur de R' , les oscillations s'amorcent pour $R' = 2070 \Omega$ environ et se stabilisent en prenant une forme quasi-sinusoidale : chronogramme $u_o(t)$ de la figure 7a.
- L'oscillogramme de la figure 7b, visualisé avec les sensibilités 10ms/div et 1V/div, montre bien qu'en régime permanent, ces oscillations entretenues sont quasi-sinusoidales.
- Quand on donne à R' des valeurs de plus en plus élevées, la courbe représentant $u_o(t)$ devient de plus en plus ample (Oscillogramme de la figure 8, obtenu avec les mêmes sensibilités 10 ms/div et 1V/div).
- Quand R' est trop élevée, la sinusoïde devient distordue et écrêtée. (Fig.9).



a : Amorçage et stabilisation des oscillations entretenues



b : Oscillations quasi-sinusoidales

Fig.7 : Oscillations entretenues avec R' légèrement supérieure à R

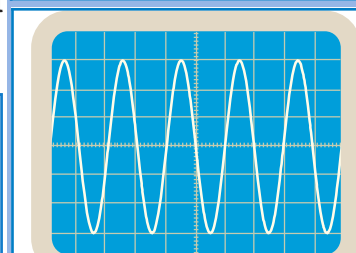


Fig.8 : Oscillations entretenues avec R' nettement supérieure à R .

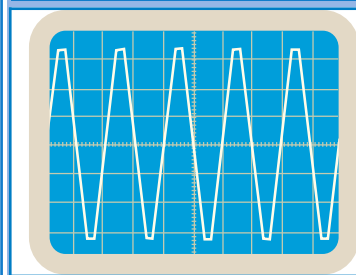


Fig.9 : Oscillations entretenues avec une valeur de R' trop supérieure à R

Questions

- 1°) Qu'est-ce qui fait naître dans le circuit RLC série les oscillations illustrées par l'oscillogramme de la figure 7a, surtout que l'on sait que le condensateur n'a pas été chargé au préalable.
- 2°) Expliquer l'absence d'oscillations pour les valeurs de R' inférieures à R ($R = R_o + r$).
- 3°) On s'attendait à ce que l'on obtienne des oscillations sinusoidales pour $R' = R$, mais l'expérience montre que les oscillations ne sont générées que pour une valeur de R' un peu supérieure à R ($R' = 2070 \Omega$). Expliquer cette différence.
- 4°) Mesurer directement sur l'oscillogramme de la figure 7b, la période des oscillations entretenues et la comparer à la valeur de la période propre $T_o = 2\pi\sqrt{LC}$ de l'oscillateur.
- 5°) Expliquer l'augmentation de l'amplitude des oscillations quand R' est trop supérieure à R , ainsi que leur écrêtage.

Conclusion

Il est possible d'entretenir les oscillations d'un circuit RLC série en le fermant sur un dipôle à résistance négative légèrement supérieure en valeur absolue à la résistance totale du circuit.

Les oscillations entretenues d'un circuit RLC série sont quasi-sinusoidales de fréquence égale à la fréquence propre de l'oscillateur.

L'amplitude des oscillations entretenues augmente avec la valeur absolue de la résistance négative d'entretien.

3.2- Interprétation énergétique de l'entretien des oscillations

Grâce à son alimentation en + 15 V et en -15 V, l'amplificateur opérationnel fournit au dipôle RLC série de l'énergie. Mais, avec les petites valeurs de R' , cette énergie suffit-elle pour y générer d'abord des oscillations ?

En fait, en convention récepteur, la loi des mailles s'écrit pour le circuit électrique équivalent (Fig.10) du montage d'entretien des oscillations :

$$\frac{q}{C} + L \frac{di}{dt} + r i + R_0 i + (-R') i = 0.$$

Il vient donc, $\frac{q}{C} + L \frac{di}{dt} + R_t i = 0$, avec $R_t = R_0 + r - R'$.

On sait qu'en multipliant une telle équation par $i = \frac{dq}{dt}$,

$$\text{on aboutit à } \frac{dE}{dt} = -R_t \cdot i^2,$$

où $E = E_C + E_L$: énergie totale de l'oscillateur.

♦ Cas où R' est inférieure à R ($R' < R$)

Si $R' < R$, on a $R_t > 0$. Par suite, $\frac{dE}{dt} < 0$, ce qui signifie que l'énergie apportée par le dipôle à résistance négative ne suffit pas pour compenser les pertes par effet Joule dues à R_t . Par conséquent, les oscillations initiées dans le circuit RLC série sont systématiquement amorties, ce qui explique l'impossibilité de les visualiser dans de telles conditions.

♦ Cas où R' est égale à R ($R'=R$)

Dans le cas où R' est égale à R , la résistance totale R_t devient nulle. En d'autres termes, lorsque cette condition est satisfaite, on a $\frac{dE}{dt} = 0$, ce qui signifie que l'énergie totale E du système ne diminue plus, elle reste constante. Ce résultat recherché s'explique par le fait que les bouffées d'énergie apportées par l'amplificateur opérationnel au cours du temps compensent exactement les dissipations d'énergie en énergie thermique, ce qui favorise l'amplification des oscillations qui naissent dans le circuit RLC série (phase d'amorçage) pour se stabiliser très rapidement sous forme quasi-sinusoïdale à une fréquence égale à la fréquence propre $N_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$ de l'oscillateur,

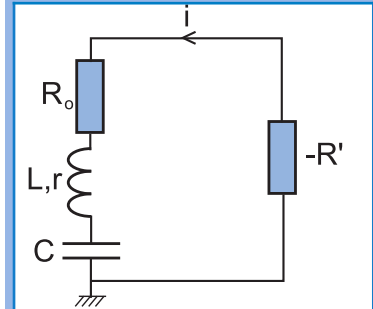


Fig.10 : Schéma du circuit équivalent à l'oscillateur RLC entretenu.

c'est-à-dire exactement comme si l'oscillateur RLC série n'a aucune résistance. On dit que les oscillations sont ainsi auto-entretenues. Mais, dans la pratique, on n'a le régime entretenu qu'à R' légèrement supérieure à (R_0+r) . Cela est dû essentiellement à des imperfections de l'amplificateur opérationnel (il n'est pas parfaitement idéal comme il est supposé), aux perturbations provoquées par l'oscilloscope utilisé comme appareil de mesure [⊙] et au fait que la résistance r de la bobine ne reste pas constante, elle augmente avec la fréquence des oscillations ^{⊙⊙}.

♦ Cas où R' est nettement supérieure à R ($R' > R$)

La résistance totale R_t devient remarquablement négative. Dans ce cas, $\frac{dE}{dt} > 0$: le montage de l'amplificateur opérationnel apporte plus d'énergie qu'il en faut pour l'entretien des oscillations, ce qui explique l'augmentation de leur amplitude.

♦ Cas où R' est très supérieure à R ($R' \gg R$)

Lorsque la résistance R' devient trop élevée, on atteint la saturation pour une valeur de l'intensité du courant oscillant inférieure en valeur absolue à sa valeur maximale. Par suite, l'amplificateur opérationnel ne peut plus continuer à ne fonctionner qu'en régime linéaire. En conséquence, les oscillations entretenues deviennent distordues et écrêtées.

Conclusion

Un dipôle à résistance négative joue le rôle de générateur mais non autonome.

Les oscillations d'un circuit RLC série ne peuvent être entretenues par un dipôle à résistance négative que lorsque l'énergie apportée par ce dernier suffit pour compenser l'énergie dissipée dans l'oscillateur par effet Joule.

⊙ Pour plus de détails, se référer à la fiche technique présentée à la fin du chapitre (p. 127).

⊙⊙ L'étude de l'influence de la fréquence des oscillations sur la valeur de la résistance de la bobine de l'oscillateur est hors programme.

L'essentiel

- L'entretien des oscillations nécessite un apport extérieur d'énergie en bouffées.
- Les oscillations libres d'un circuit RLC série peuvent être entretenues avec un dipôle à résistance négative.
- Avec un montage particulier d'un ensemble de résistors autour d'un amplificateur opérationnel, on peut réaliser un dispositif d'entretien simulant un dipôle à résistance négative.
- L'amorçage des oscillations entretenues d'un circuit RLC série demande une résistance négative légèrement supérieure en valeur absolue à la résistance totale de l'oscillateur.
- Dans certaines limites, les oscillations quasi-sinusoïdales d'un circuit RLC série entretenu sont d'autant plus amples que l'apport d'énergie assuré par le dipôle à résistance négative est plus grand. $T_o = 2\pi\sqrt{LC}$
- Les oscillations entretenues d'un dipôle à résistance négative ne peuvent être stabilisées que lorsque l'amplificateur opérationnel du dispositif d'entretien fonctionne en régime linéaire.
- Les oscillations entretenues d'un circuit RLC série sont quasi-sinusoïdales de période égale à sa période propre

Exercices



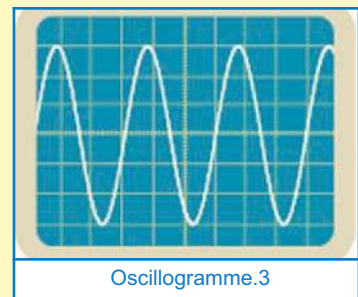
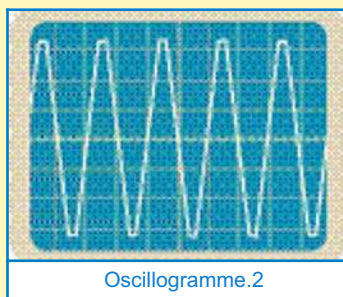
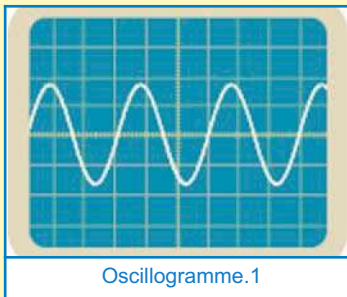
Exercice résolu

ÉNONCÉ

On réalise un circuit RLC série avec un condensateur de capacité $C = 2 \mu\text{F}$, une bobine d'inductance $L = 0,5 \text{ H}$ et de résistance $r = 24 \Omega$.

Afin d'y initier des oscillations et les entretenir, on réalise le montage de la figure 6 de la page 114 mais avec R' réglable avec une boîte ($n \times 1 \text{ k}\Omega$) seulement.

1°) Préciser, parmi les trois oscillogrammes suivants, celui qui peut être obtenu avec une résistance R' fixée à la valeur $2 \text{ k}\Omega$; justifier la réponse.



2°) a) Quelle est la valeur R' permettant théoriquement d'entretenir les oscillations du circuit ? Justifier la réponse.

b) Calculer la fréquence des oscillations entretenues.

3°) a) Montrer qu'avec la boîte de résistances R' utilisée, on ne peut entretenir les oscillations et proposer une solution pratique à cette fin.

b) Si l'on ne dispose que de la boîte de résistance R' ($n \times 1 \text{ k}\Omega$), proposer une autre méthode permettant d'améliorer la qualité des oscillations entretenues.

SOLUTION

1°) $R' = 2 \text{ k}\Omega$, tandis que $r = 24 \Omega$.

La résistance R' est trop supérieure à la résistance totale r du circuit RLC série. Dans ces conditions, l'amplificateur opérationnel apporte beaucoup plus d'énergie qu'il en faut, ce qui rend les oscillations distordues. Donc, parmi les trois oscillogrammes présentés, le seul qui peut être obtenu dans ces conditions est l'oscillogramme 2.

2°) a) Les oscillations entretenues ne peuvent être amorcées que lorsque le dispositif d'entretien est capable de compenser toute dissipation d'énergie par effet Joule due à la résistance totale du circuit, chose qui n'est réalisée que lorsque $R' = r$.

b) On sait que le dispositif d'entretien aide le circuit RLC série à osciller librement, c'est-à-dire avec sa fréquence propre :

$$N_o = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

A.N: $N = 159\text{Hz}$

3°) a) R' : boîte ($n \times 1 \text{ k}\Omega$); la valeur minimale $R'_{\min} = 1 \text{ k}\Omega$ est encore très nettement supérieure à la valeur 24Ω de r . Donc, il est impossible d'entretenir convenablement les oscillations avec une telle boîte de résistances, elles seront distordues même avec $R'_{\min} = 1 \text{ k}\Omega$. Il faut alors remplacer cette boîte par une association en série par exemple de boîtes ($n \times 1 \Omega$, $n \times 10 \Omega$, $n \times 100 \Omega$).

b) On sait qu'une augmentation de la valeur commune des résistances R_1 et R_2 du dispositif d'entretien réduit la largeur du domaine de fonctionnement linéaire de l'amplificateur opérationnel (manipulation de la page 112). Donc, pour améliorer la qualité des oscillations, il suffit de choisir pour R_1 et R_2 une valeur plus petite tout en fixant R' à sa valeur minimale $1 \text{ k}\Omega$.



Exercices à résoudre



Tests rapides des acquis

1

Items "vrai ou faux"

Evaluer les propositions suivantes par vrai ou faux.

- 1- L'amplificateur opérationnel est un dipôle à résistance négative.
- 2- On ne peut entretenir les oscillations d'un circuit RLC série que par l'insertion d'un dipôle à résistance négative.
- 3- Un circuit LC ne demande aucun entretien.
- 4- Le dispositif d'entretien des oscillations joue le rôle du générateur.

5- L'entretien des oscillations permet à un circuit RLC série d'osciller sans diminution d'amplitude et à son propre rythme.

6- Quelle que soit la valeur de la résistance négative du dispositif d'entretien, les oscillations sinusoïdales d'un circuit RLC série se produisent à la même fréquence.

2

Questions à Choix Multiples

Préciser pour chacune des questions suivantes, la (ou les) proposition(s) juste(s).

■ I- Un oscillateur électrique est dit entretenu lorsque :

- a- il n'y a aucune perte d'énergie ;
- b- les pertes d'énergie dues à sa résistance sont compensées par un apport d'énergie de l'extérieur ;
- c- la perpétuation des oscillations dont il est siège est assurée par un dispositif d'entretien approprié ;
- d- les oscillations qui s'y produisent sont sinusoïdales.

■ II- Les oscillations entretenues d'un circuit RLC série se produisent :

- a- avec une amplitude dont la valeur dépend

des caractéristiques du dispositif d'entretien ;

b- pour toute résistance négative supérieure ou égale en valeur absolue à la résistance R du circuit ;

c- avec une fréquence imposée par le dispositif d'entretien ;

d- avec une fréquence égale à sa fréquence propre ;

■ III- En associant un dipôle RLC série à un dipôle à résistance négative R' , il ne peut y naître des oscillations que lorsque :

a- le condensateur est chargé au préalable ;

b- R' est réglable et sa valeur maximale est supérieure à celle de R ;

c- le condensateur est de très grande capacité.



Exercices d'application

3

Pour créer des oscillations entretenues dans un circuit RLC série, on associe ce dernier à un dipôle D à résistance négative ($-R'$)

1°) Schématiser le montage réalisé et y indiquer la tension $u = -R' i$.

2°) Les oscillations quasi-sinusoïdales de u

obtenues pour $R' = 250 \Omega$ caractérisées par une période $T = 6 \text{ ms}$ et une amplitude $U_m = 2 \text{ V}$.

a) En déduire les propriétés de i .

b) Sachant que $C = 15,5 \mu\text{F}$, calculer L.

c) Quelle est la valeur théorique de la résistance R de la bobine ? Justifier la réponse.

4 On monte aux bornes d'un dipôle à résistance négative réglable ($-R$), un condensateur de capacité C réglable en série avec une bobine d'inductance L et de résistance r .

En fixant respectivement la capacité C aux valeurs $0,5 \mu\text{F}$, $10 \mu\text{F}$ et $150 \mu\text{F}$, on constate que les oscillations quasi-sinusoïdales ne sont pas obtenues avec la même valeur de R :

avec $C = 0,5 \mu\text{F}$, $R = 470 \Omega$;

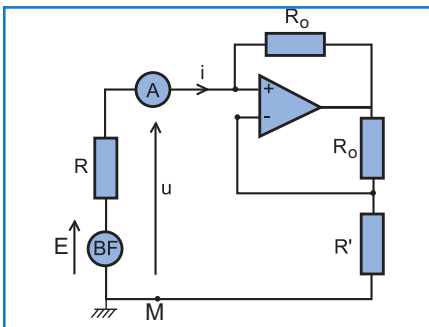
$C = 10 \mu\text{F}$, $R = 380 \Omega$;

$C = 150 \mu\text{F}$, $R = 250 \Omega$.

1°) Exprimer la fréquence des oscillations en fonction de L et C .

2°) Sachant que toute autre résistance du circuit est négligeable devant la résistance r de la bobine, montrer que celle-ci n'est pas constante et qu'elle augmente avec la fréquence des oscillations.

5 Avec un amplificateur opérationnel idéal, un générateur de tension idéal $E = 6 \text{ V}$ et un ensemble de résistors ($R = 120 \Omega$, R_0 et R'), on réalise le montage schématisé ci-dessous.



1°) Montrer que $u = -R'i$.

2°) Sachant que l'ampèremètre indique $I = 200 \text{ mA}$, calculer R' .

3°) a) Ce dispositif, convient-il à l'entretien des oscillations d'un circuit constitué d'un condensateur de capacité $C = 0,5 \mu\text{F}$ en série avec une bobine d'inductance $L = 0,5 \text{ H}$ et de résistance $r = 50 \Omega$? justifier la réponse.

b) Dans l'affirmative, calculer la période de ces oscillations.

6 Les oscillations libres d'un circuit formé par l'association en série d'un résistor de résistance R_0 , d'un condensateur de capacité C_0 et d'une bobine d'inductance propre L_0 et de résistance r sont correctement entretenues à l'aide d'un dipôle à résistance négative ($-R$).

1°) Schématiser avec les éléments sus indiqués, le montage permettant d'obtenir des oscillations entretenues.

2°) Montrer qu'à l'amorçage des oscillations entretenues, le montage réalisé est équivalent théoriquement au condensateur de capacité C_0 initialement chargé, associé en série avec une bobine purement inductive d'inductance L_0 .

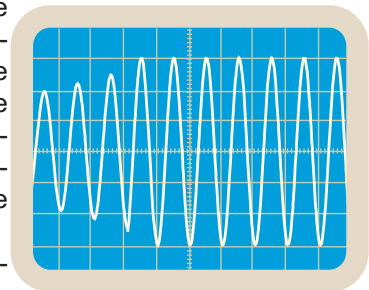
3°) Montrer qu'en régime permanent, les oscillations entretenues sont sinusoïdales de fréquence N_0 dont on donnera l'expression.

4°) a) Exprimer l'énergie totale de l'oscillateur en fonction de l'inductance L_0 et de l'intensité maximale I_m du courant oscillant.

b) D'où provient cette énergie de l'oscillateur ?

7 L'oscillogramme suivant obtenu avec une sensibilité horizontale de 5 ms/div est le chronogramme de la tension u aux bornes du condensateur d'un circuit RLC série entretenue avec un dipôle à résistance négative.

1°) Sachant que le début d'enregistrement de ce chronogramme coïncide pratiquement avec l'instant de fermeture du circuit :



a) interpréter énergétiquement l'allure du chronogramme $u(t)$;

b) déterminer graphiquement la durée approximative d'amorçage des oscillations.

2°) Déterminer graphiquement la période T des oscillations entretenues.

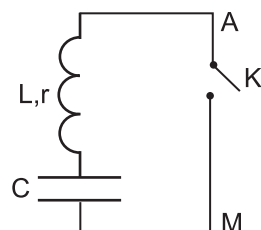
3°) Comparer T avec la période propre de l'oscillateur.

On donne : $C = 2,53 \mu\text{F}$; $L = 0,25 \text{ H}$.

Exercices de synthèse

8 Dans le circuit schématisé ci-après, le condensateur est initialement chargé.

1°) Décrire qualitativement ce qui va se passer dans le circuit si l'on ferme l'interrupteur K .



2°) Montrer que si la résistance de la bobine était nulle, les oscillations seraient sinusoïdales de période T_0 que l'on déterminera.

3°) Pour rendre cette hypothèse une réalité, on remplace l'interrupteur K par un générateur (Fig. ci-contre) délivrant entre ses bornes une tension proportionnelle à l'intensité du courant i ($u = k i$).

a) Montrer que la constante k a la dimension d'une résistance électrique.

b) Établir l'équation différentielle des oscillations de l'intensité du courant i dans le circuit.

c) Quel doit être le signe de k si l'on veut compenser l'amortissement dû à r ?

d) Pour quelle valeur de k , y aura-t-il des oscillations entretenues ?

9 Pour étudier l'entretien des oscillations d'un circuit RLC série, on réalise le montage schématisé dans la figure 1 :

$R_1 = R_2 = 5 \text{ k}\Omega$,
 R' : boîtes de résistances ($n \times 1 \Omega$; $n \times 10 \Omega$)
 $L = 0,5 \text{ H}$; $r = 50 \Omega$
 $C = 35 \mu\text{F}$ ou bien $85 \mu\text{F}$: en fait, n'étant pas bien lisible, le chiffre des dizaines peut être 8 ou 3.

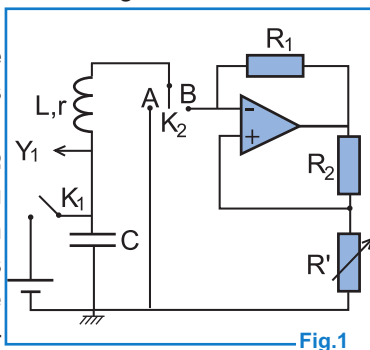


Fig.1

1°) On commence par actionner l'interrupteur K_1 : après l'avoir laissé fermé quelques secondes, on l'ouvre. Puis, on ferme le commutateur K_2 sur la position A.

Avec les sensibilités horizontale 10 ms/div et verticale 2 V/div , l'oscilloscope mémorise sur sa voie Y1 utilisée, le chronogramme de la figure 2.

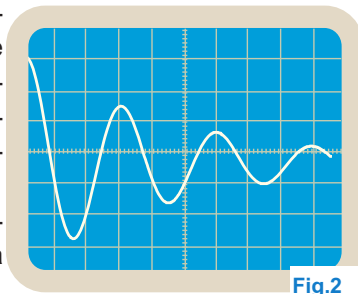


Fig.2

a) Commenter l'allure de ce chronogramme.
 b) Calculer la pseudopériode T .

c) Montrer que la valeur de C ne peut être que $35 \mu\text{F}$.

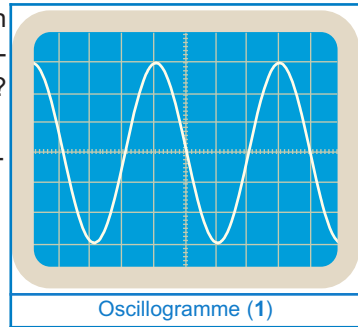
2°) R' étant fixée à la valeur 25Ω , on bascule K_2 sur la position B après avoir alimenté l'amplificateur opérationnel en -15 V et $+15 \text{ V}$, on n'obtient aucun oscillogramme.

a) Est-ce que l'on s'attendait à un tel résultat malgré l'utilisation du dispositif d'entretien ? pourquoi ?

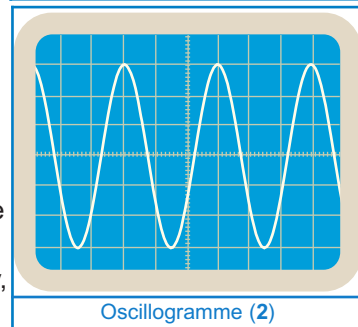
b) Proposer un réglage argumenté avec lequel les oscillations deviennent bien entretenues.

c) Le réglage adéquat étant effectué, préciser parmi les trois oscillogrammes ci-contre (Fig.3) obtenus avec une sensibilité horizontale 10 ms/div , celui réellement obtenu.

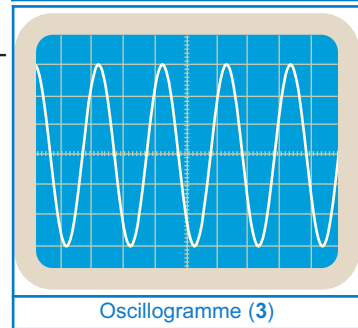
Justifier la réponse.



Oscillogramme (1)



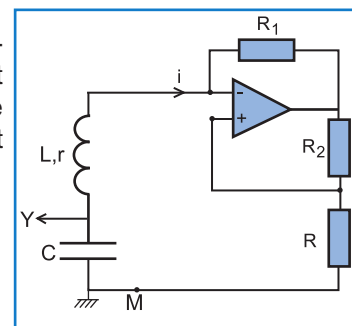
Oscillogramme (2)



Oscillogramme (3)

Fig.3

10 On associe un condensateur de capacité C et une bobine d'inductance L et de résistance interne r en série comme dans le schéma ci-dessous avec un dispositif d'entretien constitué d'un amplificateur opérationnel idéal et d'un ensemble de résistors (R , R_1 et R_2).



1°) Montrer que le dispositif d'entretien ne peut être équivalent à un dipôle à résistance négative égale à $(-R)$ que si $R_2 = R_1$.

2°) Ayant fixé $R_1 = R_2$, on alimente l'amplificateur opérationnel en $+15\text{ V}$ et en -15 V , puis on visualise la tension u aux bornes du condensateur sur l'écran d'un oscilloscope.

L'oscillogramme obtenu a pratiquement la forme d'une sinusoïde de période $T = 2,5\text{ ms}$ et d'amplitude $U_m = 4\text{ V}$.

a) Comparer r et R .

b) Déterminer l'expression de l'intensité $i(t)$ du courant oscillant sachant que $C = 0,5\text{ }\mu\text{F}$.

c) Calculer l'inductance L de la bobine.

d) Calculer l'énergie totale de l'oscillateur.

11 Étude de texte

Montre à quartz

La montre électronique (ou montre à quartz) est basée sur la piézoélectricité du quartz, c'est-à-dire l'apparition d'une différence de potentiel électrique entre deux faces en regard d'un tel cristal à chaque fois qu'il subit une compression ou une dilatation et inversement.

L'oscillateur d'une montre électronique est en effet une très petite lamelle de quartz dont les vibrations s'effectuent avec une fréquence qui ne dépend que de sa masse et de sa rigidité, sa valeur très élevée (entre 32 et 33 kHz)

confère à la montre à quartz une très grande précision (variation inférieure à une minute par année, soit moins d'une seconde par jour).

La montre à quartz est alimentée par une pile miniature (pile bouton) dont la durée de vie atteint plusieurs années grâce à la très faible consommation en puissance ($5\text{ }\mu\text{W}$ environ).



Questions

1°) Faire une analogie entre les grandeurs caractéristiques d'un oscillateur RLC série et celles d'un oscillateur à quartz.

2°) Enumérer les facteurs dont dépend la fréquence des oscillations de la lamelle de quartz et en déduire qu'il s'agit de la fréquence propre de l'oscillateur.

3°) Montrer que la lamelle de quartz d'une montre électronique effectue des oscillations entretenues.

Fiche technique

Réalisation pratique d'oscillations électriques entretenues

Caractéristique intensité-tension $u=f(i)$ d'un dipôle à résistance négative

A défaut d'oscilloscope, on peut tracer point par point la courbe représentant la tension u aux bornes d'un dipôle à résistance négative en fonction de l'intensité i du courant qui y circule. On remplace alors le générateur BF du montage utilisé dans le cours (Fig.2a, p.112) par un générateur 15 V associé à un réostat (0-1 k Ω) comme dans la figure 1.

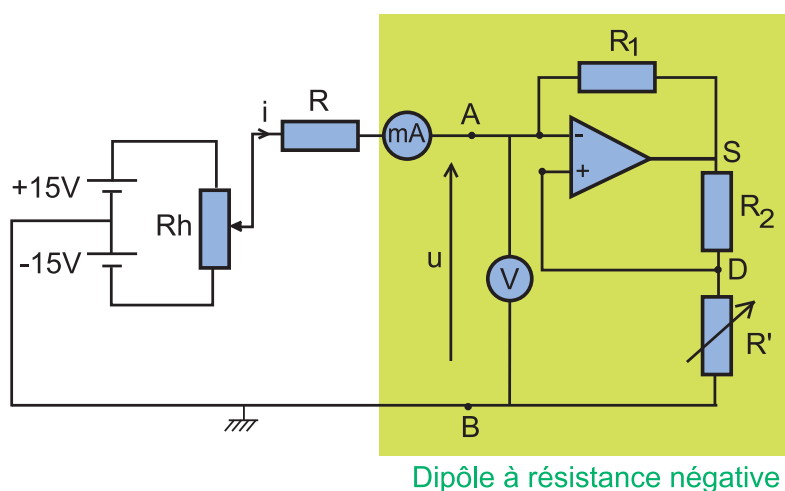


Fig.1 : Dispositif d'étude de la caractéristique $u = f(i)$ d'un dipôle à résistance négative

Remarque :

Comme générateur 15 V, on peut utiliser celui qui alimente l'amplificateur opérationnel.

De cette façon, on peut faire varier i de manière continue et la mesurer avec le milliampèremètre monté en série avec le résistor de résistance $R_0 = 220 \Omega$.

La tension u est mesurée avec le voltmètre branché entre les bornes A et M du dipôle à résistance négative ($-R'$) situé à droite.

♦ On fixe la résistance R' à une première valeur R'_1 (20 Ω par exemple).

En agissant sur le curseur du rhéostat, on arrive à dresser un tableau de mesures du couple (i, u) avec lequel on trace par la suite la courbe d'évolution de u en fonction de i et on précise le domaine de linéarité.

Le calcul de la pente du segment de droite qui le constitue (Fig.2) donne : $k = -R'_1$.

Donc, $u = -R'_1 i$ pour i variant de $-I_0$ à $+I_0$.

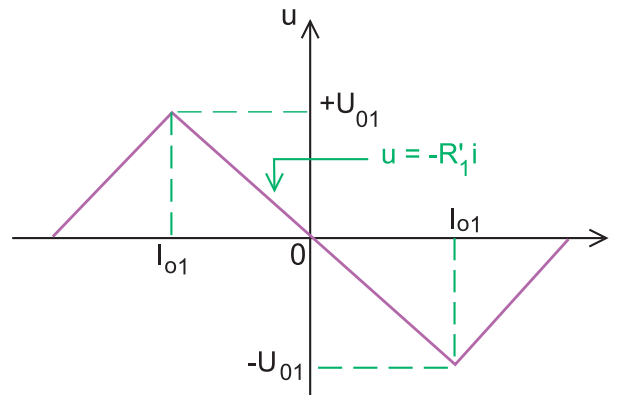


Fig.2 : Caractéristique $u = f(i)$ en forme de N, obtenue avec $R'_1 = 20 \Omega$

Remarque :

Si l'on dispose d'un deuxième voltmètre, on peut mesurer directement la tension u_s et constater qu'elle reste égale à :

- - 15 V pour $i \leq -I_o$.
- + 15 V pour $i \geq +I_o$.

♦ On fixe la résistance R' à une deuxième valeur R'_2 (40 Ω par exemple) et on refait la même manipulation, on obtient alors la caractéristique $u = f(i)$ de la figure 3.

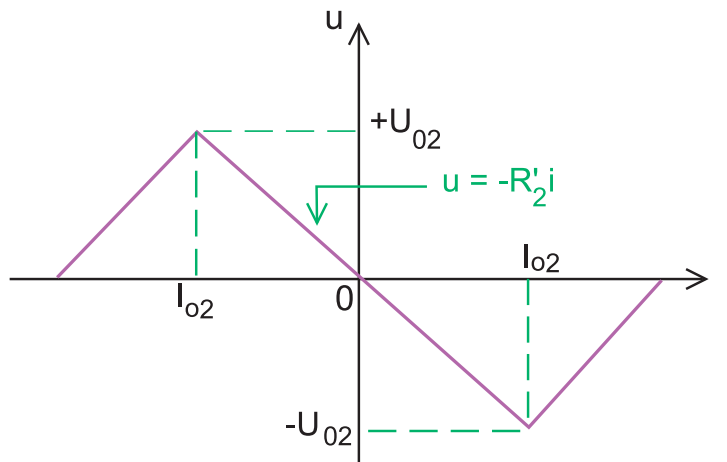


Fig.3 : Caractéristique $u = f(i)$ en forme de N, obtenue avec $R'_2 = 40 \Omega$

Conclusion :

□ Pour $-I_o < i < +I_o$ tel que u donne $-U_{sat} < u_s < +U_{sat}$, le montage de l'amplificateur opérationnel est équivalent à un dipôle à résistance négative ($-R'$) inséré entre les points A et M :
 $u = -R'i$

□ Plus R' est grande, plus le domaine de linéarité est étroit.

Remarque :

En maintenant R' constante et en remplaçant les résistances R_1 et R_2 égales à 1k Ω par des résistances égales à 10 k Ω , la caractéristique en N obtenue montre qu'une augmentation de R_1 et de R_2 a un effet semblable à celui de l'augmentation de R' sur la largeur du domaine de linéarité.

Influence des caractéristiques d'entrée de l'oscilloscope sur l'entretien des oscillations.

Comme il a été précisé dans la fiche technique du chapitre précédent, l'oscilloscope peut avoir une influence sur la marche de l'expérience à cause du fait que son entrée Y_1 ou Y_2 est équivalente à un résistor de résistance $R_{osc} = 1 \text{ M}\Omega$ monté en parallèle avec un condensateur de capacité C_{osc} allant de 16 à 47 pF. (Fig.4).

Par conséquent, au lieu que l'évolution de la tension u_c soit régie par l'équation différentielle :

En d'autres termes, les oscillations ne

$$\frac{d^2 u_c}{dt^2} + \frac{(R_o + r - R')}{L} \frac{du_c}{dt} + \omega_o^2 u_c = 0,$$

elle devient, en négligeant C_{osc} devant C , régie par :

$$\frac{d^2 u_c}{dt^2} + \left[\frac{1}{CR_{osc}} + \frac{(R_o + r - R')}{L} \right] \frac{du_c}{dt} + \omega_o^2 \left[1 + \frac{R_o + r - R'}{R_{osc}} \right] u_c = 0. \text{ Donc, pour qu'il y ait démarrage}$$

des oscillations, il faut : $\frac{1}{CR_{osc}} + \frac{(R_o + r - R')}{L} \leq 0$, ce qui donne : $R' \geq R_o + r + \frac{L}{CR_{osc}}$.

En d'autres termes, les oscillations ne s'amorcent pas dès que R' atteint la valeur de la résistance totale $(R_o + r)$ du circuit, mais à une valeur plutôt supérieure à cause, entre autres, du terme $\frac{L}{R_{osc} C}$ dû à l'oscilloscope.

Donc, pour que l'oscilloscope utilisé comme appareil de mesure ne fausse pas la valeur de la résistance d'amorçage des oscillations, il faut réduire la valeur du terme $\frac{L}{R_{osc} C}$ au maximum, ce qui revient à avoir un très petit quotient $\frac{L}{C}$.

Pour cela, il faut choisir une petite valeur pour L et une grande valeur pour C .

Contre exemple: Avec $R_o + r = 250 \Omega$, $R_{osc} = 1 \text{ M}\Omega$, $L = 1 \text{ H}$ et $C = 1 \text{ mF}$, $\frac{L}{R_{osc} C} = 4(R_o + r)$!

C'est évidemment un très mauvais choix : au lieu que l'oscillateur accroche pour R' légèrement supérieure à 250Ω , les oscillations ne s'amorcent que pour $R' = 1250 \Omega$.

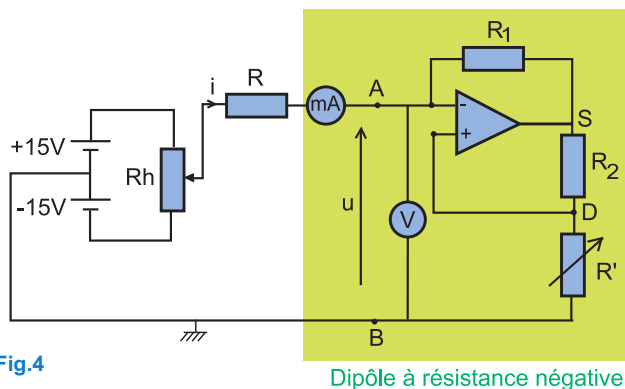


Fig.4

Dipôle à résistance négative

En savoir plus

Amorçage et stabilisation des oscillations entretenues

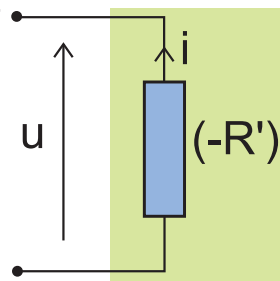
On sait que l'on peut simuler à l'aide d'un amplificateur opérationnel, un dipôle à résistance négative qui peut jouer le rôle de générateur d'entretien des oscillations d'un circuit RLC série. En fait, la tension entre ses bornes s'écrit en convention générateur : $u = R' i$.

La puissance mise en jeu est $p = - u \cdot i = - R' i^2 < 0$.

Donc, on vérifie bien qu'il s'agit d'un dipôle générateur dit à résistance négative ; il est caractérisé par le pouvoir de maintenir une tension u entre ses bornes proportionnelle à l'intensité du courant qu'il débite.

$u = k i$, où k est une constante ayant la dimension d'une résistance :

$$k = R.$$



On a vu dans le cours que, sans un tel dipôle à résistance négative qui est un réservoir d'énergie, les oscillations libres d'un circuit RLC série s'amortissent inévitablement. Sans avoir besoin de charger le condensateur au préalable, comme dans le montage de la figure 6 (p. 118), lorsque la résistance R' est légèrement supérieure à R , les oscillations commencent avec une très petite amplitude : c'est l'amorçage (ou l'accrochage).

Après le démarrage, les oscillations s'amplifient au fur et à mesure que R' augmente.

Mathématiquement, leur amplitude continue à augmenter indéfiniment si l'on reste dans le modèle linéaire ($u = - R' i$ en convention récepteur).

Par conséquent, la stabilisation des oscillations entretenues exige la présence d'éléments non linéaires dans le système oscillant, ce qui n'est pas impossible car tous les composants électroniques ont des limites de fonctionnement linéaire : l'amplificateur opérationnel par exemple ne fonctionne en régime linéaire que si $\varepsilon = V_{E+} - V_{E-} = 0$, c'est-à-dire $-15 \text{ V} < u_s < +15 \text{ V}$, sinon u_s sature : u_s ne suit plus u_e ; elle reste égale à $\pm U_{\text{sat}}$.

Dans le cas de notre montage :

en régime linéaire, $u_s = - (R' + R_2) i$.

Or $R_2 = R_1$ et $u = - R' i$. Donc, $u_s = \frac{R' + R_1}{R'} u$, ce qui signifie : $u = \frac{R'}{R' + R_1} u_s$, où $- U_{\text{sat}} < u_s < + U_{\text{sat}}$.

La condition de linéarité sur u_s se transforme alors en la condition sur u :

$$-\frac{R'}{R' + R_1} U_{\text{sat}} < u < + \frac{R'}{R' + R_1} U_{\text{sat}}$$

Et comme $u = - R' i$, on aboutit à la condition de linéarité sur i : $- I_0 < i < + I_0$, où $I_0 = \frac{U_{\text{sat}}}{R' + R_1}$.

En d'autres termes, si $i > I_0$, la tension de sortie u_s sature à $\pm U_s$ et les oscillations entretenues ne sont plus quasi-sinusoïdales, elles deviennent pratiquement rectangulaires.

Ainsi, on saisit pourquoi lorsque R' atteint une certaine valeur très supérieure à la résistance R du circuit RLC série, les oscillations deviennent écrêtées, car si R' augmente, I_0 diminue et l'intervalle de linéarité $[-I_0, +I_0]$ devient plus petit.

D'ailleurs, il est évident que l'augmentation de R_1 peut avoir le même effet que l'augmentation de R' .

ILLUSTRATION GRAPHIQUE

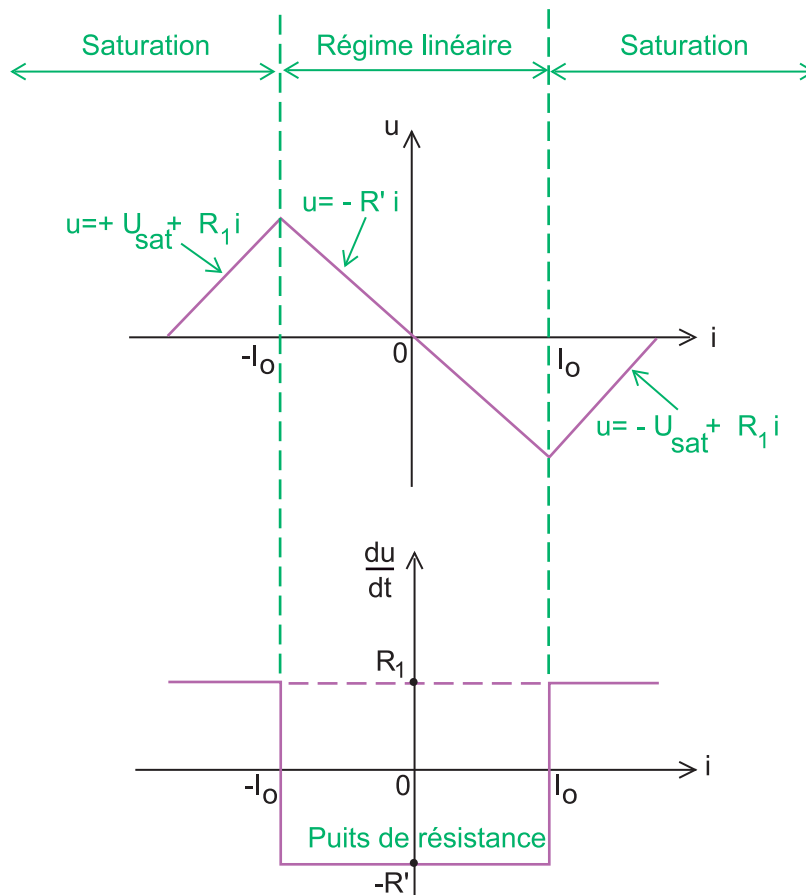
- En régime linéaire : $u = -R' i$. (1)

- A la saturation, le signe de u_s est lié à celui de la tension ε qui n'est pas nulle.

* Si $\varepsilon > 0$, $u_s = +U_{sat}$, d'où $u = +U_{sat} + R_1 i$ (2)

* Si $\varepsilon < 0$, $u_s = -U_{sat}$, d'où $u = -U_{sat} + R_1 i$ (3)

Ce qui se traduit graphiquement par une caractéristique $u = f(i)$ sous forme de N.



Donc, la stabilité des oscillations est assurée par l'existence de ce puits connu par les physiciens sous le nom de puits de résistance négative.

Objectifs

- ◆ Distinguer, en régime forcé, le résonateur de l'excitateur.
- ◆ Visualiser simultanément à l'oscilloscope la tension excitatrice $u(t)$ et l'intensité du courant $i(t)$.
- ◆ Mesurer l'amplitude et la fréquence d'une grandeur oscillante en régime forcé sinusoïdal.
- ◆ Déterminer le déphasage entre la tension excitatrice $u(t)$ et l'intensité du courant $i(t)$.
- ◆ Mettre en évidence expérimentalement le phénomène de résonance d'intensité.
- ◆ Établir l'expression de l'intensité maximale I_m du courant oscillant en fonction de la fréquence des excitations.
- ◆ Interpréter théoriquement le phénomène de résonance.
- ◆ Calculer la puissance moyenne absorbée par un oscillateur électrique.
- ◆ Expliquer l'importance du facteur de puissance dans les transformations de l'énergie électrique.

Prérequis

SAVOIR	SAVOIR FAIRE
<ul style="list-style-type: none"> ◆ Définir un oscillateur. ◆ Caractériser une grandeur oscillante sinusoïdale par sa période, son amplitude et sa phase initiale. ◆ Écrire les relations : $T = \frac{2\pi}{\omega}$ et $N = \frac{1}{T}$ ◆ Définir les valeurs maximale I_m et efficace I de l'intensité du courant alternatif. ◆ Définir les valeurs maximale U_m et efficace U d'une tension alternative. ◆ Écrire les relations : $I_m = \sqrt{2}$ et $U_m = U\sqrt{2}$ ◆ Écrire les relations : $E_c = \frac{q^2}{2C}$ et $E_L = \frac{1}{2} Li^2$ 	<ul style="list-style-type: none"> ◆ Reconnaître un oscillateur. ◆ Visualiser à l'oscilloscope : <ul style="list-style-type: none"> - une tension électrique, - une intensité de courant. ◆ Déterminer graphiquement la période et l'amplitude d'une grandeur électrique oscillante. ◆ Calculer la période propre d'un oscillateur RLC série. ◆ Établir l'équation différentielle régissant les oscillations libres d'un circuit RLC série par application de la loi des mailles. ◆ Calculer l'énergie totale d'un oscillateur RLC série.

OSCILLATIONS ÉLECTRIQUES FORCÉES EN RÉGIME SINUSOÏDAL

5



La guitare électrique est munie d'une caisse creuse à laquelle sont adjoints des microphones électromagnétiques. Grâce à la résonance électrique, le son amplifié prime sur la résonance naturelle de la caisse.

- ◆ En quoi consiste la recherche manuelle ou automatique d'une chaîne radio ou d'un canal de télévision?
- ◆ Que veut-on dire par "résonance électrique" dont les applications sont très nombreuses ?

OSCILLATIONS ÉLECTRIQUES FORCÉES EN RÉGIME SINUSOÏDAL

On a vu dans le chapitre précédent que si un circuit RLC série peut effectuer des oscillations libres, celles-ci cessent plus au moins rapidement à cause de l'amortissement dû à sa résistance.

Quel sera l'effet de l'application d'une tension sinusoïdale aux bornes d'un tel oscillateur, une simple compensation de l'amortissement ou plus !

1 RÉPONSE D'UN CIRCUIT RLC SÉRIE À UNE TENSION SINUSOÏDALE

1.1- PRODUCTION D'OSCILLATIONS FORCÉES

Manipulation

♦ On réalise le montage de la figure 1 : il s'agit d'un circuit RLC série fermé sur un générateur "basse fréquence" délivrant une tension sinusoïdale $u(t)$ de fréquence N réglable :

$$u(t) = U_m \cdot \sin \omega t, U_m \text{ étant maintenue constante.}$$

Le circuit RLC série est constitué d'un résistor de résistance R_o réglable, d'un condensateur de capacité $C = 0,47 \mu\text{F}$ et d'une bobine d'inductance $L = 0,2 \text{ H}$ et de résistance interne $r = 12,5 \Omega$ (Fig.1)

♦ Pour suivre simultanément l'évolution de la tension u délivrée par le GBF entre ses bornes et l'intensité du courant i débité dans le circuit, on relie à un oscilloscope bicourbe, le point M à la masse, le point A à la voie Y_1 et le point B à la voie Y_2 .

♦ On fixe N à la valeur 400 Hz, U_m à 2 V et R_o à 50Ω par exemple. Lorsque l'interrupteur K est ouvert, on observe sur l'écran de l'oscilloscope uniquement l'oscillogramme (1) de la figure 2. En fermant le circuit, on observe sur l'écran de l'oscilloscope les oscillogrammes stables (1) et (2) (Fig.2) avec la sensibilité 1 ms/div.

♦ La fréquence étant toujours égale à 400 Hz, on réalise une série de mesures de $U_{R_{om}}$ en fonction de U_m .

Les résultats de mesures ont permis d'obtenir le tracé de la figure 3.

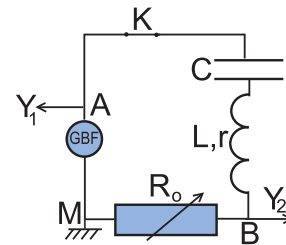


Fig.1 : Circuit RLC série soumis à une tension sinusoïdale

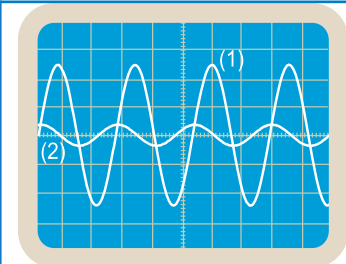


Fig.2 : Oscillogrammes de u et de u_{R_o} .

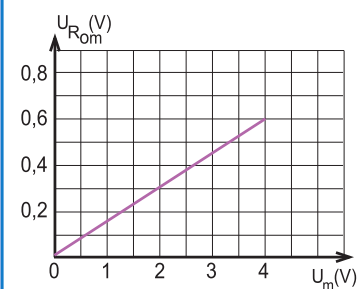


Fig.3 : Tracé de $U_m = f(U_{R_{om}})$

Questions

- 1°) Comparer la forme de l'oscillogramme représentant $i(t)$ à celle de $u(t)$.
- 2°) Mesurer la fréquence N de $i(t)$ et la comparer à celle de $u(t)$.
- 3°) Comparer la fréquence N à la fréquence propre N_0 de l'oscillateur.
- 4°) a) A l'aide de la courbe de la figure 3, montrer que :

$$U_m = kU_{R_{om}}$$
 où k est une constante que l'on calculera.
 b) Montrer que la tension maximale U_m peut s'écrire en fonction de l'intensité maximale I_m sous la forme : $U_m = Z I_m$ où Z une constante dont on déterminera la dimension.

Commentaire

L'analyse des oscillogrammes de la figure 2 montre que, comme celle de $u(t)$, la courbe représentant $i(t)$ varie sinusoïdalement au cours du temps.

De plus, il y a constamment le même décalage horaire entre les deux oscillogrammes. Par conséquent, l'intensité $i(t)$ varie avec la même fréquence que la tension $u(t)$ imposée par le GBF et non avec la fréquence propre du circuit RLC série : les oscillations imposées par le GBF ne sont plus libres, elles sont forcées. Ainsi, le GBF a joué le rôle d'excitateur.

La forme linéaire de la courbe représentant $U_{R_{om}}$ en fonction de U_m montre que le quotient $\frac{U_m}{I_m}$ est une constante qui ne dépend que des caractéristiques de l'oscillateur. On l'appelle impédance du circuit et on la note Z .

Interprétation théorique

Pour le circuit utilisé précédemment, la loi des mailles s'écrit :

$$u_{BM} + u_{DB} + u_{AD} + (-u_{AM}) = 0, \text{ d'où } u_{AM} = u_{BM} + u_{DB} + u_{AD}.$$

$$\text{Donc, } u_{AM} = R_o \cdot i + r \cdot i + L \frac{di}{dt} + \frac{q}{C},$$

$$\text{soit } u_{AM} = R_o \cdot i + r \cdot i + L \frac{di}{dt} + \frac{q}{C}.$$

$$\text{Or, } q = \int i \cdot dt. \text{ Donc, } u_{AM} = R \cdot i + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int i \cdot dt, \text{ où } R = R_o + r$$

et $\omega = 2\pi N$.

Une telle équation différentielle à second membre non nul admet comme solution particulière celle du régime permanent :

$$i(t) = I_m \sin(\omega t + \varphi).$$

Remarque : La solution générale faisant apparaître de plus le régime transitoire qui ne dure qu'une très petite fraction de seconde est hors programme.

Conclusion

La réponse d'un circuit RLC série à une tension sinusoïdale est un courant alternatif sinusoïdal y oscillant :

- à la fréquence N de la tension excitatrice,
- avec une amplitude $I_m = U_m / Z$, où Z est une grandeur physique ayant la dimension d'une résistance appelée impédance du circuit RLC série.

1.2- DÉPHASAGE

Définition

On appelle déphasage entre deux fonctions sinusoïdales de phases initiales φ_1 et φ_2 la différence de phase $\Delta\varphi = (\varphi_2 - \varphi_1)$ ou $(\varphi_1 - \varphi_2)$.

Exemples

♦ Les chronogrammes (1) et (2) de chacune des figures (4a) et (4b) représentent deux tensions u_1 et u_2 synchrones (de même période et simultanées) et de phases initiales φ_1 et φ_2 .

Dans le premier cas (Fig.4a), u_1 et u_2 sont dites en phase ou en concordance de phase tandis que dans le deuxième cas (Fig.4b), u_1 et u_2 sont dites en opposition de phase.

Questions

1°) Justifier qualitativement l'appellation concordance de phase et opposition de phase.

2°) a) Montrer que la concordance de phase signifie $\Delta\varphi = 2k\pi$ rad, avec k entier relatif.

b) Montrer que l'opposition de phase signifie $\Delta\varphi = (\pi + 2k\pi)$ rad, avec k entier relatif.

3°) Dans les cas de la figure 5 où le décalage horaire Δt entre u_1 et u_2 est égale à $T/4$, on dit que u_2 et u_1 évoluent au cours du temps en quadrature de phase. Plus précisément, u_2 est en quadrature retard sur u_1 dans le cas de la figure 5a, tandis qu'elle est en quadrature avance sur u_1 dans le cas de la figure 5b.

Expliquer cette différence par le calcul de $\Delta\varphi$ dans les deux cas.

4°) Dédurre des exemples traités précédemment que la valeur absolue du déphasage $|\Delta\varphi|$ entre deux fonctions sinusoïdales isochrones est liée à leur décalage horaire Δt par la relation :

$$|\Delta\varphi| = \frac{2\pi}{T} \Delta t$$

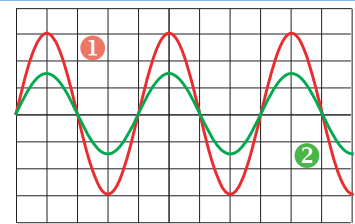


Fig.4a : Tensions u_1 et u_2 en concordance de phase

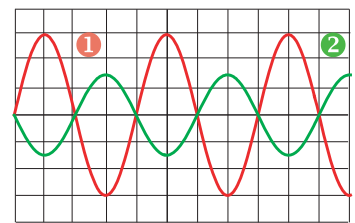


Fig.4b : Tensions u_1 et u_2 en opposition de phase

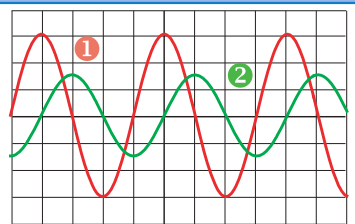


Fig.5a : Tension u_2 en quadrature retard sur u_1

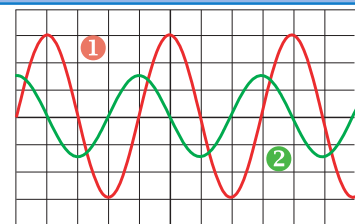


Fig.5b : Tension u_2 en quadrature avance sur u_1

Conclusion

A tout décalage horaire Δt entre deux fonctions sinusoïdales $y_1(t)$ et $y_2(t)$ isochrones (de même période T), représentées dans le même système d'axes, est associé un déphasage $\Delta\varphi$ tel que : $|\Delta\varphi| = \frac{2\pi}{T} \Delta t$

- Si $\Delta t = 0$, $\Delta\varphi = 0$: les deux fonctions sont en concordance de phase.
- Si $\Delta t = T/2$, $\Delta\varphi = \pm \pi$ rad : les deux fonctions sont en opposition de phase.
- Si $\Delta t = T/4$, $\Delta\varphi = \pm \frac{\pi}{2}$ rad : les deux fonctions sont en quadrature de phase.

Si le déphasage $(\varphi_2 - \varphi_1)$ est positif, $y_2(t)$ est en avance de phase par rapport à $y_1(t)$ et inversement.

2 INFLUENCE DE LA FRÉQUENCE D'EXCITATION SUR LA RÉPONSE D'UN CIRCUIT RLC SÉRIE

Manipulation

♦ On reprend le montage de la figure 1 où le générateur BF délivre une tension $u(t) = U_m \sin 2\pi N t$ avec $U_m = 2$ V.

En faisant varier la fréquence N des excitations, on constate qu'à chaque fois, la tension $u_{R_0}(t)$ conserve la même forme sinusoïdale mais avec changement de sa valeur maximale $U_{R_{0m}}$ et de son décalage horaire Δt par rapport à $u(t)$.

♦ Dans une deuxième étape, on réalise une série de mesures de l'intensité maximale I_m et du décalage horaire Δt entre $u(t)$ et $i(t)$ en fonction de la fréquence N du GBF.

Les résultats des mesures ont permis d'obtenir :

- le tracé de la figure 6a représentant l'évolution de l'amplitude I_m de l'intensité i en fonction de N .
- le tracé de la figure 6b représentant l'évolution de la phase initiale φ de l'intensité i en fonction de N .

Remarque

Il est pratique aussi de suivre à l'aide d'un ampèremètre l'évolution de l'intensité efficace I en fonction de la fréquence N .

Questions

1°) Montrer que, dans les conditions de l'expérience réalisée, la valeur de la phase initiale φ est égale à la valeur du déphasage entre i et u .

2°) Décrire la forme particulière de la courbe représentant I_m en fonction de N .

3°) a) Déterminer graphiquement la valeur de la fréquence N pour laquelle l'intensité maximale I_m du courant oscillant est à

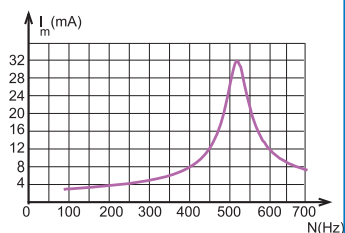


Fig.6a : Evolution de I_m en fonction de N

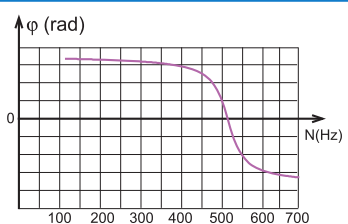


Fig.6b : Evolution de la phase initiale φ en fonction de N

sa valeur la plus élevée I_{m0} et la comparer à celle de la fréquence propre N_0 de l'oscillateur.

b) Relever I_{m0} et la valeur correspondante φ_0 de φ .

c) Calculer l'impédance Z qu'a le circuit RLC dans ce cas particulier et la comparer à sa résistance totale (R_0+r).

Conclusion

En régime forcé sinusoïdal, l'intensité maximale I_m et la phase initiale φ du courant oscillant dans un circuit RLC série dépendent de la fréquence N de la tension excitatrice et des grandeurs R , L et C caractéristiques de l'oscillateur.

La réponse d'un circuit RLC série à une tension sinusoïdale de fréquence N égale à la fréquence propre N_0 du circuit est un courant oscillant en phase avec la tension excitatrice et avec l'intensité maximale la plus élevée : c'est la résonance d'intensité.

A la résonance d'intensité, le circuit RLC série se comporte comme un résistor de résistance R .

Interprétation théorique

$$i(t) = I_m \sin(\omega t + \varphi).$$

Pour déterminer l'amplitude I_m et la phase initiale φ de $i(t)$, il est commode de recourir à la construction de Fresnel dont le principe est expliqué dans la fiche technique de fin de chapitre (p.156).

Valeur maximale I_m et phase initiale φ de l'intensité i du courant

$$\text{On a : } Ri + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int i \cdot dt = U_m \sin \omega t, \text{ avec } R = R_0 + r$$

$$i(t) = I_m \sin(\omega t + \varphi).$$

$$\frac{di}{dt} = \omega I_m \sin\left(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\int i \cdot dt = \frac{I_m}{\omega} \sin\left(\omega t + \varphi - \frac{\pi}{2}\right) + \text{cte}$$

Il vient alors :

$$RI_m \sin(\omega t + \varphi) + L\omega I_m \sin\left(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2}\right) + \frac{I_m}{C\omega} \sin\left(\omega t + \varphi - \frac{\pi}{2}\right) + \frac{\text{cte}}{C} = U_m \sin(\omega t).$$

Etant une fonction sinusoïdale, $U_m \sin \omega t$ ne peut être qu'une somme de fonctions sinusoïdales. Donc, $\text{cte} = 0$.

- $RI_m \sin(\omega t + \varphi), \mapsto \overline{OA_1} [RI_m, \varphi]$
- $L\omega I_m \sin\left(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2}\right), \mapsto \overline{OA_2} [L\omega I_m, \varphi + \frac{\pi}{2}]$

- $\frac{I_m}{C\omega} \sin(\omega t + \varphi - \frac{\pi}{2}), \mapsto \overline{OA_3} [\frac{I_m}{C\omega}, \varphi - \frac{\pi}{2}]$
- $U_m \sin \omega t, \mapsto \overline{OA} [U_m, 0]$ tel que : $\overline{OA} = \overline{OA_1} + \overline{OA_2} + \overline{OA_3}$

Les vecteurs de Fresnel $\overline{OA_2}$ et $\overline{OA_3}$ étant de sens contraires, il en résulte trois constructions possibles :

- $\|\overline{OA_2}\| > \|\overline{OA_3}\|$, cas correspondant à $L\omega > \frac{1}{C\omega}$

c'est-à-dire $N > N_0$: il donne la construction de la figure 7a.

- $\|\overline{OA_2}\| < \|\overline{OA_3}\|$, cas correspondant à $L\omega < \frac{1}{C\omega}$

c'est-à-dire $N < N_0$: il donne la construction de la figure 7b.

- $\|\overline{OA_2}\| = \|\overline{OA_3}\|$, cas correspondant à $L\omega = \frac{1}{C\omega}$

c'est-à-dire $N = N_0$: il donne la construction de la figure 7c.

Dans le cas général, on a :

$$U_m^2 = (R I_m)^2 + (L\omega I_m - \frac{I_m}{C\omega})^2, \text{ d'où } U_m = \sqrt{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2} I_m.$$

Donc,
$$I_m = \frac{U_m}{\sqrt{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}},$$

soit : $I_m = \frac{U_m}{Z}$ avec $Z = \sqrt{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}.$

D'après le cas de la figure 7a, $L\omega > \frac{1}{C\omega}$, on a $\varphi < 0$,

ça signifie que l'intensité $i(t)$ du courant est en retard de phase par rapport à la tension excitatrice $u(t)$: le circuit RLC série est dit inductif.

D'après le cas de la figure 7b, $L\omega < \frac{1}{C\omega}$, on a $\varphi > 0$, ça

signifie que l'intensité $i(t)$ du courant est en avance de phase par rapport à la tension excitatrice $u(t)$: le circuit RLC série est dit capacitif.

D'après les constructions précédentes, on a :

$$|\operatorname{tg} \varphi| = \frac{|L\omega - \frac{1}{C\omega}|}{R}$$

En tenant compte de la dépendance du signe de φ de celui de

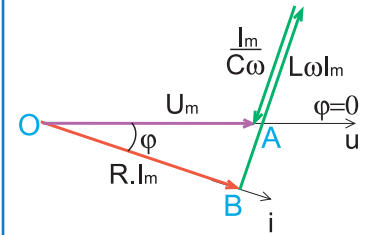


Fig.7a : Cas où $L\omega > 1/C\omega$

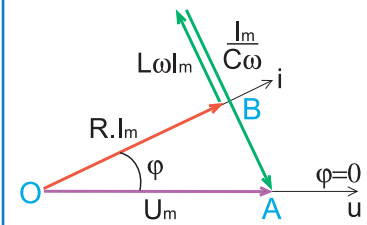


Fig.7b : Cas où $L\omega < 1/C\omega$

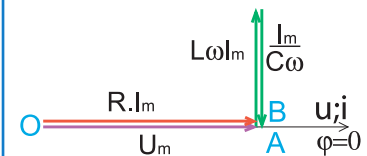


Fig.7c : Cas où $L\omega = 1/C\omega$

Fig.7 : Constructions de Fresnel

$(L\omega - \frac{1}{C\omega})$, la phase initiale φ de i est telle que :

$$\boxed{\operatorname{tg}\varphi = \frac{\frac{1}{C\omega} - L\omega}{R}}, \text{ avec } -\frac{\pi}{2} \text{ rad} < \varphi < \frac{\pi}{2} \text{ rad}$$

Remarque

Le déphasage φ entre i et u peut être aussi caractérisé par :

$$\cos \varphi = \frac{R}{Z}$$

Résonance d'intensité

L'impédance du circuit s'écrit $Z = \sqrt{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}$.

∞ Aux très basses pulsations ainsi qu'aux pulsations beaucoup plus élevées que la pulsation propre ω_0 de l'oscillateur,

l'écart entre $L\omega$ et $\frac{1}{C\omega}$ augmente. Par suite, l'impédance Z devient de plus en plus grande.

Donc, dans l'un ou dans l'autre cas, $I_m(\omega) = \frac{U_m}{Z} \rightarrow 0$, ce qui signifie que la réponse du circuit RLC série devient de plus en plus faible. Cette réponse s'améliore lorsque Z prend une valeur modérée, ce qui n'est possible qu'avec des valeurs comparables de $L\omega$ et de $\frac{1}{C\omega}$.

Dans le cas particulier où $L\omega = \frac{1}{C\omega}$ obtenu avec $\omega = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$,

∞ l'impédance Z est minimale : $Z = R$.

Par conséquent, l'intensité maximale prend sa valeur la plus élevée $I_{m0} = \frac{U_m}{R}$: c'est la résonance d'intensité.

∞ $\operatorname{tg}\varphi = \frac{\frac{1}{C\omega} - L\omega}{R} = 0$, ce qui signifie qu'à la résonance, la tension u et l'intensité i sont en phase.

Remarque

L'appellation d'un oscillateur en régime forcé comme étant un résonateur revient au phénomène de résonance.

Conclusion

La réponse d'un circuit RLC série à une tension sinusoïdale de fréquence N égale à la fréquence propre N_0 du circuit est un courant oscillant en phase avec la tension excitatrice et avec l'intensité maximale la plus élevée : c'est la résonance d'intensité.

$$N = N_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} : \text{Résonance d'intensité} \Leftrightarrow \begin{cases} I_m \text{ est la plus élevée} \\ u \text{ et } i \text{ sont en phase} \end{cases}$$

3 INFLUENCE DE LA RÉSISTANCE TOTALE DU CIRCUIT SUR LA RÉSONANCE

Manipulation

On refait l'étude expérimentale du paragraphe 2 (p.135), toujours avec $L = 0,2 \text{ H}$ et $C = 0,47 \mu\text{F}$, mais en fixant R_0 successivement aux valeurs $R_{02} = 20 \Omega$ et $R_{03} = 200 \Omega$.

Les résultats des mesures faites permettent d'obtenir :

- les courbes de résonance d'intensité (1) et (2) de la figure 8a, correspondant respectivement à R_{02} et R_{03} .
- les courbes (a) et (b) de la figure 8b représentant l'évolution de la phase initiale φ de l'intensité i en fonction de N et correspondant respectivement à R_{02} et R_{03} .

Questions

1°) Comparer les allures des courbes de résonance (1) et (2) entre elles et avec celle de la courbe de la figure 6a ; en déduire l'influence de la résistance totale du circuit sur la résonance.
2°) Pour les valeurs R_{02} et R_{03} de R_0 , déterminer graphiquement :

- a) la valeur de la fréquence de résonance,
- b) le déphasage φ correspondant entre l'intensité i et la tension d'alimentation u .

Interprétation

A la résonance d'intensité, on a $I_{m0} = U_m/R$. Cela signifie que l'importance de la résonance dépend de l'ordre de grandeur de R , donc de R_0 car $R = R_0 + r$:

I_{m0} est d'autant plus grande que R est plus petite.

- Si R est très petite, le maximum de I_m est très élevé, ce qui se traduit par un pic de résonance très pointu (courbe (1) de la figure 8a) : c'est la résonance aiguë.
- Si R est grande, I_{m0} est faible, ce qui se traduit par un pic de résonance très peu prononcé (courbe (2) de la figure 8a) : c'est la résonance floue.

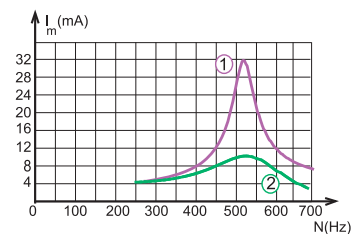


Fig.8a : Influence de l'amortissement sur I_m

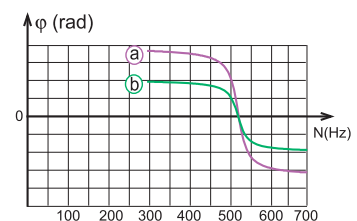


Fig.8b : Influence de l'amortissement sur le déphasage φ

Fig.8 : Influence de l'amortissement

Conclusion

La résonance d'intensité de courant d'un oscillateur RLC série est d'autant plus aiguë que l'amortissement est faible.

Cependant, quel que soit l'amortissement, la fréquence de résonance reste toujours égale à la fréquence propre du résonateur.

4 LE PHÉNOMÈNE DE SURTENSION**Manipulation**

On reprend le montage de la figure 1 (p.132), toujours avec $L = 0,2 \text{ H}$, $C = 0,47 \text{ }\mu\text{F}$ et $U_m = 2 \text{ V}$, mais en choisissant comme fréquence d'excitation, la fréquence propre ($N_0 = 520 \text{ Hz}$) du circuit RLC série. On mesure la valeur maximale U_{Cm} de la tension aux bornes du condensateur pour des valeurs de la résistance R_0 égales à $R_{01} = 20 \text{ }\Omega$, $R_{02} = 50 \text{ }\Omega$ et $R_{03} = 200 \text{ }\Omega$. Les résultats des mesures sont consignés dans le tableau suivant :

$R_0 \text{ (}\Omega\text{)}$	20	50	200
$U_{Cm} \text{ (V)}$	40	21	6,5

Questions

1°) Reproduire, puis compléter le tableau suivant :

$R_0 \text{ (}\Omega\text{)}$	20	50	200
$Q = U_{Cm}/U_m$			

2°) Le quotient $Q = U_{Cm}/U_m$ est appelé facteur de surtension à la résonance. Justifier cette appellation.

3°) a) Montrer théoriquement que Q peut s'écrire uniquement en fonction des caractéristiques R , L et C de l'oscillateur.

b) Calculer les valeurs théoriques de Q , correspondant respectivement aux valeurs $20 \text{ }\Omega$, $50 \text{ }\Omega$ et $200 \text{ }\Omega$ de la résistance R_0 .

4°) Quelle précaution faut-il prendre pour avoir un facteur de surtension modéré à la résonance ?

Expression de Q

Pour une pulsation ω égale à la pulsation propre ω_0 ,

$$U_C = \frac{I_0}{C\omega_0} \text{ et } I_0 = \frac{U}{R_0 + r}. \text{ D'où : } Q = \frac{1}{(R_0 + r) C\omega_0}. \quad (1)$$

Or, $\frac{1}{C\omega_0} = L\omega_0$. Donc, Q s'exprime autrement comme suit :

$$Q = \frac{L\omega_0}{R_0 + r} \quad (2)$$

En remplaçant ω_0 par $\frac{1}{\sqrt{LC}}$ dans (1) par exemple, il vient :

$$Q = \frac{1}{(R_0 + r)C} \sqrt{LC}. \text{ Donc : } \boxed{Q = \frac{1}{(R_0 + r)} \sqrt{\frac{L}{C}}}$$

Donc, le facteur de surtension Q augmente quand l'inductance L augmente et lorsque la capacité C et la résistance R du circuit diminuent. S'il est trop élevé, la surtension devient dangereuse tant pour l'utilisateur que pour les composants du circuit ou les appareils d'une manière générale : elle peut provoquer le claquage du condensateur et des étincelles entre les spires de la bobine, d'où le risque d'électrocution.

Remarque

A la résonance d'intensité : $U = (R_0 + r)I$ et $U_{\text{Bobine}} = \sqrt{r^2 + (L\omega_0)^2} I$.

Si la valeur de l'inductance L est telle que, $L\omega_0 \gg (R_0 + r)$,

La valeur de la tension efficace aux bornes de la bobine sera plus grande que la valeur de la tension efficace d'alimentation.

Donc, il y a aussi risque de surtension aux bornes de la bobine (Fig.9).

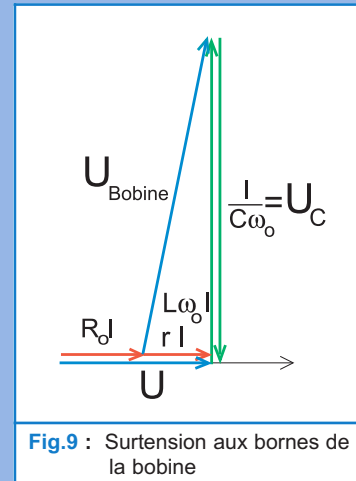


Fig.9 : Surtension aux bornes de la bobine

Conclusion

- A la résonance d'intensité d'un circuit RLC série, il peut surgir aux bornes du condensateur, une surtension caractérisée par le facteur :

$$Q = \frac{1}{(R_0 + r)} \sqrt{\frac{L}{C}}$$

- Le facteur de surtension Q est d'autant plus grand que la résonance est plus aiguë.
- Une surtension élevée peut entraîner des conséquences néfastes.

5 APPLICATIONS DE LA RÉSONANCE

Les applications de la résonance sont très nombreuses. on cite essentiellement :

- les oscillateurs à quartz,
- le haut parleur et le microphone électrodynamique,
- la réception d'émissions radiophoniques.

Dans le dernier exemple cité, lorsqu'il s'agit d'un poste radio ordinaire, la résonance aiguë est recherchée parce que pour écouter nettement une émission, on doit accorder la fréquence propre de l'oscillateur RLC série du récepteur (poste radio)

avec la fréquence sur laquelle émet la station choisie. Cependant, dans le cas d'une chaîne "haute fidélité", les étages d'amplification doivent répondre avec des courbes de résonance floue (les plus aplaties possibles) dans le domaine des sons audibles afin que l'appareil puisse restituer les timbres des voix et des instruments de musique.

6 PUISSANCE MOYENNE ET FACTEUR DE PUISSANCE

Dans ce paragraphe, on se propose d'étudier le bilan énergétique des oscillations forcées d'un circuit RLC série en régime sinusoïdal.

6.1- PUISSANCE ÉLECTRIQUE INSTANTANÉE

♦ En appliquant à ses bornes A et B une tension sinusoïdale de basse fréquence $u(t) = U\sqrt{2} \sin \omega t$, un dipôle D (Fig.10) sera parcouru par un courant d'intensité sinusoïdale $i(t) = I\sqrt{2} \sin(\omega t + \varphi)$ et recevra, à tout instant, une puissance électrique p s'écrivant en convention récepteur : $p(t) = u(t).i(t)$. Étant générale, cette expression est applicable au circuit RLC série.

$$p = u.i = U\sqrt{2} \sin(\omega t).I\sqrt{2} \sin(\omega t + \varphi) = 2U.I.\sin(\omega t + \varphi)\sin(\omega t).$$

En appliquant au produit des deux facteurs sinusoïdaux figurant dans cette expression de p , la relation trigonométrique

$$\sin a.\sin b = \frac{1}{2}[\cos(a - b) - \cos(a + b)], \text{ on aboutit à :}$$

$$p = UI\cos \varphi - UI\cos(2\omega t + \varphi).$$

On constate que la puissance instantanée est la somme algébrique du terme constant " $UI\cos \varphi$ " et du terme " $-UI\cos(2\omega t + \varphi)$ " évoluant périodiquement au cours du temps avec une fréquence double de celle de u et de i , ce qui rend $p(t)$ périodique de période $T_p = T/2$.

Ainsi, pendant une demi oscillation de i , $\cos(2\omega t + \varphi)$ varie entre +1 et -1. Par conséquent, p peut être positive et le dipôle RLC série est effectivement un récepteur. Puis, elle peut devenir négative et le même dipôle se comporte alors comme un générateur. Cependant, pour déterminer le bilan, ces constatations restent insuffisantes.

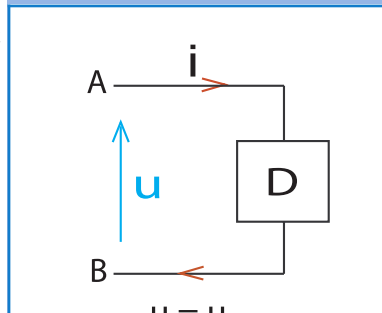


Fig.10 : Dipôle D parcouru par un courant alternatif

6.2- PUISSANCE ÉLECTRIQUE MOYENNE

Définition

La puissance moyenne d'un dipôle D est la valeur moyenne prise par sa puissance instantanée $p(t)$ sur une très grande durée Δt (tendant vers

l'infini). Lorsque $p(t)$ est périodique[⊙], il est équivalent de prendre Δt égale à une période.

On note la puissance électrique moyenne P et on l'appelle aussi en régime forcé sinusoïdal, puissance électrique active ou réelle.

Comme toute puissance, la puissance moyenne s'exprime en watt (W) et se mesure avec un wattmètre.

Expression de P

Lorsque la puissance instantanée $p(t)$ est périodique, sa valeur moyenne P sur une période T_p s'écrit :

$$P = \frac{1}{T_p} \int_{kT_p}^{(k+1)T_p} p(t) dt$$

où k est un entier naturel.

En régime sinusoïdal, on vient de trouver :

$$p(t) = UI \cos \varphi - UI \cos(2\omega t + \varphi).$$

$$\text{Donc, } P = \frac{1}{T_p} \int_{kT_p}^{(k+1)T_p} UI \cos \varphi dt - \frac{1}{T_p} \int_{kT_p}^{(k+1)T_p} UI \cos(2\omega t + \varphi) dt.$$

$$\text{Ce qui donne : } P = \frac{UI \cos \varphi}{T_p} \left[t \right]_{kT_p}^{(k+1)T_p} - \frac{UI}{2\omega T_p} \left[\sin(2\omega t + \varphi) \right]_{kT_p}^{(k+1)T_p}.$$

La fonction $\sin(2\omega t + \varphi)$ étant périodique de période $T_p = \frac{2}{\omega}$,

$$\text{on a : } \left[\sin(2\omega t + \varphi) \right]_{kT_p}^{(k+1)T_p} = 0.$$

Cependant, $\left[t \right]_{kT_p}^{(k+1)T_p} = T_p$. Il vient donc :

$$P = UI \cos \varphi$$

Cette forme générale de l'expression de la puissance moyenne est indépendante de la nature du dipôle.

Etant semblable à l'expression de la puissance consommée en courant continu, le produit UI intervenant dans l'expression de P est appelé puissance apparente du dipôle.

La puissance apparente s'exprime en volt-ampère (V.A).

Le facteur $\cos \varphi$ auquel la puissance moyenne est proportionnelle s'appelle **facteur de puissance**.

Pour le circuit RLC série, $\cos \varphi = R/Z$. Donc, ce facteur est toujours positif. Par suite, la puissance moyenne est positive, ce qui veut dire que le circuit RLC série se comporte dans l'ensemble comme un dipôle passif.

⊙ Le cas unique qui figure dans le programme est celui du régime sinusoïdal forcé.

D'autre part, on a $U = Z.I$, d'où :

$$P = R.I^2$$

Ainsi, on montre que la puissance active d'un circuit RLC série est due à sa résistance totale R : c'est une puissance consommée par effet Joule. En d'autres termes, la puissance moyenne dissipée dans le circuit sert à compenser l'amortissement : en moyenne, l'énergie transférée de l'excitateur à l'oscillateur sert, lorsque le régime oscillatoire est établi, à compenser les pertes par effet Joule.

6.3- RÉSONANCE DE PUISSANCE

La puissance moyenne ($P = RI^2$) d'un circuit RLC série est proportionnelle au carré de l'intensité efficace du courant oscillant dans le circuit. Il s'en suit une résonance de puissance à chaque fois qu'il y a résonance d'intensité (Fig.11).

A la résonance d'intensité, P est maximale, ce qui est en accord avec la condition ($\cos\varphi = 1$) établie précédemment.

6.4- TRANSFERT DE PUISSANCE MOYENNE

La puissance moyenne fournie par le GBF au circuit RLC série en régime forcé sinusoïdal est :

$$P = R \frac{U^2}{Z^2} = \frac{RU^2}{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}$$

Discutons cette relation dans les deux cas extrêmes d'amortissement.

- Si l'amortissement est important, lorsque ω tend vers zéro ou ω est très grand, la puissance transférée est quasiment nulle. Mais, au voisinage de ω_0 , P devient égale à U^2/R . Le transfert de puissance s'effectue alors quelle que soit la fréquence mais il reste faible. Par conséquent, l'amplitude des oscillations est faible. C'est ce qui justifie la résonance floue (Fig.12).

- Si l'amortissement est faible, le transfert de puissance est important. Par conséquent, l'amplitude des oscillations est élevée. C'est ce qui justifie la résonance aiguë (Fig.12).

6.5- IMPORTANCE DU FACTEUR DE PUISSANCE $\cos\varphi$

Dans toute installation électrique, la tension d'alimentation est imposée par le réseau de la distribution de la STEG. Tout appareil de l'installation est caractérisé par sa puissance nominale, puissance moyenne en fonctionnement normal. En marche, il

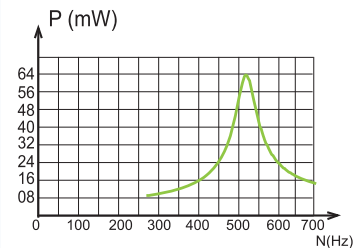


Fig.11 : Evolution de P en fonction de N

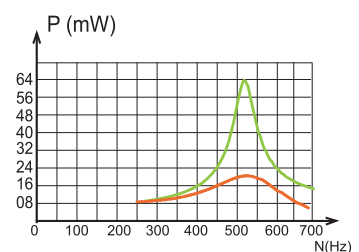


Fig.12 : Courbes de résonance aiguë et de résonance floue

sera parcouru par un courant d'intensité efficace : $I = \frac{P}{U \cos \varphi}$.

Le courant électrique débité provoque un échauffement par effet Joule des câbles de la ligne de transport d'électricité.

Par conséquent, de la puissance est perdue et, en grande partie, la perte est à la charge de la STEG : c'est la perte en ligne.

Comment minimiser la perte en ligne ?

Si l'on désigne par P_o la puissance moyenne perdue par effet Joule dans la ligne d'alimentation de résistance R_o , on a :

$$P_o = R_o I^2,$$

soit :

$$P_o = R_o \frac{P^2}{U^2 \cos^2 \varphi}$$

P et U étant imposées, pour minimiser P_o , il faut chercher à minimiser R_o et augmenter $\cos \varphi$.

Les possibilités de diminution de R_o sont limitées. En effet, l'opération demande l'augmentation du diamètre des câbles électriques, ce qui augmente leurs poids. Par conséquent, les lignes et leur infrastructure coûteront beaucoup plus cher.

Ainsi, la seule solution pratique pour rendre minimales les pertes par effet Joule est d'augmenter le facteur de puissance $\cos \varphi$. Pour ce, on exige qu'une installation électrique ait un facteur de puissance élevé ($\cos \varphi > 0,8$).

Conclusion

La puissance moyenne d'un circuit RLC série est dissipée par effet Joule. Cette dissipation se fait à n'importe quelle fréquence mais elle est d'autant plus importante que la résistance est plus grande.

A la résonance d'intensité, correspond une résonance de puissance : la puissance moyenne de l'oscillateur RLC série est dans ces conditions la plus élevée.

L'essentiel

■ Comme en régime libre non amorti, les oscillations forcées d'un circuit RLC série sont sinusoïdales mais de fréquence imposée par l'excitateur.

■ La réponse d'un circuit RLC série à une tension excitatrice sinusoïdale de fréquence N est un courant électrique d'intensité sinusoïdale de valeur maximale I_m et de phase initiale φ dépendant de la fréquence des excitations et des grandeurs électriques R , L et C de l'oscillateur :

$$I_m = \frac{U_m}{\sqrt{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}}$$

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{\frac{1}{C\omega} - L\omega}{R}$$

■ Selon le signe de $(L\omega - 1/C\omega)$ ou du déphasage φ entre i et u , l'oscillateur électrique RLC série peut être inductif ou capacitif.

■ En régime forcé sinusoïdal, la valeur maximale de l'intensité du courant est d'autant plus élevée que l'amortissement est plus faible.

■ La résonance d'intensité est obtenue pour une fréquence des excitations égale à la fréquence propre de l'oscillateur.

■ La résonance d'intensité d'un circuit RLC série peut être accompagnée d'une surtension aux bornes du condensateur, caractérisée par un quotient $Q > 1$ appelé dans ces conditions facteur de surtension :

$$Q = \frac{U_c}{U}$$

■ En régime sinusoïdal forcé, la puissance moyenne P d'un circuit RLC série est la valeur moyenne prise par sa puissance instantanée $p(t)$ durant une période :

$$P = UI \cos \varphi = RI^2$$

■ Comme la résonance d'intensité, la résonance de puissance est obtenue pour une fréquence des excitations égale à la fréquence propre de l'oscillateur.

■ Les pertes par effet Joule sont d'autant plus faibles que le facteur de puissance est plus grand.

Exercices

Exercice résolu

ÉNONCÉ

On associe en série un condensateur de capacité C , une bobine B d'inductance L et un résistor de résistance $R_0 = 81,5 \Omega$. L'ensemble est alimenté par un générateur de basses fréquences (GBF) délivrant à ses bornes une tension alternative sinusoïdale $u(t)$ de valeur maximale $U_m = 6 \text{ V}$ et de fréquence N réglable (Fig.1).

1°) a) Préciser parmi les points A et B du circuit celui auquel on doit relier la masse du GBF afin de visualiser simultanément la tension d'alimentation $u(t)$ et la tension u_{R_0} aux bornes du résistor, sur l'écran d'un oscilloscope bicourbe.

b) Reproduire le schéma de la figure 1 en y indiquant les branchements effectués à l'oscilloscope.

2°) Pour une valeur N_1 de la fréquence N du GBF, on obtient les oscillogrammes (1) et (2) de la figure 2 avec les réglages suivants :

- base de temps : $0,5 \text{ ms/div}$;
- voie utilisée pour visualiser $u(t)$: 2 V/div ;
- voie utilisée pour visualiser $u_{R_0}(t)$: 1 V/div .

a) Identifier parmi les oscillogrammes (1) et (2) celui représentant $u(t)$.

b) Déterminer graphiquement la fréquence N_1 et la valeur maximale I_m de l'intensité $i(t)$ du courant électrique oscillant dans le circuit RLC série.

c) Calculer l'impédance Z du circuit RLC série.

d) - Déterminer graphiquement le déphasage entre $i(t)$ et $u(t)$.

- En déduire que la bobine a une résistance interne non nulle que l'on calculera.

3) Pour étudier le comportement de l'oscillateur à une autre fréquence N_2 du GBF, on visualise simultanément avec $u(t)$, la tension $u_C(t)$ aux bornes du condensateur.

a) Préciser le point du circuit auquel on doit relier la masse du GBF à cette fin.

b) Reproduire de nouveau le schéma de la figure 1 tout en y indiquant les nouveaux branchements effectués à l'oscilloscope.

c) En fermant le circuit, on obtient les oscillogrammes de la figure 3 avec une sensibilité horizontale de 1 ms/div et une même sensibilité de 2 V/div pour les deux voies Y_1 et Y_2 .

Identifier l'oscillogramme représentant $u_C(t)$.

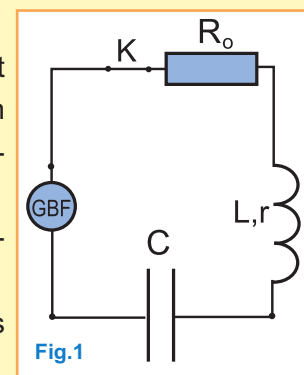


Fig.1

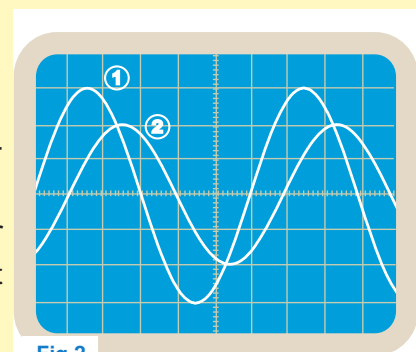


Fig.2

- d)** Déterminer graphiquement la fréquence de $u_C(t)$ ainsi que son déphasage par rapport à $u(t)$.
- e)** Montrer que l'oscillateur RLC série est en résonance d'intensité.
- f)** Calculer le facteur de surtension et préciser si sa valeur présente un danger tout en justifiant la réponse.
- g)** Calculer C et L.

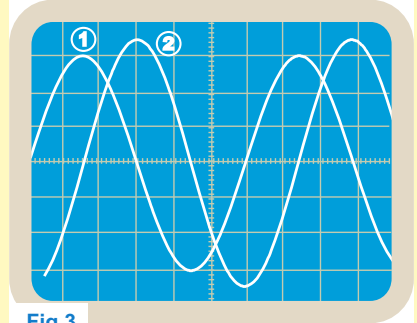


Fig.3

SOLUTION

1°a) Afin de visualiser simultanément $u(t)$ et $u_{R_0}(t)$, il faut que la masse du GBF soit du côté du résistor de résistance R_0 . Il faut alors la relier au point B.

b) Comme sur le schéma de la figure 4, le point A est à relier à l'entrée Y_1 (ou Y_2) afin de visualiser $u(t)$ tandis que le point D est à relier à l'entrée Y_2 (ou Y_1) pour visualiser $u_{R_0}(t)$.

2°a) $U_m = 6 \text{ V}$ et la voie utilisée pour visualiser $u(t)$ est de 2 V/div . Donc, l'oscillogramme (1) dont les crêtes sont distantes de 6 div est celui qui représente $u(t)$.

b) $u_{R_0}(t) = R_0 \cdot i(t)$: étant proportionnelles l'une à l'autre, $i(t)$ et $u_{R_0}(t)$ évoluent au cours du temps avec la même fréquence.

Du fait que le décalage horaire entre les oscillogrammes (1) et (2)

de la figure 2 est constant, on affirme que $u_{R_0}(t)$ évolue avec la même fréquence N_1 de $u(t)$.

$N_1 = \frac{1}{T_1}$. Or, T_1 s'étale sur 6 divisions et la sensibilité horizontale utilisée est de $0,5 \text{ ms/div}$.

Donc, $T_1 = 3 \text{ ms}$, ce qui signifie : $N_1 \approx 333 \text{ Hz}$.

On a : $u_{R_0}(t) = R_0 \cdot i(t)$, ce qui signifie : $i(t) = \frac{u_{R_0}(t)}{R_0}$. D'autre part, en s'appuyant sur la forme

sinusoïdale de l'oscillogramme (2) de la figure 2, on écrit : $u_{R_0}(t) = U_{R_{0m}} \sin(2\pi N_1 t + \varphi)$, où φ

est sa phase initiale. Donc, $i(t) = I_m \sin(2\pi N_1 t + \varphi)$, avec $I_m = \frac{U_{R_{0m}}}{R_0}$.

2 div $\rightarrow U_{R_{0m}}$ et 1 div $\rightarrow 1 \text{ V}$. Donc, $U_{R_{0m}} = 2 \text{ V}$. D'où, avec $R_0 = 81,5 \Omega$: $I_m = 24,5 \text{ mA}$.

c) L'impédance Z du circuit RLC série s'écrit : $Z = \frac{U_m}{I_m}$.

A.N. : Avec $U_m = 6 \text{ V}$ et $I_m = 24,5 \text{ mA}$, $Z = 244,9 \Omega \approx 245 \Omega$.

d) Soit $\Delta\varphi = \varphi_i - \varphi_u$, le déphasage entre $i(t)$ et $u(t)$ de phases initiales φ_i et φ_u . φ_i étant égale à la phase initiale φ de $u_{R_0}(t)$, déterminer $\Delta\varphi$ revient à déterminer graphiquement le décalage horaire Δt entre les oscillogrammes (2) et (1) de la figure 2 représentant respectivement $u_{R_0}(t)$ et $u(t)$.

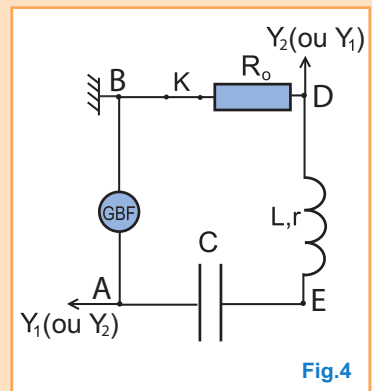


Fig.4

$$|\Delta\varphi| \rightarrow \Delta t = \frac{T}{6} \text{ et } \pi \text{ rad} \rightarrow \frac{T}{2}. \text{ Donc, } |\Delta\varphi| = \frac{\pi}{3} \text{ rad.}$$

Les maximums de $u_{R_0}(t)$ sont atteints à Δt après ceux de $u(t)$. Donc, $u_{R_0}(t)$ est en retard de phase par rapport à $u(t)$, ce qui signifie $\Delta\varphi < 0$. Par suite, on a : $\Delta\varphi = -\frac{\pi}{3} \text{ rad.}$

On sait que $\cos\varphi = \frac{R}{Z}$. Ceci équivaut : $R = Z \cdot \cos\varphi$. Avec $Z = 245 \Omega$ et $\cos\varphi = 1/2$ car

$\varphi = -\pi/3 \text{ rad}$, on a : $R = 122,5 \Omega$. Or, $R_0 = 81,5 \Omega$. Donc, $R > R_0$. Il en découle que la bobine a une résistance non nulle $r = R - R_0$. A.N. : $r = 41 \Omega$.

3°a) Pour visualiser simultanément la tension d'alimentation $u(t)$ et la tension $u_C(t)$ aux bornes du condensateur, la masse du GBF doit être reliée au point A comme dans la figure 5.

b) Comme sur le schéma de la figure 5, le point B est à relier à l'entrée Y_1 (ou Y_2) afin de visualiser $u(t)$ tandis que le point E est à relier à l'entrée Y_2 (ou Y_1) pour visualiser $u_C(t)$.

c) L'oscillogramme (1) étant le seul d'amplitude égale à 6 V, il représente $u(t)$. Donc, c'est l'oscillogramme (2) qui représente $u_C(t)$.

d) Du fait que le décalage horaire entre les oscillogrammes (1) et (2) de la figure 3 est constant, on affirme que $u_C(t)$ évolue avec la même fréquence N_2 de $u(t)$.

En procédant comme on a fait pour répondre à la question 2.b, on obtient : $N_2 = 167 \text{ Hz.}$

Les maximums de la tensions $u(t)$ sont atteints à $T/4$ avant ceux de $u_C(t)$, ce qui signifie que

$u_C(t)$ est en quadrature retard de phase par rapport à $u(t)$: $\varphi_{u_C} - \varphi_u = -\frac{\pi}{2} \text{ rad.}$

e) On a : $i = \frac{dq}{dt}$, d'où : $\varphi_i = \varphi_q + \frac{\pi}{2}$. D'autre part, $u_C = \frac{q}{C}$. Il s'en suit : $\varphi_{u_C} = \varphi_q$.

Donc, $\varphi_i = \varphi_{u_C} + \frac{\pi}{2}$. Or, $\varphi_{u_C} - \varphi_u = -\frac{\pi}{2} \text{ rad}$, Donc, $\varphi_u - (\varphi_i - \frac{\pi}{2}) = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$, d'où : $\varphi_u - \varphi_i = 0$.

Il s'agit alors d'une résonance d'intensité.

f) $Q = \frac{U_{Cm}}{U_m}$. En procédant comme on a fait pour déterminer graphiquement la valeur de

U_{Rom} dans la réponse à la question 2.c, on trouve : $U_{Cm} = 7 \text{ V}$. On a ainsi : $Q \approx 1,17$.

Q étant très peu supérieur à l'unité du fait que U_{Cm} est très légèrement supérieure à U_m , on ne court aucun danger.

g) On est à la résonance d'intensité. Donc, $Q = \frac{1}{RC\omega_2}$, d'où : $C = \frac{1}{RQ\omega_2}$.

A.N. : Sachant que $\omega_2 = 2\pi N_2$ et avec $N_2 = 167 \text{ Hz}$, on trouve : $C = 6,68 \text{ } \mu\text{F.}$

D'autre part, la fréquence d'excitation est égale à la fréquence propre de l'oscillateur :

$$N_2 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}, \text{ d'où } L = \frac{1}{4\pi^2 N_2^2 C}. \quad \text{A.N. : } L = 137 \text{ mH}$$

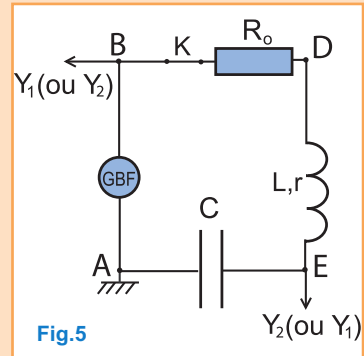


Fig.5



Exercices à résoudre



Tests rapides des acquis

1

Items "vrai ou faux"

Evaluer les propositions suivantes par vrai ou faux.

- 1- Les oscillations d'un circuit RLC série auquel est appliquée une tension sinusoïdale sont libres.
- 2- La fréquence des oscillations forcées d'un circuit RLC série peut être égale à sa fréquence propre.
- 3- La résonance d'intensité est obtenue lorsque la tension aux bornes du circuit RLC série est en phase avec l'intensité du courant qui y circule.
- 4- La résonance d'intensité est obtenue lorsque l'impédance du circuit RLC série est maximale.

- 5- Le facteur de surtension d'un circuit RLC série augmente lorsque la résistance totale du circuit augmente.
- 6- La puissance moyenne consommée par le condensateur est nulle.
- 7- La résonance de puissance est elle même une résonance d'intensité.
- 8- Pour minimiser les pertes par effet Joule dans les lignes d'alimentation en électricité, on diminue le facteur de puissance.

2

Questions à Choix Multiples

Préciser pour chacune des questions suivantes, la (ou les) proposition(s) juste(s).

- I- Un circuit RLC série est en résonance d'intensité lorsque :
 - a- son impédance est minimale;
 - b- la fréquence qui lui est imposée est égale à sa fréquence propre;
 - c- son impédance est égale à la résistance du résistor;
 - d- l'intensité du courant qui y circule et la tension qui lui est appliquée sont en phase.
- II- A la résonance d'intensité, l'intensité du courant i est :
 - a- en quadrature avance de phase sur la tension aux bornes du condensateur ;
 - b- en quadrature retard de phase par rapport à la tension aux bornes de la bobine.
 - c- en phase avec la tension aux bornes du résistor.
 - d- en phase avec la tension aux bornes du circuit RLC série.
- III- Lors des oscillations forcées, un circuit RLC série a un caractère capacitif lorsque :
 - a- $LC\omega^2 < 1$;
 - b- la tension aux bornes du condensateur est supérieure à celle aux bornes de la bobine en valeur maximale ;

- c- l'intensité du courant qui y circule est en avance de phase sur la tension appliquée entre ses bornes.
- V- A la résonance d'intensité, une augmentation de la résistance du circuit RLC série entraîne :
 - a- la diminution de la fréquence caractéristique de la résonance;
 - b- la diminution de la valeur maximale de l'amplitude de l'intensité du courant ;
 - c- l'augmentation de la valeur maximale de la puissance moyenne consommée par le circuit.
- VI- Le facteur de surtension Q d'un circuit RLC série s'écrit :

a- $\frac{2\pi L N_0}{R}$;

b- $\frac{U_L}{U}$ quel que soit la fréquence N ;

c- $\frac{1}{R} \sqrt{\frac{C}{L}}$;

d- $\frac{U_C}{U}$ à la résonance d'intensité.

Exercices d'application

3 Les émetteurs produisent des oscillations électriques forcées dans les circuits d'accord des récepteurs radio. La recherche des stations émettrices sur ces derniers est un exemple de résonance d'intensité.

On désire capter une émission à la fréquence $N = 16233$ Hz. Quelle valeur doit-on donner à la capacité C du condensateur du circuit d'accord RLC série sachant que la bobine a une inductance $L = 10^{-4}$ H ?.

4 On monte en série un condensateur de capacité C et une bobine d'inductance L et de résistance r aux bornes d'un générateur BF délivrant une tension sinusoïdale u de pulsation ω variable: $u(t) = 30\sqrt{2} \sin \omega t$

En fixant ω à $2000 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$, les mesures fournissent : $I = 600$ mA, $U_1 = 30$ V et $U_2 = 30$ V.

I : Valeur efficace de l'intensité i du courant circulant dans le circuit.

U_1 : Valeur efficace de la tension u_1 aux bornes de la bobine.

U_2 : Valeur efficace de la tension u_2 aux bornes du condensateur.

L'intensité i est de la forme : $i = I_m \sin(\omega t + \varphi)$.

1°) A l'aide de la construction de Fresnel, calculer φ , r , L et C .

2°) Comparer par le calcul de leur quotient, la pulsation d'alimentation ω et la pulsation propre ω_0 de l'oscillateur RLC série et préciser tout en justifiant la réponse le sens dans lequel il faut faire varier ω pour avoir une résonance d'intensité.

5 Un circuit RLC série comprenant :

- Un condensateur de capacité $C = 20 \mu\text{F}$,
- un résistor de résistance $R = 20 \Omega$,
- une bobine d'inductance $L = 0,55$ H et de résistance interne $r = 12,5 \Omega$.

On applique aux bornes de ce circuit une tension sinusoïdale de fréquence variable :

$$u(t) = 100\sqrt{2} \sin 2\pi Nt \text{ avec } N = 48 \text{ Hz}$$

1°) Donner, sans démonstration, l'expression de l'impédance Z en fonction de R , r , L et C . La calculer.

2°) Donner l'expression de l'intensité efficace I en fonction de Z .

3°) Le circuit est équivalent à un résistor de résistance $(R + r)$.

a) Montrer que la valeur de N est égale à la fréquence propre N_0 du circuit. La calculer.

b) Quelles sont alors les valeurs de l'impédance Z_0 et de l'intensité I_0 obtenues pour $N = N_0$.

6 On considère un circuit comportant, en série, un résistor de résistance R , une bobine d'inductance L et un condensateur de capacité C . Ce circuit est alimenté par un générateur BF délivrant une tension sinusoïdale de valeur efficace U et de pulsation ω réglable. Un ampèremètre de résistance négligeable permet de mesurer l'intensité efficace I du courant dans le circuit.

1°) Pour une pulsation ω donnée, utiliser la construction de Fresnel pour exprimer l'impédance du circuit et le déphasage en fonction de ω , R , L et C .

2°) U étant constante, on fait varier ω et on relève l'intensité efficace I pour chaque valeur de ω .

a) Donner l'allure générale de la courbe représentant $I = f(\omega)$. Quel phénomène cette courbe met-elle en évidence ?

b) Soit ω_0 la valeur de la pulsation pour laquelle le phénomène précédent se produit. La pulsation ω_0 dépend-elle de R , L et C ?

Donner l'expression de ω_0 en fonction de deux de ces trois grandeurs.

c) Que deviennent l'impédance Z et le déphasage pour $\omega = \omega_0$?

7 Un dipôle RLC série constitué d'une bobine B d'inductance L et de résistance r et d'un condensateur de capacité $C = 0,5 \mu\text{F}$, est alimenté par un générateur délivrant une tension alternative sinusoïdale de fréquence N variable. La tension efficace U aux bornes du générateur est maintenue constante et égale à 2 V. Les valeurs de la fréquence N_0 de résonance d'intensité et l'intensité efficace I_0 correspondante sont respectivement 2325 Hz et 130 mA. Déterminer :

- 1°) les caractéristiques de la bobine inductive,
- 2°) le facteur de surtension et la puissance moyenne maximale consommée par le circuit RLC série.

8 On établit une tension alternative sinusoïdale de pulsation ω entre les bornes M et N d'une portion de circuit comprenant un condensateur de capacité C et une bobine d'inductance L et de résistance interne r. L'intensité efficace étant $I = 0,20$ A, la mesure des tensions efficaces fournit les résultats suivants :

$U_{MN} = 120$ V, $U_{MP} = 160$ V et $U_{PN} = 56$ V. (P : point de connexion de la bobine au condensateur).

- 1°) Calculer les impédances de la bobine et du condensateur ainsi que la résistance r de la bobine.
- 2°) Calculer le déphasage de la tension u_{MN} par rapport à l'intensité i du courant.
- 3°) Sachant qu'un courant de pulsation $\omega_0 = 250 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$ parcourant le circuit serait en phase avec la tension u_{MN} , déterminer :
 - a) les valeurs de l'inductance et de la capacité,
 - b) la pulsation ω et la fréquence N correspondante,
 - c) la puissance moyenne consommée dans le circuit.
- 4°) Montrer que l'intensité efficace du courant reprendra la valeur $I = 0,20$ A pour une deuxième pulsation ω' que l'on calculera.
- 5°) Comparer les puissances moyennes consommées dans le circuit aux pulsations ω , ω_0 et ω' .

9 Un oscillateur RLC série comprenant un résistor de résistance $R = 50 \Omega$, un condensateur de capacité $C = 1 \mu\text{F}$ et une bobine d'inductance L réglable et de résistance négligeable est alimenté par un générateur délivrant une tension sinusoïdale :

$$u(t) = 10\sqrt{2} \sin(100\pi t)$$

- 1°) Etablir l'équation différentielle régissant les oscillations du courant circulant dans le circuit RLC série.
- 2°) Sachant qu'en régime permanent, l'intensité du courant s'écrit $i(t) = I_m \sin(100\pi t + \varphi)$:

- a) déterminer la valeur L_0 de l'inductance de la bobine donnant une résonance d'intensité,
- b) montrer que si l'on ferme le circuit en maintenant L égale à L_0 , il se produit un phénomène de surtension aux bornes du condensateur.

2°) Sachant que la valeur de la tension de rupture sérigraphiée sur le boîtier du condensateur utilisé est $U_0 = 100$ V, déterminer la valeur de l'inductance L de la bobine à ne pas dépasser pour éviter tout risque de claquage du condensateur.

10 Un dipôle AB est constitué par l'association en série d'un résistor, d'un condensateur de capacité C et d'une bobine purement inductive d'inductance L.

On désigne par R la résistance totale du circuit. On applique aux bornes du dipôle AB une tension $u_{AB} = U_m \sin \omega t$ de valeur efficace U, constante mais de pulsation ω réglable. Un wattmètre mesure la puissance électrique moyenne P reçue par le dipôle.

1°) Démontrer que lorsque l'on règle $\omega = \omega_0$ pour obtenir les conditions de résonance d'intensité pour ce dipôle, on mesure une valeur maximale P_0 pour la puissance moyenne. Exprimer P_0 en fonction de U et de R.

En déduire l'expression de l'énergie électrique E_0 reçue par le dipôle pendant une période, en fonction de U, R et ω_0 .

2°) Dans les conditions de résonance, exprimer en fonction du temps l'énergie totale E_t emmagasinée dans le dipôle, sous forme magnétique E_L dans la bobine et sous forme électrique E_C dans le condensateur..

Montrer que E_t reste constante. Dans ces conditions, exprimer cette énergie totale en fonction de L, U et R. Que devient donc à chaque instant l'énergie électrique reçue par le dipôle ?

3°) Exprimer le rapport $\frac{E_t}{E_0}$ en fonction du facteur de surtension Q du circuit.

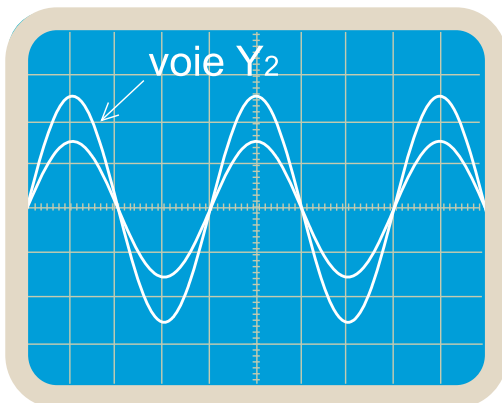
11

Un générateur G délivrant une tension alternative sinusoïdale de fréquence $N = 50 \text{ Hz}$ et de valeur efficace $U = 6 \text{ V}$ alimente un circuit RLC série constitué d'un résistor de résistance $R = 300 \ \Omega$, d'un condensateur de capacité $C = 3 \ \mu\text{F}$ et d'une bobine d'inductance L et de résistance interne r .

On se propose de visualiser simultanément à l'oscilloscope, la tension $u(t)$ aux bornes du circuit (voie Y_1) et la tension $u_R(t)$ aux bornes du résistor (voie Y_2).

Pour une valeur N_0 de la fréquence N de la tension délivrée par G, on obtient les oscillogrammes de la figure ci-après avec :

- sensibilité verticale sur la voie Y_1 : 4 V / div.
- sensibilité verticale sur la voie Y_2 : 2 V / div.
- balayage horizontal : 1 ms / div.



- a) Quel est le phénomène observé ?
- b) Déterminer la valeur de l'inductance L et celle de la résistance r de la bobine.



Exercices de synthèse

12

On dispose d'un condensateur sur lequel le fabricant fournit les indications suivantes :

Références	EFD-CPM13B
Capacité	1,2 MF
Tolérance	10%
Tension maximale	160 V

On se propose de faire une recherche de la valeur réelle de la capacité C . Pour ce, on réalise un circuit série constitué d'un GBF délivrant une tension sinusoïdale de valeur efficace $U = 2 \text{ V}$, d'un résistor de résistance $R = 10 \ \Omega$, d'une bobine d'inductance $L = 58 \text{ mH}$ et de résistance r et du condensateur à étudier. Puis, on y insère un voltmètre et un ampèremètre.

1°) Schématiser le montage à réaliser de telle sorte que l'on puisse :

- vérifier que la tension efficace à la sortie du GBF soit maintenue constante et égale à 2 V ,
- mesurer l'intensité efficace du courant dans le circuit RLC série.

2°) On va rechercher la résonance d'intensité en faisant varier la fréquence de la tension délivrée par le GBF. Lors des mesures, on constate qu'à la fréquence $N = 610 \text{ Hz}$, l'intensité efficace prend sa valeur maximale $I = 96,7 \text{ mA}$.

- a) Quelle est la valeur numérique de la fréquence propre du circuit ? justifier la réponse.
- b) Déduire de cette fréquence, la valeur de la capacité C du condensateur. Quelle indication aurait dû porter le fabricant à la place de MF ?
- c) La valeur obtenue par cette méthode de mesure est-elle dans le domaine de tolérance donné par le constructeur ?

13

Un circuit électrique comporte en série:

- un résistor de résistance $R = 40 \ \Omega$,
- un condensateur de capacité C ,
- une bobine d'inductance L et de résistance r .

L'ensemble est alimenté par un GBF délivrant une tension sinusoïdale de fréquence N réglable :

$$u(t) = 10\sqrt{2} \sin(2\pi Nt)$$

1°) Pour une fréquence N_0 , la valeur de la tension efficace aux bornes du résistor est $U_R = 9,6 \text{ V}$ et la tension instantanée aux bornes du condensateur est :

$$u_c(t) = U_c \sqrt{2} \sin(318\pi t - \frac{\pi}{2}) \text{ où } U_c = 36 \text{ V.}$$

a) Montrer que le circuit est en résonance d'intensité.

b) Déterminer:

- la valeur de l'intensité efficace I_0 du courant électrique circulant dans le circuit,
- les valeurs de C , L et r ,
- la valeur du coefficient de surtension Q du circuit.

c) Montrer que u et u_c vérifient à chaque instant la relation : $u_c^2 = -Q^2 u^2 + 2U_c^2$.

d) Etablir l'expression de l'énergie électrique totale en fonction de u et u_c et montrer qu'elle se conserve.

14

Un générateur basse fréquence (G.B.F) délivrant une tension sinusoïdale de valeur efficace $U = 10 \text{ V}$, est utilisé pour alimenter un résistor de résistance $R = 100 \Omega$, un condensateur de capacité $C = 0,5 \mu\text{F}$ et une bobine de résistance $r = 100 \Omega$ et d'inductance $L = 50 \text{ mH}$, ces trois dipôles étant montés en série.

1°) Pour la fréquence $N = N_1 = 318 \text{ Hz}$ du G.B.F., calculer :

- a) l'impédance Z_1 du circuit RLC série,
- b) la valeur efficace I_1 de l'intensité du courant débité par le G.B.F,
- c) la puissance P_1 consommée par le circuit,
- d) la phase φ_1 de la tension $u(t)$ délivrée par le générateur par rapport à l'intensité du courant qu'il débite. Préciser parmi ces deux grandeurs (tension ou intensité du courant) celle qui est en avance de phase sur l'autre.

En déduire le caractère (résistif, capacitif ou inductif) du circuit.

2°) Pour la fréquence N_1 , tracer à l'échelle le diagramme de Fresnel du circuit.

3°) On fixe la fréquence N à une valeur N_0 égale à la fréquence propre du circuit RLC série.

a) Que devient le diagramme de Fresnel tracé précédemment ?

b) En exploitant ce nouveau diagramme, calculer l'impédance Z_0 du circuit, la valeur efficace I_0 de l'intensité du courant débité par le G.B.F et la puissance P_0 consommée par le circuit.

15

On dispose des appareils et des composants suivants :

- un générateur de tension sinusoïdale de valeur efficace réglable de 0 à 10 V, de fréquence réglable de 5 à 5 kHz,
- un ampèremètre,
- deux voltmètres,
- une bobine d'inductance L et de résistance r ,
- un condensateur de capacité C ,
- une boîte de résistance réglable de 0 à 1,1 k Ω ,
- un oscilloscope bicourbe.

1°) Schématiser avec les éléments adéquats de la liste ci-dessus le montage permettant d'étudier la variation de l'intensité du courant dans un circuit RLC série soumis à une tension sinusoïdale de fréquence variable (l'oscilloscope sera utilisé au 3°).

2°) la mesure de l'intensité efficace dans le circuit en fonction de la fréquence permet de dresser le tableau suivant. La tension efficace U d'entrée est maintenue constante, égale à 5V pour tout l'exercice.

N(Hz)	100	200	300	400	500	600	700
I(mA)	1,6	3,4	5,7	8,9	15,1	27,6	47,0
N(Hz)	800	900	1000	1100	1200	1300	1400
I(mA)	31,5	20,5	14,6	11,7	9,8	8,5	7,6

a) Tracer la courbe $I = f(N)$.

Echelles :

- Sur l'axe des abscisses, 1cm représente 100 Hz.
- Sur l'axe des ordonnées, 1cm représente 2,5 mA.

b) Que représente la fréquence N_0 correspondant au maximum d'intensité ?

Donner sa valeur.

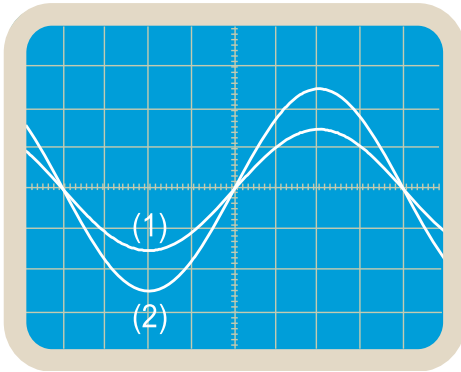
c) Quelle est la résistance totale du circuit ?

3°) a) Représenter sur le schéma de la première question le branchement de l'oscilloscope pour visualiser la tension $u(t)$ délivrée par le générateur sur la voie A et les variations d'intensité du courant sur la voie B.

b) Lorsque $N = N_0$, on observe l'oscillogramme

de la figure ci-dessous. Les réglages de l'oscilloscope sont :

- déviation verticale voie A : 2 V/div.
- déviation verticale voie B : 1 V/div.
- balayage horizontal : 0,2 ms/div.



Quelle est, parmi les courbes (1) et (2), celle qui correspond à celle enregistrée sur la voie A ? En déduire la valeur de la résistance R réglable puis celle de la résistance r de la bobine.

c) La tension efficace U_C mesurée aux bornes du condensateur est alors maximale et vaut 21,5 V. Déterminer la valeur de C .

d) Calculer la valeur de l'inductance L .

16 Étude de texte

Le facteur de puissance

Le facteur de puissance est un paramètre qui rend compte de l'efficacité qu'a une installation électrique pour consommer de la puissance lorsqu'elle est en marche.

Un mauvais facteur de puissance va augmenter les pertes en ligne, gaspiller la capacité et réduire l'efficacité de l'infrastructure électrique de l'utilisateur.

La structure tarifaire des fournisseurs d'électricité comme la STEG est établie de façon à inciter les usagers à maintenir constamment un facteur de puissance très élevé. Cela évite les variations de tension et les pertes d'énergie sur le réseau et, par conséquent, le surdimensionnement des installations. Si chacun améliore le facteur de puissance de sa propre installation électrique, il réduit les frais de puissance tout en prolongeant la durée de vie de ses équipements.

La puissance apparente que le réseau de la

STEG fournit se décompose en une puissance active et une puissance réactive.

La puissance active assure le fonctionnement des équipements produisant de la chaleur (appareils d'éclairage, radiateurs, etc.), alors que la puissance réactive résulte de la création de champs magnétiques utiles au fonctionnement de divers équipements (moteurs, compresseurs, etc.).

L'une des façons de mieux gérer les coûts d'énergie, c'est de minimiser la puissance maximale appelée en fonction des besoins simultanés des usagers en énergie électrique. En fait, la puissance maximale appelée joue un rôle déterminant dans l'établissement de la puissance qui leur est facturée pour une période donnée.

L'une des solutions proposées aux industriels est de monter des condensateurs dans l'installation électrique de leur usine afin de réduire l'écart entre la puissance moyenne et la puissance apparente et d'améliorer ainsi leur facteur de puissance.

Questions

1°) Qu'est-ce qu'un mauvais facteur de puissance et qu'est-ce qui le fait augmenter les pertes en ligne ?

2°) Dégager du texte les avantages du facteur de puissance élevé.

3°) Démontrer l'amélioration du facteur de puissance d'une installation électrique industrielle par l'insertion de condensateurs.

Fiche technique

Construction de Fresnel

Dans de nombreux problèmes de physique qui traitent des phénomènes périodiques, on est souvent amené à exprimer la somme y de deux ou plusieurs fonctions sinusoïdales isochrones $y_1 = a_1 \sin(\omega t + \varphi_1)$, $y_2 = a_2 \sin(\omega t + \varphi_2)$, ..., $y_n = a_n \sin(\omega t + \varphi_n)$

Sachant que leur somme est une fonction sinusoïdale de même période $T = \frac{2\pi}{\omega}$, y peut se mettre sous la forme : $y = A \sin(\omega t + \varphi)$, où A est son amplitude et φ sa phase initiale.

Pour déterminer A et φ , il est commode de recourir à une méthode graphique connue sous le nom de construction de Fresnel. Pour la réaliser, on procède comme suit :

A une fonction $y = a \sin(\omega t + \varphi)$, on associe, un vecteur \overline{OA} appelé vecteur de Fresnel (Fig.1) :

- de module égal à l'amplitude a de y ,
- d'origine O confondue avec le centre du cercle trigonométrique,
- tournant avec une vitesse angulaire égale à la pulsation ω , dans le sens trigonométrique choisi conventionnellement comme sens positif,
- faisant, à l'instant $t = 0$ avec l'axe (O, \vec{i}) un angle égal à la phase initiale φ .

A tout instant t , la projection orthogonale de \overline{OA} sur l'axe (O, \vec{j}) est $y = a \sin(\omega t + \varphi)$ (Fig.2).

Le fait que les positions relatives des vecteurs de Fresnel associés à des fonctions isochrones ne soient pas modifiées au cours du temps permet de représenter chacun d'entre eux dans sa position à $t = 0$ (Fig.3) :

$$y_{k=1,2,\dots,n} = a_k \sin(\omega t + \varphi_k) \mapsto \overline{OA_k} [a_k, \varphi_k].$$

$$y = y_1 + y_2 + \dots + y_n \mapsto \overline{OA} = \overline{OA_1} + \overline{OA_2} + \dots + \overline{OA_n}.$$

Or, $y = a \sin(\omega t + \varphi)$. Donc, on a $\overline{OA} [A, \varphi]$ (Fig.4).

Ainsi, on vient de réaliser un exemple de construction de Fresnel (Fig.4) avec laquelle on peut déterminer les expressions de l'amplitude A et de la phase initiale φ de y en fonction des amplitudes a_k et des phases initiales φ_k des fonctions sinusoïdales y_k dont elle est la somme.

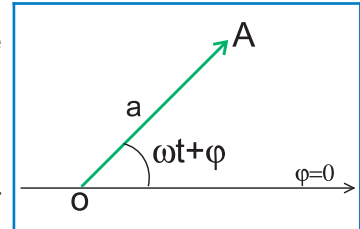


Fig.1 : Vecteur de Fresnel

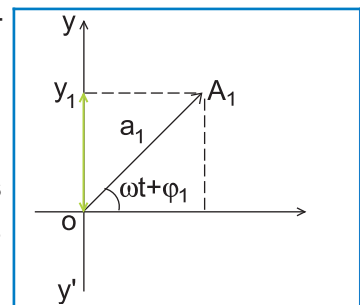


Fig.2 : Projection d'un vecteur de Fresnel sur l'axe $y'y'$

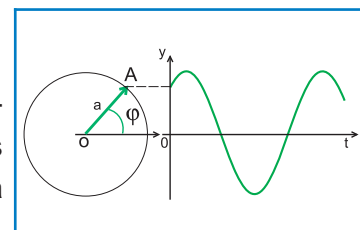


Fig.3 : Représentation d'un vecteur de Fresnel à $t = 0$.

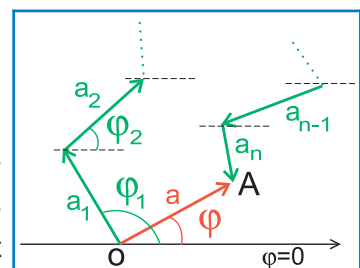


Fig.4 : Exemple de construction de Fresnel

En savoir plus

GÉNÉRATEUR DE COURANT HAUTE FRÉQUENCE

Etant inventé et construit vers 1895, l'appareil de la figure ci-contre permet, à partir d'une source de courant de haute tension fournie par une bobine spéciale connue sous le nom de bobine de Ruhmkorff (partie cylindrique située à la partie droite de la figure), de la transformer en courant de haute fréquence. Le principe est fondé sur la propriété de la décharge oscillante des condensateurs qui se compose d'une série de décharges, alternativement dans un sens, puis en sens contraire, avec des intensités qui décroissent rapidement. L'intervalle de temps qui sépare deux décharges successives est d'ailleurs extrêmement court. Une décharge oscillante



constitue donc un courant qui change de sens un grand nombre de fois par seconde. Ce phénomène est d'autant plus net qu'il se produit lorsque la décharge traverse des conducteurs métalliques, gros et courts. Il est dû à l'auto-induction du circuit de décharge. La période est d'autant plus grande que le circuit est plus enroulé sur lui-même, c'est-à-dire qu'il a une auto-induction plus considérable. Elle croît également avec la capacité du condensateur. Les courants de haute fréquence ont la propriété d'illuminer les tubes à vide (Crookes, Geissler) à distance, sans aucune liaison par fil. Les premières applications pratiques des courants, en haute tension, ont été réalisées dans le domaine médical. Nikola Tesla, physicien autrichien né en Dalmatie en 1857, s'aperçoit que les courants ainsi produits sont sans danger pour le corps humain qui peut aisément recevoir des effluves électriques même sous une intensité de deux ou trois ampères, en ne ressentant seulement qu'une sensation de chaleur. Les fréquences élevées sont sans action directe sur les fibres nerveuses et musculaires.

Le docteur et professeur Arsène d'Arsonval généralise l'emploi de ces courants dans le monde médical dès 1893. Il crée ainsi le service d'électrothérapie à la Salpêtrière et appelle cette nouvelle thérapeutique la d'arsonvalisation. Ces courants ont la propriété de produire une dilatation vasculaire générale abaissant la tension artérielle.

Les premiers appareils étaient munis du résonateur du docteur Oudin (c'est le cas de l'appareil présenté ci-dessus) : il s'agit d'un autotransformateur constitué par un solénoïde placé verticalement, dont l'extrémité se termine par une boule conductrice. La partie inférieure seule sert de circuit de décharge des armatures externes de deux condensateurs, reliés sur une longueur correspondant à quelques spires par l'intermédiaire d'un contact mobile ajustable. Selon son emplacement, il se produit par résonance électrique, un courant de haute fréquence dont les effets sont considérablement amplifiés.

Objectifs

- ◆ Reconnaître le schéma d'un filtre.
- ◆ Distinguer entre l'entrée et la sortie d'un filtre.
- ◆ Représenter, en convention récepteur, les grandeurs électriques sur le schéma d'un filtre.
- ◆ Calculer la transmittance (ou fonction de transfert) d'un filtre.
- ◆ Calculer le gain d'un filtre en décibels.
- ◆ Reconnaître la courbe de réponse d'un filtre ($T = f(N)$ ou $G = h(N)$).
- ◆ Tracer la courbe de réponse d'un filtre.
- ◆ Déterminer la (ou les) fréquence(s) de coupure d'un filtre.
- ◆ Déterminer graphiquement la bande passante d'un filtre à - 3dB.

Prérequis

SAVOIR	SAVOIR FAIRE
<ul style="list-style-type: none"> ◆ Définir un quadripôle. ◆ Caractériser une grandeur sinusoïdale par sa période, son amplitude et sa phase initiale. ◆ Écrire les relations entre la pulsation, la période et la fréquence d'une grandeur sinusoïdale. ◆ Écrire la relation entre la valeur maximale et la valeur efficace d'une tension sinusoïdale. ◆ Définir l'impédance d'un dipôle. 	<ul style="list-style-type: none"> ◆ Schématiser un quadripôle. ◆ Utiliser la convention récepteur. ◆ Visualiser simultanément deux tensions électriques à l'oscilloscope. ◆ Déterminer graphiquement la période et l'amplitude d'une grandeur électrique oscillante. ◆ Appliquer la relation entre la valeur maximale et la valeur efficace d'une tension sinusoïdale.

GÉNÉRALITÉS SUR LES FILTRES

6



Les hauts parleurs professionnels performants sont munis de filtres électriques réalisés avec des composants de grande fiabilité.

◆ En acoustique, dans le monde de la photo et de la vidéo, en télécommunications et dans beaucoup d'autres domaines, les filtres électriques jouent un très grand rôle dans l'amélioration de la qualité des produits et de la sensibilité, voire la stabilité de systèmes électroniques et dans la précision des tâches qu'ils assurent. Qu'est-ce qu'un filtre électrique et qu'est-ce qui lui confère toutes ces propriétés de pointe ?

GENERALITÉS SUR LES FILTRES

On sait que les transformateurs servent à abaisser ou élever les tensions électriques. Par leur fonction analogue, les transistors bipolaires et les amplificateurs opérationnels peuvent être utilisés pour amplifier respectivement les courants et les tensions électriques. Autrement dit, les quadripôles servent à traiter les valeurs instantanées des signaux électriques. Il reste à savoir s'il n'y a pas des quadripôles qui peuvent traiter la fréquence (ou les fréquences) du signal et à saisir l'intérêt pratique d'une telle opération.

1 FILTRAGE

Manipulation

Avec un résistor de résistance $R_0 = 500 \Omega$, une bobine d'inductance $L = 0,2 \text{ H}$ et de résistance $r = 12,5 \Omega$, un condensateur de capacité $C = 0,47 \mu\text{F}$ et un interrupteur K , on réalise le circuit RLC série de la figure 1 afin de l'utiliser comme quadripôle.

A son entrée E , on branche un GBF délivrant une tension sinusoïdale $u_E(t) = U_{Em} \sin(2\pi Nt)$ d'amplitude fixe et égale à 6 V et de fréquence N réglable.

La masse du GBF est reliée à la borne M commune à l'entrée et la sortie du quadripôle.

L'expérience consiste en l'analyse de la réponse du quadripôle en tension de sortie $u_S(t)$ au signal d'entrée $u_E(t)$ délivré par le GBF.

On relie alors l'entrée E à la voie Y_1 et la sortie S à la voie Y_2 d'un oscilloscope bicourbe.

Expérience1

On règle la fréquence du GBF à la valeur $N_1 = 50 \text{ Hz}$ et on ferme l'interrupteur K , les chronogrammes (1) et (2) de la figure 2a apparaissent sur l'écran de l'oscilloscope.

Expérience2

Le circuit étant fermé, on augmente progressivement la fréquence N de la tension d'entrée dont la valeur maximale est maintenue constante et on suit les modifications entraînées par la variation de la fréquence N sur chacun des chronogrammes visualisés sur l'écran de l'oscilloscope.

pour les fréquences $N_2 = 430 \text{ Hz}$, $N_3 = 1 \text{ kHz}$ et $N_4 = 5 \text{ kHz}$, on observe les oscillogrammes des figures 2b, 2c et 2d.

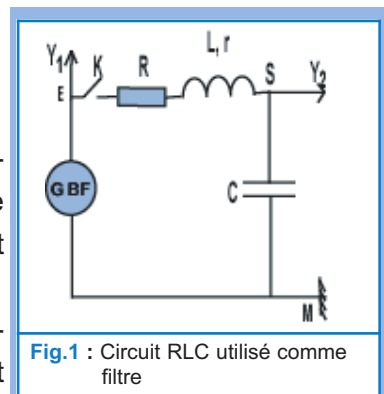


Fig.1 : Circuit RLC utilisé comme filtre

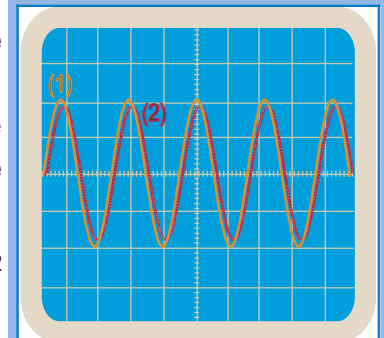


Fig.2a : $u_E(t)$ et $u_S(t)$ à $N_1 = 50 \text{ Hz}$

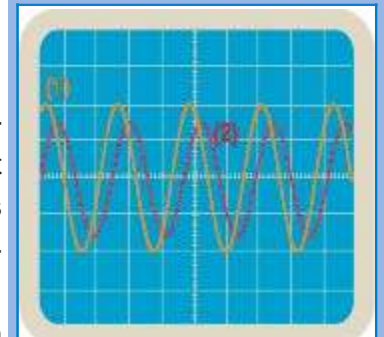


Fig.2b : $u_E(t)$ et $u_S(t)$
à $N_2 = 430 \text{ Hz}$

Remarque

Tous les oscillogrammes de la figure 2 sont visualisés avec la même sensibilité verticale de l'oscilloscope, mais avec des réglages différents de la sensibilité horizontale.

Questions

1°) Identifier parmi les oscillogrammes (1) et (2) de la figure 2, ceux qui correspondent à la tension d'entrée u_E .

2°) Comparer:

a- les amplitudes U_{Em} et U_{Sm} respectivement de la tension d'entrée u_E et de la tension de sortie u_S ,

b- les fréquences de u_S et de u_E ,

c- les phases initiales de u_S et de u_E .

3°) Exprimer u_S en fonction du temps.

4°) Préciser l'influence de la fréquence de la tension d'entrée sur l'amplitude de la tension de sortie.

Interprétation

L'apparition du chronogramme (2) sur l'écran de l'oscilloscope lorsque l'interrupteur K est fermé montre que le quadripôle transmet le signal d'entrée à la sortie ; en effet, le signal de sortie est une tension sinusoïdale de même fréquence N que celle d'entrée, mais son amplitude U_{Sm} et sa phase initiale φ dépendent de la valeur de N .

$$u_S(t) = U_{Sm} \sin(2\pi Nt + \varphi)$$

On constate que U_{Sm} est comparable à U_{Em} pour les basses fréquences, mais elle lui est nettement inférieure pour les fréquences moins basses. De plus, elle devient très atténuée aux fréquences élevées.

En fait, lors de l'étude des oscillations d'un circuit RLC série en régime forcé sinusoïdal (chapitre 5), on a montré que :

$$U_{Cm} = \frac{I_m}{C\omega} \text{ et que } I_m = \frac{U_{Em}}{Z} \text{ avec } Z = \sqrt{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}$$

I_m : valeur maximale de l'intensité du courant dans le circuit.

Z : impédance du circuit. Or, $U_{Sm} = U_{Cm}$. Donc,

$$\frac{U_{Sm}}{U_{Em}} = \frac{U_{Cm}}{U_{Em}}$$

$$\frac{U_{Sm}}{U_{Em}} = \frac{1}{C\omega \sqrt{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}} = \frac{1}{\sqrt{(RC\omega)^2 + (LC\omega^2 - 1)^2}}$$

soit $N_0 = \frac{\omega_0}{2\pi}$ où $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$, il vient donc :

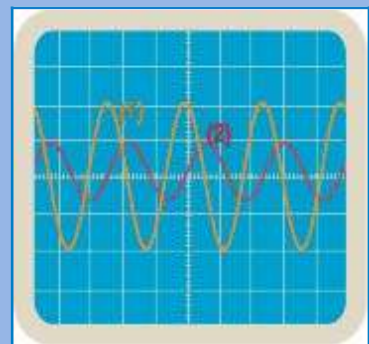


Fig.2c : $u_E(t)$ et $u_S(t)$ à $N_3 = 1$ kHz

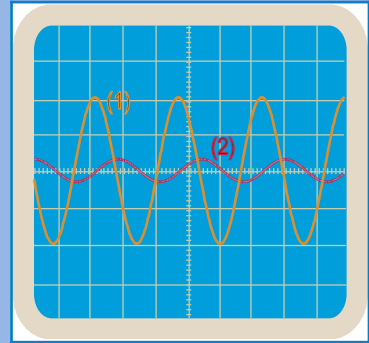


Fig.2d : $u_E(t)$ et $u_S(t)$ à $N_4 = 5$ kHz

$$\frac{U_{Sm}}{U_{Em}} = \frac{1}{\sqrt{(RC\omega)^2 + \left(\frac{\omega^2}{\omega_0^2} - 1\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{(4\pi^2 R^2 C^2 N^2 + \left(\frac{N^2}{N_0^2} - 1\right)^2)}}$$

Cette expression de $\frac{U_{Sm}}{U_{Em}}$ en fonction de N permet de

vérifier que :

* pour les basses fréquences c'est-à-dire lorsque

$$N \rightarrow 0, \text{ on a } U_{Sm} \approx U_{Em}$$

* pour les hautes fréquences c'est - à - dire lorsque :

$$N \rightarrow \infty, \text{ on a } U_{Sm} \rightarrow 0.$$

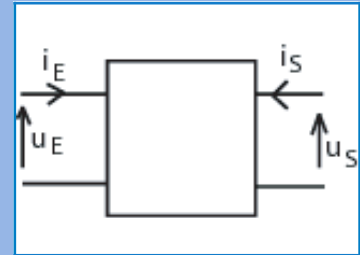


Fig.3 : Schéma d'un filtre avec les grandeurs électriques en convention récepteur

Conclusion et définitions

Selon la valeur de sa fréquence, un signal sinusoïdal appliqué à l'entrée d'un quadripôle donné peut être récupéré à sa sortie plus ou moins amplifié ou atténué. Une telle opération est appelée filtrage et le quadripôle utilisé a joué le rôle de filtre électrique.

Le filtrage est une opération de tri des signaux électriques selon leurs fréquences.

On appelle filtre électrique tout quadripôle ne transmettant que les signaux électriques de fréquence(s) comprise(s) dans un certain domaine.

Grandeurs caractéristiques d'un filtre et schéma

On schématise un filtre comme dans la figure 3.

Un filtre est caractérisé par les grandeurs électriques :

$u_E(t)$: tension d'entrée.

$u_S(t)$: tension de sortie.

$i_E(t)$: intensité du courant d'entrée en convention récepteur.

$i_S(t)$: intensité du courant de sortie en convention récepteur.

2 FONCTION DE TRANSFERT ET GAIN D'UN FILTRE

2.1- FONCTION DE TRANSFERT

Manipulation

On reprend le montage de la figure 1 afin d'étudier l'évolution de la valeur maximale U_{Sm} de la tension u_S délivrée à la sortie du filtre en fonction de U_{Em} pour une fréquence N donnée et on fixe alors la fréquence de la tension d'entrée à la valeur $N = 400\text{Hz}$ par exemple et on réalise la série de mesures consignées dans le tableau suivant :

$U_{Em}(V)$	2	4	6	8	10
$U_{Sm}(V)$	2,75	5,47	8,20	10,96	13,70

Remarque:

Au lieu de mesurer les tensions maximales U_{Sm} et U_{Em} à l'aide d'un oscilloscope bicourbe, il est commode aussi de recourir à la mesure des tensions efficaces U_E et U_S avec des voltmètres (Fig.4).

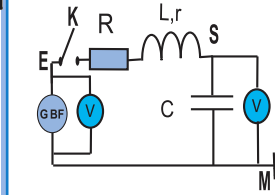


Fig.4 : Mesure des tensions efficaces U_E et U_S

Questions

1°) En s'appuyant sur le tableau dressé précédemment, préciser comment varie U_{Sm} en fonction de U_{Em} .

2°) Reproduire le même tableau, y ajouter une ligne pour le calcul du rapport $\frac{U_{Sm}}{U_{Em}}$ et commenter le résultat obtenu.

3°) Préciser si le rapport $\frac{U_{Sm}}{U_{Em}}$ garde la même valeur si l'on fixe la fréquence de la tension d'entrée à une valeur différente de 400 Hz.

En s'appuyant sur l'étude développée dans le paragraphe 1, justifier la réponse.

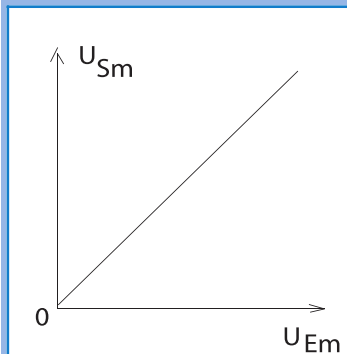


Fig.5 : Courbe représentant $U_{Sm} = f(U_{Em})$ à N constante

Commentaires

En faisant varier la valeur maximale U_{Em} de la tension d'entrée u_E du filtre tout en maintenant sa fréquence N constante (égale à 400 Hz par exemple), on constate que la tension de sortie u_S oscille toujours sinusoidalement comme u_E et à la même fréquence N . De plus, la valeur maximale U_{Sm} de u_S augmente proportionnellement à U_{Em} (Fig.5). Cette propriété confère au filtre la qualification de quadripôle linéaire.

Conclusion et définitions

Pour une fréquence donnée de la tension d'entrée d'un filtre, le rapport U_{Sm}/U_{Em} est constant. Par suite, il est considéré comme étant une caractéristique du filtre.

Par définition, on l'appelle fonction de transfert ou transmittance du filtre, on la note T .

$$T = U_{Sm} / U_{Em}$$

Étant caractérisé par une transmittance constante pour une fréquence donnée, le filtre est qualifié de quadripôle linéaire.

Remarque :

- Si $T < 1$, il y a filtrage avec atténuation du signal traité.
- Si $T = 1$, il y a uniquement filtrage.
- Si $T > 1$, en plus du filtrage, il y a amplification du signal traité.

2.2- LE GAIN D'UN FILTRE

La transmittance T d'un filtre peut varier dans un domaine très large [0,001 , 100 et même plus]. Pour rendre les différentes valeurs de T commodes à utiliser, il faut chercher à étirer les petites valeurs et à compresser les grandes valeurs. On introduit alors la grandeur "gain".

Le gain en tension d'un filtre, noté G , s'écrit par définition :

$$G = 20 \log T$$

Le gain est exprimé en décibels[⊙] de symbole dB. Il peut être mesuré directement à l'aide d'un décibelmètre.

Exemples :

T	10^{-3}	10^{-2}	10^{-1}	0,5	1	10	10^2
G(dB)	-60	-40	-20	-6	0	20	40

On remarque que :

- si $T > 1$, $G > 0$
- si $T = 1$, $G = 0$
- si $T < 1$, $G < 0$

Donc, le gain est une grandeur algébrique.

2.3- COURBE DE RÉPONSE D'UN FILTRE

On appelle courbe de réponse d'un filtre la courbe (\mathcal{C}_T) représentant $T = f(N)$ ou la courbe (\mathcal{C}_G) représentant $G = h(N)$.

De l'allure générale de (\mathcal{C}_T) (Fig.6), on peut déduire celle de (\mathcal{C}_G) (Fig.7).

Remarque :

Bien que l'on traite des signaux de basse fréquence, le domaine de variation de N , reste très large [0,1Hz - 300kHz ou plus]. Par suite, il est plus commode d'attribuer à l'axe des fréquences une échelle logarithmique, c'est-à-dire que l'on gradue l'axe des abscisses en logarithme décimal de N , ce qui explique la non linéarité de cette échelle (Fig.8).

Dans ce cas, le quadrillage dans lequel est tracée la courbe est dit semilogarithmique.

⊙décibel : du nom du physicien américain Graham Bell (1847 - 1922)

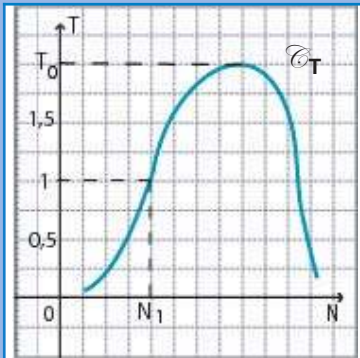


Fig.6 : Courbe de réponse $T = f(N)$

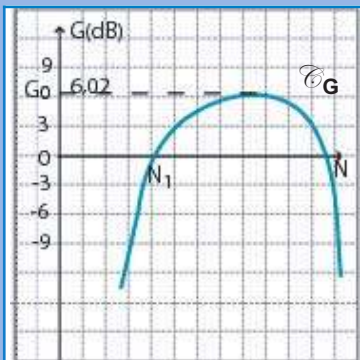


Fig.7 : Courbe de réponse $G = h(N)$

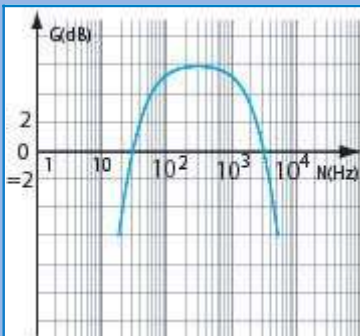


Fig.8 : Courbe de réponse $G = h(N)$ tracée dans un quadrillage semilogarithmique

3 BANDE PASSANTE ET FRÉQUENCE(S) DE COUPURE D'UN FILTRE

La forme générale de la courbe de réponse (Fig 6 , 7 ou 8) est caractérisée par un maximum T_0 ou G_0 .

Le filtre est passant lorsque sa transmittance T est telle que :

$$T \geq \frac{T_0}{\sqrt{2}}$$

Question

Montrer que $T \geq \frac{T_0}{\sqrt{2}}$ équivaut : $G \geq G_0 - 3 \text{ dB}$

La valeur $\frac{T_0}{\sqrt{2}}$ de T [ou $(G_0 - 3\text{dB})$ de G] peut être atteinte généralement avec deux fréquences différentes (Fig. 9a et 9b) :

- une fréquence inférieure appelée fréquence de coupure basse N_b ,
- une fréquence supérieure appelée fréquence de coupure haute N_h .

Définition

On appelle bande passante d'un filtre, l'intervalle des fréquences $[N_b, N_h]$ pour lesquelles: $T \geq \frac{T_0}{\sqrt{2}}$,

ce qui signifie : l'intervalle $[N_b, N_h]$ tel que $G \geq G_0 - 3 \text{ dB}$. La différence $(N_h - N_b)$ est la largeur de la bande passante.

Remarque :

L'étude des cas (objet du chapitre suivant : chap.7) montre qu'il y a des filtres caractérisés par une seule fréquence de coupure, la fréquence de coupure basse N_b ou bien la fréquence de coupure haute N_h . Par conséquent, leur bande passante sera définie par une seule limite (inférieure ou supérieure).

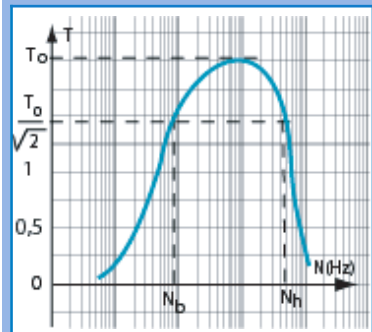


Fig.9a : Fréquences de coupure définies par $T = \frac{T_0}{\sqrt{2}}$

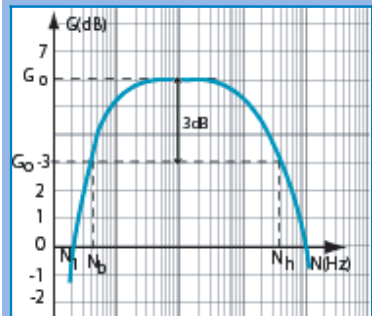


Fig.9b : Fréquences de coupure définies par $G = G_0 - 3 \text{ dB}$

Conclusion

Le filtre électrique est caractérisé par sa bande passante, domaine de fréquences pour lesquelles la chute de gain est inférieure à 3 dB. La sélectivité d'un filtre est définie par sa bande passante : plus la bande passante est étroite, plus le filtre est sélectif.

4 APPLICATIONS DES FILTRES

Les filtres servent à

- extraire ou supprimer la composante continue d'un signal (capteur de vitesse...),
- éliminer des fréquences indésirables dans les circuits électroniques (bruit haute fréquence, perturbations dues au réseau du secteur 50 Hz...),
- sélectionner une (ou des) bande(s) de fréquence :
 - ✓ en acoustique (haut-parleurs des chaîne Hi-Fi),
 - ✓ en télécommunication (sélection d'une station sur un poste radio, d'une chaîne de télévision, appel téléphonique avec un appareil à touches, ligne ADSL pour faire passer simultanément des conversations téléphoniques, des signaux de chaînes de télévision et des signaux de IP "Internet Protocol"...))

L'essentiel

- Le filtre électrique est un quadripôle qui ne transmet que les signaux de fréquence(s) comprise(s) dans un certain domaine.
- Le filtrage est une opération de tri des signaux électriques électriques selon leurs fréquences.
- Un signal sinusoïdal appliqué à l'entrée d'un filtre peut être récupéré à sa sortie plus ou moins amplifié ou atténué.
- La fonction de transfert (ou transmittance) d'un filtre est le rapport :

$$T = \frac{U_{Sm}}{U_{Em}}$$

- Le gain d'un filtre est : $G = 20 \log T$; c'est une grandeur sans dimension qui s'exprime en décibels;
- - Tout filtre atténuant le signal traité a un gain négatif ($G < 0$).
- Tout filtre amplifiant le signal traité a un gain positif ($G > 0$).
- Tout filtre n'affectant pas l'amplitude du signal traité a un gain nul ($G=0$).
- La bande passante à (-3dB) d'un filtre est l'intervalle des fréquences $[N_b, N_h]$ pour lesquelles :

$$G \geq G_0 - 3$$

où :

- G_0 est le gain maximal,
- N_b est la fréquence de coupure basse,
- N_h est la fréquence de coupure haute.

- Un filtre est passant pour tout signal électrique dont la fréquence appartient à sa bande passante.
- Un filtre est d'autant plus sélectif que sa bande passante est plus étroite.

Exercices

Exercice résolu

ÉNONCÉ

On alimente un filtre par un générateur BF délivrant entre ses bornes une tension sinusoïdale de fréquence N réglable : $u_E = U_{Em} \sin 2\pi N t$.

1°) Schématiser le montage réalisé et y faire apparaître les branchements nécessaires à la visualisation de la tension d'entrée u_E et de la tension de sortie u_S respectivement sur les voies Y_1 et Y_2 d'un oscilloscope bicourbe.

2°) La visualisation de u_E de fréquence N_1 donne l'oscillogramme de la figure 1 avec les réglages :

- sensibilité horizontale : 2 ms/div,
- sensibilité verticale : 1 V/div.

Déterminer graphiquement N_1 et U_{Em} .

3°) En visualisant simultanément la tension d'entrée u_E et la tension de sortie u_S avec les mêmes sensibilités que précédemment, on obtient les oscillogrammes (1) et (2) de la figure 2.

a) Identifier l'oscillogramme de u_S et comparer sa fréquence ainsi que sa phase initiale avec celles de u_E .

b) Calculer la transmittance correspondante T du filtre ; en déduire la valeur du gain G correspondant.

4°) En faisant varier la fréquence N de u_E , on constate que U_{Sm} atteint sa valeur la plus élevée 2,82 V pour $N_0 = 1,5$ kHz.

Calculer le gain correspondant G_0 du filtre.

5°) Comparer les gains G et G_0 ; en déduire que N_1 est une fréquence de coupure du filtre et préciser s'il s'agit de la fréquence de coupure basse ou bien de la fréquence de coupure haute. Justifier la réponse.

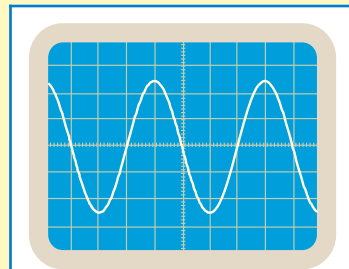


Fig.1 : $u_E(t)$

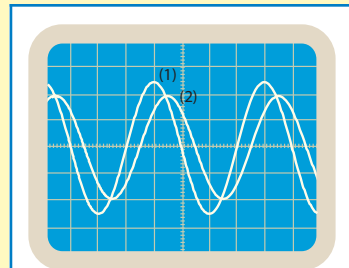
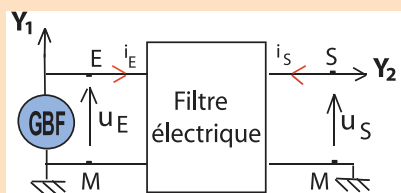


Fig.2 : $u_E(t)$ et $u_S(t)$

SOLUTION

1°) Le montage réalisé est schématisé dans la figure ci-contre, le générateur BF est branché à l'entrée E du filtre avec sa masse reliée au point commun M à l'entrée et à la sortie. Afin de visualiser u_E et u_S sur l'écran de l'oscilloscope, on relie l'entrée E et la sortie S respectivement aux



voies Y_1 et Y_2 de l'appareil. Toutefois, il est inutile de relier le point M à la masse de l'oscilloscope parce que celle-ci est automatiquement reliée à la masse du GBF via le fil de terre.

2°) On relève sur l'oscillogramme de la figure 1 :

- une période T_E sur 4 divisions. Or, une division horizontale représente 2ms. Donc, $T_E = 8\text{ms}$, ce qui signifie que u_E a une fréquence $N_1 = 125\text{ Hz}$.

- une amplitude crête à crête $2U_{Em}$ étalée sur 5 divisions. Or, une division verticale représente 1V. Donc, $U_{Em} = 2,5\text{V}$.

3°) a) De la même manière que précédemment, l'analyse de la figure 2 montre que l'oscillogramme (1) a une amplitude de 2,5V égale à celle u_E . Donc, l'oscillogramme d'amplitude 2V est celui de la tension de sortie u_S .

Le décalage horaire τ entre les oscillogrammes (1) et (2) étant partout le même et égal à $T_E/8$, on peut affirmer que u_S évolue au cours du temps avec la même fréquence N_1 que u_E et avec un déphasage de valeur absolue :

$$|\Delta\varphi| = \frac{2\pi\tau}{T_E} .$$

Les maximums de u_E sont atteints avant ceux de u_S . Donc, u_S est en retard de phase par rapport à u_E , ce qui signifie $\Delta\varphi = \varphi_S - \varphi_E < 0$.

Donc, avec $\varphi_E = 0$, on a :

$$\varphi_S = -\frac{\pi}{4} \text{ rad} .$$

b) La transmittance du filtre s'écrit : $T = U_{Sm}/U_{Em}$.

On a $U_{Em} = 2,5\text{ V}$; à la fréquence $N_1 = 125\text{ Hz}$, $U_{Sm} = 2\text{ V}$.

On a donc, $T_1 = 0,8$

Sachant que $G = 20 \cdot \log T$, on a à la fréquence N_1 : $G_1 = 20 \log T_1$.

A.N. : $G_1 = -1,938\text{ dB}$

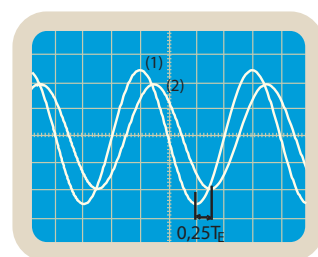
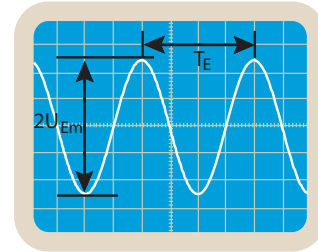
4°) A la fréquence N_0 : $G_0 = 20 \cdot \log T_0$. Or, $T_0 = U_{Sm0}/U_{Em}$ et $U_{Sm0} = 2,82\text{ V}$, ce qui donne :

$$G_0 = +1,046\text{ dB}$$

5°) $G_0 - G_1 = -2,984\text{ dB} \approx -3\text{ dB}$, ce qui caractérise la bande passante d'un filtre.

Donc, N_1 est une fréquence de coupure du filtre.

Etant inférieure à la fréquence N_0 du gain maximum, N_1 ne peut être que la fréquence de coupure basse.



Exercices à résoudre

Tests rapides des acquis

1 Items "vrai ou faux"

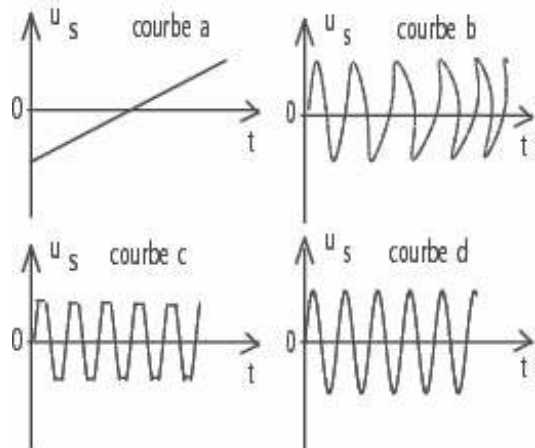
Evaluer les propositions suivantes par vrai ou faux.

- 1- Le filtrage est le traitement de l'amplitude des signaux électriques.
- 2- Tout filtre est un quadripôle.
- 3- Tout quadripôle est un filtre.
- 4- La fonction de transfert d'un filtre est l'inverse de sa transmittance.
- 5- La transmittance d'un filtre dépend de la fréquence de la tension d'entrée.
- 6- Le filtre est un quadripôle linéaire parce que l'amplitude du signal de sortie est proportionnelle à celle du signal d'entrée.
- 7- Le gain d'un filtre est supérieur à l'unité ($G > 1$ dB) lorsque sa transmittance T est positive.
- 8- La bande passante d'un filtre est l'intervalle des fréquences pour lesquelles on a $G > 3$ dB.
- 9- On est dans la bande passante à -3 dB d'un filtre tant que la transmittance de celui-ci est supérieure à $1/3$.
- 10- Le filtre ne transmet pas les signaux de fréquence supérieure à sa fréquence de coupure basse.
- 11- Les valeurs ($G_0 - 3$ dB) et ($G_0 + 3$ dB) du gain d'un filtre correspondent respectivement aux fréquences de coupure N_b et N_h .

2 Questions à Choix Multiples

Préciser pour chacune des questions suivantes, la (ou les) proposition(s) juste(s).

- I- Le filtre est un quadripôle servant à :
 - a- modifier la fréquence d'un signal ;
 - b- transmettre tout signal dont la fréquence appartient à un domaine bien déterminé ;
 - c- amplifier les tensions électriques.
- II- La courbe de réponse d'un filtre :
 - a- peut être celle représentant la fonction de transfert en fonction de la fréquence ;
 - b- est une droite linéaire ;
 - c- est une sinusoïde de même fréquence que celle de la tension d'entrée ;
 - d- peut être celle représentant le gain en fonction de la fréquence.
- III- La bande passante d'un filtre :
 - a- renferme uniquement sa fréquence propre, la fréquence de coupure basse et la fréquence de coupure haute ;
 - b- est limitée par une fréquence de coupure basse et une fréquence de coupure haute ;
 - c- est l'intervalle de fréquences où son gain est maximal.
- VI- Du fait que le filtre est un quadripôle linéaire, sa réponse à une tension sinusoïdale peut être représentée par :
 - a- la courbe a ;
 - b- la courbe b ;
 - c- la courbe c ;
 - d- la courbe d ;



Exercices d'application

3 La transmittance T d'un filtre en fonction de la fréquence N de la tension d'entrée u_E est donnée dans le tableau dessous :

N(Hz)	100	200	500	1000	2000	4000
T	25,14	25,14	17,79	12,60	6,31	3,17

1°) a) Rappeler l'expression du gain G d'un filtre en fonction de sa transmittance.

b) Reproduire le tableau, y ajouter une ligne pour le calcul de G .

c) Représenter sur une feuille de papier semi-logarithmique, $G = f(N)$.

2°) Déterminer:

a) le gain maximal G_0 .

b) la (ou les) fréquence(s) de coupure à -3dB.

4 Un filtre est commandé par une tension alternative sinusoïdale de fréquence N réglable de 20 Hz à 5k Hz et de valeur maximale constante ($U_{Em} = 1,000$ V).

On fait augmenter N à partir de sa valeur minimale tout en suivant l'indication d'un voltmètre branché à la sortie du filtre, on constate que :

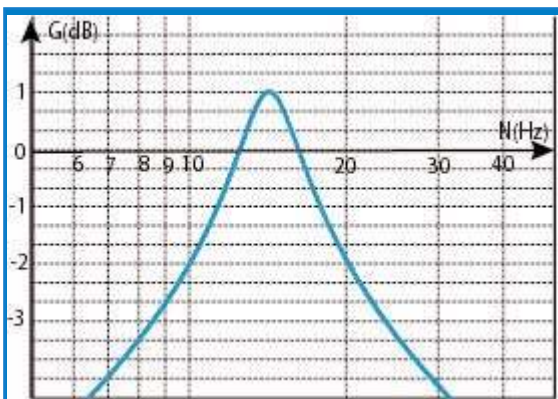
- le voltmètre indique 1V pour 44 et 52 Hz.
- la valeur maximale indiquée par le voltmètre est 1,414 V à une fréquence voisine de 48 Hz.

1°) Rappeler les expressions de la fonction de transfert T et du gain G d'un filtre.

2°) A quoi correspond l'indication maximale du voltmètre?

3°) Montrer que les fréquences 44 Hz et 52 Hz sont les fréquences de coupures du filtre.

5 La courbe ci-dessous représente l'évolution du gain G en décibels d'un filtre :



1°) Déterminer graphiquement :

a) le gain maximum G_0 et en déduire la valeur maximale de la fonction de transfert T_0 ,

b) les fréquences de coupure à -3 dB,

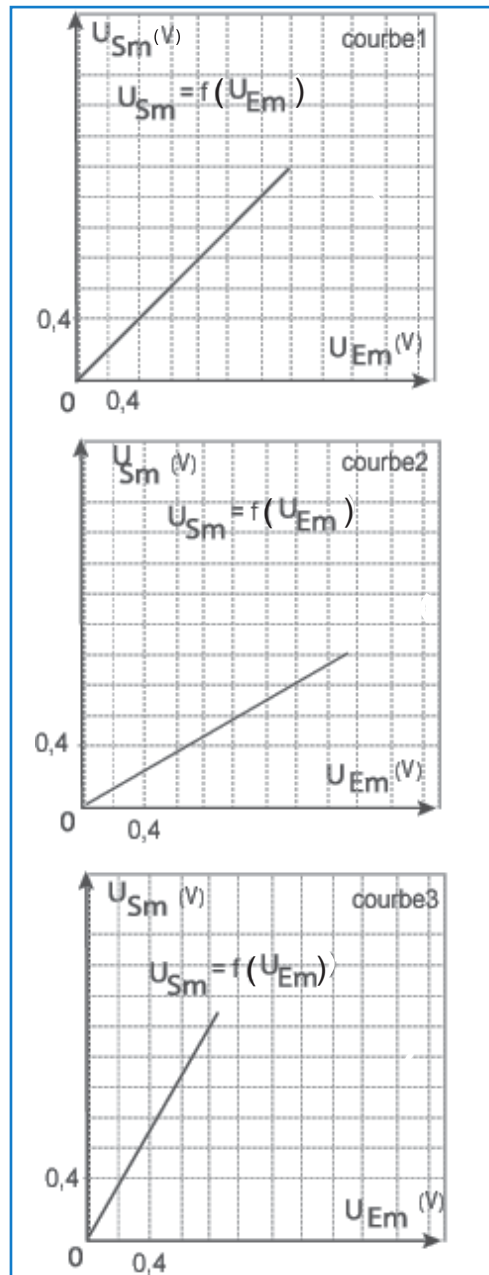
c) la bande passante et sa largeur ΔN .

2°) Calculer la valeur la plus élevée de U_{Sm} de la tension de sortie u_S sachant que $U_{Em} = 0,4$ V.

6 Pour chacune des courbes suivantes :

1°) calculer T_0 et G_0 pour $U_{Em} = 0,8$ V.

2°) préciser en le justifiant, si le signal traité est atténué, amplifié ou non affecté.



En savoir plus

LE FILTRAGE EN ACOUSTIQUE

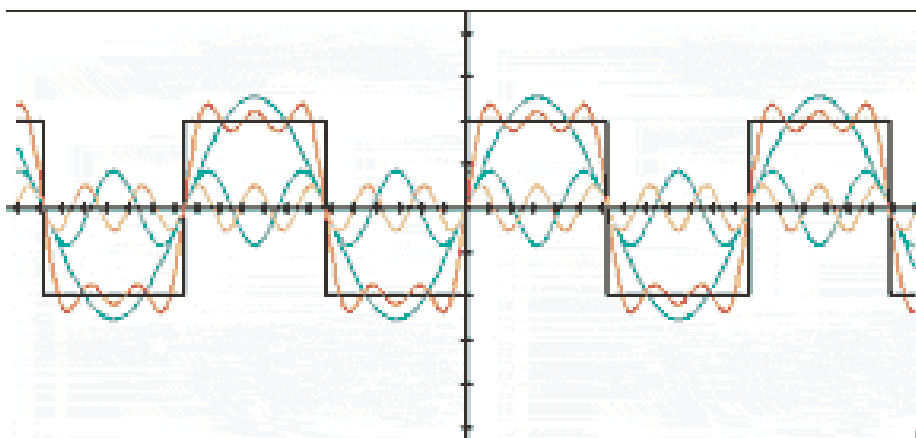
Chacun d'entre nous a eu l'occasion d'expérimenter le filtrage en tripotant les boutons de sa chaîne stéréo ou de son poste de radio.

En fait, tous les sons émis directement par les instruments de musique ou amplifiés par les hauts-parleurs sont des signaux résultant de l'addition plus ou moins complexe de signaux sinusoïdaux. Même quand l'oreille ne perçoit qu'une seule note de guitare par exemple, elle reçoit en vérité tout un tas de notes mélangées :

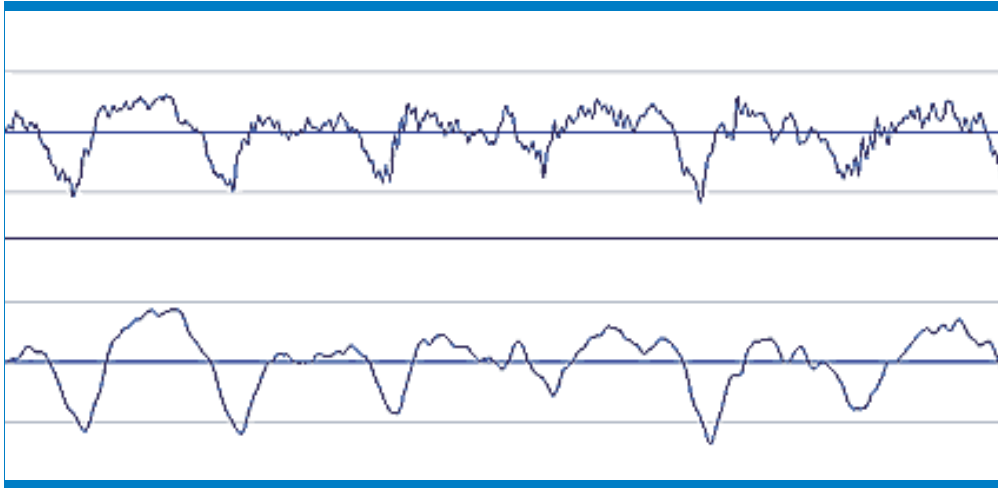
- la note principale de fréquence N_0 (celle que nous percevons),
- une note de fréquence double et de volume beaucoup plus faible,
- une note de fréquence triple et de volume encore plus faible,
- une note de fréquence quadruple et de volume encore beaucoup plus faible, etc.

Toutes les notes autres que la note principale sont appelées "harmoniques". Jouer avec un égaliseur (égaliseur) ou avec les boutons "basses", "aigus", "medium" revient simplement à amplifier ou à diminuer le volume des harmoniques.

La figure ci-dessous représente un exemple de signal carré décomposé en une somme de sinusoïdes : Un signal riche en aigus apparaîtra très accidenté et pourvu de "pointes" lorsque nous le visualiserons. Un signal pauvre en aigus se traduit par un graphique tout en rondeur.

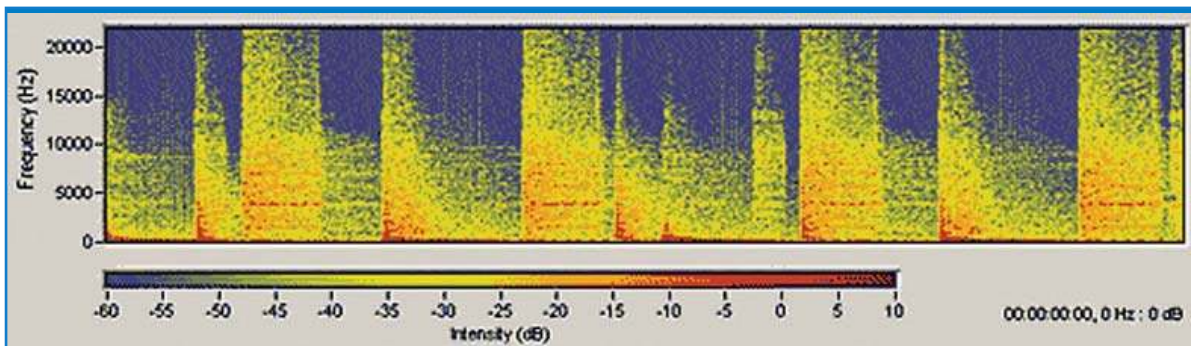


Dans la figure ci-dessous, on identifie en haut un signal riche en aigus et, en bas, le même signal filtré et débarrassé de ses aigus.



Le filtrage des aigus permet d'atténuer les "sifflantes" (les ss et les ff) et les occlusives (p, t, q, etc.) qui peuvent gêner l'écoute. Certains chanteurs et chanteuses ont tendance à produire ces sons avec un volume élevé. Certains filtres appelés "Dresseurs" sont dédiés à ce type de correction.

Certains logiciels ou plug-ins vous proposent de visualiser le graphique des harmoniques composant un signal. Ce type de graphique appelé spectrogramme ressemble à ceci :



La couleur du spectrogramme change en fonction du nombre d'harmoniques existantes aux différentes fréquences. On peut donc voir la quantité de graves et d'aigus présents dans le son au fur et à mesure de son développement dans le temps.

Le filtre passe-haut bloque les harmoniques basses et moyennes et laisse passer les harmoniques aiguës.

Le filtre passe-bas bloque les harmoniques hautes et moyennes et laisse passer les harmoniques basses.

Le filtre passe-bande bloque les harmoniques hautes et basses et laisse passer les harmoniques moyennes. Le filtre à bande étroite, ne laissant passer qu'une fine bande de fréquences est appelé "notch". Certains modules sont constitués d'un ensemble de plusieurs filtres "notch", on parle alors de "filtre en peigne".

L'effet wha-wha est un filtre passe-bas/passe-bande dont la fréquence de coupure oscille autour d'une valeur assez haute (les basses et les mediums passent intégralement, les aigus ne passent plus au-delà de la fréquence de coupure). Ce type de filtrage donne à un son l'apparence d'une voyelle, a, o, ou, selon la fréquence choisie. Un filtre qui vise à transformer les sons de cette façon est appelé "humanizer". Il ne s'agit en réalité que d'un filtre wha-wha dont l'utilisateur peut figer et ajuster la fréquence du filtrage.

Toute chaîne hi-fi et la carte son d'un ordinateur ont chacune des limites de fréquences au delà desquelles elles sont incapables de reproduire les sons. Les fréquences de moins de 10 hertz et de plus de 25 000 hertz sont généralement "oubliées" des systèmes de reproduction (ces valeurs correspondent à des systèmes de bonne qualité). Cela n'est pas très grave concernant la reproduction de musique dans la mesure où ces fréquences ne sont pas perçues par l'oreille humaine.

D'après www.freesoundeditor.com

Objectifs

- ◆ Réaliser un filtre (passe bas, passe haut, passe bande).
- ◆ Etablir l'expression de la fonction de transfert T d'un filtre.
- ◆ Calculer le gain d'un filtre.
- ◆ Tracer la courbe de réponse $U_{Sm} = f(N)$ [ou $G = f(N)$] d'un filtre.
- ◆ Déterminer la (ou les) fréquence(s) de coupure et la largeur de la bande passante d'un filtre.
- ◆ Distinguer le filtre actif du filtre passif.

Prérequis

SAVOIR	SAVOIR FAIRE
<ul style="list-style-type: none"> ◆ Définir un quadripôle. ◆ Définir une tension sinusoïdale. ◆ Exprimer la valeur maximale de l'intensité du courant parcourant un circuit RLC série en régime sinusoïdal forcé. ◆ Exprimer le facteur de surtention à la résonance d'un circuit RLC série. ◆ Définir la fonction de transfert d'un filtre. ◆ Définir le gain d'un filtre en décibels. ◆ Exprimer le gain d'un filtre en décibels. ◆ Définir les fréquences de coupure d'un filtre. ◆ Définir la bande passante d'un filtre. 	<ul style="list-style-type: none"> ◆ Utiliser la convention récepteur. ◆ Distinguer entre l'entrée et la sortie d'un filtre. ◆ Visualiser simultanément deux tensions à l'oscilloscope. ◆ Mesurer à l'oscilloscope : <ul style="list-style-type: none"> - la valeur maximale d'une tension ; - le déphasage entre deux tensions sinusoïdales. ◆ Mesurer la valeur efficace d'une tension sinusoïdale avec un voltmètre. ◆ Appliquer la loi des mailles. ◆ Appliquer la loi des noeuds. ◆ Utiliser les propriétés d'un amplificateur opérationnel idéal. ◆ Faire une construction de Fresnel.

EXEMPLES DE FILTRES

7

En HiFi, les égaliseurs utilisés sont des filtres dont la technologie fait généralement intervenir des amplificateurs opérationnels.



- ◆ Les filtres sont indissociables de l'acoustique, de la radiophonie et de plusieurs autres domaines. Sans eux, on aurait du mal à concevoir des chaînes HiFi, des émetteurs, des récepteurs, etc. Comment fonctionnent-ils ?
- ◆ Pourquoi appelle-t-on les filtres utilisés dans le domaine des asservissements, des correcteurs ?

EXEMPLES DE FILTRES

Dans le traitement des signaux électriques en fréquence, on cherche à utiliser les filtres qui conviennent mieux par leur sélectivité et par le gain qu'ils offrent à leur sortie. Il est fort intéressant alors de déterminer ces spécifications particulières et d'identifier les facteurs dont elles dépendent.

1 FILTRES PASSE BAS

1.1- FILTRE PASSE BAS PASSIF

1.1.1- Courbes de réponse $G = f(N)$

Manipulation

Avec un générateur BF délivrant une tension sinusoïdale $u_E(t) = U_{Em} \sin(2\pi Nt)$ d'amplitude $U_{Em} = 5V$ et de fréquence N réglable, on alimente le quadripôle de la figure 1, formé par un condensateur de capacité $C_1 = 0,47 \mu F$ et un résistor de résistance $R_1 = 318 \Omega$.

Pour suivre simultanément l'évolution de la tension d'entrée $u_E(t)$ et de la tension de sortie (tension aux bornes du condensateur) $u_S(t)$ au cours du temps, on branche l'entrée et la sortie du quadripôle respectivement sur les voies Y_1 et Y_2 d'un oscilloscope bicourbe.

En fixant N à la valeur $N_1 = 700 \text{ Hz}$ par exemple, on obtient les oscillogrammes de la figure 2 (avec les mêmes sensibilités verticales : 2 V/div).

En faisant varier la fréquence N , on obtient les mesures consignées dans le tableau suivant :

$N(\text{Hz})$	10	50	10^2	2.10^2	5.10^2	10^3	2.10^3	5.10^3	10^4	10^5
$U_{Sm}(\text{V})$	5	5	5	4,9	4,44	3,60	2,30	1,01	0,52	0,05

En plus, on constate que u_S évolue au cours du temps en retard de phase par rapport à u_E :

le déphasage $\Delta\varphi = \varphi_S - \varphi_E$, où φ_S et φ_E sont respectivement les phases initiales de u_S et de u_E , est d'autant plus remarquable que la fréquence N est plus élevée.

Remarque : On peut mesurer les valeurs efficaces U_E et U_S à l'aide de voltmètres. Si l'on dispose d'un voltmètre électronique, on peut mesurer directement la transmittance pour $N > 1 \text{ kHz}$.

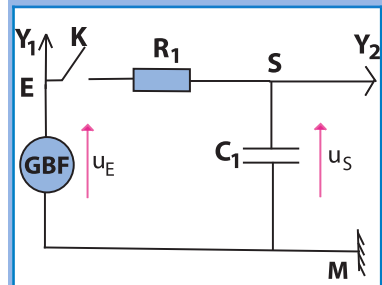


Fig.1 : Schéma d'un filtre passe bas

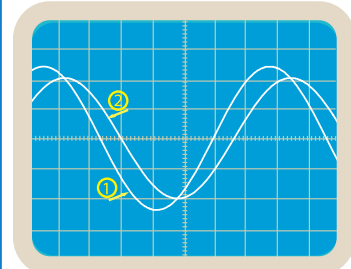


Fig.2 : $u_E(t)$ et $u_S(t)$ à $N_1=700 \text{ Hz}$

Questions

1°) A l'aide des oscillogrammes de la figure 2, comparer U_{Sm} à U_{Em} et vérifier que u_S est en retard de phase par rapport à u_E .

2°) Relever du tableau la valeur la plus élevée U_{Smo} de U_{Sm} , calculer $\frac{U_{Smo}}{\sqrt{2}}$, comparer les différentes valeurs de U_{Sm} à $\frac{U_{Smo}}{\sqrt{2}}$ et en déduire que le quadripôle RC est un filtre.

3°) Reproduire le tableau des mesures et y ajouter une ligne pour le calcul du gain G du filtre.

4°) Tracer les courbes représentant l'évolution de U_{Sm} et G en fonction de N en adoptant une échelle logarithmique en abscisse.

5°) Décrire chacune des deux courbes, déterminer graphiquement la (ou les) fréquence(s) de coupure du filtre et en déduire la largeur de sa bande passante.

6°) Sachant qu'à la fréquence de coupure trouvée, on obtient les oscillogrammes de la figure 3, calculer le déphasage $\Delta\varphi = \varphi_S - \varphi_E$ caractérisant ce cas particulier.

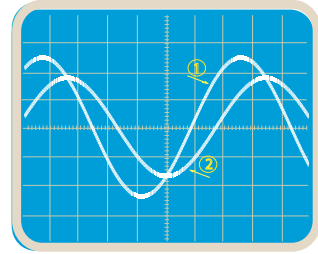


Fig.3 : $u_E(t)$ et $u_S(t)$ à la fréquence de coupure

Analyse et commentaire

L'expérience réalisée montre qu'en appliquant à l'entrée du quadripôle RC (avec le condensateur du côté de la masse) une tension sinusoïdale u_E de fréquence N , on récupère à la sortie du quadripôle (aux bornes du condensateur) une tension u_S de même fréquence N que u_E . Donc, il s'agit d'un quadripôle linéaire. D'autre part, aux très basses fréquences, $U_{Smo} = U_{Em}$. Mais, lorsque N est de plus en plus élevée, U_{Sm} diminue jusqu'à atteindre des valeurs inférieures à $\frac{U_{Smo}}{\sqrt{2}}$. Donc, un tel quadripôle linéaire est un filtre.

La courbe de la figure 4 représente l'évolution du gain G en fonction de la fréquence N .

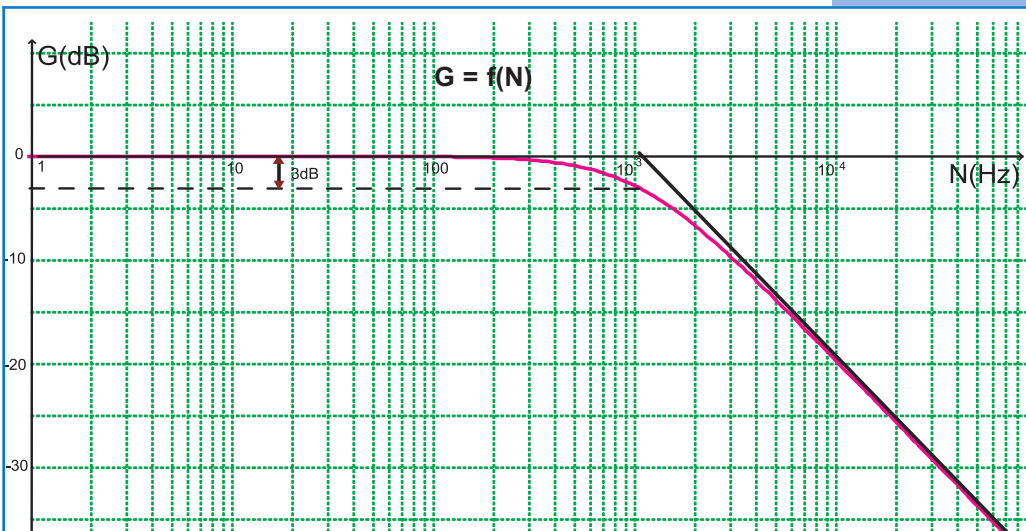


Fig.4 : Courbe de réponse $G = f(N)$ du filtre RC

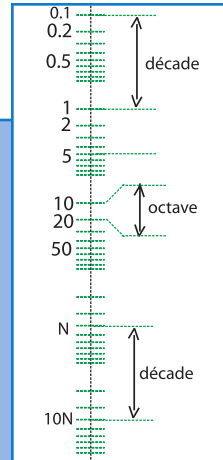
On a : $G = (G_0 - 3 \text{ dB})$, avec $G_0 = 0 \text{ dB}$ pour une fréquence unique égale à 1070 Hz.

Pour $N < 1070 \text{ Hz}$, la chute de gain est inférieure à 3 dB. Donc, il s'agit d'un filtre passe bas et 1070 Hz est la fréquence de coupure haute : $N_h = 1070 \text{ Hz}$. Par suite, la bande passante $[0, 1070\text{Hz}]$ du filtre a comme largeur : $\Delta N = 1070 \text{ Hz}$.

Remarque : Etant réalisé uniquement avec des composants passifs (condensateur, résistor), un tel filtre est dit passif.

La tangente à la partie de la courbe correspondant aux hautes fréquences coupe l'axe des fréquences au point d'abscisse N_h et sa pente est égale à $(- 20 \text{ dB})$ par décade ◉.

- ◉ Décade : rapport de 10.
Octave : rapport de 2.



Question

A l'aide de la même tangente, montrer que l'atténuation de 20 dB/décade est équivalente à une atténuation de 6 dB/octave ◉.

1.1.2- Facteurs dont dépend la fréquence de coupure d'un filtre passe bas

Manipulation

♦ **Expérience 1**

On reprend le montage de la figure 1 avec un condensateur de capacité C réglable et on garde $R_1 = 318 \Omega$ (Fig.5). Pour chacune des valeurs de la capacité C ($C_2 = 0,30 \mu\text{F}$; $C_3 = 0,90 \mu\text{F}$) du condensateur, on trace les deux courbes $G = f(N)$ correspondant respectivement à C_2 et C_3 dans le même système d'axes que celui de la courbe obtenue avec C_1 (Fig.6).

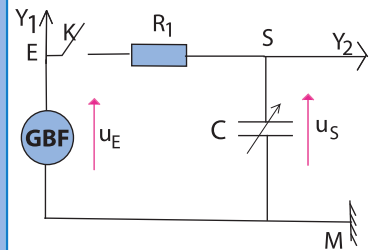


Fig.5 : Filtre passe bas avec capacité réglable

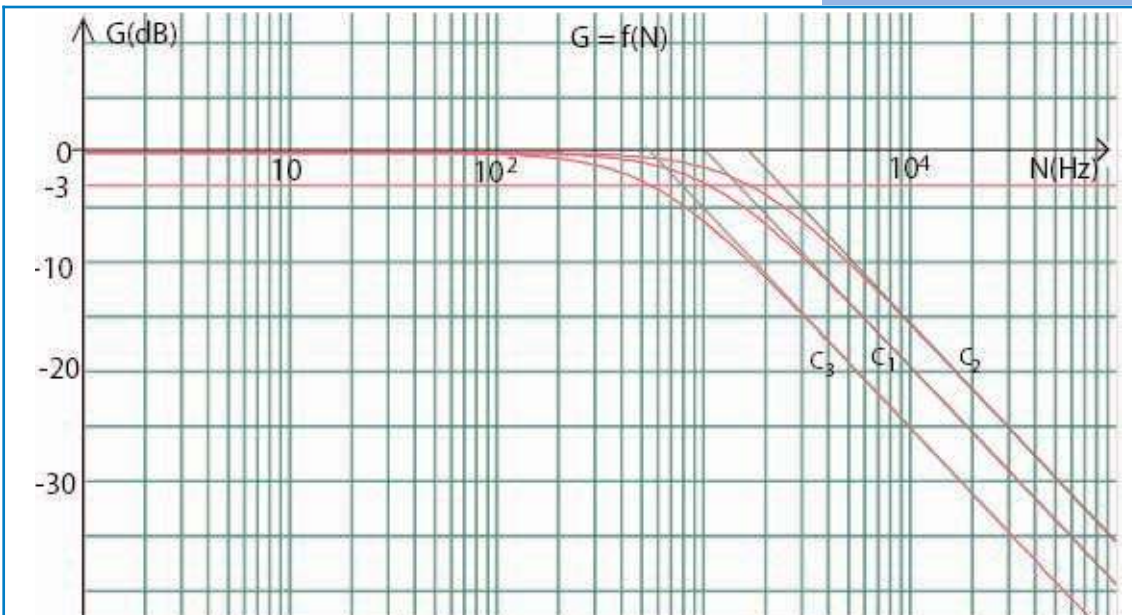


Fig.6 : Influence de C sur la fréquence de coupure

Questions

1°) Déterminer graphiquement et approximativement les fréquences de coupure hautes N_{h2} et N_{h3} obtenues respectivement avec C_2 et C_3 .

2°) Calculer pour les trois cas étudiés, le produit $N_h \cdot C$; comparer les valeurs trouvées entre elles et en déduire que la fréquence de coupure N_h est inversement proportionnelle à C .

♦ Expérience 2

On reprend le montage de la figure 1 avec $C_1 = 0,47 \mu\text{F}$ et un résistor de résistance R réglable (Fig.7). Pour chacune des valeurs de la résistance R ($R_2 = 500 \Omega$; $R_3 = 1 \text{ k}\Omega$) du résistor, on trace les deux courbes $G = f(N)$ correspondant respectivement à R_2 et R_3 dans le même système d'axes que celui de la courbe obtenue avec R_1 (Fig.8).

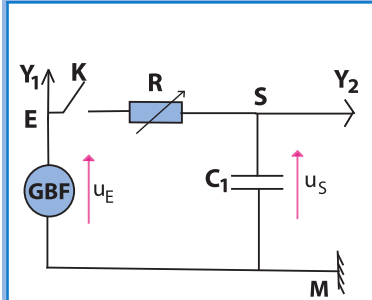


Fig.7 : Filtre passe bas avec résistance réglable

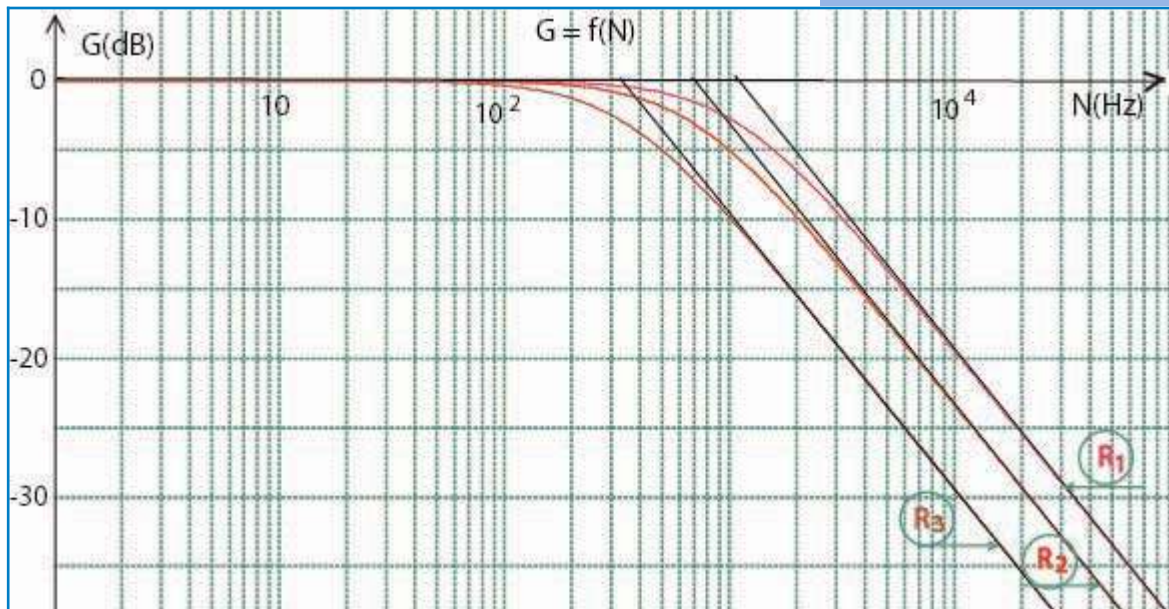


Fig.8 : Influence de R sur la fréquence de coupure

Questions

1°) Déterminer graphiquement et approximativement les fréquences de coupure hautes N'_{h2} et N'_{h3} obtenues respectivement avec R_2 et R_3 .

2°) Calculer pour les trois cas de R , le produit $N_h \cdot R$; comparer les valeurs trouvées entre elles et en déduire que N_h est inversement proportionnelle à R .

Récapitulation

- Avec R constante, N_h est inversement proportionnelle à C .
- Avec C constante, N_h est inversement proportionnelle à R .

Donc, la fréquence de coupure N_h est inversement proportionnelle à la constante de temps $\tau = RC$, ce qui signifie :

$N_h = \frac{1}{k} \times \frac{1}{RC}$, où k est une constante dont le calcul par recours à l'une des valeurs de N_h trouvées donne : $k = 2\pi$.

On a alors :

$$N_h = \frac{1}{2\pi RC}$$

1.1.3- Étude théorique

Expression de $u_S(t)$

Lorsqu'on ferme l'interrupteur k , le circuit de la figure 1 est équivalent à celui de la figure 9.

On a : $u_R(t) + u_S(t) = u_E(t)$

Or, $u_S(t) = u_C(t)$

En convention récepteur :

$u_C(t) = \frac{q(t)}{C_1}$, où q est la charge portée par l'armature du

condensateur vers laquelle est orienté le sens du courant.

$u_R(t) = R_1 i(t)$. D'où : $u_S + R_1 i = u_E$

Or, $i = \frac{dq}{dt}$ et $u_S = \frac{q}{C_1}$, ce qui équivaut : $q = C_1 u_S$.

Donc, $u_R = R_1 C_1 \frac{du_S}{dt}$.

Ceci conduit à l'équation différentielle en u_S :

$$u_S + R_1 C_1 \frac{du_S}{dt} = u_E$$

Avec $u_E = U_{Em} \sin(\omega t + \varphi_E)$, cette équation admet comme solution particulière : $u_S(t) = U_{Sm} \sin(\omega t + \varphi_S)$.

C'est bien l'expression de u_S en régime permanent du filtre.

φ_E et φ_S sont les phases initiales respectivement de u_E et de u_S .

Expression de la transmittance T du filtre

On a : $T = \frac{U_{Sm}}{U_{Em}}$

U_{Em} étant donnée, pour déterminer T , il faut établir l'expression de U_{Sm} .

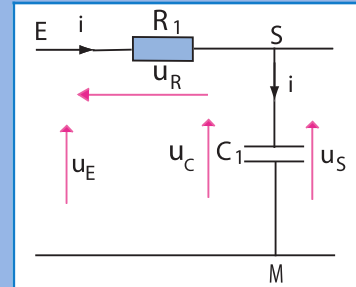


Fig.9 : Schéma du circuit du filtre

Pour ce, il est commode de recourir à la méthode de Fresnel.

$$u_s(t) \rightarrow \overline{OA_1} [U_{Sm}, \varphi_s]$$

$$R_1 C_1 \frac{du_s(t)}{dt} \rightarrow \overline{OA_2} \left[R_1 C_1 \omega U_{Sm}, \varphi_s + \frac{\pi}{2} \right]$$

$$u_E(t) \rightarrow \overline{OA} [U_{Em}, \varphi_E]. \quad \overline{OA}, \quad \overline{OA_2}, \quad \text{et} \quad \overline{OA_1} \text{ sont}$$

$$\text{tels que : } \overline{OA_1} + \overline{OA_2} = \overline{OA} \text{ car } u_E = u_s + R_1 C_1 \frac{du_s(t)}{dt}$$

D'où la construction de Fresnel de la figure 10.

Le triangle OA_1A étant rectangle en A_1 , on a :

$$U_{Em}^2 = U_{Sm}^2 + (R_1 C_1 \omega U_{Sm})^2$$

$$\text{ce qui équivaut : } \left(\frac{U_{Sm}}{U_{Em}} \right)^2 = \frac{1}{1 + (R_1 C_1 \omega)^2}.$$

$$\text{Or, } T = \frac{U_{Sm}}{U_{Em}}. \text{ Donc, } T = \frac{1}{\sqrt{1 + (R_1 C_1 \omega)^2}}, \text{ ce qui revient à écrire:}$$

$$T = \frac{1}{\sqrt{1 + (2\pi R_1 C_1 N)^2}} \text{ sachant que } \omega = 2\pi N.$$

$R_1 C_1 \omega > 0$, d'où $\sqrt{1 + (R_1 C_1 \omega)^2} > 1$. Donc, $T < 1 \forall N$.

Toutefois, aux très basses fréquences, $R_1 C_1 \omega$ devient négligeable devant 1. Par conséquent $T \approx 1$

Remarque :

$$U_{Em} = Z I_m \text{ avec } Z = \sqrt{R_1^2 + \left(\frac{1}{C_1 \omega}\right)^2}$$

$$U_{Sm} = Z_C I_m \text{ avec } Z_C = \frac{1}{C_1 \omega}. \text{ Donc, } T = \frac{Z_C}{Z}$$

Expression du gain

$$G = 20 \log T.$$

$$\text{On a donc : } G = 20 \log \left(\frac{1}{\sqrt{1 + (2\pi R_1 C_1 N)^2}} \right)$$

$$\text{Finalement : } G = -10 \log \left[1 + (2\pi R_1 C_1 N)^2 \right]$$

T étant inférieure à l'unité $\forall N$, le gain G est < 0 .

A la limite, quand $N \rightarrow 0$, $G \rightarrow 0$

Bande passante

La bande passante à (-3 dB) est telle que :

$$G \geq (G_0 - 3 \text{ dB})$$

Ce qui signifie :

$$-10 \log \left[1 + (2\pi R_1 C_1 N)^2 \right] \geq -3, \text{ car } G_0 = 0 \text{ dB}$$

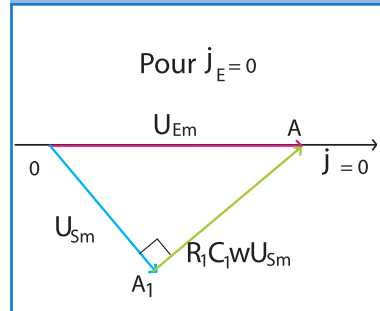


Fig.10 : Construction de Fresnel

$$\text{Par suite, } \log \left[1 + (2\pi R_1 C_1 N)^2 \right] \leq 0,3.$$

$$\text{D'où, } 2\pi R_1 C_1 N \leq \sqrt{10^{0,3} - 1}$$

$$2\pi R_1 C_1 N \leq 0,998. \text{ Or, } 0,998 \approx 1$$

$$\text{Donc, } N \leq \frac{1}{2\pi R_1 C_1}.$$

$$N \leq N_h \text{ avec } N_h = \frac{1}{2\pi R_1 C_1} : \text{ fréquence de coupure haute.}$$

Donc, il s'agit d'un filtre passe bas de bande passante :

$$\left[0, \frac{1}{2\pi R_1 C_1} \right]$$

Application

Pour le filtre RC réalisé avec $R_1 = 318 \, \Omega$ et $C_1 = 0,47 \, \mu\text{F}$, le calcul donne $N_h = 1064 \, \text{Hz}$, ce qui est très proche de la valeur expérimentale 1070 Hz.

Questions :

1°) Vérifier de même pour les autres cas étudiés expérimentalement qu'il y a toujours accord entre la valeur théorique et la valeur expérimentale de N_h .

2°) Montrer que le gain s'écrit : $G = -10 \log(1 + x^2)$, où $x = N/N_h$.

Remarque

La fréquence de coupure haute ne dépend que des grandeurs R et C caractéristiques du filtre, donc c'est une grandeur caractéristique du filtre.

Déphasage de u_S par rapport à u_E

$$\Delta\varphi = \varphi_S - \varphi_E \text{ (cas où } \varphi_E = 0 \text{ rad)}$$

D'après la construction de la figure 11, $\Delta\varphi < 0 \, \forall N$.

De plus, $-\frac{\pi}{2} \text{ rad} < \Delta\varphi < 0$, ce qui signifie que la tension de sortie $u_S(t)$ évolue toujours en retard de phase par rapport à la

tension d'entrée $u_E(t)$. De plus, $\text{tg}\Delta\varphi = -\frac{\|A_1 A\|}{\|OA_1\|}$, ce qui donne :

$$\text{tg}\Delta\varphi = -R_1 C_1 \omega. \text{ Il vient donc: } \text{tg}\Delta\varphi = -\frac{N}{N_h}$$

- Quand $N \rightarrow 0$, $\text{tg}\Delta\varphi \rightarrow 0$. Donc, $\varphi_S \rightarrow 0$: u_S en phase avec u_E

- Quand $N \rightarrow \infty$, $\text{tg}\Delta\varphi \rightarrow -\infty$. Donc, $\varphi_S \rightarrow -\frac{\pi}{2} \text{ rad}$.

- Quand $N \rightarrow N_h$, $\text{tg}\Delta\varphi \rightarrow -1$. Donc, $\varphi_S \rightarrow -\frac{\pi}{4} \text{ rad}$.

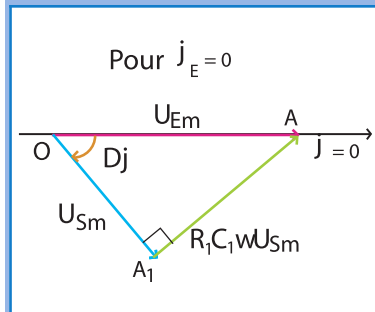


Fig.11 : Déphasage entre u_S et u_E

Conclusion

Le quadripôle RC (avec condensateur relié à la masse) est un filtre passe bas caractérisé par la fréquence de coupure haute : $N_h = \frac{1}{2\pi RC}$

La tension de sortie u_S d'un filtre passe bas RC est toujours en retard de phase par rapport à la tension d'entrée.

Pour $N = N_h$, $\Delta\varphi = \varphi_S - \varphi_E = -\pi/4$ rad.

Le filtre est passif (absence de composants actifs, $G < 0 \dots$)

1.2- FILTRE PASSE BAS ACTIF

1.2.1- Courbe de réponse $G = f(N)$

Manipulation

A l'aide d'un amplificateur opérationnel (le $\mu A741$ par exemple), un condensateur de capacité $C_1 = 0,47 \mu F$ et deux résistors de résistances respectives $R_0 = 159 \Omega$ et $R_1 = 318 \Omega$, on réalise le quadripôle de la figure 12. L'entrée est alimentée par un générateur BF délivrant une tension sinusoïdale.

$u_E(t) = 2\sin(2\pi Nt + \varphi_E)$, où la fréquence N est réglable.

On réalise les branchements indispensables à la visualisation de la tension d'entrée $u_E(t)$ sur la voie Y_1 et la tension de sortie $u_S(t)$ sur la voie Y_2 d'un oscilloscope bicourbe.

On règle la fréquence du GBF à la valeur $N_1 = 1$ kHz et on ferme l'interrupteur K . Les oscillogrammes (1) et (2) de la figure 13 apparaissent sur l'écran de l'oscilloscope avec les mêmes sensibilités verticales (1 V/div).

Le circuit étant fermé, on augmente progressivement N et on suit l'évolution de u_S , ce qui permet de tracer la courbe de réponse $G = f(N)$ de la figure 14.

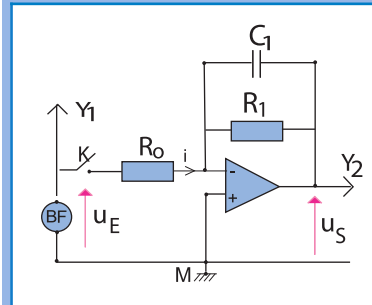


Fig.12 : Circuit RC monté autour d'un amplificateur opérationnel

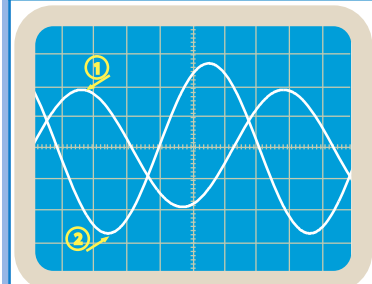


Fig.13 : $u_E(t)$ et $u_S(t)$ à $N_1 = 1$ kHz

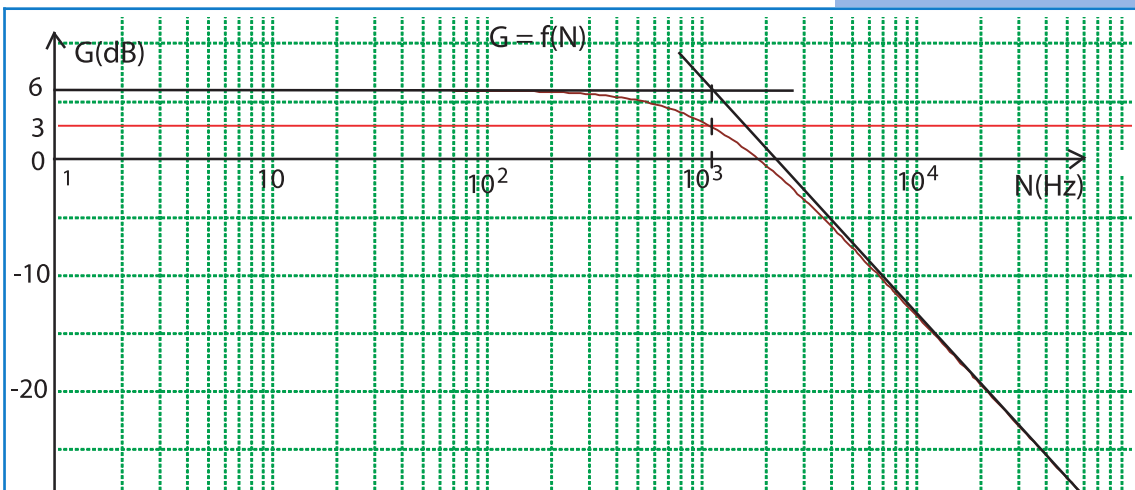


Fig.14 : Courbe de réponse du filtre

Questions

1°) A l'aide des oscillogrammes de la figure 13 :

a) montrer que le quadripôle est linéaire.

b) montrer qu'à la fréquence N_1 , u_S est en avance de phase par rapport à u_E et $U_{Sm} > U_{Em}$.

c) calculer T et G à la fréquence N_1 .

2°) A l'aide de la courbe $G = f(N)$, déterminer :

a) la valeur la plus élevée G_0 de G , calculer $(G_0 - 3\text{dB})$, comparer les différentes valeurs de G à $(G_0 - 3\text{dB})$ et en déduire que le quadripôle utilisé est un filtre.

b) la (ou les) fréquence(s) de coupure du filtre et la largeur de sa bande passante. En déduire qu'il s'agit encore d'un filtre passe bas.

3°) a) Ce filtre est dit actif tandis que le filtre RC est considéré comme étant passif. Pourquoi ?

b) En exploitant la valeur de G_0 des deux filtres étudiés dans les paragraphes 1.1 et 1.2, préciser ce qui différencie le filtre actif du filtre passif.

Analyse et commentaire

La tension d'entrée u_E étant sinusoïdale de fréquence N , la visualisation à l'oscilloscope montre qu'on récupère à la sortie du quadripôle une tension u_S sinusoïdale synchrone avec u_E . Donc, le quadripôle étudié est linéaire.

D'autre part, aux basses fréquences, G est supérieur à $(G_0 - 3\text{dB})$. Mais, lorsque N est de plus en plus élevée, G diminue jusqu'à atteindre des valeurs inférieures à $(G_0 - 3\text{dB})$.

Donc, le quadripôle linéaire étudié est un filtre. En plus, ce filtre réalisé autour d'un composant actif (amplificateur opérationnel) est dit actif.

Le gain $(G_0 - 3\text{dB})$ est obtenu pour une seule fréquence sensiblement égale à 1050 Hz.

Tant que N est inférieure à 1050 Hz, la chute de gain est inférieure à 3 dB. Donc, il s'agit d'un filtre passe bas et la fréquence 1050 Hz est la fréquence de coupure haute : $N_h = 1050\text{ Hz}$.

La bande passante du filtre est $[0, 1050 \text{ Hz}]$.

Le gain G est positif pour certaines fréquences N , ce qui signifie que sur un certain domaine de N , $T > 1$ et par suite, $U_{Sm} > U_{Em}$. Donc, le filtrage obtenu avec le filtre réalisé autour d'un amplificateur opérationnel est effectué avec une possibilité d'amplifier le signal, ce qui n'est pas possible avec le filtre passif RC.

La tangente à la partie de la courbe correspondant aux hautes fréquences coupe la droite $G = G_0$ au point d'abscisse N_h et sa pente est de (-20 dB) par décade.

En ce qui concerne le déphasage $\Delta\varphi$ entre u_S et u_E , contrairement au cas du filtre passif RC, en plus de la construction de Fresnel ($\Delta\varphi > 0$) relative à $N_1 = 1 \text{ kHz}$ (Fig.13), l'expérience montre que lorsque N croît de zéro à l'infini, $\Delta\varphi$ diminue de 180° jusqu'à 90° .

A la fréquence de coupure N_h , $\Delta\varphi = 135^\circ$, c'est-à-dire $\Delta\varphi = (180^\circ - 45^\circ)$

1.2.2- Facteurs dont dépend la fréquence de coupure du filtre

Manipulation

♦ Expérience 1

On reprend le montage de la figure 12 avec un condensateur de capacité C réglable tout en gardant $R_0 = 159 \Omega$ et $R_1 = 318 \Omega$ (Fig.15). Pour chacune des valeurs $C_2 = 0,235 \mu\text{F}$ et $C_3 = 0,94 \mu\text{F}$ de la capacité C du condensateur, on trace les deux courbes $G = f(N)$ correspondant à C_2 et à C_3 dans le même système d'axes que celui de la courbe obtenue avec C_1 . Ainsi, on obtient la série des trois courbes de réponse de la figure 16.

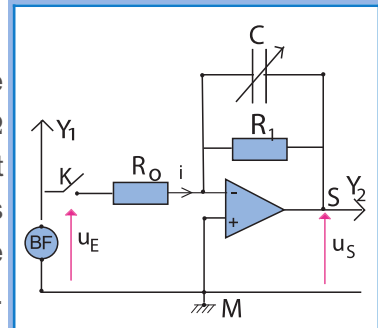
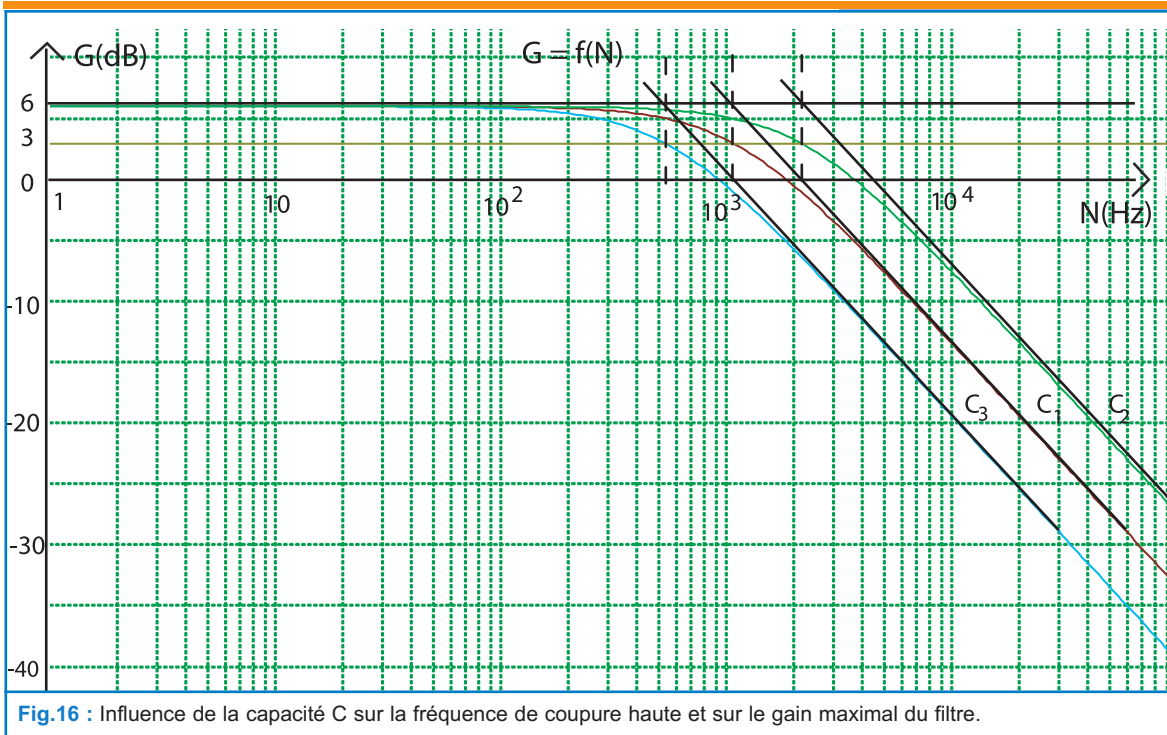


Fig.15 : Filtre actif à capacité réglable



Questions

1°) Déterminer graphiquement et approximativement :

- le gain maximal G_0 et préciser s'il dépend de C .
- les fréquences de coupure hautes N_{h2} et N_{h3} obtenues respectivement avec C_2 et C_3 .

2°) Calculer, pour les trois cas étudiés, le produit $N_h \cdot C$; comparer les valeurs trouvées entre elles et en déduire que N_h est inversement proportionnelle à C .

♦ Expérience 2

On reprend le montage de la figure 12 avec un résistor de résistance R_0 réglable et on garde $R_1 = 318 \Omega$ et $C_1 = 0,47 \mu\text{F}$ (Fig.17).

Pour chacune des valeurs $R'_0 = 318 \Omega$ et $R''_0 = 636 \Omega$ de la résistance réglable du résistor monté à l'entrée inverseuse de l'amplificateur opérationnel, on trace les deux courbes $G = f(N)$ correspondant à R'_0 et R''_0 dans le même système d'axes que celui de la courbe obtenue avec R_0 . Ainsi, on obtient la série des trois courbes de réponse de la figure 18.

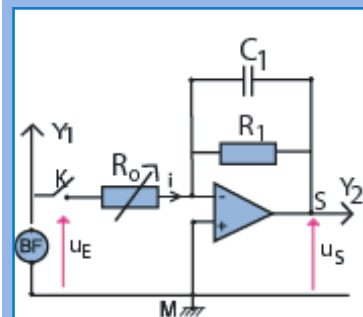


Fig.17 : Filtre actif réalisé avec R_0 réglable

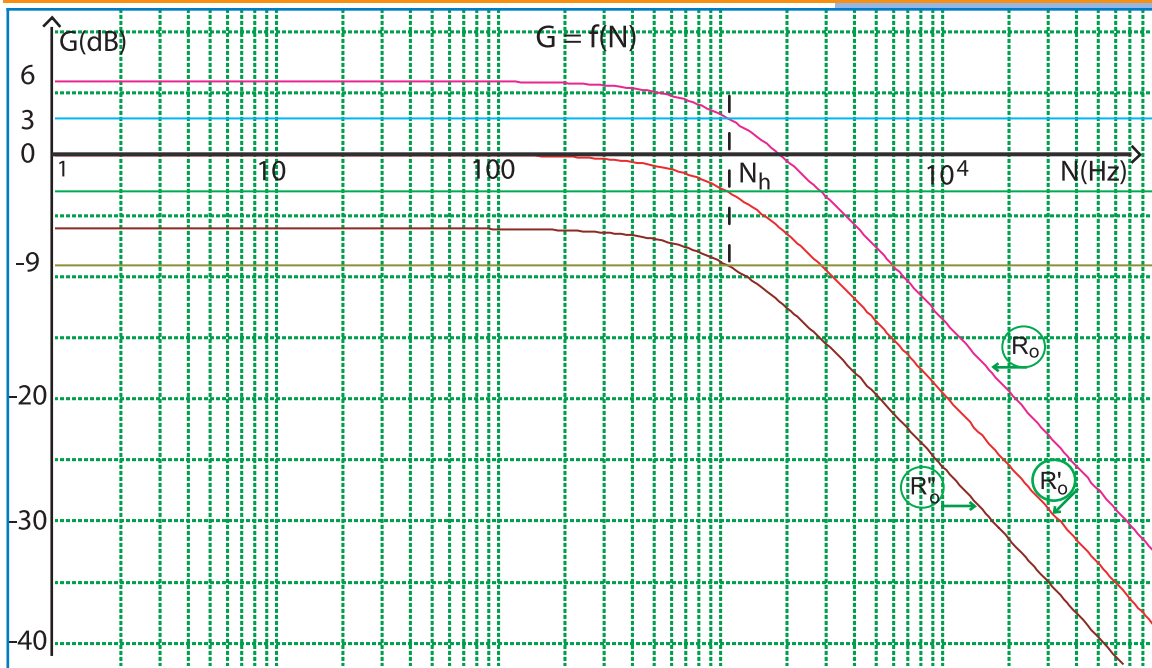


Fig.18 : Influence de R_0 sur la fréquence de coupure haute et sur le gain maximal du filtre

Questions

1°) Déterminer graphiquement et approximativement :

a) le gain maximal G_0 pour chacune des valeurs de R_0 , R'_0 et R''_0 de la résistance réglable.

b) les fréquences de coupure hautes N'_h et N''_h obtenues respectivement avec R'_0 et R''_0 ; les comparer à N_h et en déduire que la fréquence de coupure haute N_h du filtre est indépendante de R_0 .

2°) a) Calculer pour les trois cas étudiés, le produit $R_0 \times 10^{\frac{G_0}{20}}$, comparer les valeurs trouvées entre elles et avec celle de R_1 .

b) En déduire que : $G_0 = 20 \log \frac{R_1}{R_0}$

♦ Expérience 3

On refait l'expérience 2, mais avec un résistor de résistance R_1 réglable tout en gardant $R_0 = 159 \Omega$ et $C_1 = 0,47 \mu\text{F}$ (Fig.19). Pour chacune des valeurs $R'_1 = 159 \Omega$ et $R''_1 = 636 \Omega$, on trace les courbes $G = f(N)$ dans le même système d'axes que celui de la courbe obtenue avec $R_1 = 318 \Omega$. Ainsi, on obtient la série des trois courbes de réponse de la figure 20.

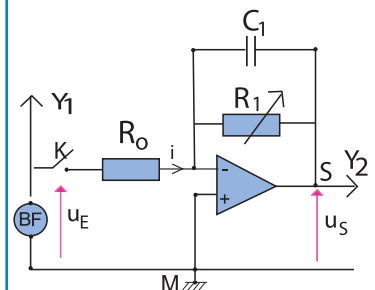


Fig.19 : Filtre actif réalisé avec R_1 réglable

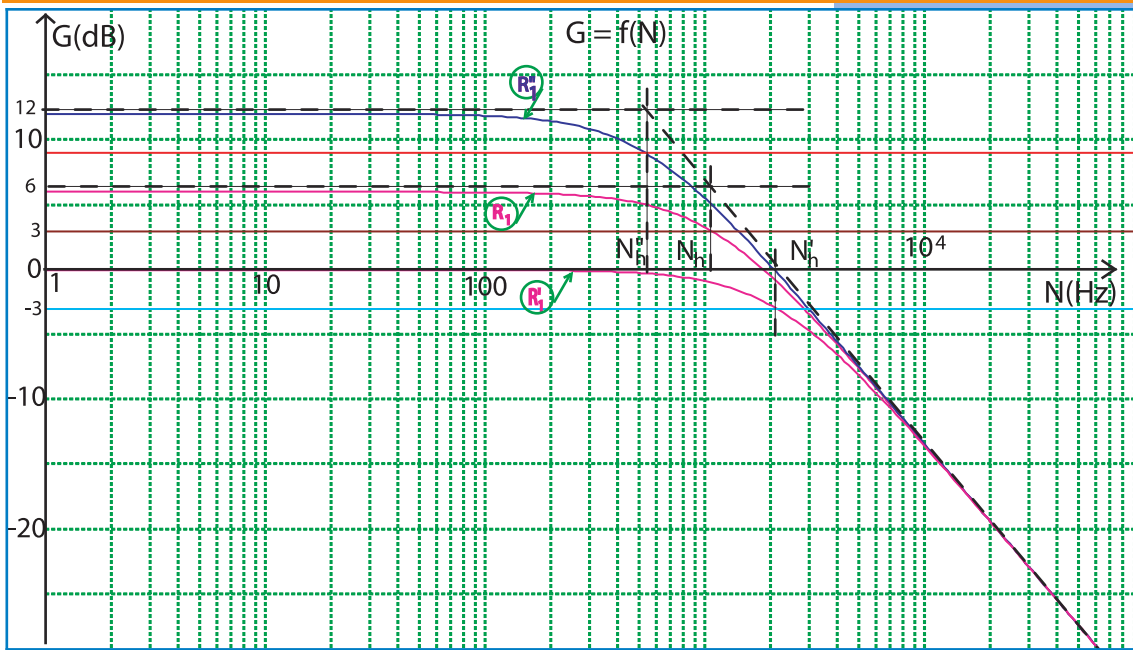


Fig.20 : Influence de R_1 sur la fréquence de coupure haute et sur le gain maximal du filtre

Questions

1°) Déterminer graphiquement et approximativement les fréquences de coupure hautes N_{h2} et N_{h3} obtenues respectivement avec R'_1 et R''_1 ; les comparer à N_{h1} .

2°) Calculer pour les trois cas étudiés, le produit $N_h \cdot R_1$, comparer les valeurs trouvées entre elles et en déduire que la fréquence de coupure N_h est inversement proportionnelle à la résistance réglable R_1 .

3°) a) Déterminer graphiquement le gain maximal G_{o2} et G_{o3} pour R'_1 et R''_1 .

b) Calculer pour les trois cas étudiés, le quotient $R_1/10^{G_o/20}$, comparer les valeurs trouvées à la valeur de R_o et en déduire que

$$G_o = 20 \log(R_1/R_o)$$

Récapitulation

♦ Le gain maximal est indépendant de C , il dépend uniquement de R_o et de R_1 . Le recours au calcul montre que :

$$R_o \cdot 10^{G_o/20} = R_1 \quad \text{et} \quad R_1/10^{G_o/20} = R_o$$

d'où : $G_o = 20 \log(R_1/R_o)$

♦ La fréquence de coupure haute N_h est indépendante de R_o ; elle est inversement proportionnelle au produit $R_1 C$.

Par le recours à l'une des valeurs trouvées, le calcul montre

que :

$$N_h = \frac{1}{2\pi R_1 C}$$

1.2.3- Etude théorique

Expression de $u_S(t)$

Lorsqu'on ferme l'interrupteur K, le circuit de la figure 11 est équivalent à celui de la figure 21.

En supposant l'amplificateur opérationnel utilisé idéal, on a : $i^+ = i^- = 0$ et $\varepsilon = 0$

$$u_S = -R_1 i_1 - \varepsilon. \text{ Or, } \varepsilon = 0, \text{ d'où : } i_1 = -\frac{u_S}{R_1}.$$

D'après la loi des noeuds, on a au point A : $i_o = i_1 + i_c$.

$i_c = \frac{dq}{dt}$ avec q, la charge portée par l'armature du condensateur vers laquelle est orienté le sens du courant.

En convention récepteur : $u_c = \frac{q}{C_1}$. Or, $u_c = -u_S$.

Donc, on a : $q = -C_1 u_S$. Par suite, $i_c = -C_1 \frac{du_S}{dt}$

$u_E = R_o i_o - \varepsilon$. Or, $\varepsilon = 0$. On a donc : $i_o = \frac{u_E}{R_o}$.

Ainsi, on a : $\frac{u_E}{R_o} = -\frac{u_S}{R_1} - C_1 \frac{du_S}{dt}$, ce qui est équivalent à :

$$\frac{R_o}{R_1} u_S + R_o C_1 \frac{du_S}{dt} = -u_E$$

Avec $u_E(t) = U_{Em} \sin(\omega t + \varphi_E)$, cette équation admet comme solution particulière :

$u_S(t) = U_{Sm} \sin(\omega t + \varphi_S)$, c'est bien l'expression de u_S en régime permanent du filtre.

φ_E et φ_S sont les phases initiales respectivement de $u_E(t)$ et de $u_S(t)$.

Expression de la transmittance T du filtre

$$T = \frac{U_{Sm}}{U_{Em}}$$

Pour la déterminer, il faut établir l'expression de U_{Sm} .

Pour ce, on utilise la méthode de Fresnel.

$$\frac{R_o}{R_1} u_S(t) = \frac{R_o}{R_1} U_{Sm} \sin(\omega t + \varphi_S) \rightarrow \overline{OA_1} \left[\frac{R_o}{R_1} U_{Sm}, \varphi_S \right]$$

$$R_o C_1 \frac{du_S}{dt} = R_o C_1 \omega U_{Sm} \sin(\omega t + \varphi_S + \frac{\pi}{2}) \rightarrow \overline{OA_2} \left[R_o C_1 \omega U_{Sm}, \varphi_S + \frac{\pi}{2} \right]$$

$$(-u_E(t)) = U_{Em} \sin(\omega t + \varphi_E + \pi) \rightarrow \overline{OA} \left[U_{Em}, \varphi_E + \pi \right]$$

$\overline{OA_1}$, $\overline{OA_2}$ et \overline{OA} sont tels que : $\overline{OA} = \overline{OA_1} + \overline{OA_2}$ car :

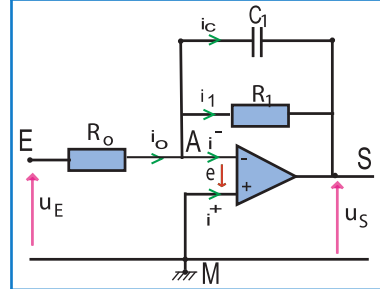


Fig.21 : Schéma du filtre passe bas actif

$$\frac{R_o}{R_1} u_s + R_o C_1 \frac{du_s}{dt} = (-u_E)$$

D'où la construction de Fresnel de la figure 22.

Le triangle OA_1A étant rectangle en A_1 , on a :

$$(U_{Em})^2 = \left(\frac{R_o}{R_1} U_{Sm} \right)^2 + (R_o C_1 \omega U_{Sm})^2$$

$$\text{ce qui équivaut } \left(\frac{U_{Sm}}{U_{Em}} \right)^2 = \frac{\left(\frac{R_1}{R_o} \right)^2}{1 + (R_1 C_1 \omega)^2}$$

$$\text{Or, } T = \frac{U_{Sm}}{U_{Em}}. \text{ Donc, } T = \left(\frac{R_1}{R_o} \right) \times \frac{1}{\sqrt{1 + (R_1 C_1 \omega)^2}}$$

$$\Leftrightarrow T = \left(\frac{R_1}{R_o} \right) \times \frac{1}{\sqrt{1 + (2\pi R_1 C_1 N)^2}} \text{ sachant que } \omega = 2\pi N$$

$$R_1 C_1 \omega > 0, \text{ d'où } \sqrt{1 + (R_1 C_1 \omega)^2} > 1.$$

Toutefois, aux très basses fréquences, $R_1 C_1 \omega$ devient négligeable devant 1. Par conséquent $T_o = \frac{R_1}{R_o}$

$$\text{Donc, } T = \frac{T_o}{\sqrt{1 + (R_1 C_1 \omega)^2}} \leq \frac{R_1}{R_o} \quad \forall N.$$

Remarque :

- Si $R_1 > R_o$, on a $T_o > 1$: le signal filtré est amplifié.
- Si $R_1 = R_o$, on a $T_o = 1$.
- Si $R_1 < R_o$, on a $T_o < 1$: le signal filtré est atténué.

Expression du gain

$$G = 20 \log T.$$

$$\text{On a donc : } G = 20 \log \left[\frac{T_o}{\sqrt{1 + (R_1 C_1 \omega)^2}} \right] \text{ ou encore :}$$

$$G = 20 \log T_o - 10 \log(1 + (R_1 C_1 \omega)^2)$$

$$\text{Or, } \sqrt{1 + (R_1 C_1 \omega)^2} \geq 1. \text{ Donc, } G \leq 20 \log T_o$$

$$\text{ou encore, } G \leq G_o,$$

avec $G_o = 20 \log T_o$: valeur maximale du gain.

Finalement, on a :

$$G = G_o - 10 \log(1 + (R_1 C_1 \omega)^2)$$

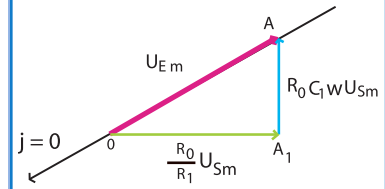


Fig.22 : Construction de Fresnel relative au filtre RC

Remarque :

- Si $R_1 > R_0$, on a $T_0 > 1$. Donc, $G_0 > 0$.
- Si $R_1 = R_0$, on a $T_0 = 1$. Donc, $G_0 = 0$.
- Si $R_1 < R_0$, on a $T_0 < 1$. Donc, $G_0 < 0$.

Bande passante

La bande passante à (-3dB) est telle que :

$$G \geq (G_0 - 3\text{dB}). \text{ Or : } G = G_0 - 10 \log[1 + (R_1 C_1 \omega)^2].$$

$$\text{D'où : } G_0 - 10 \log[1 + (R_1 C_1 \omega)^2] \geq (G_0 - 3).$$

$$\text{Ce qui équivaut : } 10 \log[1 + (R_1 C_1 \omega)^2] \leq 3.$$

$$\text{Par suite, } \log[1 + (R_1 C_1 \omega)^2] \leq 0,3.$$

$$\text{D'où, } R_1 C_1 \omega \leq \sqrt{10^{0,3} - 1}. \text{ Or, } \sqrt{10^{0,3} - 1} \approx 1.$$

$$\text{On a : } \omega = 2\pi N. \text{ D'où, } N \leq \frac{1}{2\pi R_1 C_1}.$$

On a ainsi : $N \leq N_h$

avec $N_h = \frac{1}{2\pi R_1 C_1}$: fréquence de coupure haute.

Donc, il s'agit d'un filtre passe bas de bande passante :

$$\left[0, \frac{1}{2\pi R_1 C_1} \right]$$

Déphasage de u_S par rapport à u_E

$$\Delta\varphi = \varphi_S - \varphi_E \quad (\text{cas où } \varphi_E = 0 \text{ rad})$$

D'après la construction de Fresnel de la figure 23 : $\Delta\varphi > 0$.

De plus :

- lorsque $N \rightarrow 0$, $\Delta\varphi \rightarrow 180^\circ$
- lorsque $N \rightarrow \infty$, $\Delta\varphi \rightarrow 90^\circ$

On a alors : $90^\circ \leq \Delta\varphi \leq 180^\circ \quad \forall N$.

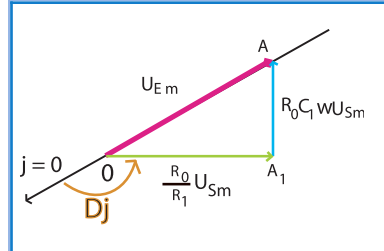


Fig.23 : Déphasage entre u_S et u_E

Conclusion

Avec les mêmes composants d'un filtre passe bas RC (filtre passif), on peut réaliser autour d'un amplificateur opérationnel, un autre filtre passe bas (filtre actif) de même fréquence de coupure haute :

$$N_h = \frac{1}{2\pi RC}$$

Contrairement au filtrage réalisé avec un filtre passe bas passif, le filtrage obtenu avec un filtre passe bas actif peut être accompagné d'une amplification du signal.

2 FILTRE PASSE HAUT

On sait maintenant que le quadripôle passif RC est un filtre passe bas. Qu'en est-il avec le quadripôle CR (le même quadripôle RC, mais avec le résistor R_1 du côté de la masse).

2.1- COURBES DE RÉPONSE $U_{Sm} = f(N)$ ET $G = h(N)$

Manipulation

On reprend le même montage utilisé pour l'étude du filtre passif RC, mais en intervertissant les places du condensateur et du résistor de manière à ce que ce dernier soit du côté de la masse (Fig.24).

Le générateur délivre la tension sinusoïdale $u_E(t) = 5\sin(2\pi Nt)$ de fréquence N réglable. On branche un oscilloscope bicourbe de façon à visualiser sur les voies Y_1 et Y_2 simultanément les tensions $u_E(t)$ et $u_S(t)$. En fixant la fréquence du GBF respectivement aux valeurs $N_1 = 100$ Hz et $N_2 = 5$ kHz, on obtient successivement les oscillogrammes des figures 25a et 25b.

Par la suite, on réalise une série de mesures de l'amplitude U_{Sm} de la tension de sortie en fonction de la fréquence, ce qui permet de tracer dans le même système d'axes semi-logarithmique, les courbes de réponse du quadripôle :

$$U_{Sm} = f(N) \text{ et } G = h(N) \text{ (Fig.26).}$$

Questions

1°) a) Quel est, parmi les oscillogrammes (1) et (2) de chacune des figures 25a et 25b, celui qui correspond à la tension de sortie? En déduire que le quadripôle est linéaire.

b) Dire en le justifiant, si $u_S(t)$ est en avance ou bien en retard de phase par rapport à $u_E(t)$.

2°) Préciser graphiquement la valeur la plus élevée U_{Sm0} de U_{Sm} , calculer $\frac{U_{Sm0}}{\sqrt{2}}$, comparer les différentes valeurs de U_{Sm} à $\frac{U_{Sm0}}{\sqrt{2}}$ et en déduire que le quadripôle CR est un filtre.

3°) a) Déterminer graphiquement la (ou les) fréquence(s) de coupure du filtre et en déduire la largeur de sa bande passante.

b) A l'encontre de la qualification "passe bas" attribuée au filtre RC, quelle qualification peut-on donner au filtre CR ?

4°) Retrouver la largeur de la bande passante du filtre en utilisant la courbe de réponse $G = h(N)$.

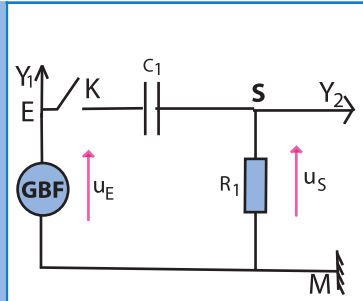


Fig 24 : Schéma d'un filtre passe haut

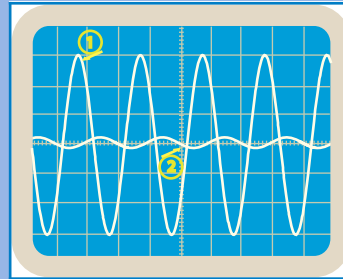


Fig.25a : $u_E(t)$ et $u_S(t)$ à $N = 100$ Hz

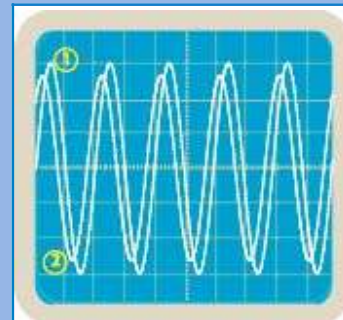


Fig.25b : $u_E(t)$ et $u_S(t)$ à $N = 5$ kHz

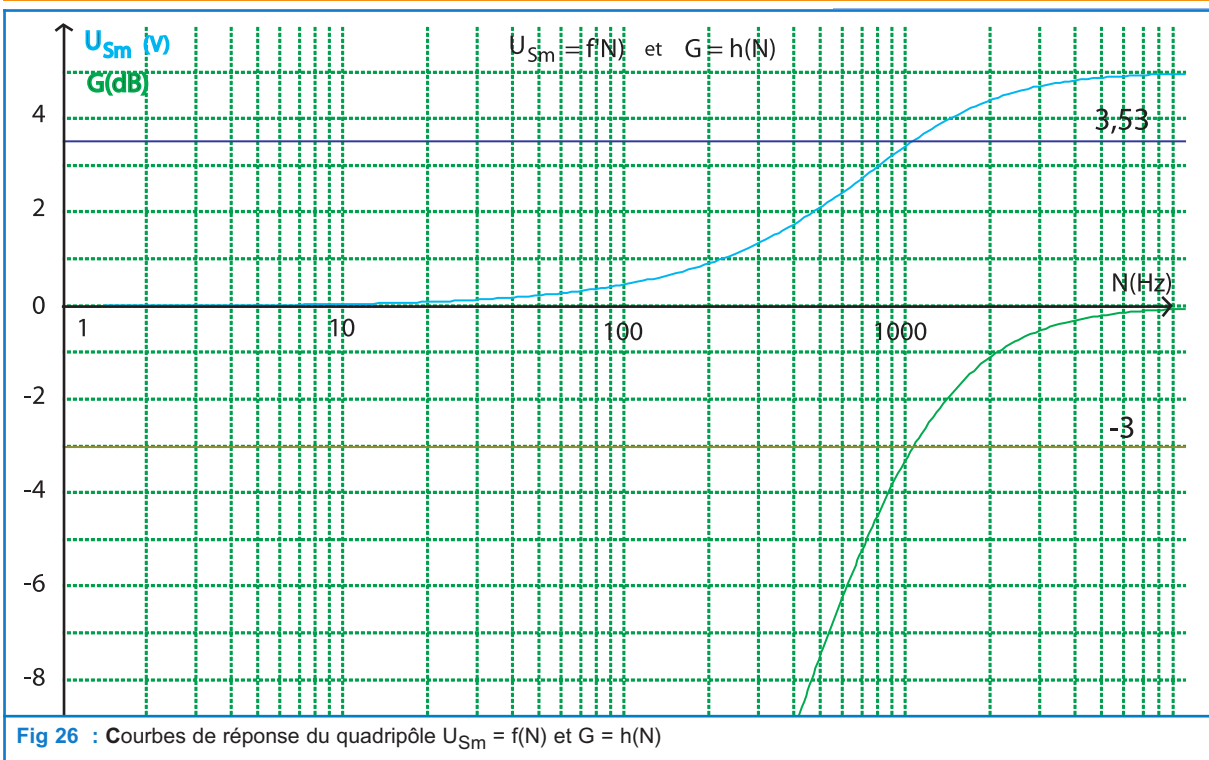


Fig 26 : Courbes de réponse du quadripôle $U_{Sm} = f(N)$ et $G = h(N)$

Analyse et commentaire

L'expérience réalisée montre qu'en appliquant à l'entrée du quadripôle CR (avec le résistor du côté de la masse), une tension sinusoïdale u_E de fréquence N , on récupère à la sortie du quadripôle (aux bornes du résistor) une tension $u_S(t)$ synchrone avec $u_E(t)$. Donc, il s'agit d'un quadripôle linéaire.

D'autre part, aux hautes fréquences, l'amplitude de la tension de sortie atteint sa valeur la plus élevée $U_{Smo} = U_{Em}$. De même, le gain atteint son maximum $G_0 = 0$ dB.

Mais, lorsque N est de plus en plus petite, U_{Sm} diminue jusqu'à atteindre des valeurs inférieures à $\frac{U_{Smo}}{\sqrt{2}}$ et le gain devient inférieur à -3 dB. Donc, il s'agit d'un filtre.

On a $U_{Sm} = \frac{U_{Smo}}{\sqrt{2}}$ (ou $G = G_0 - 3$ dB) pour une fréquence unique sensiblement égale à 1050 Hz.

$\forall N > 1050$ Hz, $U_{Sm} > \frac{U_{Smo}}{\sqrt{2}}$ et $G > (G_0 - 3\text{dB})$.

Donc, il s'agit d'un filtre passe haut caractérisé par la fréquence de coupure basse : $N_0 = 1050$ Hz.

Par suite, la bande passante du filtre est : $[1050 \text{ Hz}, \infty[$

En suivant son évolution sur l'écran de l'oscilloscope, on peut vérifier que, comme pour N_1 et N_2 (Fig.25a et 25b), $u_S(t)$ est en avance de phase sur $u_E(t)$ quelle que soit la valeur de la fréquence N : $\Delta\varphi = \varphi_S - \varphi_E > 0$.

De plus, lorsque la fréquence N augmente, $\Delta\varphi$ augmente.

En particulier, à la fréquence de coupure haute, $u_S(t)$ est en quadrature avance de phase par rapport à $u_E(t)$:

$$\Delta\varphi = +\pi/2 \text{ rad (Fig.27).}$$

Remarques

- Aux erreurs expérimentales près, la fréquence de coupure basse du filtre passe haut CR est égale à la fréquence de coupure haute du filtre passe bas RC réalisé avec les mêmes composants. C'est l'abscisse du point d'intersection des deux courbes de réponse $G_b(N)$ et $G_h(N)$ des deux filtres RC et CR réalisés avec les mêmes composants (Fig.28).

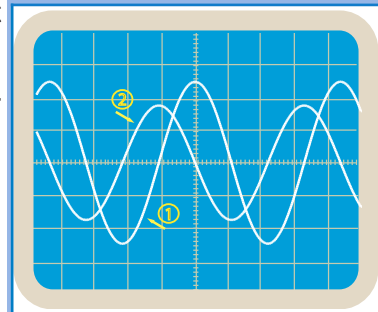


Fig.27 : $u_E(t)$ et $u_S(t)$ à la fréquence de coupure

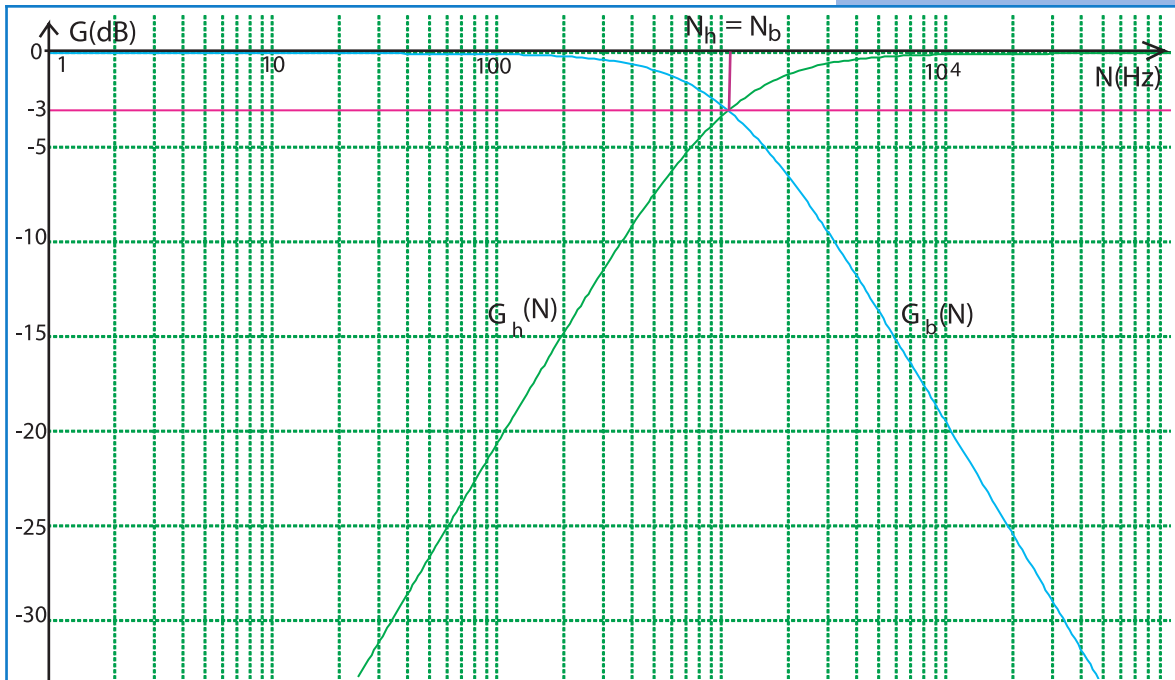


Fig.28 : Courbes de réponse $G_b(N)$ et $G_h(N)$ de deux filtres passifs respectivement passe bas et passe haut, réalisés avec les mêmes composants C et R

- On peut montrer expérimentalement que, comme la fréquence de coupure haute du filtre passe bas passif RC étudié dans le paragraphe 1, la fréquence de coupure basse du filtre passe haut CR ne dépend que de R et de C.

- Aux basses fréquences [au niveau de la partie linéaire de la courbe de réponse $G(N)$], la chute de gain est de (- 20 dB) par décade.

2.2- ÉTUDE THÉORIQUE

Expression de $u_S(t)$

Sur le schéma de la figure 29, on désigne par :

$u_E = U_{Em} \sin(\omega t + \varphi_E)$, la tension d'entrée,

u_S , la tension de sortie.

Or, la tension de sortie n'est autre que celle aux bornes du résistor qui s'écrit en convention récepteur $u_S = R_1 i$.

D'autre part : $u_E(t) = u_C(t) + u_R(t)$; $u_C = \frac{q}{C_1}$, où q est la charge

du condensateur.

$q(t) = \int i(t) dt$. Or, $u_S = R_1 i$. Donc, $q(t) = \frac{1}{R_1} \int u_S(t) dt$.

La tension aux bornes du condensateur s'écrit alors :

$$u_C(t) = \frac{1}{R_1 C_1} \int u_S(t) dt$$

On a ainsi : $u_E(t) = u_S(t) + \frac{1}{R_1 C_1} \int u_S(t) dt$.

En dérivant cette équation membre à membre par rapport au temps, on aboutit à l'équation différentielle :

$$R_1 C_1 \frac{du_S(t)}{dt} + u_S(t) = R_1 C_1 \frac{du_E(t)}{dt}$$

Avec $u_E(t) = U_{Em} \sin(\omega t + \varphi_E)$, cette équation admet comme solution particulière :

$$u_S(t) = U_{Sm} \sin(\omega t + \varphi_S)$$

Expression de la transmittance

$$\text{On a : } T = \frac{U_{Sm}}{U_{Em}}$$

Pour établir l'expression de U_{Sm} , on utilise de nouveau la construction de Fresnel :

$$u_S(t) = U_{Sm} \sin(\omega t + \varphi_S) \rightarrow \overline{OA_1} [U_{Sm}, \varphi_S]$$

$$\frac{1}{R_1 C_1} \int u_S(t) dt = \frac{U_{Sm}}{R_1 C_1 \omega} \sin(\omega t + \varphi_S - \frac{\pi}{2})$$

$$\rightarrow \overline{OA_2} = \left[\frac{U_{Sm}}{R_1 C_1 \omega}, \varphi_S - \frac{\pi}{2} \right]$$

$$u_E(t) = U_{Em} \sin(\omega t + \varphi_E) \rightarrow \overline{OA} = [U_{Em}, \varphi_E]$$

$$\overline{OA}, \overline{OA_1} \text{ et } \overline{OA_2} \text{ sont tels que : } \overline{OA} = \overline{OA_1} + \overline{OA_2}$$

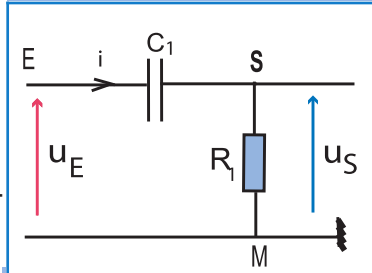


Fig.29 : Schéma du filtre passe haut

$$\text{car : } u_E(t) = u_S(t) + \frac{1}{R_1 C_1} \int u_S(t) dt.$$

D'où la construction de Fresnel de figure 30.

Le triangle OA_1A étant rectangle en A_1 , on a :

$$(U_{Em})^2 = (U_{Sm})^2 + \left(\frac{U_{Sm}}{R_1 C_1 \omega}\right)^2,$$

$$\text{ce équivaut : } \left(\frac{U_{Sm}}{U_{Em}}\right)^2 = \frac{1}{1 + (R_1 C_1 \omega)^2}. \text{ Or, } T = \frac{U_{Sm}}{U_{Em}}.$$

$$\text{Donc, } T = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{1}{R_1 C_1 \omega}\right)^2}}. \text{ Sachant que } \omega = 2\pi N, \text{ on a :}$$

$$T = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{(2\pi R_1 C_1 N)^2}}}$$

$$2\pi R_1 C_1 N > 0, \text{ d'où } \sqrt{1 + \frac{1}{(2\pi R_1 C_1 N)^2}} > 1$$

Donc, $T \leq 1 \forall N$.

Toutefois, aux très hautes fréquences, $\frac{1}{(2\pi R_1 C_1 N)^2}$

devient négligeable devant 1. Par conséquent $T = 1$

Expression du gain du filtre

Sachant que $G = 20 \log T$, on a :

$$G = 20 \log \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{1}{R_1 C_1 \omega}\right)^2}}$$

ce qui est équivalent à : $G = -10 \log\left(1 + \left(\frac{1}{R_1 C_1 \omega}\right)^2\right)$

$$\text{Or, } \omega = 2\pi N, \text{ on a alors : } G = -10 \log \left[1 + \left(\frac{1}{2\pi R_1 C_1 N}\right)^2 \right].$$

Sachant que $\left[1 + \left(\frac{1}{2\pi R_1 C_1 N}\right)^2 \right] \geq 1 \forall N$, on a $G \leq 0$

A la limite, quand $N \rightarrow \infty$, $G = 0 \text{ dB}$

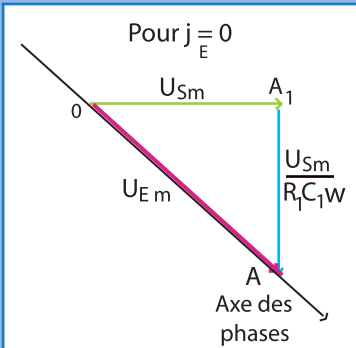


Fig.30 : Construction de Fresnel relative au filtre CR

Bande passante

La bande passante à (-3dB) est telle que : $G \geq (G_0 - 3 \text{ dB})$,

$$\text{ce qui signifie : } -10 \log \left(1 + \left(\frac{1}{2\pi R_1 C_1 N} \right)^2 \right) \geq -3$$

$$\text{car } G_0 = 0 \text{ dB. Par suite, } \log \left(1 + \left(\frac{1}{2\pi R_1 C_1 N} \right)^2 \right) \geq -0,3.$$

$$\text{D'où, } \frac{1}{R_1 C_1 \omega} \leq \sqrt{10^{0,3} - 1}.$$

$$\text{Donc, } N \geq \frac{1}{2\pi R_1 C_1}.$$

$$N \geq N_b \text{ avec } N_b = \frac{1}{2\pi R_1 C_1} : \text{fréquence de coupure basse.}$$

Donc, il s'agit d'un filtre passe haut de bande passante :

$$\left[\frac{1}{2\pi R_1 C_1}, \infty \right[$$

Application

Pour le filtre réalisé avec $C_1 = 0,47 \mu\text{F}$ et $R_1 = 318 \Omega$, calculer N_b et la comparer à sa valeur expérimentale.

Y a-t-il accord entre la valeur théorique et la valeur expérimentale de N_b ?

Déphasage de u_S par rapport à u_E

$$\Delta\varphi = \varphi_S - \varphi_E$$

D'après la construction de la figure 31, $\Delta\varphi > 0 \forall N$.

De plus, $0 < \Delta\varphi < \frac{\pi}{2}$ rad, ce qui signifie que la tension de sortie $u_S(t)$ évolue toujours en avance de phase par rapport à la tension d'entrée $u_E(t)$.

On a, $\text{tg } \Delta\varphi = \frac{\|A_1 A_2\|}{\|OA_1\|}$, ce qui donne :

$$\text{tg } \Delta\varphi = \frac{1}{2\pi R_1 C_1 N}. \text{ Il vient donc : } \text{tg } \Delta\varphi = \frac{N_b}{N}$$

$$\text{car } N_b = \frac{1}{2\pi R_1 C_1 N}$$

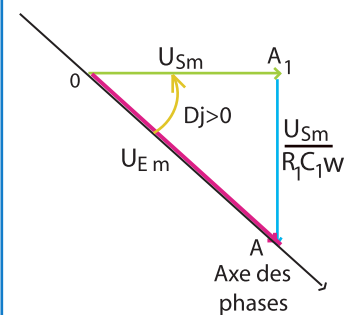


Fig.31 : Déphasage entre u_S et u_E

- Quand $N \rightarrow 0$, $\text{tg } \Delta\varphi \rightarrow \infty$. Donc, $\varphi_s \rightarrow \frac{\pi}{2}$ rad.
- Quand $N \rightarrow \infty$, $\text{tg } \Delta\varphi \rightarrow 0$. Donc, $\varphi_s \rightarrow 0$ rad.
- Quand $N \rightarrow N_b$, $\text{tg } \Delta\varphi \rightarrow 1$. Donc, $\varphi_s \rightarrow \frac{\pi}{4}$ rad.

Conclusion

Le quadripôle CR (avec résistor relié à la masse) est un filtre passe haut caractérisé par une fréquence de coupure basse :

$$N_b = \frac{1}{2\pi RC}$$

La tension de sortie u_S d'un filtre passe haut passif CR est toujours en avance de phase par rapport à la tension d'entrée u_E .

Pour $N = N_b$, $\Delta\varphi = +45^\circ$.

3 FILTRE PASSE BANDE

Les filtres passifs étudiés précédemment sont réalisés par une association en série d'un résistor et d'un condensateur.

Qu'en est-il pour un quadripôle réalisé avec un circuit RLC série ayant comme sortie les bornes du résistor ?

3.1- RÉPONSE DU QUADRIPOLE

Manipulation

On reprend le montage utilisé pour l'étude de la résonance d'intensité au chapitre 5 où le résistor a une résistance $R_o = 50 \Omega$, le condensateur a une capacité $C = 0,47 \mu\text{F}$ et la bobine a une inductance $L = 0,2 \text{ H}$ et une résistance interne $r = 12,5 \Omega$.

Le circuit est alimenté par un générateur BF délivrant à ses bornes une tension sinusoïdale $u_E(t)$ de valeur maximale $U_{Em} = 2 \text{ V}$ et de fréquence N réglable.

En reliant le résistor à la masse, on a comme tension de sortie $u_S = u_{R_o}$.

Les tensions d'entrée $u_E(t)$ et de sortie $u_S(t)$ sont visualisées sur l'écran d'un oscilloscope bicourbe (Fig.32)

En fixant la fréquence du GBF successivement aux valeurs $N_1 = 400 \text{ Hz}$, $N_2 = 500 \text{ Hz}$ et $N_3 = 600 \text{ Hz}$, on obtient respectivement les oscillogrammes des figures 33a, 33b et 33c avec les mêmes sensibilités verticales sur les deux voies.

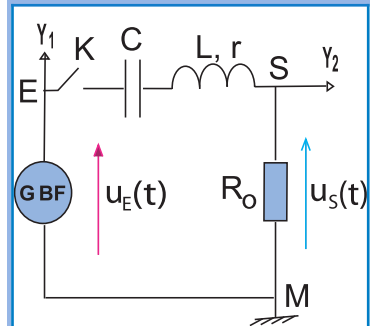


Fig.32 : Schéma d'un filtre passe bande

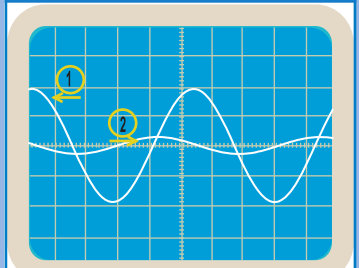


Fig.33a : $N_1 = 400 \text{ Hz}$

Questions

1°) a) Quel est parmi les oscillogrammes (1) et (2) de chacune des figures 33a, 33b et 33c celui qui correspond à la tension de sortie, en déduire que le quadripôle est linéaire.

b) En quoi diffère le signe du déphasage entre $u_S(t)$ et $u_E(t)$ de ceux des filtres passifs précédemment étudiés ?

2°) Les résultats des mesures qui ont permis de tracer la courbe d'évolution de l'amplitude I_m de l'intensité i du courant en fonction de N au chapitre 5 (paragraphe 2), sont consignés dans le tableau suivant :

$N(\text{Hz})$	440	460	480	500	520	540	560	580	600
I_m (mA)	8,9	11,8	16,7	25,2	32	25,8	17,2	12,7	10,1

a) Reproduire le tableau, y insérer une ligne pour le calcul des tensions maximales U_{Sm} correspondant aux intensités maximales I_m relevées en fonction de N et une ligne pour le calcul du gain G .

b) Tracer les courbes de réponse du quadripôle $U_{Sm} = f(N)$ et $G = h(N)$ dans le même système d'axes.

3°) Décrire la courbe $U_{Sm} = f(N)$ et préciser la valeur la plus élevée U_{Sm0} de U_{Sm} , calculer $\frac{U_{Sm0}}{\sqrt{2}}$, comparer les différentes valeurs de U_{Sm} à $\frac{U_{Sm0}}{\sqrt{2}}$ et en déduire que le quadripôle RLC est un filtre.

4°) a) Déterminer graphiquement la (ou les) fréquence(s) de coupure du filtre et en déduire la valeur de la largeur de sa bande passante.

b) Quelle qualification peut-on attribuer à ce filtre ?

4°) Retrouver la valeur de la largeur de la bande passante du filtre en utilisant la courbe de gain $G = h(N)$.

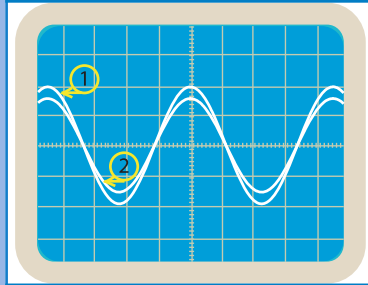


Fig.33b : $N_2 = 500$ Hz

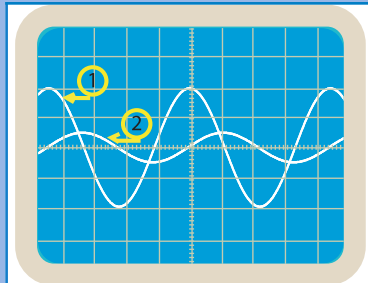


Fig.33c : $N_3 = 600$ Hz

Analyse et commentaire

L'expérience réalisée montre qu'en appliquant à l'entrée du quadripôle RLC (avec le résistor du côté de la masse), une tension sinusoïdale u_E de fréquence N , on récupère à la sortie du quadripôle (aux bornes du résistor) une tension $u_S(t)$ synchronisée avec $u_E(t)$: $u_S(t) = U_{Sm} \sin(2\pi Nt + \varphi_S)$.

Donc, il s'agit d'un quadripôle linéaire. D'ailleurs, c'est un résultat que l'on aurait pu déduire de l'étude du chapitre 5.

Selon la fréquence de la tension délivrée entre les bornes du générateur, la tension de sortie $u_S(t)$ est en avance, en retard ou en concordance de phase par rapport à $u_E(t)$.

En d'autres termes, contrairement aux filtres passe bas et passe haut, le déphasage $\Delta\varphi = (\varphi_S - \varphi_E)$ entre la tension de sortie $u_S(t)$ et la tension d'entrée $u_E(t)$ du présent filtre change de signe en fonction de N .

Les courbes de la figure 34 représentent l'évolution de U_{Sm} et de G en fonction de la fréquence N .

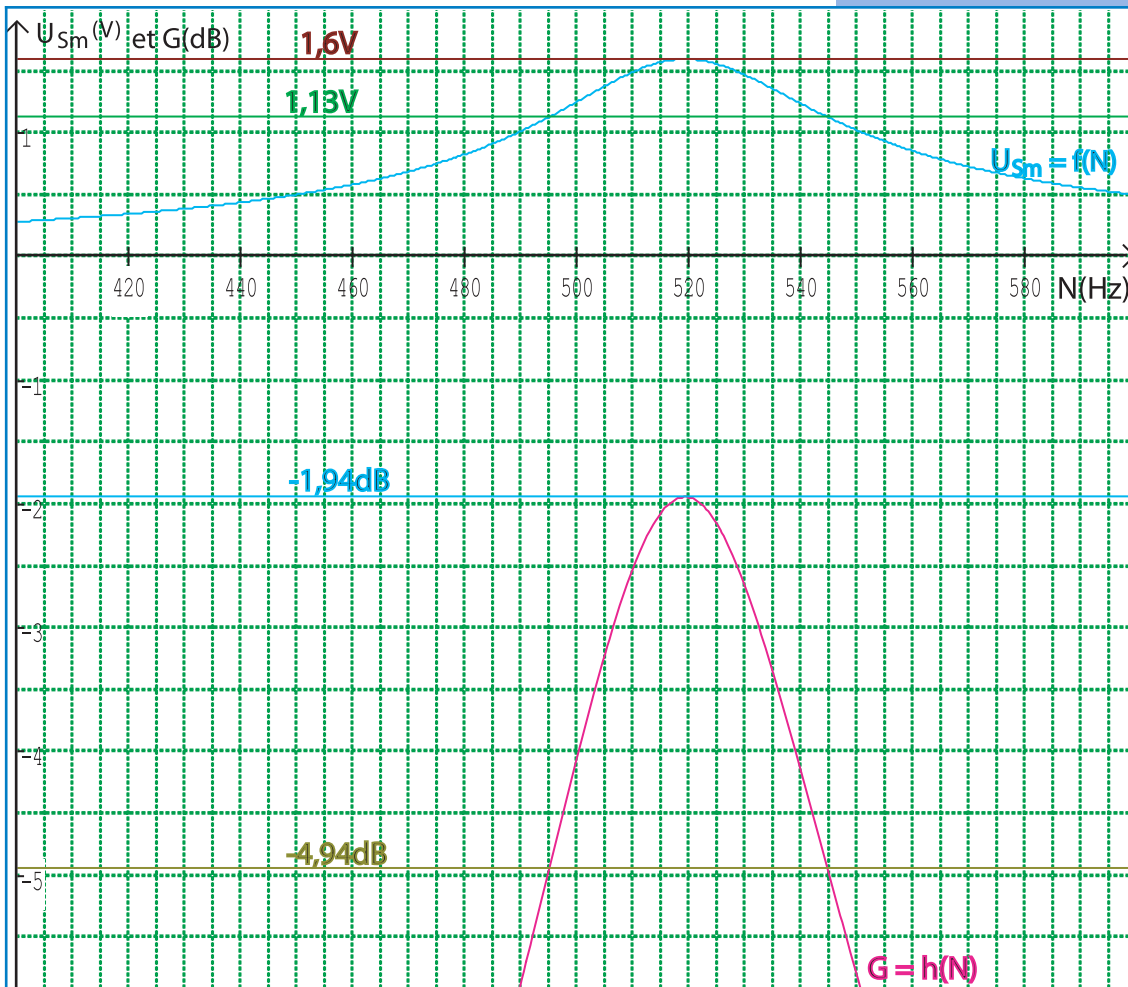


Fig.34 : Courbes de réponse $U_{Sm} = f(N)$ et $G = h(N)$ dans un quadrillage linéaire

L'analyse de la courbe $U_{Sm} = f(N)$ (ou $G = h(N)$) montre que U_{Sm} est maximale pour une fréquence unique et particulière qui correspond à la fréquence propre $N_0 = 519$ Hz du circuit RLC série étudié et que de part et d'autre de N_0 , U_{Sm} diminue jusqu'à atteindre des valeurs inférieures à $\frac{U_{Sm0}}{\sqrt{2}}$.

Donc, le quadripôle étudié est un filtre.

Pour toute fréquence N de la bande [495 Hz, 545 Hz],

$U_{Sm} > \frac{U_{Sm0}}{\sqrt{2}}$ (ou encore $G > G_0 - 3$ dB), la chute de gain est

inférieure à 3 dB. Donc, il s'agit d'un filtre passe bande.

Les fréquences limites de cette bande sont respectivement la fréquence de coupure basse $N_b = 495$ Hz et la fréquence de coupure haute $N_h = 545$ Hz du filtre réalisé.

Par suite, la bande passante du filtre est : [495 Hz, 545 Hz]

Remarque

On peut vérifier qu'aux erreurs expérimentales près, on a :

$$\frac{N_h + N_b}{2} = N_o$$

Etant donné la symétrie de la courbe de réponse tracée par rapport à la droite $N = N_o$, ce résultat est attendu, d'où la qualification de N_o comme étant la fréquence centrale.

3.2- ÉTUDE THEORIQUE

Expression de $u_S(t)$

Sur le schéma de la figure 35, on désigne par :

$$u_E = U_{Em} \sin(\omega t + \varphi_E), \text{ la tension d'entrée. } (\varphi_E = 0 \text{ rad})$$

$$u_S, \text{ la tension de sortie.}$$

Or, la tension de sortie n'est autre que celle aux bornes du résistor qui s'écrit en convention récepteur : $u_{R_o}(t) = R_o \cdot i(t)$, $i(t)$ étant l'intensité instantanée du courant circulant dans le résistor de résistance R_o . Donc, $u_S(t) = R_o \cdot i(t)$

$$\text{On a } u_E = u_C + u_B + u_S$$

En convention récepteur :

$$u_B(t) = r i(t) + L \frac{di(t)}{dt}. \text{ Or, } i(t) = \frac{u_S(t)}{R_o}$$

$$\text{D'où, } u_B(t) = \frac{r}{R_o} \cdot u_S(t) + \frac{L}{R_o} \cdot \frac{du_S(t)}{dt}.$$

$u_C(t) = \frac{q(t)}{C}$; où $q(t)$ est la charge du condensateur, charge portée par l'armature du condensateur vers laquelle est orienté le sens du courant.

$$\text{On a } q(t) = \int i(t) dt, \text{ ce qui donne : } q(t) = \frac{1}{R_o} \int u_S(t) dt.$$

$$\text{D'où, } u_C(t) = \frac{1}{R_o C} \int u_S(t) dt$$

Par suite :

$$u_E(t) = \frac{1}{R_o C} \int u_S(t) dt + \left(1 + \frac{r}{R_o}\right) u_S(t) + \frac{L}{R_o} \frac{du_S(t)}{dt}$$

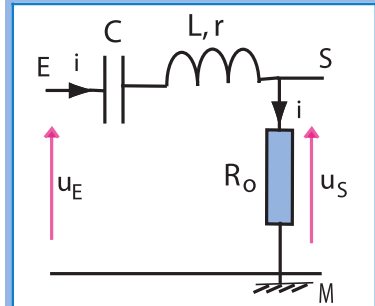


Fig.35 : Schéma du filtre passe bande RLC série

En dérivant cette équation membre à membre par rapport au temps, on aboutit à l'équation différentielle :

$$\frac{1}{R_0 C} u_s(t) + \left(1 + \frac{r}{R_0}\right) \frac{du_s(t)}{dt} + \frac{L}{R_0} \frac{d^2 u_s(t)}{dt^2} = \frac{du_E(t)}{dt}$$

Avec $u_E(t) = U_{Em} \sin(\omega t + \varphi_E)$, cette équation différentielle admet comme solution particulière :

$$u_s(t) = U_{Sm} \sin(\omega t + \varphi_S)$$

traduisant l'évolution de $u_s(t)$ en régime permanent.

Expression de la transmittance

On a $T = \frac{U_{Sm}}{U_{Em}}$. Pour déterminer l'expression de U_{Sm} , on

utilise la construction de Fresnel :

$$\left(1 + \frac{r}{R_0}\right) \times u_s(t) \rightarrow \overline{OA_1} \left[\left(1 + \frac{r}{R_0}\right) U_{Sm}, \varphi_S \right]$$

$$\frac{L}{R_0} \times \frac{du_s(t)}{dt} \rightarrow \overline{OA_2} \left[\frac{L\omega U_{Sm}}{R_0}, \varphi_S + \frac{\pi}{2} \right]$$

$$\frac{1}{R_0 C} \int u_s(t) dt \rightarrow \overline{OA_3} \left[\frac{U_{Sm}}{R_0 C \omega}, \varphi_S - \frac{\pi}{2} \right]$$

$$u_E(t) \rightarrow \overline{OA} [U_{Em}, \varphi_E]$$

Les vecteurs de Fresnel $\overline{OA_1}$, $\overline{OA_2}$, $\overline{OA_3}$ et \overline{OA} sont tels que : $\overline{OA_1} + \overline{OA_2} + \overline{OA_3} = \overline{OA}$

$$\text{car } \left(1 + \frac{r}{R_0}\right) u_s(t) + \frac{L}{R_0} \frac{du_s(t)}{dt} + \frac{1}{R_0 C} \int u_s(t) dt = u_E(t).$$

D'où, la construction de Fresnel des figures 36a, b et c.

Le triangle OA_1A étant rectangle en A_1 , on a :

$$\left(\frac{U_{Sm}}{U_{Em}}\right)^2 = \frac{1}{\left(\frac{R}{R_0}\right)^2 + \left(\frac{L\omega}{R_0} - \frac{1}{R_0 C \omega}\right)^2}, \text{ avec } R = R_0 + r$$

$$\text{Par suite, } T = \frac{R_0}{R} \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{L\omega}{R} - \frac{1}{RC\omega}\right)^2}}$$

Soit $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$, la pulsation propre de l'oscillateur,

$$Q = \frac{L\omega_0}{R} = \frac{1}{RC\omega_0} : \text{ facteur de surtension à la résonance.}$$

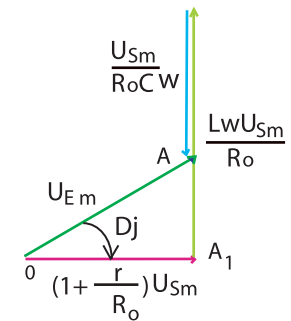


Fig.36a : Construction de Fresnel avec $L\omega > 1/C\omega$

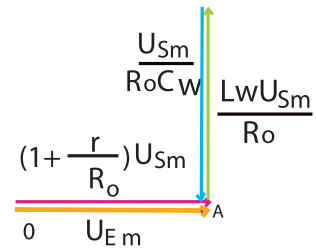


Fig.36b : Construction de Fresnel avec $L\omega = 1/C\omega$

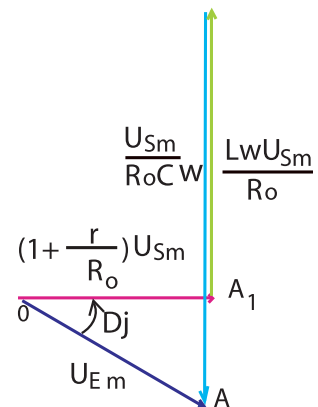


Fig.36c : Construction de Fresnel avec $L\omega < 1/C\omega$

En posant : $x = \frac{\omega}{\omega_0} = \frac{N}{N_0}$ que l'on appelle pulsation
ou fréquence réduite,

$$T_0 = \frac{R_0}{R},$$

la transmittance s'écrit : $T = \frac{T_0}{\sqrt{1 + Q^2 \left(x - \frac{1}{x}\right)^2}}$

Or, $\sqrt{1 + Q^2 \left(x - \frac{1}{x}\right)^2} \geq 1$. Donc, $T \leq T_0$.

$$T_0 = \frac{R_0}{R} \leq 1 \text{ car } R_0 \leq R.$$

Finalement, on a : $\forall N, T \leq 1$.

Par conséquent, le filtre passif passe bande est un atténuateur de tension.

Question

Montrer que T_0 est la valeur maximale de la transmittance T et qu'elle est atteinte à la fréquence $N = N_0$.

Expression du gain

On a : $G = 20 \log T$.

$$\text{Donc, } G = 20 \log \frac{T_0}{\sqrt{1 + Q^2 \left(x - \frac{1}{x}\right)^2}}.$$

Comme la transmittance, le gain est maximum à $N = N_0$:

$$G_0 = 20 \log T_0.$$

$T_0 \leq 1$. Donc, $G_0 \leq 0$.

Il s'en suit : $G \leq 0 \forall N$.

Bande passante

La bande passante à (-3 dB) est telle que $G \geq (G_0 - 3 \text{ dB})$,
ce qui signifie :

$$20 \log \frac{T_0}{\sqrt{1 + Q^2 \left(x - \frac{1}{x}\right)^2}} \geq 20 \log T_0 - 3,$$

$$\text{d'où : } \log \left[1 + Q^2 \left(x - \frac{1}{x} \right)^2 \right] \leq \frac{3}{10},$$

$$\text{ce qui permet d'aboutir à : } \left(x - \frac{1}{x} \right)^2 \leq \frac{1}{Q^2}.$$

$$\text{Il s'en suit : } -\frac{1}{Q} \leq x - \frac{1}{x} \leq \frac{1}{Q}.$$

La résolution de l'inéquation $(-\frac{1}{Q} \leq x - \frac{1}{x})$ qui s'écrit :

$$x^2 + \frac{x}{Q} - 1 \geq 0 \text{ donne } x \geq \frac{1}{2Q} \left[-1 + \sqrt{1 + 4Q^2} \right]$$

La résolution de l'inéquation $(x - \frac{1}{x} \leq \frac{1}{Q})$ qui s'écrit :

$$x^2 - \frac{x}{Q} - 1 \leq 0 \text{ donne } x \leq \frac{1}{2Q} \left[1 + \sqrt{1 + 4Q^2} \right]$$

On a ainsi : $x_b \leq x \leq x_h$ avec :

$$x_b = \frac{1}{2Q} \left[-1 + \sqrt{1 + 4Q^2} \right] \text{ et } x_h = \frac{1}{2Q} \left[1 + \sqrt{1 + 4Q^2} \right]$$

$x = \frac{N}{N_o}$. On a alors : $N_o x_b \leq N \leq N_o x_h$, ce qui revient à

écrire $N_b \leq N \leq N_h$, avec :

$$N_b = \frac{N_o}{2Q} \left[-1 + \sqrt{1 + 4Q^2} \right] : \text{ fréquence de coupure basse,}$$

$$N_h = \frac{N_o}{2Q} \left[+1 + \sqrt{1 + 4Q^2} \right] : \text{ fréquence de coupure haute.}$$

Largeur de la bande passante du filtre

$$\Delta N = N_h - N_b.$$

En remplaçant N_b et N_h par leur expression, on obtient :

$$\Delta N = \frac{N_o}{Q}$$

Sélectivité du filtre et facteur de qualité

Un filtre passe bande est dit sélectif lorsque la largeur ΔN de sa bande passante est nettement petite devant sa fréquence propre N_o . On a : $\Delta N = \frac{N_o}{Q}$. Il est clair alors que pour N_o donnée, la bande passante est d'autant plus étroite que la constante Q est plus grande.

Donc, la sélectivité du filtre augmente avec Q , d'où le nom de facteur de qualité pour la constante Q caractéristique du filtre.

$$Q = \frac{L\omega_0}{R} = \frac{1}{RC\omega_0} : \text{facteur de qualité}$$

Un filtre n'est sélectif que si Q est nettement supérieur à 1.

Remarque : Pour L et C données, le filtre RLC est d'autant plus sélectif que sa résistance totale R est plus petite (Fig.37).

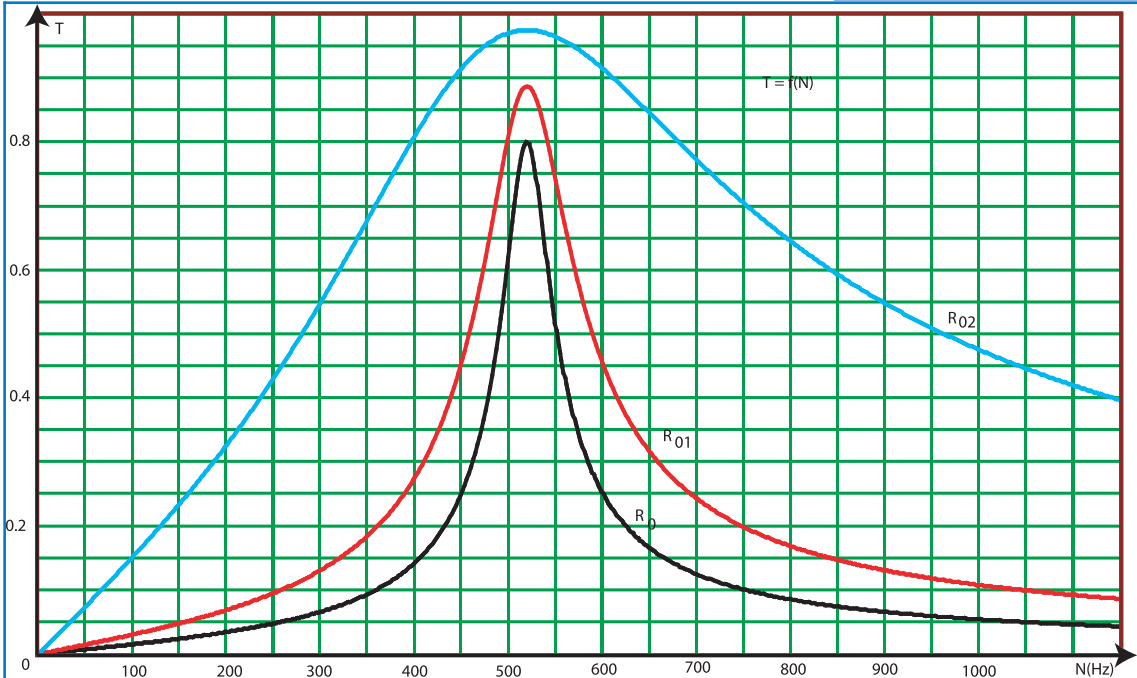


Fig.37 : Influence de la résistance du filtre sur la largeur de sa bande passante : $R_0 = 50\Omega$, $R_{01} = 100\Omega$, $R_{02} = 500\Omega$

Question

Montrer que pour un filtre passe bande sélectif ($Q \gg 1$), les fréquences de coupure sont telles que : $\frac{N_b + N_h}{2} = N_0$

On rappelle que :

$$N_b = \frac{N_0}{2Q} \left[-1 + \sqrt{1 + 4Q^2} \right] \text{ et } N_h = \frac{N_0}{2Q} \left[+1 + \sqrt{1 + 4Q^2} \right]$$

Déphasage de u_S par rapport à u_E

D'après les constructions de Fresnel de la figure 36, le déphasage $\Delta\varphi = \varphi_S - \varphi_E$ entre u_S et u_E , est tel que :

$$-\frac{\pi}{2} \text{ rad} < \Delta\varphi < \frac{\pi}{2} \text{ rad},$$

ce qui montre que u_S peut être en avance de phase, en phase ou en retard de phase par rapport à u_E .

Question

Montrer que le déphasage $\Delta\varphi$ entre u_S et u_E est égal à (-45°) pour $N = N_h$ et à $(+45^\circ)$ pour $N = N_b$.

Conclusion

Le circuit RLC série monté en quadripôle de manière que la tension aux bornes du résistor soit la tension de sortie est un filtre passe bande caractérisé par une bande passante de largeur :

$$\Delta N = N_h - N_b = \frac{N_o}{Q} \quad \text{où } N_o = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \text{ est la fréquence centrale}$$

et $Q = \frac{L\omega_o}{R}$ est le facteur de qualité du filtre.

Remarque générale

Du fait que les équations différentielles des filtres passe bas et passe haut étudiés font intervenir en plus de $u_S(t)$ uniquement sa dérivée première par rapport au temps, ils sont qualifiés comme étant des filtres du premier ordre (ou d'ordre 1), tandis que le filtre passe bande RLC série dont l'équation différentielle fait intervenir de plus, la dérivée seconde de $u_S(t)$ est qualifié de filtre du second ordre (ou d'ordre 2).

4 APPLICATIONS DES FILTRES

Les applications des filtres électriques sont nombreuses et multiples dans plusieurs domaines comme en télécommunications, en acoustique, en mécanique...

On cite essentiellement l'émission et la réception radio ou de télévision, la correction audio ou vidéo, l'analyse de spectres, l'antiparasitage, la distortiométrie, les générateurs de fonctions, la modulation et démodulation de signaux que l'on va étudier aux chapitres 12 et 13...

Avec la technologie de transmission ADSL[⊙], sur la même ligne téléphonique peuvent passer simultanément une conversation téléphonique (basses fréquences audibles), le signal d'une chaîne de télévision (hautes fréquences, large bande) et le signal du IP (Internet Protocol) provenant d'un serveur de sites web, à haut débit.

Les filtres passe bas ainsi que ceux passe haut sont utilisés en acoustique comme atténuateurs de composantes respectivement aiguës et graves d'un signal audio.

Les filtres passe bande peuvent servir à éliminer le bruit du signal, c'est-à-dire les fréquences n'appartenant pas à la gamme qui lui est caractéristique ; ils permettent la sélection de la fréquence radio écoutée, des canaux ou chaînes de télévision, des vibrations sonores à détecter par un microphone ou un sismographe ; en Hi Fi, ils sont à la base des égaliseurs et des tables de mixage (Fig.38)...

⊙ADSL : "Asymmetric Digital Subscriber Line" signifiant en français une liaison numérique à débit asymétrique.

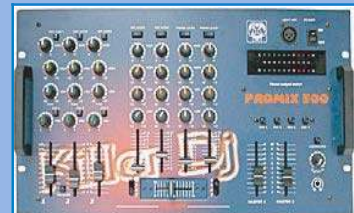


Fig.38 : Table de mixage: réglage de tonalité (graves, médiums, aiguës -12 dB à +12 dB).
Bande passante : [20 Hz, 20 kHz]

L'essentiel

■ Les filtres passifs sont caractérisés par : $T \leq 1$ et $G \leq 0$ dB, $\forall N$
d'où une atténuation du signal.

■ Le filtre passe bas actif peut avoir un gain positif, d'où une amplification possible du signal.

■ Le filtre passif passe bas RC est un filtre du premier ordre caractérisé par :

- une fréquence de coupure haute : $N_h = \frac{1}{2\pi RC}$

- une transmittance : $T = \frac{1}{\sqrt{1+(2\pi RCN)^2}}$, $\forall N, T \leq 1$

- un gain : $G = -10 \log(1+(2\pi RCN)^2)$

- une tension de sortie en retard de phase par rapport à la tension d'entrée :

$$-90^\circ \leq \varphi_s - \varphi_E \leq 0, \quad \forall N$$

■ Le filtre actif passe bas réalisé avec un amplificateur opérationnel, un condensateur et des résistors est un filtre du premier ordre, caractérisé par :

- une fréquence de coupure haute : $N_h = \frac{1}{2\pi R_1 CN}$

- une transmittance : $T = \frac{T_0}{\sqrt{1+(2\pi R_1 CN)^2}}$; $T_0 = \frac{R_1}{R_0}$

- un gain : $G = G_o - 10 \log(1+(2\pi RCN)^2)$; $G_o = 20 \log T_0$

- une tension de sortie en avance de phase par rapport à la tension d'entrée :

$$90^\circ \leq \varphi_s - \varphi_E \leq 180^\circ; \quad \forall N$$

■ Le filtre passif passe haut CR est un filtre du premier ordre caractérisé par :

- une fréquence de coupure basse : $N_b = \frac{1}{2\pi RCN}$

- une transmittance : $T = \frac{1}{\sqrt{1+\frac{1}{(2\pi RCN)^2}}}$; $T \leq 1 \forall N$

- un gain :

$$G = -10 \log\left(1 + \frac{1}{(2\pi RCN)^2}\right)$$

- une tension de sortie en avance de phase par rapport à la tension d'entrée :

$$0 \leq \varphi_S - \varphi_E \leq \frac{\pi}{2} \text{ rad}, \forall N$$

■ Le filtre passif passe bande RLC série est un filtre du second ordre caractérisé par :

- une transmittance :

$$T = \frac{T_o}{\sqrt{1 + Q^2 \left(x - \frac{1}{x}\right)^2}}$$

$$\text{où } x = \frac{N}{N_o} = \frac{\omega}{\omega_o} \text{ et } Q = \frac{L\omega_o}{R}$$

- un gain :

$$G = 20 \log \frac{T_o}{\sqrt{1 + Q^2 \left(x - \frac{1}{x}\right)^2}} ; G_o = 20 \log T_o$$

- une bande passante de largeur :

$$\Delta N = N_h - N_b = \frac{N_o}{Q}$$

- une tension de sortie pouvant être en avance, en retard ou en concordance de phase avec la tension d'entrée :

$$-\frac{\pi}{2} \text{ rad} < \varphi_S - \varphi_E < \frac{\pi}{2} \text{ rad}, \forall N$$

Exercices

Exercice résolu

ÉNONCÉ

I- A l'entrée du filtre RC schématisé par la figure 1, on applique une tension sinusoïdale $u_E(t)$ de fréquence N réglable :

$u_E(t) = U_{Em} \sin(2\pi Nt + \pi/2)$. On donne : $R = 160 \Omega$ et $C = 1 \mu\text{F}$.

1°) Etablir l'équation différentielle régissant l'évolution de la tension de sortie u_S du filtre et en déduire qu'il s'agit d'un filtre du premier ordre.

2°) a) Déterminer l'expression de l'amplitude U_{Sm} de $u_S(t)$.

b) En déduire les expressions de la transmittance T et du gain G du filtre.

3°) a) Montrer qu'il s'agit d'un filtre passe bas.

b) Déterminer sa fréquence de coupure haute N_h .

c) Pour $N = N_h$, calculer le déphasage $\Delta\varphi$ entre $u_S(t)$ et $u_E(t)$ et en déduire φ_S .

II- Avec un résistor de résistance R' et le même condensateur, on réalise un filtre passe haut et on applique à son entrée la même tension sinusoïdale $u_E(t)$.

1°) Schématiser le filtre réalisé.

2°) On donne sur la figure 2 deux courbes (1) et (2) représentant chacune l'évolution du gain en fonction de la fréquence N .

a) Identifier la courbe de réponse du filtre passe haut.

b) Déterminer sa fréquence de coupure basse N_b et calculer R' .

III- On réalise maintenant un

filtre passe bande avec un condensateur de capacité $C = 0,5 \text{ nF}$ monté en série avec une bobine purement inductive d'inductance $L = 9,8 \text{ mH}$ et un résistor de résistance $R = 370 \Omega$.

1°) a) Calculer le facteur de qualité du filtre .

b) Calculer la largeur de sa bande passante.

c) Déduire du calcul de 1)a) ou de 1)b) si le filtre considéré est sélectif.

2°) a) Montrer que : $N_b = N_0 - \Delta N/2$ et en déduire que : $N_h = N_0 + \Delta N/2$.

b) Calculer N_b et N_h .

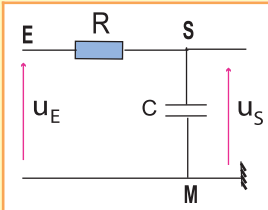


Fig.1

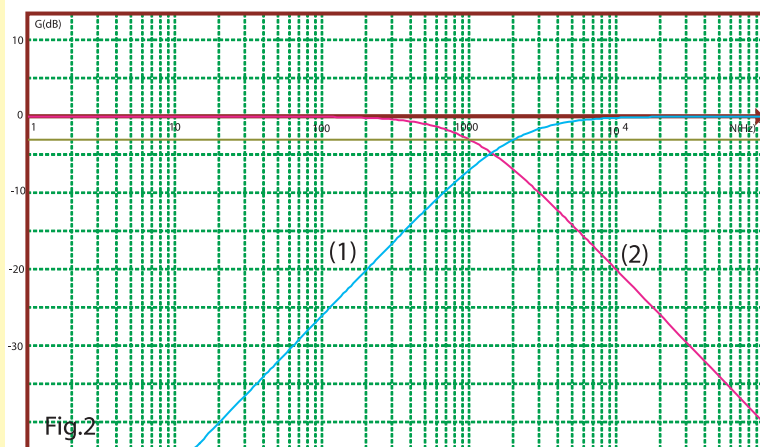


Fig.2

3°) a) Pour les basses fréquences ($N \rightarrow 0$), $T \rightarrow 1$.

Pour les hautes fréquences ($N \rightarrow \infty$), $T \rightarrow 0$. Donc, il s'agit d'un filtre passe bas.

b) La fréquence de coupure haute à -3 dB du filtre passe bas est telle que : $G = G_0 - 3\text{dB}$.

Ce qui signifie : $-10\log\left[1+(2\pi RCN)^2\right] = -3$, car $G_0 = 0\text{ dB}$. Par suite, $1+(2\pi RCN)^2 = 10^{0,3}$.

D'où, $2\pi RCN = \sqrt{10^{0,3} - 1} = 0,998 \approx 1$. Donc, $N_h = \frac{1}{2\pi RC}$.

A.N. : $N_b = 995\text{ Hz}$.

c) $\text{tg}(\varphi_S - \varphi_E) = -\frac{N}{N_h}$. Or, $N = N_h$. Alors, $\text{tg}(\varphi_S - \varphi_E) = -1$. D'où, $\varphi_S - \varphi_E = -\frac{\pi}{4}\text{ rad}$

Avec $\varphi_E = \frac{\pi}{2}\text{ rad}$, on trouve : $\varphi_S = \frac{\pi}{4}\text{ rad}$.

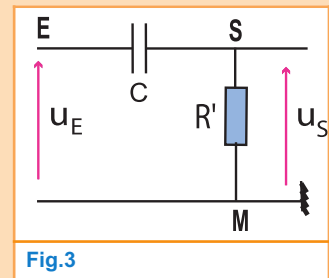
II - 1°) Le schéma du filtre passe haut est celui de la figure 3 ci-contre.

2°) a) Etant caractérisée par un gain élevé pour les hautes fréquences, la courbe (1) est bien la courbe de réponse du filtre passe haut CR.

b) La fréquence de coupure basse du filtre est : $N_b = 2\text{ kHz}$.

On a $N_b = \frac{1}{2\pi R'C}$, ce qui donne : $R' = \frac{1}{2\pi N_b C}$.

A.N. : $R' = 80\ \Omega$



III - 1°) a) $Q = \frac{L\omega_0}{R}$; $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

Avec $C = 0,5\text{ nF}$ et $L = 9,8\text{ mH}$, $\omega_0 = 451,754 \cdot 10^3\text{ rad.s}^{-1}$, ce qui donne : $Q = 11,96 \approx 12$

b) On a : $\Delta N = \frac{N_0}{Q}$. Or, $N_0 = \frac{\omega_0}{2\pi}$, ce qui donne : $N_0 = 71,935\text{ kHz} \approx 72\text{ kHz}$.

D'où : $\Delta N = 6,014\text{ kHz} \approx 6\text{ kHz}$.

c) Avec sa valeur 12, le facteur de qualité Q est nettement supérieur à 1.

Donc, le filtre est sélectif.

2° méthode : Le fait que la valeur de ΔN est très petite devant celle de N_0 permet aussi d'affirmer que le filtre est sélectif.

2°) a) La fréquence de coupure basse a pour expression : $N_b = \frac{N_0}{2Q}(-1 + \sqrt{1 + 4Q^2})$

$Q = 12$. D'où, $4Q^2 \gg 1$. Par suite : $N_b \approx \frac{N_0}{2Q}(-1 + 2Q) = N_0 - \frac{N_0}{2Q}$

$$N_b \approx N_0 - \frac{\Delta N}{2}$$

$N_b = N_h - \Delta N$. Donc, $N_h \approx N_0 + \frac{\Delta N}{2}$

b) Applications numériques :

$$N_b = 68,9\text{ kHz} ; N_h = 74,9\text{ kHz}$$

Exercices à résoudre

Tests rapides des acquis

1 Items "vrai ou faux"

Evaluer les propositions suivantes par vrai ou faux.

- 1- Un filtre passe bas est une portion de circuit ayant pour fonction le filtrage des signaux dont les fréquences sont supérieures à sa fréquence de coupure haute.
- 2- On appelle fréquence de coupure d'un filtre électrique toute fréquence arrêtée par le filtre.
- 3- Un filtre passif a pour fonctions le filtrage et l'amplification.
- 4- Le filtre actif passe bas peut amplifier les signaux de fréquence inférieure à sa fréquence de coupure basse.

- 5- La réponse d'un filtre passe bas à un signal sinusoïdal de fréquence donnée est un signal sinusoïdal de fréquence plus basse.
- 6- A la sortie d'un filtre passe haut réalisé par un résistor et un condensateur, le signal récupéré est déphasé de 45° par rapport à l'entrée.
- 7- La fréquence de coupure d'un filtre réalisé avec un résistor et un condensateur ne dépend que de R et C.
- 8- La bande passante d'un filtre passe bande est d'autant plus étroite que le facteur de qualité du circuit est plus petit.

2 Questions à Choix Multiples

Préciser pour chacune des questions suivantes, la (ou les) proposition(s) juste(s).

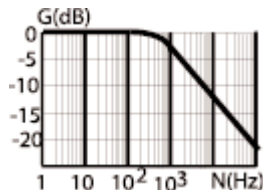
■ I- Sachant que la courbe de réponse d'un filtre donné a la forme représentée ci-dessous, s'agit-il d'un filtre :

- a- passe haut ;
- b- passe bas ;
- c- passe bande.



■ II- Soit la courbe de réponse ci-dessous d'un filtre en gain :

- a- il s'agit d'un filtre :
 - a-1- passe bas ;
 - a-2- passe bande ;
 - a-3- passe haut.



b- sa fréquence de coupure est :

- b-1- 1000 Hz ;
- b-2- 1100 Hz ;
- b-3- 1200 Hz.

c- sa bande passante est :

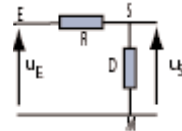
- c-1- $[0 ; 1000 \text{ Hz}]$;
- c-2- $[1100 \text{ Hz} ; \infty]$;
- c-3- $[1000 \text{ Hz} ; \infty]$.

■ III- Pour un filtre actif passe bas, on a :

- a- U_{Sm} toujours inférieure à U_{Em} ;
- b- U_{Sm} toujours supérieure à U_{Em} ;
- c- U_{Sm} inférieure ou supérieure à U_{Em} .

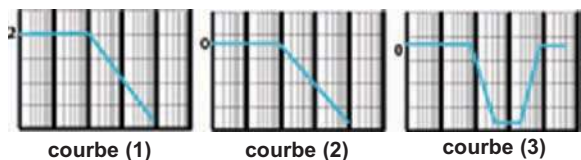
■ IV- A très haute fréquence, on a pour le filtre schématisé ci-dessous $U_{Sm} = U_{Em}$. Le dipôle D est alors :

- a- un résistor ;
- b- un condensateur ;
- c- un amplificateur opérationnel.



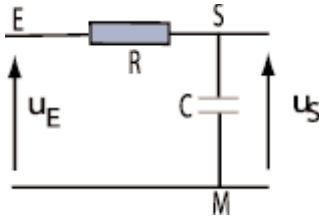
■ V- Parmi les courbes de réponse $G = f(N)$ ci-dessous d'un filtre, celle d'un filtre passe bas actif peut être :

- a- la courbe (1) ;
- b- la courbe (2) ;
- c- la courbe (3).



Exercices d'application

- 3** Pour le filtre schématisé ci-après, on donne : $C = 0,1\mu\text{F}$ et $R = 1,59\text{ k}\Omega$.



La tension d'entrée est : $u_E(t) = U_{Em}\sin(\omega t)$.

1°) a) Sachant que le filtre est linéaire, écrire l'expression de la tension de sortie u_S en fonction du temps.

b) Établir l'expression de la fonction de transfert.

c) En déduire l'expression du gain G du filtre en décibels .

2°) a) Reproduire le tableau suivant et calculer le gain G pour les fréquences qui y figurent:

N(Hz)	10	100	200	500	1000	10^4	10^5
G(dB)							

b) Tracer sur papier semi-logarithmique la courbe $G = f(N)$ et dire en le justifiant s'il s'agit d'un filtre passe haut, passe bas ou passe bande.

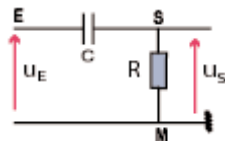
c) Déterminer graphiquement la fréquence de coupure du filtre et déduire la largeur de sa bande passante.

3°) a) Déterminer le déphasage $\Delta\varphi$ de u_S par rapport à u_E pour la fréquence $N = 1\text{ kHz}$.

b) En déduire l'expression de la tension de sortie u_S en fonction du temps. On donne $U_E = 2\text{ V}$.

- 4** On considère le filtre schématisé ci-dessous où $R = 1\text{ k}\Omega$ et $C = 10\text{ nF}$.

A l'entrée du filtre, est appliquée une tension sinusoïdale d'amplitude fixe et de fréquence N réglable.



1°) Quelle est la nature du filtre ?

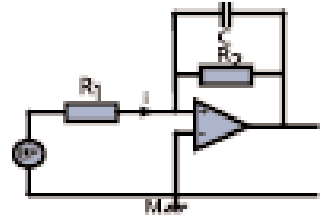
2°) Déterminer sa fonction de transfert T et calculer sa valeur pour $N = 0\text{ Hz}$ et N infinie.

3°) Déterminer la fréquence de coupure N_c à 3 dB et en déduire sa bande passante.

4°) Représenter approximativement l'allure de la courbe $G = f(N)$ pour $0,1 N_c < N < 10 N_c$.

- 5** Avec un amplificateur opérationnel supposé idéal, deux résistors R_1 et

R_2 et un condensateur de capacité C , on réalise le filtre schématisé ci-contre.



A l'entrée du filtre, est appliquée une tension sinusoïdale délivrée par un générateur BF, d'amplitude U_{Em} fixe et de fréquence N réglable.

1°) Déterminer la fonction de transfert du filtre.

2°) Quelle est la nature du filtre ?

3°) Calculer la fréquence de coupure à - 3dB sachant que $R_2 = 5R_1 = 1\text{ k}\Omega$ et $C = 0,01\mu\text{F}$.

4°) a) Donner l'expression du gain G du filtre.

b) Calculer G_{Max} et dire en le justifiant si le filtre est actif ou passif.

c) Donner l'allure de la courbe $G = f(N)$ en y indiquant les points remarquables.

- 6** A l'aide d'un résistor de résistance R , d'un condensateur de capacité C et d'une bobine d'inductance L et de résistance r , on désire réaliser un filtre passe bande.

1°) Sachant que les composants sont montés en série, faire le schéma du filtre en précisant les grandeurs électriques d'entrée et de sortie.

2°) Etablir la connexion nécessaire d'un oscilloscope bicourbe permettant de visualiser sur la voie Y_1 la tension d'entrée et sur la voie Y_2 une tension proportionnelle à l'intensité du courant.

3°) La tension d'entrée est sinusoïdale d'amplitude fixe et de fréquence N réglable. Représenter l'aspect de l'écran de l'oscilloscope pour une fréquence N quelconque en justifiant la réponse quant au choix de la nature de la tension de sortie.

4°) a) Calculer le facteur de qualité du filtre.

b) Calculer la largeur de sa bande passante.

On donne: $R = 500\Omega$; $r = 10\Omega$;

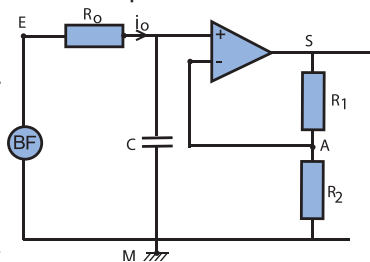
$C = 0,05\mu\text{F}$; $L = 0,1\text{ H}$.

Exercices de synthèse

7 On réalise un filtre passif avec un résistor de résistance $R = 90 \Omega$, une bobine d'inductance $L = 0,1\text{H}$ et de résistance $r = 10 \Omega$ et un condensateur de capacité $C = 0,5 \mu\text{F}$. L'ensemble est monté en série. La tension de sortie u_S est la tension aux bornes du résistor. A l'entrée du filtre, on applique une tension u_E sinusoïdale de pulsation ω réglable et d'amplitude U_{Em} fixe.

- 1°) a) Schématiser le circuit et y indiquer le sens positif choisi pour le courant.
- b) Par application de la loi des mailles, écrire la relation entre les tensions aux bornes de chacun des composants du circuit.
- 2°) a) Établir par une construction de Fresnel, l'expression de l'impédance Z du circuit.
- b) Quand dit-on qu'il y a résonance d'intensité? Donner l'expression de la fréquence N_0 correspondante pour qu'il en soit ainsi. La calculer.
- c) Calculer le facteur de surtension Q_0 à la résonance d'intensité.
- 3°) Calculer la transmittance T du filtre à la fréquence N égale à $2N_0$.
- 4°) a) Exprimer les fréquences de coupure N_1 et N_2 ainsi que la largeur ΔN de la bande passante du filtre en fonction de Q_0 et N_0 .
Calculer N_1 , N_2 et ΔN .
- b) Calculer le facteur de qualité Q et le comparer à Q_0 .

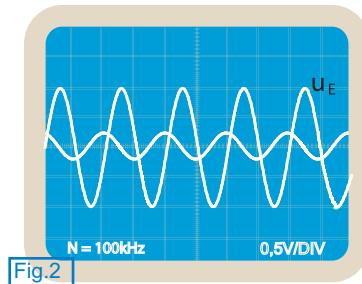
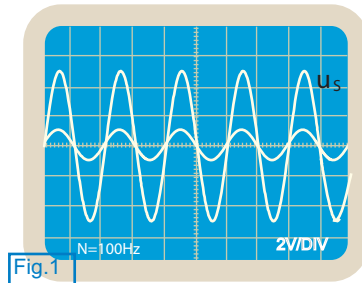
8 Lors d'une séance de TP, les élèves disposent d'un amplificateur opérationnel supposé idéal, des résistors R_0 , R_1 et R_2 , d'un condensateur de capacité C , d'un générateur BF et d'un oscilloscope bicourbe. Ils ont pour objectif l'étude expérimentale du filtre actif schématisé par la figure ci-contre.



- 1°) Schématiser le montage en faisant apparaître les branchements à l'oscilloscope permettant la visualisation de la tension d'entrée u_E sur sa voie Y_1 et de la tension de sortie u_S sur sa voie Y_2 .

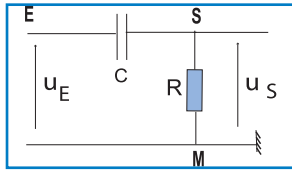
2°) Au moment de la réalisation pratique du montage, l'un des élèves dit au professeur qu'il manque un générateur pour que le montage soit fonctionnel. Cet élève a-t-il raison? justifier la réponse.

3°) Le montage est réalisé et mis en fonction en présence du professeur. Ce dernier demande aux élèves de déterminer rapidement la nature du filtre. Ils proposent alors de visualiser simultanément la tension d'entrée u_E et celle de sortie u_S , une fois pour une fréquence faible et une autre fois pour une fréquence très élevée. En passant à l'essai, ils obtiennent les deux aspects de l'écran des figures 1 et 2 pour une amplitude de la tension d'entrée : $U_{Em} = 1 \text{ V}$.



- a) Montrer que ce résultat est suffisant pour conclure que le filtre actif réalisé est passe bas.
- b) En déduire une valeur approchée du maximum de sa fonction de transfert.
- c) Calculer la valeur maximale du gain correspondant en dB.
- 4°) a) Établir l'expression de la fonction de transfert du filtre en fonction de R_0 , R_1 , R_2 , C et la pulsation ω de la tension u_E .
- b) Calculer les valeurs limites de T correspondant respectivement aux très petites et aux très grandes pulsations.
- 5°) Exprimer puis calculer la fréquence de coupure haute N_h .
- 6°) Tracer l'allure de la courbe $T = f(N)$.

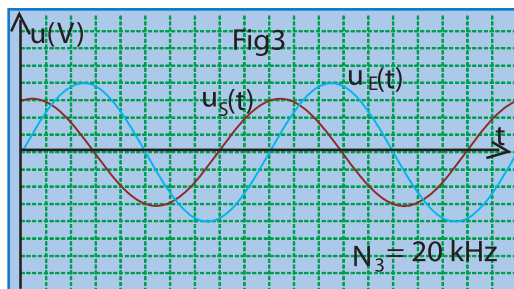
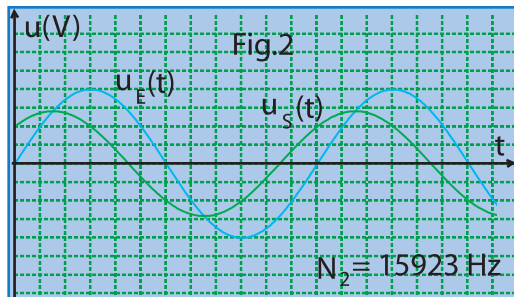
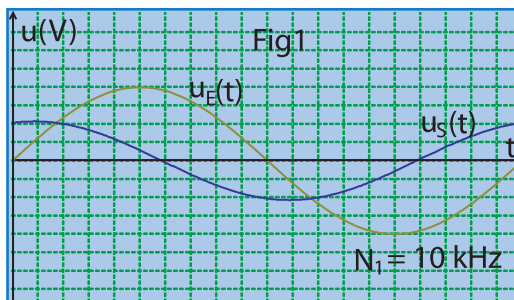
9 On considère le filtre schématisé ci-dessous avec $C = 10 \text{ pF}$ et $R = 1 \text{ k}\Omega$.



La tension d'entrée est une fonction sinusoïdale du temps de fréquence N réglable :

$$u_E(t) = 4\sin(2\pi Nt).$$

A l'aide d'un dispositif approprié, on trace la courbe $u_S(t)$ pour trois valeurs différentes de N comme il est montré dans les figures 1, 2 et 3.



1°) Déterminer l'expression de la tension d'entrée u_E en fonction du temps.

2°) Etablir l'expression de u_S en fonction de t pour la fréquence N_2 .

3°) a) Compléter le tableau suivant où U_{Sm} est la valeur maximale de la tension de sortie, T est la transmittance du filtre et G est son gain.

N	N_1	N_2	N_3
U_{Sm} (V)			
T			
G(dB)			

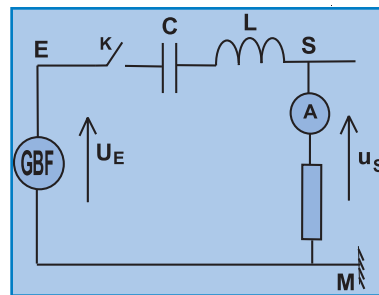
b) Préciser le sens des variations de U_{Sm} , T et G lorsque la fréquence N augmente.

c) Dire en le justifiant si le filtre est passe bas, passe haut ou passe bande.

d) Dire pourquoi il est possible de déduire les valeurs limites de U_{Sm} , T et G lorsque N tend vers 0 et non lorsque N tend vers l'infini.

10 On considère le circuit RLC série schématisé ci-dessous. Il est alimenté par un générateur BF délivrant à ses bornes une tension sinusoïdale de fréquence N réglable de 5 à 85 MHz :

$$u_E(t) = 100\sqrt{2}\sin(2\pi Nt)$$



On donne : $R = 50 \Omega$, $L = 1 \mu\text{H}$, $C = 10 \text{ pF}$.

1°) On se propose de déterminer expérimentalement le type du filtre (passe bas, passe haut ou passe bande).

Le tableau suivant donne la valeur efficace I de l'intensité du courant pour différentes valeurs de N .

a) Reproduire le tableau et y ajouter une ligne pour le calcul de la valeur efficace U_S de la tension de sortie u_S aux bornes du résistor.

N(MHz)	5	20	50.3	70	85
I(A)	0,032	0,149	2	0,458	0,285

b) Tracer la courbe de réponse $U_S = f(N)$.

c) Décrire brièvement l'allure de la courbe tracée et conclure quant à la nature du filtre.

2°) On se propose maintenant de voir comment un filtre permet la transmission du signal avec faible ou forte atténuation. Pour cela, on pense aux comportements des composants du circuit vis à vis de la fréquence N .

2.1- Comportement du condensateur

a) Écrire l'expression l'impédance du condensateur en fonction N , C et en déduire celle de la tension efficace U_C entre ses bornes.

b) Compléter le tableau suivant :

$N(\text{MHz})$	5	20	50,3	70	85
$Z_C(\Omega)$	3183		316		187
$U_C(\text{V})$		118,6		104	

c) Comment varie l'impédance Z_C du condensateur lorsque N augmente ?

d) Étudier le comportement du condensateur en régime sinusoïdal dans les deux cas limites de la fréquence : le cas où N tend vers zéro et le cas où N tend vers l'infini.

2.2- Comprtement de la bobine

a) Ecrire l'expression de l'impédance Z_L de la bobine en fonction de L et N et en déduire celle de la valeur efficace U_L de la tensin $u_L(t)$ aux bornes de la bobine.

b) Compléter le tableau qui suit :

$N(\text{MHz})$	5	20	50,3	70	85
$Z_L(\Omega)$		126		440	
$U_L(\text{V})$	0,98		632		53,3

c) Comment varie l'impédance de la bobine lorsque la fréquence N augmente ?

d) Étudier le comportement de la bobine en régime sinusoïdal dans les mêmes cas limites de la fréquence.

e) Comparer les comportements de la bobine et du condensateur en régime sinusoïdal.

2.3- Comprtement du circuit

a) Ecrire l'expression de l'impédance Z du circuit en fonction de R , L , C et N ; en déduire celle de la valeur efficace U_S de $u_S(t)$.

b) Compléter le tableau :

$N(\text{MHz})$	5	20	50,3	70	85
$Z(\Omega)$	3152	671		218	350
$U_S(\text{V})$	1,858	7,45		22,9	14,25

c) Décrire brièvement les variations de la tension de sortie u_S en fonction de N et donner une interprétation en se basant sur l'impédance pour expliquer le principe de fonctionnement du filtre passe bande.

3°) On demande de calculer la valeur maximale :

a) de la fonction de transfert.

b) du gain en décibel.

4°) Déterminer la bande passante à -3db du filtre.

11 Étude de texte

Filtres et musique Techno

Les filtres sont très utilisés en musique techno, où ils sont généralement modifiés en temps réel afin de rendre les parties répétitives "vivantes" et excitantes, et en trip-hop (genre de musique électronique sur laquelle se greffent le jazz, le rock...), où l'atténuation des basses donne un son dit rétro.

Suivant le domaine sur lequel le filtre doit agir, on distingue le filtre passe-bas (Low Pass), le filtre passe-bande (Band Pass) et le filtre passe-haut (Hi Pass). Les filtres passe-bas et passe-haut sont destinés aux extrémités de la plage de fréquence, alors que le passe bande agit "à l'intérieur". En plus de ces trois types, il y a le filtre réjecteur de bande, encore appelé "notch". Ce dernier est aussi beaucoup utilisé en musique techno. C'est aussi celui ci qu'on utilise en karaoké pour atténuer la voix du chanteur sur les morceaux choisis.



Dans tous les cas, l'atténuation d'un filtre est toujours multiple de 6 dB par octave. Un filtre ayant une atténuation maximale de 6 dB par octave est à peine plus puissant qu'un égaliseur, mais la plupart des filtres proposent 12 ou 24 dB. A partir de 3 dB, l'atténuation devient audible. Cette valeur est très connue sous le nom anglosaxon "Cut Off". Le Cut off peut être déplacé par l'utilisateur afin d'atténuer une bande de fréquences plus ou moins large.

Questions

1°) Qu'est-ce qui montre dans le texte que le filtre réjecteur de bande est le complémentaire du filtre passe bande ?

2°) Que désigne-t-on par cut off et quel nombre, le filtre passe bande en possède-t-il ?

3°) Parmi les filtres qui proposent une atténuation comprise entre 12 et 24 dB, quels sont ceux les plus performants ?

En savoir plus

TECHNOLOGIES DES FILTRES

On peut classer les filtres à partir de la forme de leur fonction de transfert ou par le comportement des éléments passifs qui composent le filtre. Les filtres les plus courants sont de l'un des quatre types suivants : passe-bas, passe-haut, passe-bande ou réjecteur de bande.

Techniquement, un filtre peut être réalisé de manière passive, active ou numérique.

Filtres passifs

Les filtres passifs se caractérisent par l'usage exclusif de composants passifs (résistors, condensateurs, bobines). Par conséquent, leur transmittance ne peut excéder l'unité. Autrement dit, ils ne peuvent qu'atténuer en partie des signaux, mais pas les amplifier.

Les réalisations les plus simples sont basées sur des circuits RC, RL, LC ou Circuit RLC. Mais, il est bien sûr permis d'augmenter la complexité du filtre (et le nombre de composants). Moins il y aura de composants, plus il sera délicat d'être sélectif : l'atténuation se fera progressivement. Avec plus de composants, on peut espérer couper plus brutalement une fréquence en touchant moins les voisines.

Les filtres passifs sont rarement sujet à des phénomènes de saturation (hormis quelques cas de bobines avec noyau), d'où par exemple leur usage dans les enceintes de haut-parleurs. De plus, ils peuvent exister dans toutes les gammes de fréquences (d'où leur usage dans certains circuits haute fréquence comme en radio par exemple). Toutefois, un même circuit peut difficilement couvrir à lui seul une très large gamme de fréquences car le choix d'un type de bobine ou de condensateur dépend de la fréquence. C'est faisable mais plus complexe. Citons l'exemple du condensateur électro-chimique : bien adapté aux basses fréquences, il devient assez vite inductif avec l'augmentation de la fréquence (il perd son comportement capacitif). Une bobine est constituée d'un fil et est donc très conductrice en basse fréquence. Par contre, elle s'oppose au passage des hautes fréquences. Les condensateurs font l'inverse (isolant en basse fréquence, conducteur en haute fréquence). Les résistors ne sélectionnent pas les fréquences à eux seuls, mais permettent de définir les constantes de temps d'un circuit en limitant plus ou moins les courants.

Au-delà de 100 MHz, les inductances sont souvent constituées par un simple fil sinueux ou des bandes de métal, et les condensateurs par des bandes de métal superposées (stubs). Pour les filtres du second ordre, il est possible de définir un facteur de qualité, c'est-à-dire le rapport entre leur fréquence centrale et leur bande passante, attention ceci n'est valable que pour un passe bande. Un filtre ayant une bande très fine par rapport à sa fréquence centrale sera considéré comme très sélectif ou de grande qualité.

Le circuit est soumis à plus ou moins à de bruits parasites apparaissant dans les signaux.

Cela dépend des composants employés : bruit thermique très faible dans les conducteurs ohmiques, bruit assez faible dans les condensateurs, mais sensibilité aux champs magnétiques plus importante avec les bobines.

Pour être complet, il convient de mentionner les filtres à quartz, les filtres SAW (Surface Acoustic Waves, « onde acoustique de surface »), les filtres céramiques et les filtres mécaniques, qui font aussi partie des filtres passifs.

Filtres actifs

Les filtres actifs se caractérisent par l'usage d'au moins un composant actif (par exemple transistor, amplificateur opérationnel, ou autre circuit intégré...).

Ces filtres ont l'avantage de pouvoir se passer de bobines qui coûtent cher, difficilement miniaturisables et imparfaites (résonances propres, sensibilité aux parasites...). De plus ils ont un gain qui peut être positif (ils peuvent amplifier).

Ce type de filtre convient bien aux signaux de faible amplitude et de faible puissance. Les filtres actifs sont donc largement utilisés dans les amplificateurs audio et instruments électroniques de toutes sortes. Cependant, contrairement aux filtres passifs, ils nécessitent une alimentation électrique et sont limités en amplitude (saturation). Aujourd'hui ils peuvent couvrir de larges bandes de fréquence. Les composants actifs (ainsi que les résistors dans une moindre mesure) peuvent introduire du bruit parasite, ce qui, au-delà d'un certain seuil, peut être gênant. Toutefois, ce bruit peut souvent être maîtrisé.

Filtres numériques

Les filtres numériques se caractérisent par le traitement entièrement numérique du signal. Ils traitent un flot continu d'informations (comme par exemple celui lu sur un CD audio) et calculent en temps réel un nouveau flot de données sortantes, qui correspondent au signal filtré désiré.

Ces filtres ont l'avantage de pouvoir être intégrés dans des circuits numériques miniaturisables à l'extrême, tels des processeurs (Digital Signal Processors, DSP en particulier) et de ne nécessiter quasi aucun composant analogique, ce qui garantit des caractéristiques strictement reproductibles d'un appareil à l'autre : en d'autres termes, la précision est bien meilleure puisqu'il y a moins de composants analogiques.

Ils permettent d'obtenir des caractéristiques spectrales dont certaines ne peuvent être reproduites par aucun filtre analogique (actif ou non) : par exemple, ils peuvent être très sélectifs ou éliminer toute une série de composantes harmoniques (filtre en peigne). C'est uniquement une question de calcul mathématique.

Ils sont dorénavant très utilisés dans l'électronique moderne où l'analogique cède le pas au numérique. La plupart des signaux étant numériques, ils sont traités directement comme tels.

Autres technologies

- Filtres piézoélectriques

Les qualités piézoélectriques de certains matériaux, comme le quartz, peuvent être utilisées dans la conception de filtres. Les filtres à quartz possèdent un facteur de qualité élevé et une très bonne stabilité en température.

- Filtres SAW

Un filtre SAW est un système électromécanique utilisé généralement dans des applications utilisant les ondes radio. Les signaux électriques sont convertis en onde mécanique par un cristal piézoélectrique. Cette onde est retardée lors de sa propagation dans le cristal, puis reconvertie en signal électrique. Les sorties retardées sont recombinaées pour produire une implémentation d'un filtre à réponse impulsionnelle finie.

- Filtres atomiques

Pour des fréquences et une précision plus élevées, il est possible d'utiliser les modes vibratoires d'atomes. Les horloges atomiques utilisent des masers[⊙] à césium comme filtres à très haut facteur de qualité afin de stabiliser leurs oscillateurs primaires. Une autre méthode, utilisée pour des fréquences élevées et fixes sur des signaux radio très faibles, est d'utiliser un maser à rubis.

D'après www.techno-science.net

⊙MASER (Sigle de l'expression anglaise : Microwave Amplification by Stimulated Emission of Radiation) :
Amplificateur de micro-ondes par émission stimulée de rayonnement électromagnétique invisible.

Objectifs

- ◆ Reconnaître un multivibrateur astable.
- ◆ Réaliser un montage de multivibrateur astable.
- ◆ Visualiser les chronogrammes d'un multivibrateur astable.
- ◆ Tracer les chronogrammes d'un multivibrateur astable.
- ◆ Interpréter les chronogrammes d'un multivibrateur astable.
- ◆ Relever les deux niveaux de sortie d'un multivibrateur astable.
- ◆ Calculer la période du signal généré par un multivibrateur astable.
- ◆ Calculer le rapport cyclique δ d'un multivibrateur astable.

Prérequis

SAVOIR	SAVOIR FAIRE
<ul style="list-style-type: none"> ◆ Définir un oscillateur. ◆ Citer les propriétés caractéristiques d'un amplificateur opérationnel idéal. ◆ Citer des exemples de portes logiques. ◆ Décrire le principe de fonctionnement d'une porte logique NAND. ◆ Citer un montage comparateur à un seuil de basculement. ◆ Décrire la réponse d'un dipôle RC à un échelon de tension. ◆ Ecrire l'équation différentielle régissant la réponse d'un dipôle RC à un échelon de tension. 	<ul style="list-style-type: none"> ◆ Utiliser un oscilloscope bicourbe. ◆ Déterminer la période d'un signal périodique. ◆ Reconnaître un signal sinusoïdal. ◆ Reconnaître la caractéristique de transfert d'un amplificateur opérationnel. ◆ Etablir l'expression de la tension de sortie en fonction de la tension d'entrée de quelques montages à amplificateur opérationnel. ◆ Expliquer le fonctionnement des portes logiques NO et NAND et tracer leurs chronogrammes.

PRODUCTION DE SIGNAUX NON SINUSOÏDAUX

8

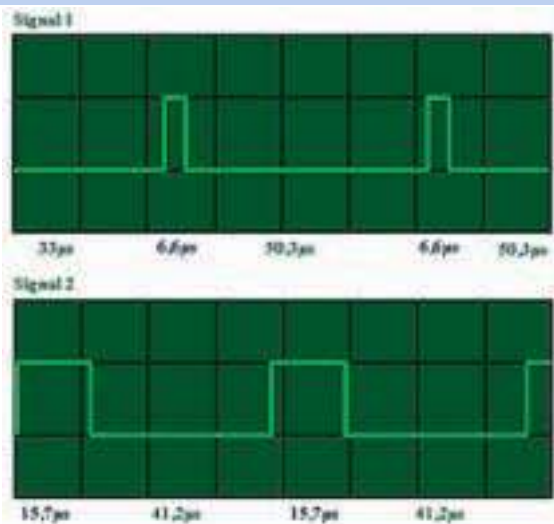


Chenillard modulateur

Les multivibrateurs astables qui produisent des signaux en créneaux sont à la base des systèmes d'alarme, des chenillards modulateurs...



Système d'alarme



Signaux en créneaux

- ◆ Actuellement, les ordinateurs les plus performants sont caractérisés par une vitesse d'horloge allant de 1 GHz à 2x3,2 GHz. Que signifie cette caractéristique technique ? Qu'est-ce que ça peut être, l'horloge du processeur d'un ordinateur ?
- ◆ Qu'est-ce qu'un oscillateur de relaxation et qu'est-ce qui le distingue d'un oscillateur harmonique ?
- ◆ Qu'est-ce qui confère aux générateurs BF cette possibilité de délivrer à leurs bornes un signal carré ou triangulaire ?

PRODUCTION DE SIGNAUX NON SINUSOÏDAUX

En électronique, les phénomènes périodiques non sinusoïdaux sont variés et, par leurs applications usuelles, ils ne sont pas moins importants que les phénomènes sinusoïdaux. Les plus pratiques d'utilisation sont les signaux rectangulaires ou triangulaires.

1 GÉNÉRATEURS DE SIGNAUX PÉRIODIQUES NON SINUSOÏDAUX

Les montages produisant des signaux périodiques non sinusoïdaux sont des multivibrateurs.

Un multivibrateur est un circuit constitué essentiellement d'un comparateur, d'un réservoir d'énergie (dipôle RC par exemple) et d'une source autonome d'énergie (tension(s) continue(s) d'alimentation).

Il y a trois catégories de multivibrateurs :

- ♦ le multivibrateur bistable : circuit possédant deux états ou niveaux de sortie stables, un état initial qu'il atteint en le soumettant à un signal externe et un autre état qu'il peut maintenir tant qu'on ne lui applique pas un deuxième signal de déclenchement (ou de bascule),
- ♦ le multivibrateur monostable : circuit possédant un seul état stable. En le soumettant à un signal externe dit de commande, il passe à un état quasi-stable qu'il maintient pendant une certaine durée puis revient à son état stable initial et ainsi de suite,
- ♦ le multivibrateur astable : circuit oscillant entre deux états quasi-stables sans avoir besoin d'aucun signal externe de déclenchement.

Remarque

En raison du retour périodique du multivibrateur à un état stable (niveau d'énergie minimale), tout oscillateur dont il est la base est appelé oscillateur de relaxation.

2 FONCTIONNEMENT D'UN MULTIVIBRATEUR ASTABLE

2.1- MONTAGES DE BASE : COMPAREURS À DEUX SEUILS

Manipulation

A l'aide de deux résistors, d'un amplificateur opérationnel (LM301 ou μA 741 par exemple) et d'un générateur "basse fréquence", on réalise le montage (M_1) de la figure 1.

♦ Première expérience

On fixe les résistances R_1 et R_2 à la même valeur $10\text{ k}\Omega$; on règle le générateur BF pour qu'il délivre entre ses bornes une tension alternative triangulaire d'environ 20 V crête à crête et de fréquence $N = 1\text{ kHz}$ par exemple.

Pour suivre simultanément l'évolution de la tension u_E délivrée par le GBF à l'entrée du montage et la tension de sortie u_S de l'amplificateur opérationnel, on relie les points A et S respectivement aux voies Y_1 et Y_2 d'un oscilloscope bicourbe.

On ferme le circuit, puis on augmente l'amplitude du signal d'entrée jusqu'à ce que l'amplificateur opérationnel puisse basculer. On observe sur l'écran de l'oscilloscope, les chronogrammes stables de $u_E(t)$ et de $u_S(t)$ avec la sensibilité horizontale $0,2\text{ ms/div}$ et la même sensibilité verticale 5 V/div (Fig.2).

En passant en mode XY, on obtient la caractéristique $u_S = f(u_E)$ de la figure 3.

♦ Deuxième expérience

A l'aide de la porte logique CMOS 4093 montée en inverseur, on réalise le montage (M_2) de la figure 4.

En appliquant à son entrée une tension triangulaire préalablement calibrée[⊙] et en utilisant les entrées Y_1 et Y_2 en mode DC (Direct Current en anglais), on obtient, en mode XY, la caractéristique de transfert (C_1) $u_S = f(u_E)$ de la figure 5a.

En remplaçant la porte CMOS 4093 par une autre porte CMOS de type 4011, on obtient, en mode XY, la caractéristique de transfert (C_2) de la figure 5b.

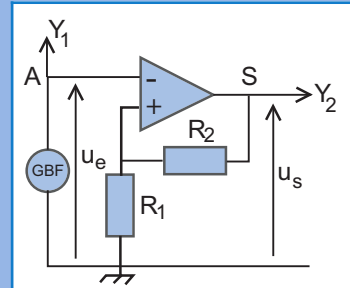


Fig.1 : Schéma du Montage (M_1)

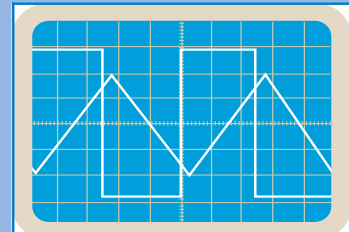


Fig.2 : Oscillogrammes représentant $u_E(t)$ et $u_S(t)$

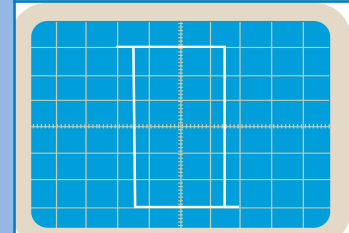


Fig.3 : Caractéristique de transfert $u_S = f(u_E)$

⊙ Pour calibrer la tension triangulaire, il suffit de jouer sur le décalage de zéro en observant le signal à l'oscilloscope.

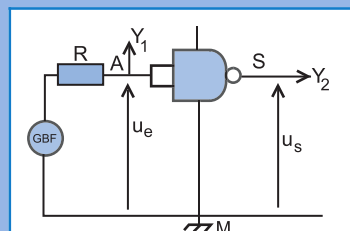


Fig.4 : Schéma du montage (M_2)

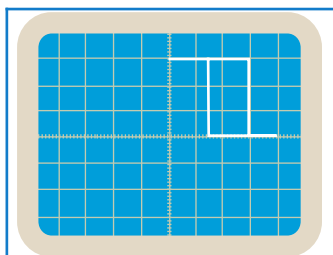


Fig.5a : Caractéristique de transfert (C_1)

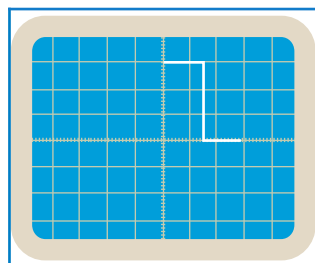


Fig.5b : Caractéristique de transfert (C_2)

Questions

1°) En exploitant les chronogrammes de la figure 2 :

a) montrer que le montage (M_1) est un comparateur à deux seuils de basculement dont on donnera les valeurs.

b) donner les valeurs prises par la tension de sortie et les comparer aux tensions de saturation U_{sat} et $-U_{sat}$ de l'amplificateur opérationnel.

2°) a) Par application de la loi des mailles aux schémas du montage (M_1), établir l'équation :

$$\varepsilon = \frac{R_1}{R_1 + R_2} u_s - u_E$$

b) En supposant que l'amplificateur opérationnel est idéal, montrer que lorsque ε change de signe u_s passe de :

♦ ($-U_{sat}$) à ($+U_{sat}$) à l'instant où u_E franchit, en décroissant, un seuil de basculement U_{BH} que l'on calculera.

♦ ($+U_{sat}$) à ($-U_{sat}$) à l'instant où u_E franchit, en croissant, un deuxième seuil de basculement U_{HB} que l'on calculera.

3°) Comparer les valeurs trouvées théoriquement à celles obtenues expérimentalement. Expliquer les écarts relatifs constatés.

4°) Montrer que le montage (M_2) est aussi un comparateur à deux seuils dont on précisera les caractéristiques.

Interprétation

Il s'agit d'établir l'expression de la tension différentielle ε de l'amplificateur opérationnel du montage de la figure 1.

D'après le schéma de la figure 6 :

- pour la maille MAE⁻ E⁺R₁M, on a : $u_E + \varepsilon - R_1 i = 0$ (1)

- pour la maille MS R₂ R₁M, on a : $u_s - R_2 i - R_1 i = 0$ (2)

L'équation (1) donne : $\varepsilon = R_1 i - u_E$ (3)

L'équation (2) donne : $i = \frac{u_s}{R_1 + R_2}$ (4)

Donc,
$$\varepsilon = \frac{R_1}{R_1 + R_2} u_s - u_E$$

Où $u_s = +U_{sat}$ si $\varepsilon > 0$ et $u_s = -U_{sat}$ si $\varepsilon < 0$.

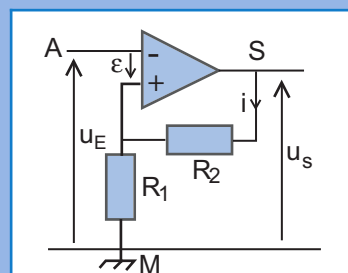


Fig.6 : Schéma du montage (M_1)

En d'autres termes, si ε change de signe, la tension de sortie u_S bascule entre $(+ U_{sat})$ et $(- U_{sat})$, c'est-à-dire elle ne prend que deux valeurs possibles.

Plus précisément :

- si ε passe d'une valeur négative à une valeur positive, u_S passe de $- U_{sat} = - 15 \text{ V}$ à $U_{sat} = 15 \text{ V}$ à l'instant où u_E franchit la tension de basculement $U_{BH} = - \frac{R_1}{R_1 + R_2} U_{sat}$ en décroissant ;

- si ε passe d'une valeur positive à une valeur négative, u_S passe de $U_{sat} = 15 \text{ V}$ à $- U_{sat} = - 15 \text{ V}$ à l'instant où u_E franchit la tension de basculement $U_{HB} = + \frac{R_1}{R_1 + R_2} U_{sat}$ en croissant.

On dit que le système bascule autour de $\varepsilon = 0$ et les tensions de basculement sont définies lorsque $\varepsilon = 0$ et $u_S = \pm U_{sat}$.

L'écart relatif entre les valeurs de U_{sat} trouvées expérimentalement et théoriquement (de 14,5 V environ au lieu de 15V et de -14 V environ au lieu de -15 V) s'explique par le fait que la zone linéaire de la caractéristique $u_S = f(\varepsilon)$ de l'amplificateur n'est pas parfaitement verticale. L'existence de cette zone de largeur Δu (de l'ordre du mV) influe sur la valeur de U_{sat} (Fig.7).

En ce qui concerne l'écart relatif entre les valeurs théoriques et expérimentales des seuils de basculement (7 V environ au lieu de 7,5 V et -7,25 V environ au lieu de -7,5 V) est dû à la tension de décalage (ou offset) de l'amplificateur opérationnel.

Ainsi, le montage formé par l'amplificateur et les deux résistances R_1 et R_2 permet de comparer la tension d'entrée u_E aux deux tensions de références U_{BH} et U_{HB} et à chaque fois que u_E franchit l'une de ces tensions seuils, la tension de sortie u_S bascule de la valeur $(+ U_{sat})$ à $(- U_{sat})$ ou inversement : c'est un montage comparateur à deux seuils.

Ayant la même fonction de comparaison que le montage (M_1), le montage (M_2), formé par la porte CMOS inverseuse (4093 ou 4011) est aussi un comparateur de tension à deux seuils :

- ♦ $U_{BH} = 1/2 U_{DD}$ et $U_{HB} = U_{DD}$ pour la porte CMOS inverseuse de type 4093 (ou à hystérésis).
- ♦ $U_{BH} = 0$ et $U_{HB} = 1/2 U_{DD}$ pour la porte CMOS 4011.

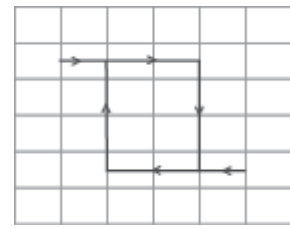


Fig.7 :Caractéristique de transfert

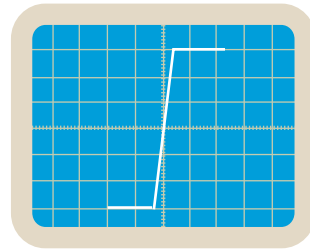


Fig.7 : Caractéristique de transfert d'un amplificateur opérationnel

Conclusion

Un comparateur de tensions est un circuit qui délivre un signal électrique défini en sortie selon le signe et les valeurs des seuils de basculement.

Un comparateur utilisant un amplificateur opérationnel ou une porte CMOS monté en inverseur est un montage à deux seuils qui délivre une tension à deux niveaux de sortie : c'est une tension périodique non sinusoïdale.

2.2- MONTAGE MULTIVIBRATEUR ASTABLE ET GRANDEURS CARACTÉRISTIQUES

On va se limiter aux montages qui constituent des multivibrateurs astables délivrant à leur sortie une tension rectangulaire. De tels multivibrateurs astables sont des comparateurs dont l'entrée inverseuse est rebouclée par un dipôle RC (Fig 8). La tension de sortie u_S est une tension périodique qui ne peut prendre que deux niveaux, l'un représente l'état haut E_H de l'oscillateur et l'autre représente l'état bas E_B du même oscillateur: ce sont les niveaux de sortie du multivibrateur (Fig.9).

En plus des niveaux de sortie, un multivibrateur est caractérisé par une période T et un rapport cyclique δ .

♦ La période T est la durée d'un cycle ; c'est la durée T_2 de l'état bas ajoutée à la durée T_1 de l'état haut.

$$T = T_1 + T_2$$

♦ Le rapport cyclique δ d'un multivibrateur est le rapport entre la durée T_1 de son état haut et la durée totale T d'un cycle (ou période).

$$\delta = \frac{T_1}{T}, \text{ il s'exprime en un pourcentage.}$$

Remarque

Aucun des deux états haut et bas n'est stable. Mais, du fait qu'ils sont plus au moins durables, ils sont dits quasistables.

2.3- PRINCIPE DE FONCTIONNEMENT D'UN MULTIVIBRATEUR ASTABLE BOUCLÉ EN RC

A part la polarisation, il n'y a pas de tension externe appliquée à l'entrée du montage : c'est un générateur autonome qui maintient à sa sortie une tension périodique non sinusoïdale.

Étudions le principe de fonctionnement d'un tel générateur en régime permanent lors des phases de charge et de décharge du condensateur.

Supposons que le condensateur est initialement chargé sous une tension U_i et que la tension u_S passe de son niveau bas à son niveau haut. Le condensateur commence à se charger à

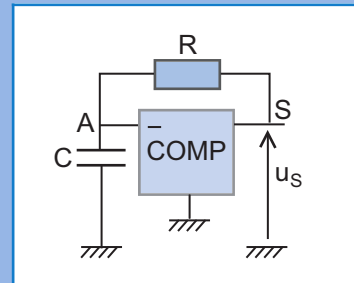


Fig.8 : Schéma d'un multivibrateur astable

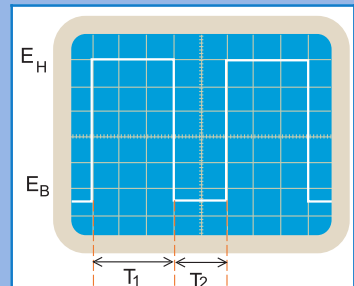


Fig.9 : Caractéristique $u_S = f(t)$ d'un multivibrateur

travers le résistor. Donc, la tension u_C à ses bornes croît exponentiellement au cours du temps en visant la valeur de la tension du niveau haut E_H en même temps que le courant de charge i_C qui décroît en tendant à s'annuler. Mais, lorsque u_C atteint le seuil de basculement U_{HB} , le comparateur commute et u_S passe instantanément de son niveau haut à son niveau bas E_B et le courant change de sens. Donc, le condensateur commence à se décharger pour se charger de nouveau (avec inversion des signes des charges des armatures) toujours à travers le résistor. Par conséquent, u_C décroît exponentiellement au cours du temps vers E_B . Mais, une fois sa valeur atteint le seuil de basculement U_{BH} , le comparateur commute de nouveau, u_S bascule vers son niveau haut et le processus se répète continuellement tel quel (Fig.10).

Expression de $u_C(t)$

Pour la maille MSRACM (Fig.11) : $u_S - R i - u_C = 0$

$$\text{Or, } i = \frac{dq}{dt} = C \frac{du_C}{dt}$$

$$\text{Donc, on obtient : } RC \frac{du_C}{dt} + u_C = u_S \quad (1)$$

où u_S prend la valeur E_H (niveau haut) ou bien E_B (niveau bas). Ainsi, l'équation différentielle à laquelle obéit le dipôle RC environnant le comparateur est la même que celle d'un dipôle RC soumis à un échelon de tension. Or, on a vu au chapitre 1 que la solution générale de l'équation différentielle (1) peut s'écrire sous la forme $u_C(t) = \alpha \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + \beta$, où les constantes α et β sont deux constantes déterminées à partir des conditions initiales et asymptotiques :

Supposons qu'à $t = 0$, le condensateur est initialement chargé à la tension initiale U_i . Il en découle :

$$\alpha + \beta = U_i.$$

Encore, lorsque t tend vers l'infini, la tension $u_C(t)$ tend vers une tension de valeur finale U_f égale soit à E_H ou à E_B . Par conséquent : $\beta = U_f$.

Finalement, l'expression de la tension instantanée aux bornes du condensateur s'écrit :

$$u_C(t) = (U_i - U_f) \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + U_f = (U_i - U_f) \cdot e^{-\frac{t}{RC}} + U_f \quad (2)$$

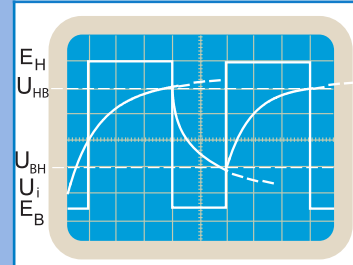


Fig.10 : Tensions $u_C(t)$ et $u_S(t)$

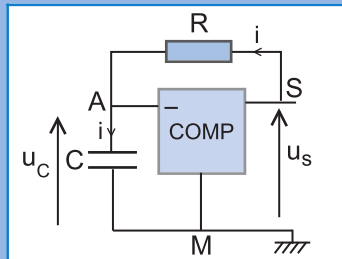


Fig.11 : Schéma d'un montage de multivibrateur astable

Expression de la période T

La durée Δt nécessaire à $u_C(t)$ pour passer de sa valeur initiale U_i à une valeur donnée U_o s'écrit :

$$\Delta t = \tau \operatorname{Log} \frac{U_i - U_f}{U_o - U_f} \quad (3)$$

Pour déterminer la période T et le rapport cyclique δ , on recourt aux chronogrammes de la figure 12.

♦ Au cours d'une phase de charge (Fig.12a), la tension finale visée est E_H et la tension atteinte au bout de la durée T_1 du niveau haut est $U_P = U_{HB}$.

Donc, la durée T_1 s'écrit d'après (3) :

$$T_1 = t_P = \tau \operatorname{Log} \frac{U_{IC} - E_H}{U_{HB} - E_H}$$

♦ Au cours d'une phase de décharge comme PQ (Fig.12b), la tension initiale est $U_{id} = U_P = U_{HB}$. La tension finale visée est E_B et la tension atteinte au bout de la durée du niveau bas est $U_Q = U_{BH}$. Donc, la durée T_2 s'écrit d'après (3) :

$$T_2 = t_Q - t_P = \tau \operatorname{Log} \frac{U_{id} - E_B}{U_{BH} - E_B} = \tau \operatorname{Log} \frac{U_{HB} - E_B}{U_{BH} - E_B}$$

Donc, l'expression de la période T d'un multivibrateur astable est de la forme :

$$T = T_1 + T_2 = \tau \operatorname{Log} \left(\frac{U_{IC} - U_{HB}}{U_{HB} - E_H} \cdot \frac{U_{id} - E_B}{U_{BH} - E_B} \right) \quad (4)$$

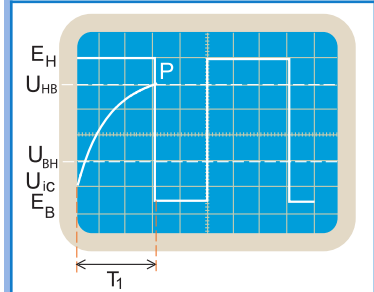


Fig.12a : Détermination de la durée T_1

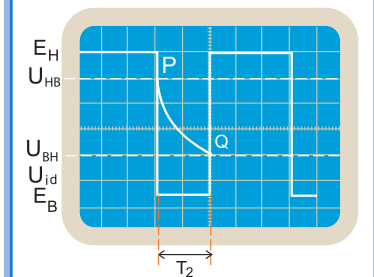


Fig.12b : Détermination de la durée T_2

Fig.12 : Détermination de la période T

Conclusion

Le fonctionnement d'un multivibrateur astable est basé sur la commande de son entrée par sa sortie en l'absence de tout générateur d'alimentation (à part celui de la polarisation du comparateur) : c'est un auto-oscillateur qui évolue grâce à un réservoir d'énergie comme le dipôle RC dont l'évolution fixe la valeur de la période T.

Bien qu'un tel oscillateur soit qualifié de multivibrateur astable, les deux états haut et bas entre lesquels il évolue sont quasi-stables.

3 EXEMPLES DE MULTIVIBRATEURS ASTABLES

3.1- MULTIVIBRATEUR ASTABLE À AMPLIFICATEUR OPÉRATIONNEL

Manipulation

On reprend le comparateur à amplificateur opérationnel, puis on reboucle l'entrée inverseuse de l'amplificateur par un dipôle RC. On obtient le montage schématisé dans la figure 13.

On règle la résistance R à la valeur $10\text{ k}\Omega$ et on fixe la capacité C à la valeur 100 nF .

Pour suivre simultanément l'évolution de la tension u_C aux bornes du condensateur et la tension de sortie u_S de l'amplificateur opérationnel, on relie le point A à la voie Y_1 et le point S à la voie Y_2 d'un oscilloscope bicourbe. Ainsi, on obtient les chronogrammes de la figure 14. D'autre part, on constate que la période change si on modifie la valeur de R ou de C .

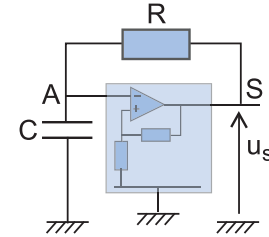


Fig.13 : Schéma du montage

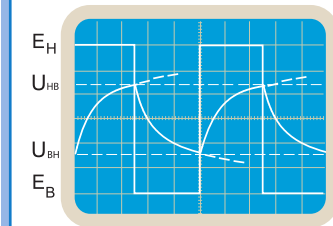


Fig.14 : Chronogrammes des tensions $u_C(t)$ et $u_S(t)$

Questions

1°) En exploitant les chronogrammes de la figure 14 :

- expliquer qualitativement le principe de fonctionnement du montage. En déduire qu'il s'agit bien d'un multivibrateur astable,
- déterminer graphiquement les valeurs de la période T et du rapport cyclique δ de la tension de sortie sachant que la sensibilité horizontale utilisée est de $0,2\text{ms}$ par division.

2°) Pour un tel multivibrateur astable :

- montrer que la période T est donnée par la relation :

$$T = 2\tau \text{Log}\left(1 + 2 \frac{R_1}{R_2}\right) \quad (5) ;$$

- dans le cas où $R_1 \approx R_2$, montrer que $T_1 = T_2 = 1,1\tau$.

En déduire l'expression de T en fonction de τ . Retrouver la même expression à partir de la formule générale (5).

- calculer la période T ainsi que le rapport cyclique δ et comparer les valeurs trouvées à celles de la réponse à la question 1°b.

Etude théorique

Principe de fonctionnement :

Le condensateur est initialement déchargé. En fermant le circuit, le condensateur commence à se charger à travers le résistor. En supposant que u_S passe de son niveau haut à son niveau bas, u_C croît exponentiellement au cours du temps vers la tension U_{sat} . Mais, lorsque u_C atteint le seuil de basculement $U_{\text{HB}} = \frac{1}{2} U_{\text{sat}}$, le comparateur commute et u_S passe de son niveau haut ($+U_{\text{sat}}$) à son niveau bas ($-U_{\text{sat}}$), le condensateur commence à se décharger toujours à travers le résistor et par

conséquent u_C décroît exponentiellement au cours du temps vers ($-U_{sat}$). Mais, une fois sa valeur atteint le seuil de basculement $U_{BH} = -1/2 U_{sat}$, le comparateur commute de nouveau et u_S bascule vers son niveau haut. De cette manière, le cycle se répète continuellement identique à lui-même.

Grandeurs caractéristiques :

Pour déterminer la période T et le rapport cyclique δ , on recourt aux chronogrammes de la figure 15.

♦ Au cours de la phase de charge [AP] par exemple :

- La tension initiale $U_{iC} = U_{BH} = -\frac{R_1}{R_1 + R_2} U_{sat}$

- la tension finale visée est $E_H = U_{sat}$.

- la tension de basculement vers le bas est :

$$U_P = U_{HB} = +\frac{R_1}{R_1 + R_2} U_{sat}$$

Donc, la durée T_1 s'écrit :

$$T_1 = \tau \operatorname{Log} \frac{U_{iC} - E_H}{U_{HB} - E_H} = \tau \operatorname{Log} \frac{-\frac{R_1}{R_1 + R_2} U_{sat} - U_{sat}}{\frac{R_1}{R_1 + R_2} U_{sat} - U_{sat}} = \tau \operatorname{Log} \left(1 + \frac{2R_1}{R_2} \right)$$

♦ Au cours de la phase de décharge [PQ] :

- la tension initiale est $U_{iD} = U_P = U_{HB} = +\frac{R_1}{R_1 + R_2} U_{sat}$

- la tension finale visée est $E_B = -U_{sat}$.

- la tension de basculement vers le haut est :

$$U_Q = U_{BH} = -\frac{R_1}{R_1 + R_2} U_{sat}$$

Donc, la durée T_2 s'écrit :

$$T_2 = t_Q - t_P = \tau \operatorname{Log} \frac{U_{iD} - E_B}{U_{BH} - E_B} = \tau \operatorname{Log} \frac{\frac{R_1}{R_1 + R_2} U_{sat} + U_{sat}}{-\frac{R_1}{R_1 + R_2} U_{sat} + U_{sat}} = \tau \operatorname{Log} \left(1 + \frac{2R_1}{R_2} \right)$$

On obtient :

$$T = T_1 + T_2 = 2T_1 = 2RC \operatorname{Log} \left(1 + \frac{2R_1}{R_2} \right) \quad \text{et} \quad \delta = \frac{T_1}{T} = 0,5$$

En particulier, pour $R_1 = R_2$, on a $T = 2,2\tau$.

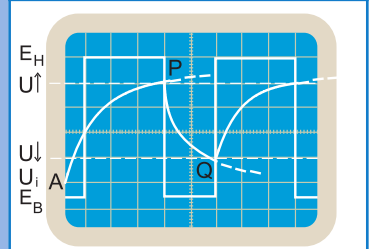


Fig.15 : Principe de fonctionnement d'un multivibrateur astable à amplificateur opérationnel

Conclusion

Un multivibrateur sans générateur de commande, à amplificateur opérationnel et à dipôle RC, est un astable dont la tension de sortie est une tension en créneaux de période réglable par modification de R et de C.

3.2- MULTIVIBRATEUR ASTABLE À PORTE CMOS INVERSEUSE À HYSTÉRÉSIS

Manipulation

On reprend le comparateur à porte CMOS 4093, puis on reboucle l'entrée commune de la porte par un dipôle RC. On obtient le montage schématisé dans la figure 16.

En réglant R à la valeur 10 kΩ et en fixant C à la valeur 100 nF, on obtient les chronogrammes de la figure 17.

Questions

1°) Qu'est-ce qui différencie les chronogrammes de la figure 15 de ceux d'un multivibrateur à amplificateur opérationnel ?

2°) En exploitant les chronogrammes et en s'appuyant sur une analogie avec les chronogrammes précédemment trouvés, expliquer qualitativement le principe de fonctionnement du montage. En déduire qu'il s'agit aussi d'un oscillateur fonctionnant en relaxation et déterminer la période T ainsi que le rapport cyclique δ qui le caractérise.

3°) Montrer théoriquement que l'expression de la période T de la tension délivrée par un tel générateur est donnée par la relation :

$$T = RC \cdot \text{Log} \left(\frac{U_{DD} - U_{HB}}{U_{DD} - U_{BH}} \cdot \frac{U_{BH}}{U_{HB}} \right), \text{ où } U_{DD} = E_H.$$

La calculer.

Etude du fonctionnement du montage

Principe de fonctionnement :

Le fonctionnement d'un tel montage est semblable à celui du multivibrateur à amplificateur opérationnel. En effet, le condensateur est initialement déchargé : $u_C = 0$ et $u_S = E_H = U_{DD}$.

Le condensateur commence à se charger à travers la résistance R et par conséquent, u_C croît exponentiellement vers U_{DD} . Mais, une fois le seuil de basculement U_{HB} est atteint, le condensateur commence à se décharger et u_C décroît vers zéro. Mais, une fois la tension d'entrée de l'inverseur CMOS (tension u_C) atteint le deuxième seuil de basculement U_{BH} , le condensateur commence à se charger de nouveau et ainsi de suite.

Grandeurs caractéristiques

Pour déterminer la période T et le rapport cyclique δ , on considère les chronogrammes de la figure 18.

♦ Au cours de la phase de charge [OP] :

- la tension initiale est : $U_{iC} = U_O = U_{BH}$

- la tension finale visée est : $E_H = U_{DD}$.

- la tension atteinte au bout de la durée du niveau haut est

$$U_0 = U_P = U_{HB}.$$

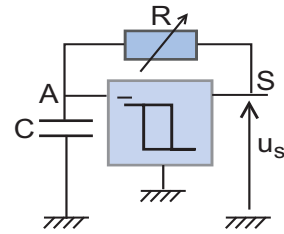


Fig.16 : Schéma d'un montage multivibrateur astable à porte CMOS inverseuse

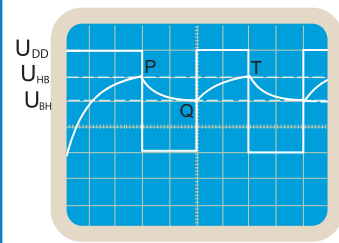


Fig.17 : Chronogrammes des tensions $u_C(t)$ et $u_S(t)$

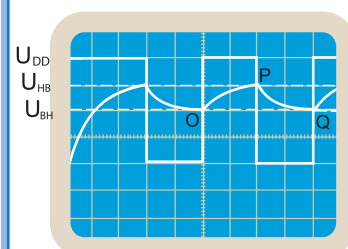


Fig.18 : Principe de fonctionnement d'un multivibrateur astable à porte CMOS

Donc la durée T_1 s'écrit :

$$T_1 = \tau \operatorname{Log} \frac{U_{iC} - E_H}{U_{HB} - E_H} = \tau \operatorname{Log} \frac{U_{BH} - U_{DD}}{U_{HB} - U_{DD}}$$

♦ Au cours d'une phase de décharge [PQ]:

- La tension initiale $U_{iD} = U_P = U_{HB}$
- la tension finale visée est $E_B = 0$.
- la tension atteinte au bout de la durée du niveau bas est $U_0 = U_Q = U_{BH}$.

Donc, la durée T_2 s'écrit :

$$T_2 = t_Q - t_P = \tau \operatorname{Log} \frac{U_{iD} - E_B}{U_{BH} - E_B} = \tau \operatorname{Log} \frac{U_{HB} - 0}{U_{BH} - 0} = RC \operatorname{Log} \frac{U_{HB}}{U_{BH}}$$

On obtient :

$$T = T_1 + T_2 = RC \operatorname{Log} \left(\frac{U_{BH} - U_{DD}}{U_{HB} - U_{DD}} \cdot \frac{U_{HB}}{U_{BH}} \right)$$

Pour $U_{BH} = 1/2 U_{DD}$ et $U_{HB} = 3/4 U_{DD}$, on trouve :
 $T = RC \log 3 = 1,098 \cdot RC$ et $\delta = 0,63$.

Conclusion

Comme un multivibrateur à amplificateur opérationnel, le multivibrateur à porte CMOS inverseuse à hystérésis est un astable dont la tension de sortie est en créneaux et la période est une fonction de la constante de temps du dipôle RC.

3.3- MULTIVIBRATEUR ASTABLE À PORTES CMOS INVERSEUSES

Manipulation

A l'aide de deux portes NAND (4011), de deux résistors et d'un condensateur de capacité $C=10\text{nF}$, on réalise le montage de la figure 19. La tension de polarisation des portes CMOS est $U_{DD}=12\text{V}$.

On choisit la valeur de R égale à $22\text{ k}\Omega$ et celle de R_1 égale à $470\text{ k}\Omega$ (valeur très grande pour éviter la modification de la tension u à l'entrée de la porte (2)).

Les chronogrammes des tensions u_{S1} , u_{S2} et u_C et u_{E2} sont schématisés sur la figure 20.

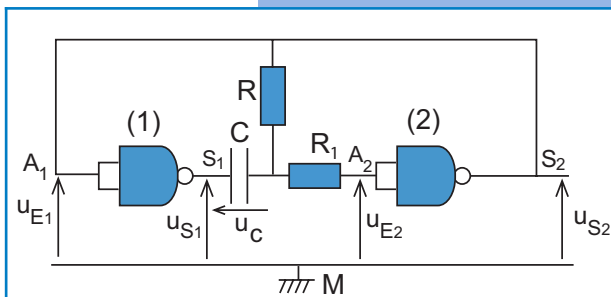


Fig.19 : Schéma d'un montage de multivibrateur astable à deux portes CMOS inverseuses

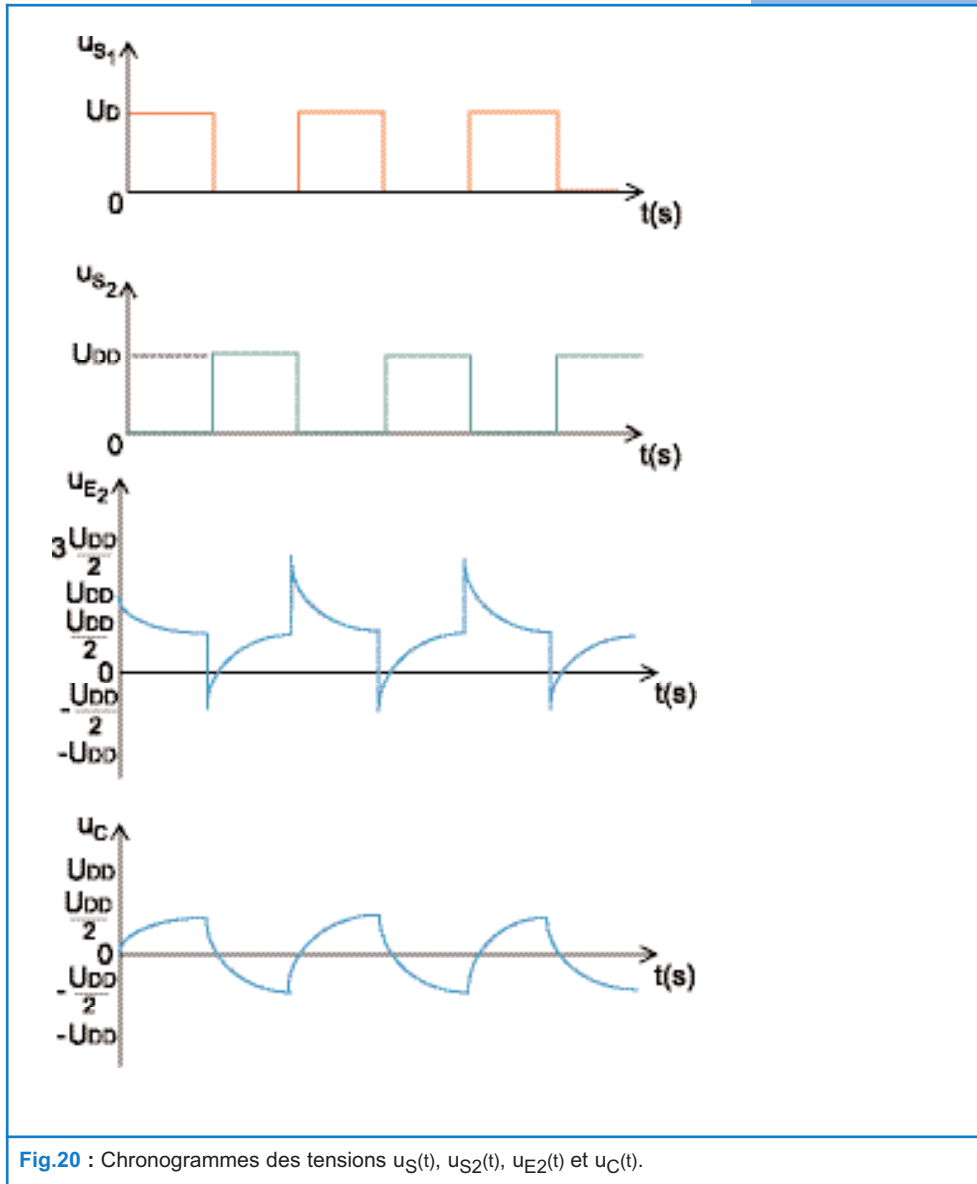


Fig.20 : Chronogrammes des tensions $u_S(t)$, $u_{S2}(t)$, $u_{E2}(t)$ et $u_C(t)$.

Questions

1°) Montrer que l'équation différentielle régissant l'évolution, au cours du temps, de la tension u_C aux bornes du condensateur est analogue à celle qui a été obtenue pour le multivibrateur à amplificateur opérationnel. En déduire que ce montage est aussi un exemple de multivibrateur astable.

2°) Décrire le principe de fonctionnement de ce multivibrateur. En déduire que sa période T est donnée par la relation :

$$T = RC \cdot \log\left(\frac{U_2 - 2U_1}{U_2 - U_1} \cdot \frac{U_1 + U_2}{U_2}\right)$$

3°) Sachant que $U_1 = U_{DD}$ et $u_2 = \frac{1}{2} U_{DD}$ calculer T et δ .

Etude du fonctionnement du montage

Principe de fonctionnement :

Les tensions u_{E1} et u_{S2} étant égales (les points A_1 et S_2 sont portés au même potentiel), si u_{S1} prend la valeur U_{DD} , u_{S2} s'annule et inversement.

En revanche, la tension d'entrée u_{E2} à la porte (2) est évolutive grâce à la présence du condensateur.

Supposons que le condensateur est initialement déchargé et $u_{S1} = U_{DD}$. En conséquence de la charge du condensateur à travers le résistor, la tension u_C croît exponentiellement au cours du temps en visant la tension U_{DD} , en même temps que le courant de charge qui diminue en tendant à s'annuler.

Lorsque la tension u_{E2} atteint en décroissant la valeur $1/2 U_D$, la porte (2) bascule et u_{S2} passe de la valeur U_{DD} à zéro. Cette chute de la tension u_{S2} se répercute à la tension u_{E2} dont la valeur passe de $1/2 U_{DD}$ à $(1/2 U_{DD} - U_{DD})$. Par conséquent, le sens du courant s'inverse et le condensateur commence à se décharger jusqu'à ce qu'un autre basculement se produise : il s'agit bien d'un multivibrateur astable.

Mise en équation:

Pour la maille MS_2RCS_1M (Fig.21) :

$$u_{S2} + R i + u_C - u_{S1} = 0$$

$$\text{Or } i = \frac{dq}{dt} = C \frac{du_C}{dt}$$

$$\text{D'où : } u_{S2} + RC \frac{du_C}{dt} + u_C - u_{S1} = 0$$

$$\text{Donc, on obtient : } RC \frac{du_C}{dt} + u_C = u_{S1} - u_{S2}$$

Deux cas se présentent :

- ♦ Si $u_{S1} = 0$, donc $u_{S2} = U_{DD}$.

$$\text{L'équation différentielle devient : } RC \frac{du_C}{dt} + u_C = - u_{DD}$$

- ♦ Si $u_{S1} = U_{DD}$, donc $u_{S2} = 0$.

$$\text{L'équation différentielle devient : } RC \frac{du_C}{dt} + u_C = + u_{DD}$$

Finalement l'équation différentielle régissant l'évolution de la tension u_C aux bornes du condensateur s'écrit :

$$RC \frac{du_C}{dt} + u_C = \pm u_{DD}$$

Cette équation différentielle est analogue à celle qui a été obtenue pour le multivibrateur astable à amplificateur opérationnel.

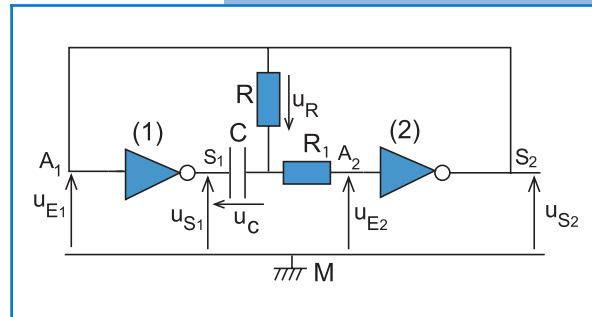


Fig.21 : Schéma du multivibrateur à inverseurs logiques

Grandeurs caractéristiques :

Pour déterminer la période T et le rapport cyclique δ , on considère les chronogrammes de la figure 22.

♦ Au cours d'une phase de charge [MP] :

- la tension initiale $U_{iC} = U_M = U_2 - U_1$.

- la tension finale visée est $E_H = U_1$.

- la tension atteinte au bout de la durée du niveau haut est $U_0 = U_P = U_2$.

Donc, la durée T_1 s'écrit :

$$T_1 = RC \operatorname{Log} \frac{U_{iC} - E_H}{U_0 - E_H} = RC \operatorname{Log} \frac{U_2 - U_1 - U_1}{U_2 - U_1} = RC \operatorname{Log} \frac{U_2 - 2U_1}{U_2 - U_1}$$

♦ Au cours d'une phase de décharge [PQ] :

- La tension initiale $U_{iD} = U_P = U_2 + U_1$.

- la tension finale visée est $E_B = 0$.

- la tension atteinte au bout de la durée du niveau bas est $U_0 = U_Q = U_2$.

Donc, la durée T_2 s'écrit :

$$T_2 = RC \operatorname{Log} \frac{U_{iD} - E_B}{U_0 - E_B} = RC \operatorname{Log} \frac{U_1 + U_2 - 0}{U_2 - 0} = RC \operatorname{Log} \frac{U_1 + U_2}{U_2}$$

$$\text{On obtient : } T = T_1 + T_2 = RC \operatorname{Log} \left(\frac{U_2 - 2U_1}{U_2 - U_1} \cdot \frac{U_1 + U_2}{U_2} \right).$$

Pour $U_2 = 1/2 U_{DD}$ et $U_1 = U_{DD}$, on trouve :

$$T_1 = T_2 = RC \operatorname{Log} 3 = 1,1RC = 1,03 \text{ ms et } \delta = 0,5.$$

Conclusion

Le multivibrateur à portes logiques inverseuses fonctionne aussi en régime de commutation. Il comporte deux états dont la durée est déterminée essentiellement par les valeurs de R et de C : c'est un astable fonctionnant en relaxateur.

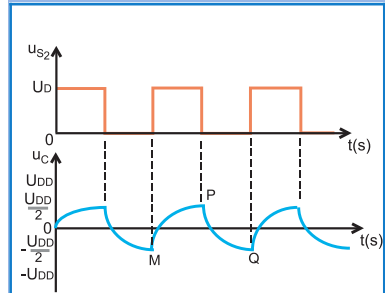


Fig. 22 : Principe de fonctionnement d'un multivibrateur astable à inverseurs logiques

L'essentiel

- Un multivibrateur astable est un générateur autonome délivrant un signal périodique non sinusoïdal.
- Un montage de multivibrateur astable est constitué d'un comparateur dont la sortie est rebouclé sur son entrée inverseuse par un dipôle RC.
- Les états haut et bas d'un multivibrateur astable dépendent essentiellement de la constante de temps de son dipôle RC.
- Un multivibrateur astable à amplificateur opérationnel ou à inverseur(s) logique(s), est caractérisé par deux niveaux de la tension de sortie, une période et un rapport cyclique.
- La période T d'un multivibrateur astable s'écrit sous la forme :

$$T = T_1 + T_2$$

où T_1 est la durée de son état haut et T_2 la durée de son état bas sur une période.

- La période T d'un multivibrateur astable à amplificateur opérationnel s'exprime par :

$$T = 2RC \operatorname{Log}\left(1 + \frac{2R_1}{R_2}\right)$$

- Le rapport cyclique d'un multivibrateur astable est le rapport entre la durée T_1 de son état haut et sa période T :

$$\delta = \frac{T_1}{T}$$

Exercices

Exercice résolu

ÉNONCÉ

La figure 1 représente un générateur de signaux réalisé avec un condensateur de capacité C , un résistor de résistance R et deux portes NAND identiques dont les courants d'entrées sont supposés nuls et dont la caractéristique de transfert est donnée sur la figure 2.

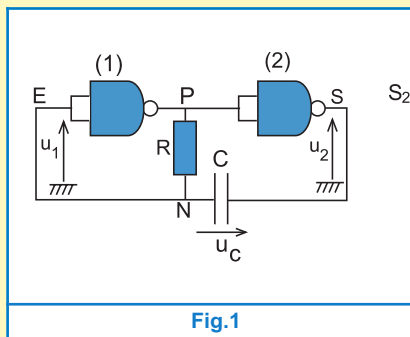


Fig.1

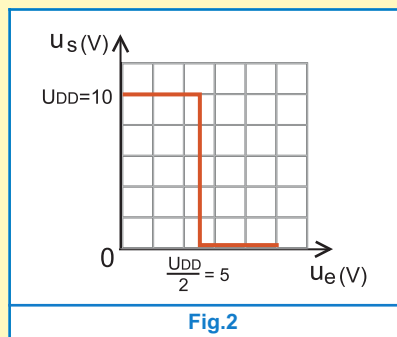


Fig.2

- 1°) A l'instant $t = 0$, l'entrée E est à l'état logique " 1 " : on considère $u_E = 10 \text{ V}$ à cet instant.
- Que valent alors les potentiels u_P et u_S des points P et S ?
 - En déduire la tension entre les points S et P .
 - Cet état est-il stable ? Justifier la réponse.
- 2°) a) Que vaut la tension u_C lorsque l'entrée E prend l'état logique " 0 " à un instant $t = t_1$?
- Que deviennent les valeurs des potentiels des points P et S juste après le basculement des inverseurs logiques ?
 - Cet état est-il stable ? Justifier la réponse.
- 3°) Ce dispositif est un multivibrateur astable. Justifier cette qualification.
- 4°) A un instant $t = t_2$, l'entrée E reprend l'état logique " 1 ".
- Quelles sont les valeurs de u_P et de u_S juste avant et juste après l'instant t_2 ?
 - Représenter les évolutions de u_C , de u_P et de u_S sur une période.
 - Calculer la période T du phénomène pour $R = 470 \Omega$ et $C = 100 \text{ nF}$.

SOLUTION

1°) a) L'entrée E est à l'état logique "1" avec $V_E = 10V$.

La sortie P du premier inverseur est, donc, à l'état "0". D'où, $V_P = 0$.

Dans ces conditions, S se trouve à l'état "1" car P est l'entrée du deuxième inverseur, ce qui signifie $V_S = 10V$.

b) La tension entre les points S et P est : $u_{SP} = V_S - V_P = 10V$.

c) N est le point noeud entre le condensateur et le résistor. Donc, la tension u_C aux bornes du condensateur est égale à $V_S - V_N$.

Or $V_N = V_E$. Ce qui donne $u_C = V_S - V_E$.

Soit numériquement : $u_C = 0V$

Finalement, à l'instant $t = 0$, le circuit RC est dans l'état schématisé à la figure 1, où le condensateur se charge à travers le résistor de résistance R.

Donc à $t=0$, le condensateur est dans état instable.

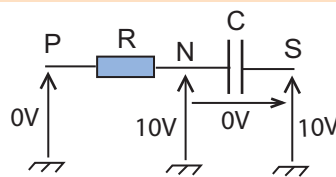


Fig.1

2°) a) L'inverseur 1 prend l'état logique "1" en sortie lorsque $V_E = V_N$ atteint la valeur 5V.

Donc, le circuit se trouve, à cet instant t_1 , dans l'état schématisé à la figure 2, où le

condensateur se trouve sous la tension $u_C = V_S - V_E = 5V$.

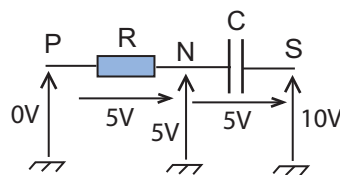


Fig.2

b) A $t > t_1$, il y a basculement des inverseurs logiques.

Le circuit RC est dans l'état schématisé à la figure 3, où la tension u_C n'évolue pratiquement pas, tandis que la tension u_P est passée de la valeur 0V à 10V et la tension u_S est passée de la valeur 10V à 0V.

c) La tension $u_{SP} = -10V$: le condensateur va se décharger à travers le résistor.

Ce nouvel état est aussi un état instable.

3°) Il y a évolution entre deux états instable, ce qui justifie la qualification d'astable.

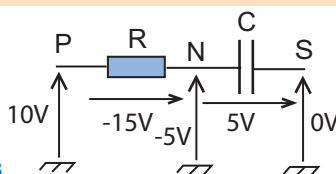


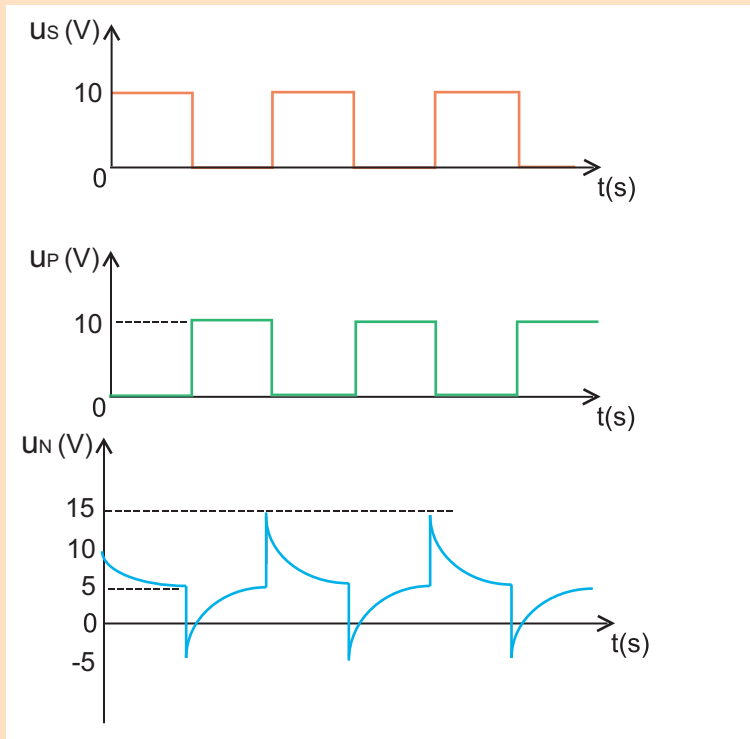
Fig.3

4°) a) L'ensemble bascule lorsque V_N retrouve la valeur 5 V. Donc :

- juste avant le basculement, on a : $V_P = 10 \text{ V}$, $V_S = 0 \text{ V}$ et $u_N = 5 \text{ V}$.

- juste après le basculement, on a : $V_P = 0 \text{ V}$, $V_S = 10 \text{ V}$ et $u_N = 15 \text{ V}$.

b)



c) $T = 2(t_2 - t_1)$.

Entre les instants t_1 et t_2 , l'équation de $u_N(t) = u_s - u_C$ s'écrit :

$$u_N(t) = \left(\frac{U_{DD}}{2} + U_{DD}\right)\left(1 - e^{-\frac{t-t_1}{2\tau}}\right) - \frac{U_{DD}}{2}.$$

A l'instant $t = t_2$, on a $u_N = \frac{U_{DD}}{2}$.

$$\text{D'où : } \frac{U_{DD}}{2} = \left(\frac{U_{DD}}{2} + U_{DD}\right)\left(1 - e^{-\frac{t-t_1}{2\tau}}\right) - \frac{U_{DD}}{2}. \text{ Soit : } 1 - e^{-\frac{T}{2\tau}} = \frac{U_{DD}}{U_{DD} + \frac{U_{DD}}{2}} = \frac{2}{3}$$

Donc : $\text{Log } 3 = \frac{T}{2\tau}$, soit : $T = 2RCL\text{og}3$

AN : $T = 10^{-4} \text{ s}$.



Exercices à résoudre



Tests rapides des acquis

1

Items "vrai ou faux"

Evaluer les propositions suivantes par vrai ou faux.

- 1- Un multivibrateur astable est un oscillateur auto-entretenu.
- 2- Un oscillateur de relaxation est un générateur capable de délivrer une tension périodique sinusoïdale.
- 3- Un multivibrateur astable est un oscillateur dont la sortie ne peut présenter que deux niveaux stables.

4- Un multivibrateur astable fonctionne grâce à un comparateur, un dipôle RC et un signal externe de déclenchement.

2

Questions à Choix Multiples

Préciser pour chacune des questions suivantes, la (ou les) proposition(s) juste(s).

■ I- Un multivibrateur astable possède :

- a- un seul état stable,
- b- deux états quasi-stables,
- c- deux états stables.

■ II- Qu'il s'agisse d'oscillations mécaniques ou électroniques, les oscillateurs de relaxation font intervenir :

- a- un comparateur,
- b- un réservoir d'énergie dont l'évolution fixe la valeur de la fréquence,
- c- une source de tension variable pour leur démarrage.

■ III- Un multivibrateur astable évoluant grâce à un dipôle RC délivre une tension :

- a- en créneaux de fréquence dépendant des valeurs de R et C,
- b- sinusoïdale,
- c- en créneaux de fréquence dépendant des seuils de basculement.

■ IV- Un multivibrateur astable à porte logique inverseuse diffère de celui à amplificateur opérationnel par :

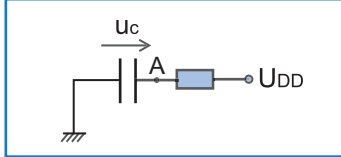
- a- le principe de fonctionnement,
- b- la valeur de la fréquence de la tension qu'il délivre,
- c- la très grande valeur du rapport cyclique du signal qu'il délivre à sa sortie.

■ V- Une horloge est un oscillateur qui délivre une tension :

- a- ne prenant que deux états possibles,
- b- en créneaux,
- c- sinusoïdale.

Exercices d'application

3 Une porte CMOS vient de commuter de l'état 0 à l'état 1 dans un dipôle formé par un résistor de résistance $R = 1,5 \text{ k}\Omega$ et un condensateur de capacité C initialement déchargé.



La tension aux bornes du condensateur évolue

suivant la loi : $u_c = Ae^{-\frac{t}{RC}} + B$

1°) Déterminer A et B.

2°) a) Au bout de quelle durée t_1 aura-t-on

$$u_c = \frac{U_{DD}}{2} ?$$

b) Quelle doit être la valeur de la capacité C si

l'on veut que t_1 soit égal à 10 ms ?

3°) Dans cette question, on suppose qu'à $t = 0$, le condensateur est chargé sous une tension $U_1 < U_{DD}$.

a) Montrer que la durée t_0 mise pour que la tension aux bornes du condensateur atteigne la valeur U_0 est :

$$t_0 = RC \text{ Log} \frac{U_{DD} - U_1}{U_{DD} - U_0}$$

b) Calculer t_0 pour $U_1 = -U_0$ et $U_{DD} = 2U_0$.

c) Représenter la courbe d'évolution de la tension u_A pour $U_1 < 0$.

On donne : $C = 9,6 \mu\text{F}$.

4 A l'aide d'un dipôle RC et d'un comparateur utilisant un AO polarisé en $\pm 15 \text{ V}$, on réalise le montage de la figure 1.

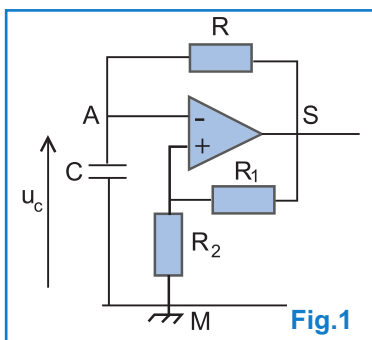
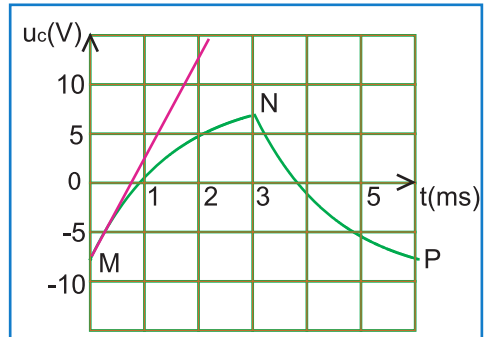


Fig.1

On suit l'évolution, au cours du temps, de la tension u_c aux bornes du condensateur.

De la succession des phases de charge et de décharge du condensateur, on retient les phases (MN) et (NP) schématisées ci-dessous :



1°) Déterminer graphiquement les valeurs :

a) de la constante de temps du dipôle RC.

b) des tensions de basculement.

c) des durées T_1 et T_2 respectivement des niveaux haut et bas du multivibrateur.

2°) Calculer le rapport cyclique δ du montage.

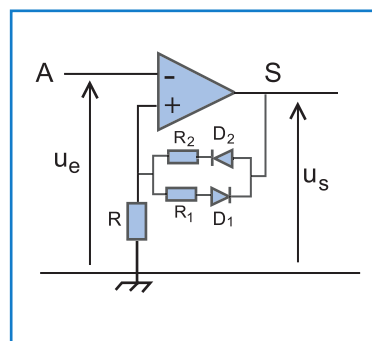
3°) Montrer que la période T s'exprime par la relation :

$$T = 2 RC \text{ Log} \left(1 + \frac{2R_2}{R_1} \right)$$

4°) Déterminer les valeurs des résistances R et R_2 .

On donne : $R_1 = 10 \text{ k}\Omega$, $C = 100 \text{ nF}$.

5 Dans le but d'obtenir un montage comparateur de seuils de basculement de valeurs différentes en valeur absolue, on réalise le montage de la figure ci-dessous.



L'amplificateur opérationnel utilisé est supposé idéal et saturé à $\pm 15 \text{ V}$.

1°) Exprimer le seuil de basculement U_2 à u_S décroissante en fonction de R_2 , R et u_{D2} ; tension aux bornes de la diode (D_2).

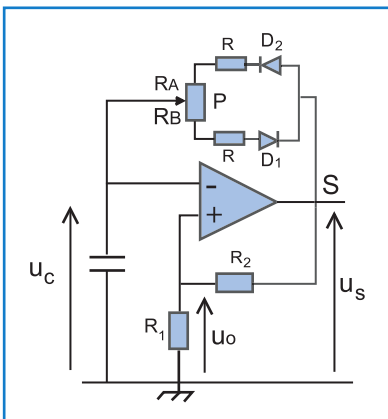
2°) Exprimer le seuil de basculement U_1 à u_S croissante en fonction de R_1 , R et u_{D1} ; tension aux bornes de la diode (D_1).

3°) Calculer les valeurs des tensions U_1 et U_2 .

On donne : $u_{D1} = u_{D2} = 1 \text{ V}$; $R = 10 \text{ k}\Omega$;

$R_1 = 20 \text{ k}\Omega$ et $R_2 = 50 \text{ k}\Omega$.

6 Dans le but de réaliser un multivibrateur astable à rapport cyclique variable, on réalise le montage de la figure ci-dessous.



L'amplificateur opérationnel et les diodes D_1 et D_2 sont supposés idéales.

Les valeurs des résistances R_1 et R_2 sont égales à $10 \text{ k}\Omega$.

A l'instant $t = 0$, la tension de sortie u_S est égale à 12 V et la tension u_C aux bornes du condensateur est nulle.

1°) Exprimer la tension u_0 en fonction de R_1 , R_2 et u_S .

2°) Les tensions de saturations de l'amplificateur opérationnel sont $+12 \text{ V}$ ou -12 V . Quelles sont les valeurs U_{01} et U_{02} de u_0 qui provoquent le basculement de l'amplificateur ?

3°) En partant de $t=0$, expliquer le fonctionnement du montage en donnant en concordance des temps les allures de $u_S(t)$ et de $u_C(t)$.

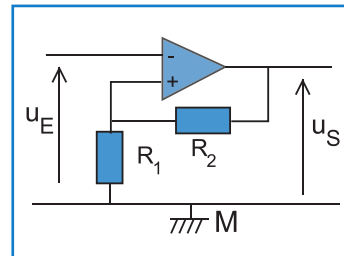
4°) Soient T_1 et T_2 les durées respectives de l'état haut et de l'état bas.

a) Donner les expressions littérales de T_1 et T_2 en fonction de R , R_A , R_B , R_1 , R_2 et C .

b) Calculer la période T de u_S , pour $R = 10 \text{ k}\Omega$, $R_1 = 10 \text{ k}\Omega$ et $C = 100 \text{ nF}$.

Exercices de synthèse

7 On appelle Trigger de schmitt un amplificateur opérationnel auquel est appliquée une réaction positive comme c'est indiqué sur le schéma de la figure ci-dessous.



1°) S'agit-il d'un montage comparateur ou d'un multivibrateur ?

2°) Dans le but d'obtenir une tension de sortie $u_S(t)$ de seuils de basculement égales à $\pm 6 \text{ V}$ et de période $T_0 = 1 \text{ ms}$, on applique à l'entrée du montage une tension sinusoïdale $u_e(t) = 12 \sin \frac{2\pi}{T} t$ suffisante pour que l'amplificateur opérationnel puisse basculer.

a) Exprimer la tension de sortie $u_S(t)$ en fonction de R_1 , R_2 , u_E et ε , tension différentielle de l'amplificateur opérationnel en boucle ouverte.

b) L'amplificateur opérationnel étant polarisé en $\pm 15 \text{ V}$, quelle valeur minimale faut-il donner à la résistance R_2 pour que le montage puisse remplir son rôle ?

On donne : $R_1 = 10 \text{ k}\Omega$.

c) Tracer dans le même système d'axes, les tensions u_E et u_S . En déduire la valeur de la période T de la tension d'entrée u_E .

8 Le montage schématisé ci-dessous est un multivibrateur à amplificateur opérationnel fonctionnant en commutation : $u_S = \pm U_{\text{sat}} = \pm 12 \text{ V}$.

Chacune des diodes D_1 et D_2 est supposée idéale, ce qui revient à supposer la tension u_D aux bornes nulle lorsque la diode est passante et l'intensité du courant i_D nulle lorsque la diode est bloquée.

En déduire, à l'instant $T_1 + dt$ (dt : durée infiniment petite), les valeurs des tensions u_P et u_S .

3°) a) Montrer que, après l'instant $t = T_1$, la tension $u_C(t)$ est solution de l'équation différentielle :

$$u_C + RC \frac{du_C}{dt} = -U_{\text{sat}}$$

b) Sachant que u_C peut s'écrire sous la forme générale : $u_C = \alpha' e^{-\lambda' t} + \beta'$

exprimer les constantes α' , β' et λ' en fonction des seuls paramètres U_{sat} , U_r , R et C . En déduire, pendant cette nouvelle phase, l'expression de la tension u_P .

c) Montrer que pendant cette phase, la tension u_P suit la même loi horaire jusqu'à l'instant T où les deux inverseurs basculent une seconde fois.

d) Exprimer la période T en fonction de U_{sat} , U_r , R et C .

La calculer pour $R = 800 \Omega$ et $C = 20 \text{ nF}$.

4°) a) Compléter le graphe de la question 2°e), en représentant sur l'intervalle $[T_1, T]$, les courbes donnant les variations des tensions u_S et u_P en fonction du temps.

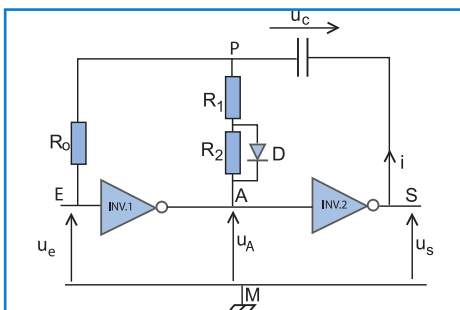
b) Quelles sont, à l'instant $T + dt$, juste après basculement, les valeurs des tensions u_S et de u_P ?

c) Comparer l'état du système à l'instant $T + dt$ à celui qu'il avait à $t = 0$.

d) En déduire que la tension u_S est périodique de période T .

10 Le montage de la figure ci-après est voisin de celui de l'exercice 9. Il en diffère par l'insertion d'une diode D , supposée idéale, et d'un résistor de résistance R_0 destiné à protéger l'inverseur 1.

Les valeurs de la tension de sortie U_{sat} dans l'état haut et de la tension de basculement U_r de chaque inverseur sont respectivement 5 V et 2 V.



1°) A $t=0$, la tension d'entrée u_E a pour valeur $U_{\text{sat}} + U_r$.

Montrer que la durée T_1 du premier basculement des inverseurs est donnée par la relation :

$$T_1 = R_1 C \text{ Log} \frac{U_r + U_{\text{sat}}}{U_r}$$

2°) Montrer que les deux inverseurs basculent une deuxième fois après une durée :

$$T_2 = (R_1 + R_2) C \text{ Log} \frac{2U_{\text{sat}} - U_r}{U_{\text{sat}} - U_r}$$

3°) En déduire les valeurs de la fréquence N et du rapport cyclique δ du montage.

11 Étude de texte

Oscillateurs de relaxation

Les oscillateurs de relaxation sont des systèmes bouclés remplissant les conditions périodiques non sinusoïdales et pouvant accumuler puis restituer de l'énergie. La fréquence et l'amplitude des oscillations dépendent du débit et des caractéristiques du système d'accumulation.

Ces oscillateurs constituent l'une des fonctions de base de l'électronique analogique comme numérique. Ils sont utilisés pour cadencer le fonctionnement entre autres des horloges de circuits numériques et pour fabriquer directement des signaux de tests en électronique (générateur analogique) ou pour fabriquer des porteuses en télécommunication.

En ce qui concerne les oscillateurs de relaxation utilisant un condensateur, leur principal inconvénient vient de leurs fréquence d'oscillation qui n'est pas très stable. D'ailleurs, c'est pourquoi on leur préfère souvent les oscillateurs à quartz.

Les oscillateurs de relaxation ne concernent pas que le domaine de l'électronique, ils sont utilisés dans d'autres domaines comme dans la fabrication d'un vase de tantale, d'un système thermique régulé, d'un détecteur de lumière...

Questions

1°) Qu'est-ce qu'un oscillateur de relaxation, d'après le texte ?

2°) Relever du texte :

- les propriétés des oscillateurs de relaxation,
- ce qui montre leur importance en électronique,
- leurs autres applications.

En savoir plus

Bascules de Schmitt

Une bascule (ou trigger : mot anglais désignant déclenchement ou bascule) est un circuit intégré logique (à base d'amplificateur opérationnel ou de la famille CMOS) doté d'une sortie et d'une ou plusieurs entrées. La sortie peut être au niveau logique 0 ou 1. Les changements d'état de la sortie sont déterminés par les signaux appliqués aux entrées.

Ce qui différencie les bascules des circuits logiques combinatoires (portes ET, OU, Exclusif, etc.), c'est que la sortie maintient son état même après disparition du signal de commande.

Selon qu'elle soit inverseuse ou bien non inverseuse, la bascule prend l'un ou l'autre des symboles représentés sur la figure 1.

Il existe plusieurs types de bascules. Toutefois, on s'intéresse dans ce qui suit à l'exemple de la bascule de Schmitt (ou trigger de Schmitt).

Les bascules de Schmitt sont des circuits très utilisés pour remettre en forme des signaux de mauvaise qualité, soit parce qu'ils sont parasites, soit parce qu'ils ont des fronts montants et descendants trop lents, donc peu efficaces pour commander des circuits numériques.

Les oscillateurs sont des circuits qui génèrent des signaux cycliques. Ils sont indispensables dans les circuits numériques synchronisés auxquels ils donnent la cadence de fonctionnement de sorte que certains composants, comme les bascules travaillent de façon synchrone. Dans leur majorité, les bascules possèdent une entrée appelée CLOCK. En envoyant sur cette entrée le signal d'un oscillateur qui est précisément appelé à cette occasion SIGNAL D'HORLOGE, on autorise la bascule à changer d'état uniquement en présence d'une impulsion de cette horloge.

Si on envoie le même signal d'horloge aux bascules et aux composants du circuit possédant une entrée CLOCK, leur fonctionnement sera synchronisé, c'est-à-dire que tous changeront d'état au même instant.

Application typique :

la bascule astable ou multivibrateur astable

♦ Avec un amplificateur opérationnel, le montage de base de cet oscillateur est schématisé sur la figure 2. On a montré dans le cours (p. 230) que la période d'oscillation de ce mon-

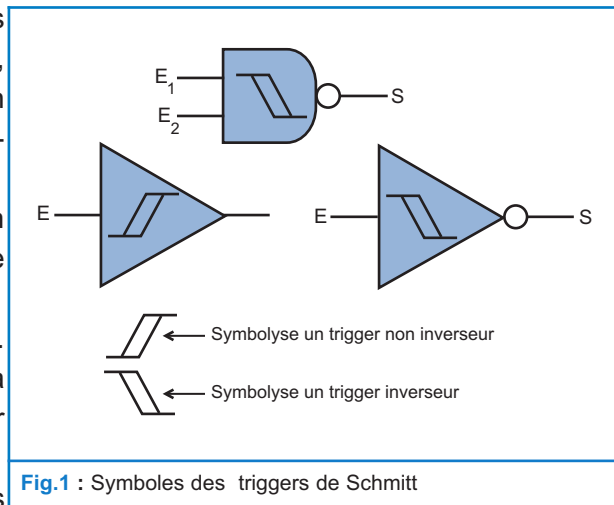


Fig.1 : Symboles des triggers de Schmitt

tage est de la forme :

$$T = 2RC \operatorname{Log}\left(1 + \frac{2R_1}{R_2}\right)$$

Le montage des résistors de résistances R_1 et R_2 constitue une réaction positive, d'où le nom de trigger en montage inverseur. Ici, on implante de plus, une seconde réaction : le retour de la sortie sur l'entrée par un circuit RC ayant la propriété de retarder le basculement du comparateur, et donc de créer un oscillateur.

♦ Avec une porte logique de la famille CMOS, le montage de base de cet oscillateur est schématisé sur la figure 3.

La période d'oscillation T est de la forme :

$$T = \frac{1}{N_{\text{Oscillation}}} = RC \operatorname{Log}\left(\frac{V_{cc} - V_{T-}}{V_{cc} - V_{T+}} \cdot \frac{V_{T+}}{V_{T-}}\right)$$

Pour $R = 100 \text{ k}\Omega$, $C = 0,1 \text{ }\mu\text{F}$, $V_{cc} = 5 \text{ V}$,
 $V_{T+} = 3,05 \text{ volts}$, $V_{T-} = 1,95 \text{ V}$, on trouve :
 $T = 8,9 \text{ ms}$ et $N_{\text{oscillation}} = 112 \text{ Hz}$.

Ce montage est donc simple mais présente un inconvénient. En effet, les seuils V_{T+} et V_{T-} sont

fonction de la tension d'alimentation V_{cc} ; ce montage ne présente donc pas une stabilité absolue en fréquence, mais peut avoir des fluctuations liées aux variations de la tension V_{cc} . Pour une variation de V_{cc} de 5 volts à 15 volts, la fréquence peut varier de 4 à 5 %.

Néanmoins, ce montage peut être employé pour des applications ne nécessitant pas une grande stabilité et une grande précision.

D'ailleurs, l'emploi d'une alimentation régulée améliore sensiblement la stabilité du montage oscillateur.

Transformation d'un signal sinusoïdal en signal rectangulaire avec une bascule de Schmitt

Le montage est celui dont le schéma est indiqué à la figure 4. A l'entrée est appliqué un signal sinusoïdal de fréquence N . A la sortie, on obtient un signal rectangulaire de même fréquence N . Les deux conducteurs ohmiques de résistances R_1 et R_2 constituent un pont diviseur de tension et le condensateur de capacité C sert à découpler le signal d'entrée par rapport à l'entrée du trigger de Schmitt.

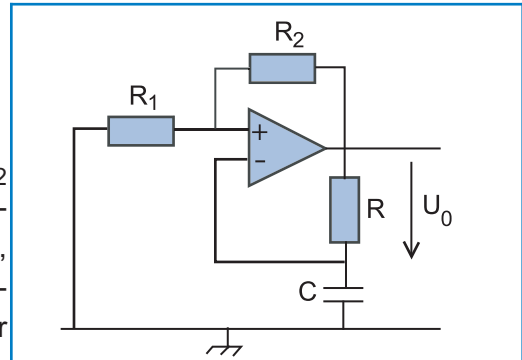


Fig.2 : Bascule astable avec amplificateur opérationnel

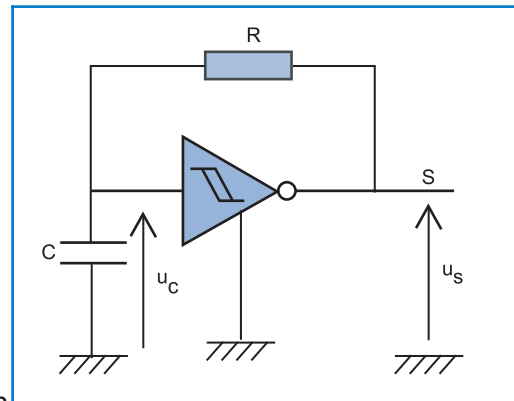


Fig.3 : Bascule astable avec une porte CMOS

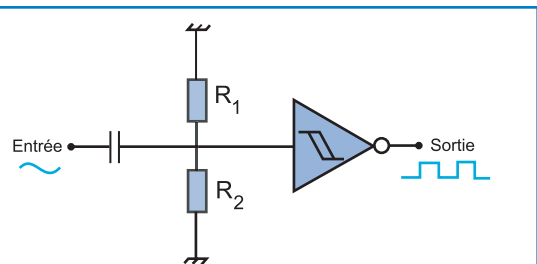
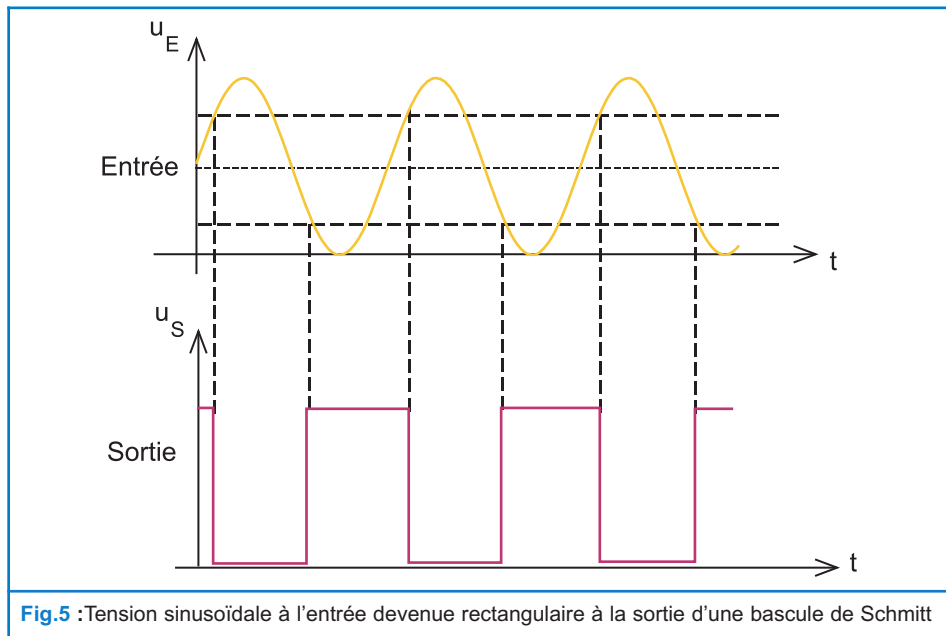


Fig.4 : Autre oscillateur à trigger de Schmitt

Si l'on veut obtenir un signal carré à la sortie, on choisira de fixer une tension V_1 qui soit égale à $(V_{T+}) - (V_{T-}) / 2$. Ceci apparaît clairement à la figure 5.



Ce montage peut servir à convertir une tension sinusoïdale produite par une génératrice tachymétrique en un train d'ondes possédant une fréquence proportionnelle à la vitesse de rotation de la génératrice.

Autres applications de la bascule de Schmitt

La bascule de Schmitt peut aussi être utilisée pour :

- ♦ débarrasser un signal du bruit ; il suffit que l'écart entre S_H et S_B soit supérieur à l'amplitude crête-à-crête du bruit ;
- ♦ réaliser des circuits de contrôle avec hystérésis : thermostats, interrupteurs crépusculaires, maintien du niveau dans une cuve...
- ♦ le trigger de Schmitt est l'ancêtre des générateurs de musique, miniaturisé dans les sonneries des montres électroniques, les sonneries des téléphones portables, les Game-Boy et autres jeux électroniques, les alarmes électroniques, les cartes de vœux parlantes, les boîtes à musique et horloges électroniques, etc. Le fameux bip des premiers ordinateurs dans les années 1980 était un signal rectangulaire.

D'après Daniel Robert

Objectifs

- ◆ Comparer un signal analogique avec un signal numérique.
- ◆ Distinguer un convertisseur analogique-numérique (C.A.N.) d'un convertisseur numérique-analogique (C.N.A.).
- ◆ Etablir l'expression de la tension de sortie u_s d'un C.N.A. à réseau de résistances pondérées en fonction du nombre N d'entrées.
- ◆ Convertir un signal numérique en signal analogique.
- ◆ Tracer la caractéristique de transfert $u_s = f(N)$ d'un C.N.A.

Prérequis

SAVOIR	SAVOIR FAIRE
<ul style="list-style-type: none"> ◆ Décrire le principe de fonctionnement d'une porte logique. ◆ Décrire le principe de conversion d'un courant en une tension. ◆ Enoncer la loi d'Ohm aux bornes d'un récepteur passif. ◆ Enumérer les caractéristiques d'un amplificateur opérationnel. 	<ul style="list-style-type: none"> ◆ Dresser la table de vérité d'une fonction logique. ◆ Appliquer la loi d'Ohm. ◆ Etablir l'expression de la tension de sortie en fonction de tension d'entrée dans le cas d'un amplificateur opérationnel en montage sommateur. ◆ Tracer la caractéristique de transfert d'une porte logique.

CONVERSION DE SIGNAUX

9



Dans un appareil photo numérique, la lumière émise par une petite zone de la vue photographiée est convertie en tension, puis numérisée par un convertisseur analogique-numérique et mise en mémoire.

- ◆ Quel est le rôle de l'interface dans la chaîne de mesure en EXAO ?
- ◆ Qu'est-ce qui permet de transformer les signaux numériques dans un ordinateur en signaux analogiques au niveau des périphériques tels que l'écran de son moniteur et les hauts-parleurs ?

CONVERSION DE SIGNAUX

Aujourd'hui, on peut dire « Fini, le temps de l'analogique » en voyant le numérique envahir le monde scientifique et technologique, l'industrie et la vie courante. En effet, partout, que ce soit pour percevoir le son ou l'image, que ce soit pour acquérir ou traiter les données, les appareils analogiques laissent de plus en plus la place à ce qui est numérique : les appareils photos, les caméscopes, la télévision, les ordinateurs... Tout est numérique. Cependant, les phénomènes physiques courants sont analogiques et nos sens d'ouïe et de vision sont adaptés à ce qui est analogique (son et image). C'est pour cette raison que les appareils numériques cités plus haut sont tous munis de montages à base de circuits intégrés jouant le rôle de convertisseurs : analogique-numérique (C.A.N.) ou numérique-analogique (C.N.A.).

1 SIGNAUX ANALOGIQUES, LOGIQUES ET NUMÉRIQUES

1.1- SIGNAL ANALOGIQUE

Un signal est analogique si sa valeur varie dans le temps de façon continue (Fig.1 par exemple).

L'information transportée par le signal à un instant t donné est sa valeur à cet instant. La variation des grandeurs physiques telles que la température T , la pression p , la vitesse v , est continue dans le temps. Ainsi, toutes ces grandeurs physiques sont des exemples de grandeurs analogiques.

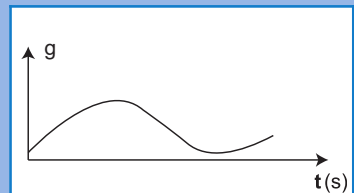


Fig.1 : Un signal analogique

1.2- SIGNAL LOGIQUE

Un signal (une tension électrique par exemple) est logique si sa valeur varie de façon discrète au cours du temps (Fig.2 par exemple). Il est constitué par la succession de deux valeurs possibles V_{CC} et 0 V appelées niveaux haut et bas : le niveau haut V_{CC} correspondant à l'état logique **1** et le niveau bas 0 V correspondant à l'état logique **0**.

L'information transportée par le signal à un instant t donné est V_{CC} ou 0 V .

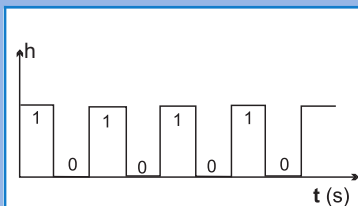


Fig.2 : Un signal logique

1.3- SIGNAL NUMÉRIQUE

Un signal est numérique lorsqu'il est défini comme une suite de valeurs numériques représentées par un nombre ou un mot binaire $[N]$ de n bits.

Le mot binaire $[N]$ est constitué par un ensemble de signaux logiques formant les éléments binaires du mot. La figure 3 représente un signal logique à 4 bits avec a_0 , a_1 , a_2 et a_3 qui sont les éléments binaires du mot.

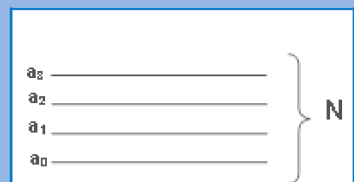


Fig.3 : Signal numérique à 4 bits.

1.4- COMPARAISON DES SIGNAUX ANALOGIQUES ET NUMÉRIQUES

- ◆ Les signaux analogiques traduisent la variation continue des différentes grandeurs physiques. Ainsi, tous les signaux issus des capteurs sont analogiques. Cependant, un signal analogique est très sensible à son environnement. Sa dégradation est facile et la correction de cette dégradation est difficile, voire impossible. D'autre part, un signal analogique est difficile à mémoriser ou à traiter mathématiquement.
- ◆ Les signaux numériques prennent uniquement deux états, un état haut et un état bas. Un signal numérique est insensible au bruit. Ainsi, on peut mémoriser, traiter mathématiquement et transformer un signal numérique sans qu'il soit altéré. On peut par exemple faire transiter un signal sonore de qualité HI-FI par une ligne téléphonique sans que la bande passante réduite ou le bruit de cette ligne ne soient gênants, ce qui aurait été impensable avec un signal analogique !
- ◆ Si un signal numérique est plus facile à stocker et à manipuler, il faut tout de même pouvoir l'exploiter. Ainsi, après un transport et un stockage en numérique, tout signal vidéo ou audio, devra revenir à sa forme analogique de départ. En effet, nos oreilles ne savent pas entendre en numérique !

1.5- NUMÉRISATION DÉCIMALE ET BINAIRE (RAPPEL)

Le "numérique" repose sur le système binaire dans lequel il ne peut exister que les deux valeurs **0** et **1**. Ce choix du système binaire s'explique par la facilité à reproduire électriquement ces deux valeurs :

- la valeur **0** qui signifie l'absence de tension (0V),
- la valeur **1** signifiant la présence d'une tension (5 V par exemple).

On compte en binaire de la même façon que l'on compte en décimal, sauf que l'on n'utilise que le 0 et le 1. Ainsi, on a :

décimal	binaire
0	0
1	1
2	10
3	11
4	100

Un mot binaire $[N]$ de n bits s'écrit avec n éléments binaires a_j , j variant de 0 à $(n-1)$. $[N] = [a_{n-1}a_{n-2}a_{n-3}\dots\dots\dots a_2a_1a_0]$

Son équivalent décimal en code binaire naturel s'écrit :

$$N = 2^{n-1}a_{n-1} + 2^{n-2}a_{n-2} + 2^{n-3}a_{n-3} + \dots + 2^0a_0$$

La valeur maximale d'un nombre binaire de n bits, exprimé en décimal est :

$$N_{\max} = 2^n - 1$$

Exemple : Ecrivons le nombre décimal 9 dans la base binaire à quatre bits.

$$9 = 2^3a_3 + 2^2a_2 + 2^1a_1 + 2^0a_0, \text{ avec } a_3=1, a_2=0, a_1=0 \text{ et } a_0=1.$$

Le nombre 9 s'écrira ainsi en base binaire à quatre bits : 1001.

2 CONVERTISSEURS NUMÉRIQUES-ANALOGIQUES (C.N.A.) ET CONVERTISSEURS ANALOGIQUES-NUMÉRIQUES (C.A.N.)

Le grand avantage apporté par la numérisation des signaux est la possibilité de stockage, de transformation et de restitution des données sans qu'elles ne soient altérées. Cependant, à la base, les signaux ont une nature analogique. De même, le monde extérieur est généralement analogique. Il faut donc créer des passerelles qui peuvent assurer le passage d'un type de donnée à l'autre. Ces passerelles sont des composants électroniques appelés convertisseurs. Il existe deux catégories : les convertisseurs numériques-analogiques (C.N.A.) et les convertisseurs analogiques-numériques (C.A.N.).

2.1- CONVERTISSEUR NUMÉRIQUE-ANALOGIQUE (C.N.A.)

2.1.1- Définition et symbole

Un convertisseur numérique-analogique, ou C.N.A. est un montage électronique transformant une information numérique (un nombre binaire [N]) en un signal analogique (tension ou courant) (Fig.4a et Fig.4b) proportionnel à la valeur décimale du nombre binaire converti.

- Si la grandeur de sortie est une tension, elle s'écrit : $u_S = k.N$, avec k en volt.
- Si la grandeur de sortie est un courant, son intensité s'écrit : $i_S = k'.N$ avec k' en ampère.

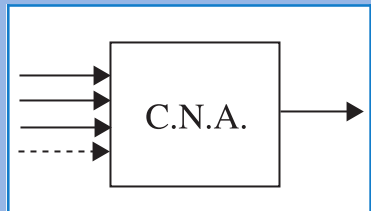


Fig.4a : Schéma d'un C.N.A.

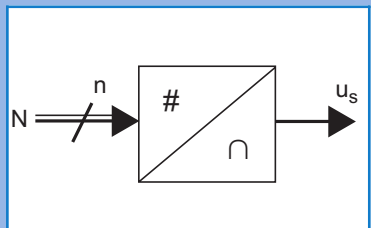


Fig.4b : Symbole d'un C.N.A.

2.1.2- Intérêt d'un C.N.A.

Les convertisseurs numériques-analogiques (C.N.A.) permettent de convertir un signal numérique en signal analogique exploitable. En effet, si une donnée numérique est plus facile à stocker et à manipuler, il faut tout de même pouvoir l'exploiter. A quoi servirait un son numérique si l'on ne pouvait pas l'entendre ?

Ainsi, dans un ordinateur multimédia, on trouve des C.N.A. pour la plupart des sorties telles que :

- sortie audio des cartes son,
- synthétiseur musical,
- imprimante,
- le modem (à la réception).

2.2- CONVERTISSEUR ANALOGIQUE-NUMÉRIQUE C.A.N.

2.2.1- Définition et symbole

Un convertisseur analogique-numérique, ou C.A.N. (Fig.5) est un montage électronique transformant un signal analogique (une tension u_E) appliqué à son entrée en un nombre binaire $[N]$ de sorties, proportionnel à cette grandeur u_E (fig.6a et 6b).

$$N = K.u_E \text{ avec } k \text{ en } v^{-1}$$

2.2.2- Intérêt d'un C.A.N.

Un convertisseur analogique-numérique permet de transformer en valeurs numériques un phénomène variant dans le temps pour assurer son stockage ou son traitement. Un ordinateur « multimédia » est une machine capable de numériser des documents (papier, audio, vidéo...). Ainsi, l'ensemble des principaux périphériques d'un ordinateur comportant des C.A.N. sont :

- les cartes d'acquisition vidéo,
- les scanners,
- les cartes de capture sonore,
- les lecteurs (optiques comme le lecteur de cédérom),
- les modems (à l'émission).

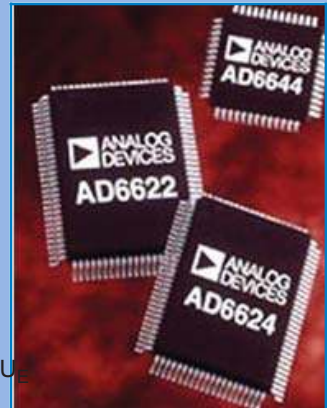


Fig.5 : Convertisseurs analogiques-numériques



Fig.6a : Schéma d'un C.A.N.

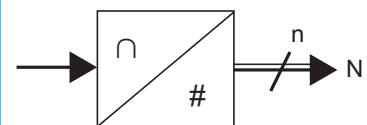


Fig.6b : Symbole d'un C.A.N.

2.3- EXEMPLES DE CHAÎNES DE TRAITEMENT DE SIGNAUX

2.3.1- La chaîne de traitement du son

Un exemple de conversion et de traitement de données est la chaîne de transformation du son, de l'enregistrement de la musique à sa restitution par les enceintes acoustiques (baffles). Le son est capté par un micro (capteur analogique) dont la très faible tension de sortie est amplifiée (Fig.7a).

Le signal peut être numérisé directement à ce niveau à l'aide d'un convertisseur analogique-numérique (C.A.N.) et sera alors traité de façon entièrement numérique (mixage...). Il peut aussi être stocké de façon analogique sur bande magnétique, mixé et ensuite numérisé. Le stockage est presque toujours numérique (compact disk CD). Le lecteur de CD contient des convertisseurs numériques-analogiques (C.N.A.) qui vont retransformer les informations numériques en signal analogique qui sera amplifié avant d'être envoyé aux enceintes (Fig.7b).



Fig.7a : Le micro capte le son.

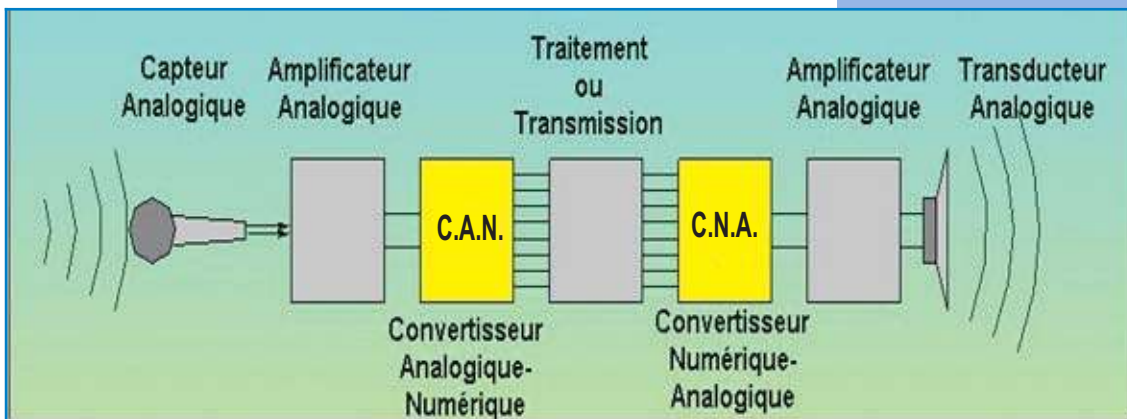


Fig.7b : Chaîne de traitement du son

2.3.2- Cas de l'appareil photo-numérique

Numérisation du signal

La lumière émise par une petite zone de la vue photographiée est convertie en tension par un photo-capteur, puis numérisée par un convertisseur analogique-numérique (C.A.N.) et mise en mémoire.

L'appareil photo (Fig.8) contient un très grand nombre de capteurs formant un quadrillage pour capturer l'ensemble de la vue photographiée. L'ensemble des valeurs numériques obtenues constitue les données du fichier image (Fig.9).



Fig.8 : Appareil photo numérique.

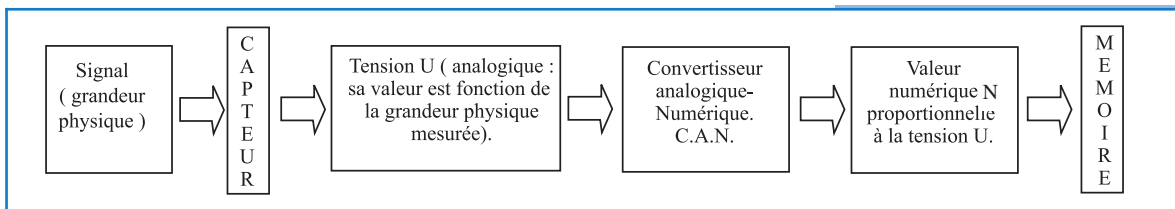


Fig.9 : Chaîne de traitement du son

Restitution du signal (Fig.10).

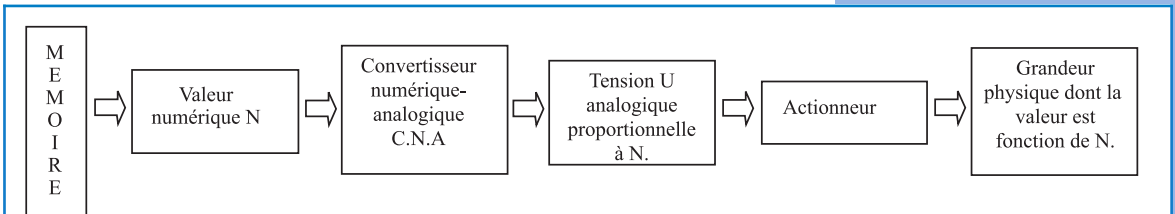


Fig.10 : Chaîne de traitement d'un signal numérique

Lors de l'affichage de la photographie sur l'écran d'un ordinateur, on exploite le fichier image. Chacune des données numériques de ce fichier est convertie par un convertisseur numérique-analogique (C.N.A.) en une tension commandant l'éclairage plus ou moins intense d'un point (pixel) de l'écran. L'image observée sur l'écran est reconstituée par l'ensemble de ces points.

3 CONVERTISSEUR NUMÉRIQUE-ANALOGIQUE (C.N.A.)

■ Cas d'un convertisseur numérique-analogique à réseau de résistances pondérées.

3.1- SCHÉMA DU MONTAGE

La réalisation du montage de principe d'un convertisseur numérique-analogique (C.N.A.) à réseau de résistances pondérées nécessite essentiellement :

- une tension de référence U_{ref} ,
- un ensemble de n résistors de résistances pondérées à la puissance de 2 ($R, 2R, 4R, \dots, 2^{n-1} R$),
- des interrupteurs commandés par les variables logiques a_j du signal à transformer,
- un amplificateur opérationnel fonctionnant en régime linéaire.

Dans le cas du convertisseur numérique-analogique à quatre bits, on utilise 4 résistors de résistances respectives $R, 2R, 4R$ et $8R$. Le schéma du montage d'un C.N.A. à 4 bits est représenté sur figure 11.

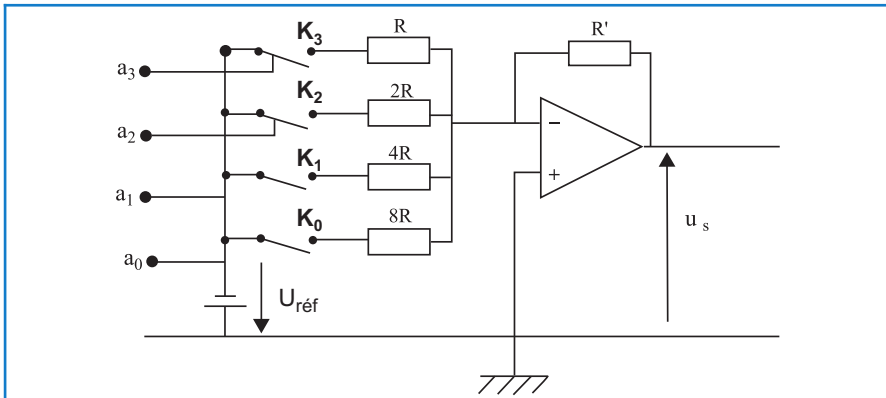


Fig.11 : Schéma de principe d'un C.N.A. à réseau de résistances pondérées (R , $2R$, $4R$, $8R$)

L'amplificateur opérationnel fonctionnant en régime linéaire est associé au réseau de résistances pondérées de R à $8R$. La tension de référence $U_{\text{réf}}$ fixe le potentiel d'entrée. Les interrupteurs sont commandés par les variables logiques a_j .

Remarque :

Pour obtenir une conversion de qualité, il faut s'assurer que la tension constante $U_{\text{réf}}$ n'est pas affectée par une diminution de la température ou autre.

3.2- PRINCIPE DE FONCTIONNEMENT

D'après le schéma du montage du convertisseur (Fig.11), pour $a_j = 1$, l'interrupteur k_j est fermé. Le résistor correspondant de résistance $R_j = 2^{(n-j-1)}R$ est parcouru par un courant I_j qui dépend de sa propre valeur (avec $n = 4$).

En revanche, pour $a_j = 0$, l'interrupteur k_j est ouvert. Le même résistor n'est alors parcouru par aucun courant.

Questions

1°) Ecrire le mot binaire d'entrée $[N]$ de ce convertisseur.

2°) a) Etablir l'expression de l'intensité du courant I_3 qui parcourt le circuit :

- ♦ pour $a_3 = 1$ et $a_2 = a_1 = a_0 = 0$,
- ♦ pour $a_3 = a_2 = a_1 = a_0 = 0$,
- ♦ exprimer I_3 en fonction de $U_{\text{réf}}$, R et a_3 .

b) Etablir l'expression de la tension u_s en fonction de R, R', a_3 et $U_{\text{réf}}$.

3°) Préciser le rôle de l'amplificateur opérationnel dans ce montage.

Pour ce C.N.A. à quatre bits, le mot binaire d'entrée est :

$$[N] = [a_3 a_2 a_1 a_0]$$

Son équivalent décimal en code binaire naturel s'écrit :

$$N = 2^3 a_3 + 2^2 a_2 + 2^1 a_1 + 2^0 a_0$$

♦ Pour $a_3 = 1$ et $a_2 = a_1 = a_0 = 0$, le schéma du circuit d'entrée est équivalent à celui de la figure 12.

L'amplificateur opérationnel étant supposé idéal, ainsi $u^+ = u^- = 0$.

Par suite, on écrit en convention récepteur :

$$U_R = -U_{\text{ref}}, \text{ ce qui donne : } I_3 = -\frac{U_{\text{ref}}}{R}.$$

♦ Pour $a_3 = a_2 = a_1 = a_0 = 0$, il n'y a aucun courant qui circule dans R.

Par conséquent, $I_3 = 0$.

En se basant sur ces deux expressions de I_3 , on peut écrire :

$$I_3 = -\frac{a_3 U_{\text{ref}}}{R}, \text{ avec } a_3 = 0 \text{ ou bien } 1.$$

Ainsi, on a : $U_R = -a_3 U_{\text{ref}}$.

En généralisant ce résultat à toutes les dérivations d'entrée de résistance : $R_j = 2^{(n-j-1)}R$, on aura :

$$I_j = -\frac{a_j U_{\text{ref}}}{R_j} \text{ et } U_{R_j} = -a_j U_{\text{ref}}.$$

Ce résultat général nous permet de représenter le schéma équivalent simplifié du C.N.A. de la figure 11 comme le montre la figure 13.

Le signal analogique de sortie est la tension u_s . Par application de la loi des mailles, on peut écrire : $u_s + R'i' = 0$. Par suite, $u_s = -R'i'$. Or $i' = i$ car $i^- = 0$.

i est la somme des courants collectés par les commutateurs k_j fermés : $i = I_3 + I_2 + I_1 + I_0$.

D'autre part, on a :

$$I_3 = -\frac{a_3 U_{\text{ref}}}{R}, I_2 = -\frac{a_2 U_{\text{ref}}}{2R}, I_1 = -\frac{a_1 U_{\text{ref}}}{4R} \text{ et } I_0 = -\frac{a_0 U_{\text{ref}}}{8R}$$

Pour $a_3 = a_2 = a_1 = a_0 = 1$, nous constatons que les courants générés par les résistances pondérées de R à 8R forment une suite géométrique de raison $\frac{1}{2}$.

L'expression de l'intensité du courant résultant est :

$$i = -\left(\frac{a_3 U_{\text{ref}}}{R} + \frac{a_2 U_{\text{ref}}}{2R} + \frac{a_1 U_{\text{ref}}}{4R} + \frac{a_0 U_{\text{ref}}}{8R} \right) \quad (3)$$

Il vient donc : $u_s = R' \left(\frac{a_3 U_{\text{ref}}}{R} + \frac{a_2 U_{\text{ref}}}{2R} + \frac{a_1 U_{\text{ref}}}{4R} + \frac{a_0 U_{\text{ref}}}{8R} \right)$

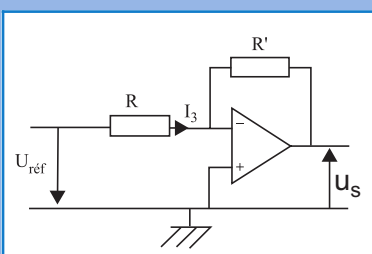


Fig.12 : Schéma du circuit d'entrée avec $a_3 = 1$ et $a_2 = a_0 = 0$

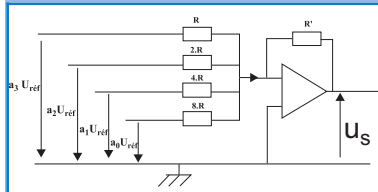


Fig.13 : Schéma équivalent simplifié d'un C.N.A. à 4 bits

$$u_s = \frac{R' \cdot U_{ref}}{8 \cdot R} (8 \cdot a_3 + 4 \cdot a_2 + 2 \cdot a_1 + a_0)$$

$$u_s = \frac{R' \cdot U_{ref}}{8 \cdot R} (2^3 \cdot a_3 + 2^2 \cdot a_2 + 2^1 \cdot a_1 + 2^0 \cdot a_0)$$

$$\text{Donc : } u_s = \frac{R' \cdot U_{ref}}{8 \cdot R} N$$

$$u_s = k \cdot N, \text{ avec } k = \frac{R' \cdot U_{ref}}{8 \cdot R}$$

Ce montage réalise bien une conversion numérique-analogique puisque la tension de sortie u_s est proportionnelle au nombre binaire N d'entrée.

Conclusion

Dans le cas d'un C.N.A. à réseau de résistances pondérées ($R, 2R, 4R, 8R, \dots, 2^{n-1}R$), le signal analogique (tension électrique u_s) issue de la conversion d'un signal numérique (mot binaire $[N]$) est proportionnel à l'équivalent décimal N de $[N]$: $u_s = kN$. avec $k = \frac{R' \cdot U_{ref}}{2^{n-1}R}$, n étant le nombre de bits du mot binaire converti N .

3.3- CARACTÉRISTIQUES D'UN C.N.A.

♦ La pleine échelle (P.E.)

C'est la tension maximale U_{Smax} (tension que l'on ne peut jamais atteindre) prévue en sortie à laquelle correspond la valeur maximale $N_{max} = 2^n - 1$.

$$\text{P.E.} = U_{Smax} = k \cdot N_{max} \quad \text{Avec P.E. en volt.}$$

Questions

Montrer que l'expression de la tension pleine échelle d'un convertisseur numérique-analogique à 4 bits et à réseau de résistances pondérées ($R, 2R, 4R, 8R$) est : $U_{s,max} = \frac{15 \cdot R' \cdot U_{ref}}{8 \cdot R}$.

Cas général

D'une manière générale, l'expression de la tension pleine échelle d'un C.N.A. à n bits et à réseau de résistances pondérées ($R, 2R, 4R, 8R, \dots, 2^{n-1}R$) est : $\text{P.E.} = \frac{(2^n - 1) \cdot R' \cdot U_{ref}}{2^{n-1} \cdot R}$.

Remarque :

La tension de référence U_{ref} est calculée pour que le maximum de tension de sortie ($U_{s\ max}$) soit inférieure à la tension de saturation de l'amplificateur intégré.

♦ Le quantum q

Le quantum, noté q , pour un convertisseur C.N.A. correspond à la quantité élémentaire de variation du signal de sortie u_s correspondant à une variation de ± 1 de N en entrée.

$$q = \frac{U_{s\ max}}{2^n - 1} = \frac{P.E.}{2^n - 1} = \frac{P.E.}{N_{max}} \text{ pour un convertisseur de } n \text{ bits.}$$

Remarque :

$$q = \frac{U_{Smax} - U_{Smin}}{2^n} \text{ si } U_{Smin} \neq 0. \text{ Le quantum s'exprime en volt.}$$

Questions

Montrer que pour un C.N.A. à 4 bits et à réseau de résistances pondérées ($R, 2R, 4R, 8R$), le quantum q s'écrit : $q = \frac{R' \cdot U_{ref}}{2^3 \cdot R}$

♦ La résolution

C'est le plus petit incrément possible en entrée. En valeur absolue, elle est égale au quantum q avec $q = \frac{U_{s\ max}}{2^n - 1}$.

La résolution relative d'un C.N.A. est définie par rapport au nombre de bits n du mot binaire $[N]$ à convertir. Elle correspond à la variation d'une unité du nombre binaire d'entrée. La résolution relative (r) d'un C.N.A. est égale à l'inverse du nombre de combinaisons binaires que le convertisseur est capable de convertir $r = \frac{1}{2^n}$ où n représente le nombre de bits. Ainsi, un

C.N.A. à 4 bits possède 2^4 combinaisons à l'entrée (de 0000 à 1111). Par conséquent, sa résolution relative est $1/16$. Celle d'un C.N.A. à 8 bits est $1/256$.

♦ Caractéristique de transfert d'un C.N.A. : $u_s = f(N)$ **Expérience**

On réalise le montage schématisé par la figure 14. Il s'agit du montage d'un convertisseur numérique-analogique à résistances pondérées et à 3 bits. L'amplificateur opérationnel supposé idéal (A 741) est polarisé sous une tension ± 15 V. La tension de référence est assurée par une alimentation stabilisée. A l'aide des interrupteurs K_j relatifs aux nombres binaires d'entrée a_j (j ne peut prendre que les valeurs 0, 1 et 2), on fait varier la valeur du signal d'entrée (le nombre binaire d'entrée).

Pour chaque valeur de N , on note la valeur de la tension de sortie u_s correspondante.

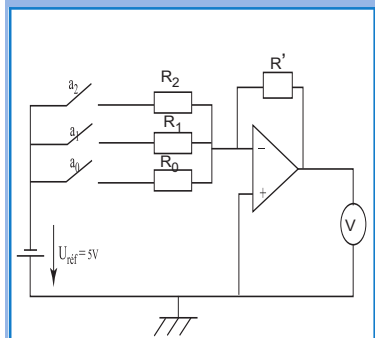
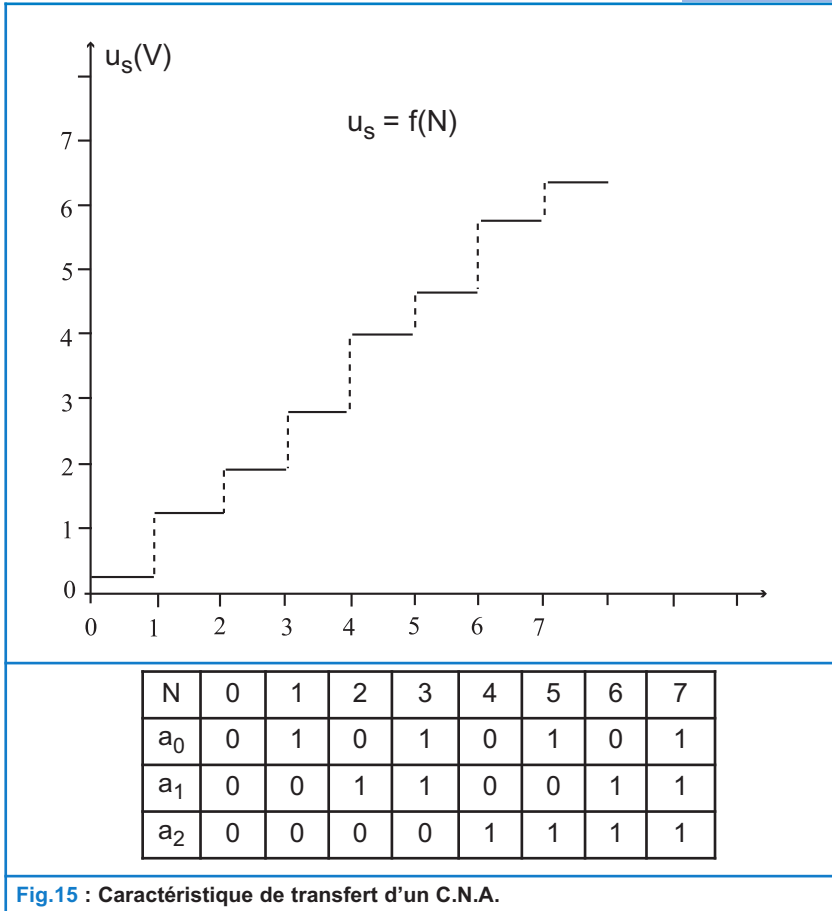


Fig.14 : C.N.A. à 3 bits

Les résultats de mesures ont permis de tracer la variation de u_s en fonction de N (Fig.15).



Questions

Montrer graphiquement que $u_s = f(N)$ s'écrit : $u_s = k.N$, où k est une constante que l'on calculera.

Cette courbe qui traduit l'évolution de la tension analogique de sortie u_s en fonction de N est appelée caractéristique de transfert du convertisseur numérique-analogique.

Cette caractéristique $u_s = f(N)$ est constituée par une suite de points s'appuyant sur une droite qui passe par l'origine (Fig.15).

Remarque

La même manipulation est réalisable en utilisant, au lieu du réseau de résistances, un circuit intégré approprié (DAC 0800 ou DAC 0808) comme il est décrit dans la fiche technique de la fin du chapitre.

♦ Avantages et inconvénients du C.N.A à résistances pondérées

L'avantage du convertisseur numérique-analogique à résistances pondérées est sa simplicité. Cependant, dans la pratique, il est très délicat et même difficile de réaliser un réseau de résistances ayant un rapport de valeurs précis. En effet, réaliser des résistors identiques ne pose pas problème, mais trouver quatre résistors de résistances de valeurs parfaitement ajustées est très difficile en pratique.

■ Cas d'un convertisseur numérique-analogique à réseau de résistances « R-2R »

Ce type de convertisseur prend en compte les défauts du C.N.A. à résistances pondérées. Il est bâti autour d'un réseau de résistances, composé de deux valeurs seulement, R et 2R. Comme le C.N.A. à réseau de résistances pondérées, le C.N.A. à réseau de résistances « R-2R » est constitué essentiellement d'un amplificateur opérationnel fonctionnant en régime linéaire associé à un réseau de résistances et à des interrupteurs commandés par les variables logiques a_j . Un générateur de tension assure la tension de référence U_{ref} du convertisseur (Fig.16).

Schéma du montage

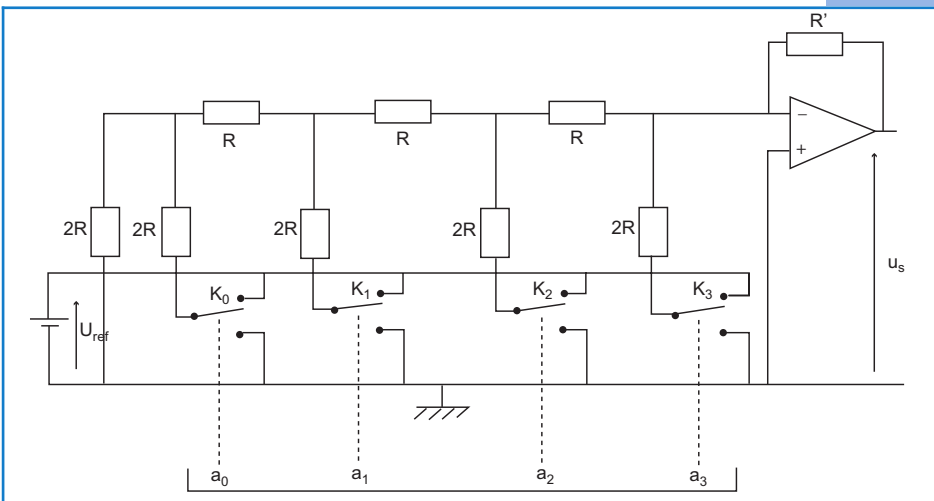


Fig.16 : Un C.N.A. à réseau de résistances « R-2R ».

L'étude du principe de fonctionnement du C.N.A. à réseau de résistances « R-2R » n'est pas au programme. Mais, ça n'empêche pas de le connaître et de le comprendre surtout que c'est l'un des principes adoptés dans les circuits intégrés utilisés dans la conversion des signaux.

On montre que : $u_s = - \frac{R' \cdot U_{ref}}{16 \cdot R} \cdot N$, pour un C.N.A. à 4bits et à réseau de résistances « R-2R ».

Remarque

L'étude détaillée du principe de fonctionnement du C.N.A. à réseau de résistance « R-2R » est proposée comme sujet de lecture en fin de chapitre.

4 CONVERTISSEURS ANALOGIQUES-NUMERIQUES (C.A.N.)

4.1- LES PHASES DE LA CONVERSION ANALOGIQUE-NUMÉRIQUE

On souhaite afficher une grandeur électrique (signal analogique) sous forme numérique, d'une part, et la sauvegarder dans la mémoire d'un système informatique, d'autre part. Pour cela, on aura besoin de réaliser une conversion de la donnée analogique (courant ou tension) en une valeur numérique. Cette conversion est assurée par un convertisseur analogique-numérique (C.A.N.). D'une manière générale, convertir une grandeur analogique en une grandeur numérique nécessite deux opérations successives :

- la quantification qui transforme la valeur analogique de la grandeur d'entrée en un nombre fini de niveaux,
- le codage qui associe une valeur numérique à chacun de ces niveaux.

4.2- PRINCIPE DE LA CONVERSION ANALOGIQUE-NUMÉRIQUE

Le principe d'un C.A.N. consiste à comparer deux grandeurs analogiques (tensions) réalisées à l'aide d'amplificateurs opérationnels. L'une de ces grandeurs est la tension à convertir, tandis que l'autre grandeur correspond à la sortie du C.N.A. étudié précédemment (Fig.17).

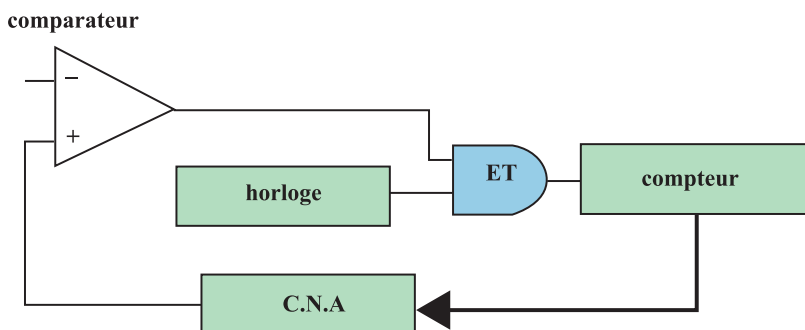


Fig.17 : Schéma de principe d'un C.A.N.

L'essentiel

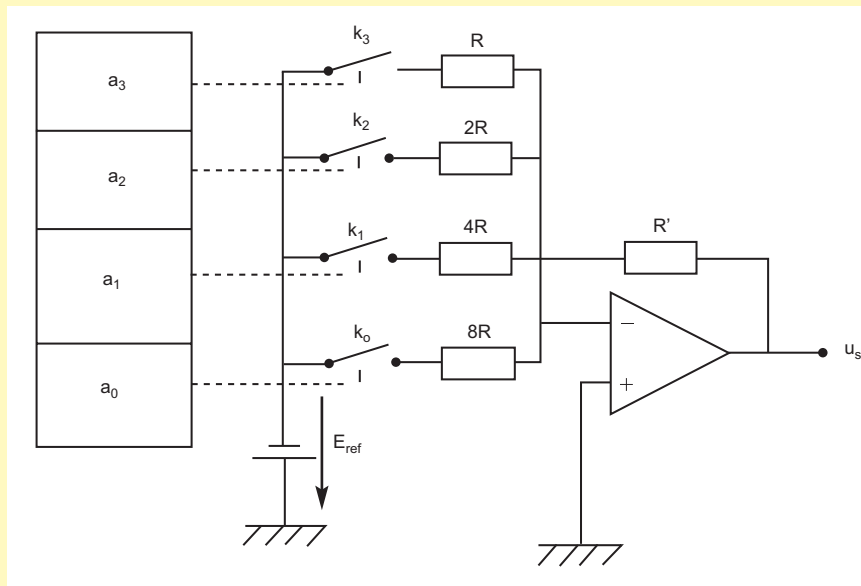
- Un signal est dit analogique lorsque sa valeur varie de façon continue au cours du temps.
- Un signal est dit logique si sa valeur varie de façon discrète au cours du temps ; il prend uniquement deux états, un état haut et un état bas.
- Un C.N.A. est un montage électronique qui transforme une information numérique (un mot binaire [N]) en un signal analogique proportionnel à la valeur décimale du nombre binaire converti.
- La tension pleine échelle (P.E.) d'un C.N.A. est la valeur maximale de la tension de sortie du convertisseur : $P.E. = U_{smax} = K.N_{max}$.
- Le quantum, noté q , pour un convertisseur C.N.A. correspond à la quantité élémentaire de variation du signal de sortie u_s correspondant à une variation de ± 1 de N en entrée.
- Le quantum s'exprime : $q = \frac{U_{smax}}{2^n - 1}$.
- Un C.A.N. est un montage électronique qui transforme un signal analogique (une tension u_E) appliquée à son entrée en un nombre binaire [N] de sortie (proportionnel à cette tension u_E).
- Le principe d'un C.A.N. consiste à comparer deux grandeurs analogiques (tensions) réalisées à l'aide d'amplificateurs opérationnels.

Exercices

Exercice résolu

ÉNONCÉ

On considère le convertisseur numérique C.N.A. à 4 bits de la figure 1, utilisant une échelle de résistances pondérées ($R_0 = 8R$; $R_1 = 4R$; $R_2 = 2R$; $R_3 = R$). L'amplificateur opérationnel fonctionne en régime linéaire. Il est supposé idéal. Il est polarisé $\pm V_{CC}$, avec $V_{CC} = 12V$; $E_{ref} = 4V$ et $R = R'$.



Les interrupteurs k_j sont commandés par un circuit logique tel que $j = 0, 1, 2$ et 3 .

Pour $a_j = 1$, on a k_j fermé, alors que pour $a_j = 0$, on a k_j ouvert.

1°) Montrer que l'expression de l'intensité du courant I_3 qui parcourt le résistor de résistance R est : $I_3 = -\frac{a_3 E_{ref}}{R}$.

2°) Exprimer l'intensité du courant i qui traverse le résistor R' en fonction de a_j , E_{ref} et R .

3°) Préciser l'importance de l'amplificateur opérationnel dans un montage pareil.

4°) Exprimer u_s en fonction de a_j , E_{ref} , R et R' et montrer que $u_s = k.N$.

5°) En déduire le quantum q et la pleine échelle $U_{s_{max}}$ du C.N.A.

SOLUTION

1°) Pour $a_3 = 1$ et $a_2 = a_1 = a_0 = 0$, seul k_3 est fermé.

Par application de la loi des mailles on peut écrire :

$E_{\text{ref}} + U_R - \varepsilon = 0$ avec $\varepsilon = 0$ car l'amplificateur opérationnel est idéal.

Ainsi, $E_{\text{ref}} = -R \cdot I_3$ et par suite : $I_3 = -\frac{E_{\text{ref}}}{R}$ (1).

Pour $a_3 = a_2 = a_1 = a_0 = 0$, l'interrupteur k_3 est ouvert et par suite : $I_3 = 0$ (2).

Des résultats (1) et (2), on peut considérer la maille comme étant formée d'un générateur

$a_3 E_{\text{ref}}$ en série avec le résistor de résistance R . Ainsi, $I_3 = -\frac{a_3 E_{\text{ref}}}{R}$.

2°) Pour $a_3 = a_2 = a_1 = a_0 = 1$, les différents interrupteurs k_j sont fermés.

Par application de la loi des nœuds, on peut écrire :

$i = I_3 + I_2 + I_1 + I_0$, avec I_2 l'intensité du courant qui parcourt $R_2 = 2R$, I_1 celle du courant qui circule dans $R_1 = 4R$ et I_0 celle du courant qui parcourt $R_0 = 8R$.

Ainsi, $i = -\left[\frac{a_3 E_{\text{ref}}}{R} + \frac{a_2 E_{\text{ref}}}{2R} + \frac{a_1 E_{\text{ref}}}{4R} + \frac{a_0 E_{\text{ref}}}{8R} \right]$

$$i = -\frac{E_{\text{ref}}}{R} \left[a_3 + \frac{a_2}{2} + \frac{a_1}{4} + \frac{a_0}{8} \right]$$

$$i = -\frac{E_{\text{ref}}}{8R} [8a_3 + 4a_2 + 2a_1 + a_0] \quad (3)$$

3°) L'amplificateur opérationnel a pour rôle de convertir le courant i en une tension u .

4°) Par application de la loi des mailles, on peut écrire :

$u_s + u_{R'} + \varepsilon = 0$, avec $\varepsilon = 0$ car l'amplificateur opérationnel est supposé idéal.

D'où, $u_s = -R' \cdot i'$, avec $i' = i$ car $i^- = 0$.

En remplaçant i par son expression (3), on aura :

$$u_s = -R' i$$

$$u_s = R' \cdot \frac{E_{\text{ref}}}{8R} [8a_3 + 4a_2 + 2a_1 + a_0]$$

$$u_s = K \cdot N, \text{ avec } k = \frac{R' \cdot E_{\text{ref}}}{8R}$$

$$\text{et } N = [8a_3 + 4a_2 + 2a_1 + a_0].$$

5°) Le quantum q correspond à $a_0 = 1$ et $a_3 = a_2 = a_1 = 0$.

$$\text{Ainsi, } q = \frac{R' \cdot E_{\text{ref}}}{8R}$$

La pleine échelle correspond à $a_3 = a_2 = a_1 = a_0 = 1$,

$$P.E. = \frac{15 \cdot R' \cdot E_{\text{ref}}}{8R}$$

Exercices à résoudre

Tests rapides des acquis

1 Items "vrai ou faux"

Evaluer les propositions suivantes par vrai ou faux.

- 1- Un signal est dit logique si sa valeur varie de façon continue au cours du temps.
- 2- Un signal numérique est plus facile à stocker et à manipuler.
- 3- Un convertisseur numérique-analogique transforme une information numérique en courant.

4- L'amplificateur opérationnel dans un C.N.A. a pour rôle de convertir un courant I en tension analogique u_s .

5- Le quantum q pour un convertisseur C.N.A. représente la valeur de la tension maximale qu'il peut transmettre.

2 Questions à Choix Multiples

Préciser pour chacune des questions suivantes, la(ou les) proposition(s) juste(s).

■ 1- La tension de référence dans un C.N.A. est:
a- indépendante de la tension de sortie.

b- indépendante du signal d'entrée.

c- dépend de la tension de saturation de l'amplificateur opérationnel.

■ 2- Le nombre binaire correspondant à la valeur 36 en base décimale est :

a- 110000, b- 101000, c- 100100.

■ 3- Le nombre de combinaisons qu'un convertisseur numérique-analogique à 4 bits est capable de convertir est :

a- 16, b- 32, c- 64.

■ 4- La résolution d'un C.N.A. dépend :

a- de la tension de référence E_{ref} .

b- du nombre de bits à convertir.

c- de la pleine échelle.

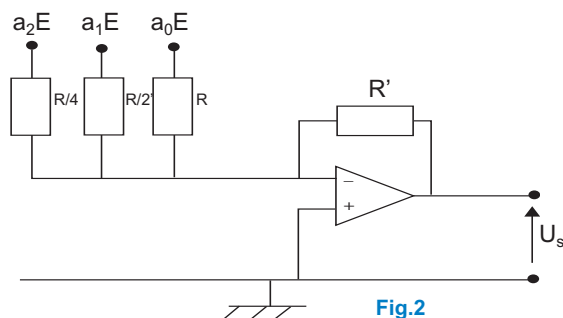
■ 5- L'expression de la tension de sortie maximale (P.E.) dans le cas d'un C.N.A. à 8 bits et à réseau de résistances pondérées ($R, 2R, 4R, \dots$) est :

a- $U_{S \max} = \frac{7 \cdot R' \cdot E_{ref}}{4 \cdot R}$, b- $U_{S \max} = \frac{15 \cdot R' \cdot E_{ref}}{8 \cdot R}$,

c- $U_{S \max} = \frac{225 \cdot R' \cdot E_{ref}}{128 \cdot R}$.

Exercices d'application

3 On considère le convertisseur numérique-analogique de 3 bits schématisé sur la figure 2 et pour lequel on donne $E = 10 \text{ V}$ et $R = 10 R'$.



1°) Exprimer l'intensité du courant électrique I qui traverse R en fonction de R , a_0 et E .

2°) Exprimer u_s en fonction du nombre N .

3°) Calculer le quantum q et la pleine échelle de ce convertisseur.

- 4** On désire convertir un signal numérique en un signal analogique dont la valeur pleine échelle serait égale à 10 V, à l'aide d'un convertisseur numérique-analogique à réseau de résistances pondérées ($R, 2R, 4R, \dots$) à 8 bits.
- 1°) Préciser le nombre de niveaux d'entrée possibles pour ce C.N.A.
 - 2°) Calculer le quantum q de ce C.N.A.
 - 3°) Calculer la tension analogique de sortie u_s correspondant à l'information numérique 11001000.

Exercices de synthèse

- 5** On considère le convertisseur numérique-analogique à 8 bits schématisé par la figure 3.

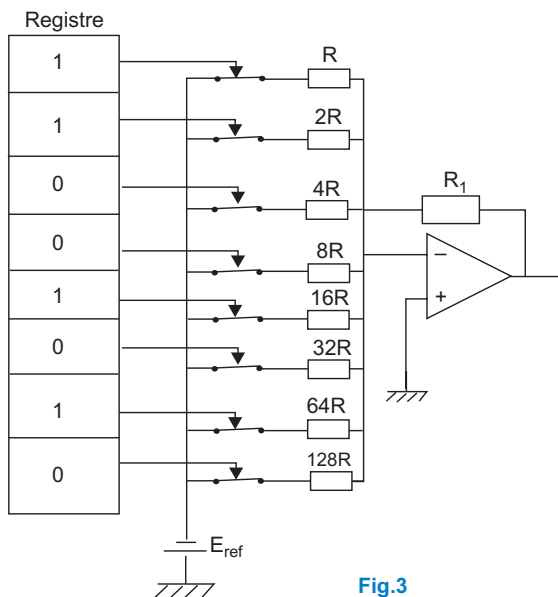


Fig.3

Les variables logiques a_j du registre binaire commandent les interrupteurs k_j associés aux résistances pondérées $128R$ à R .

L'interrupteur k_0 est associé au résistor $128R$.

- 1°) a) Donner l'expression de l'intensité du courant électrique I_0 qui traverse le résistor $128R$.
- b) Etablir l'expression de la tension de sortie u_s du convertisseur en fonction de a_0, R, R_1 et E_{ref} .
- 2°) Montrer que la tension de sortie associée à l'information numérique 11001010 est :

$$u_s = \left[\frac{E_{ref}}{R} + \frac{E_{ref}}{2R} + \frac{E_{ref}}{16R} + \frac{E_{ref}}{64R} \right] \cdot R_1$$

- 3°) Calculer la valeur de tension u_s correspondant à cette information sachant que la tension maximale de sortie de l'amplificateur opérationnel est 10 V.

- 4°) Comment faut-il choisir la valeur de E_{ref} pour assurer un fonctionnement convenable du C.N.A. ?

- 6** On réalise le montage représenté sur la figure 4, qui constitue un convertisseur numérique-analogique (à résistances pondérées). L'amplificateur opérationnel est polarisé par les tensions : $\pm 15V$.

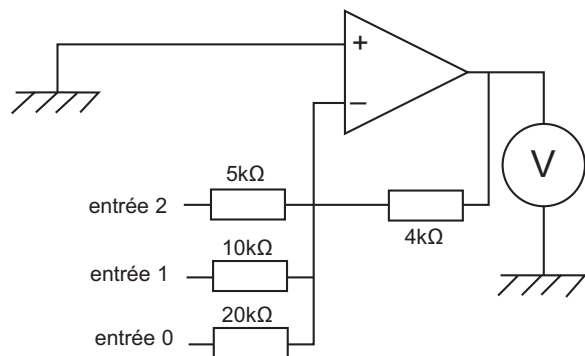


Fig.4

Pour faire entrer un nombre dans ce convertisseur, on le code sous forme binaire et on le traduit électriquement.

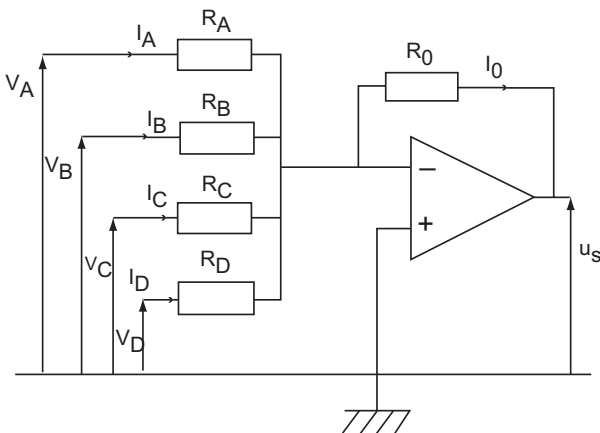
On utilisera la convention suivante : la valeur 1 sera représentée par le potentiel négatif $-5V$, la valeur 0 par le potentiel $0V$. Dans le cas du montage étudié, on peut considérer qu'une entrée non connectée est à 0. Ainsi, la tension de référence est $E_{ref} = -5V$.

Chacune des entrées d'un C.N.A. correspond à un digit du nombre à convertir.

- 1°) Etablir l'expression de la tension de sortie analogique u_s du C.N.A. à 3 bits.
- 2°) Compléter le tableau et le graphe ci-dessous avec les valeurs des tensions obtenues pour chaque valeur numérique entrée dans le convertisseur.
- 3°) Calculer la valeur maximale de la tension de sortie (U_{Smax}) du C.N.A.
- 4°) Quelle est la plus grande valeur numérique N_{max} que l'on peut entrer dans ce C.N.A. ?
- 5°) Calculer la valeur de sa résolution.

Valeur en base 10	Ecriture en base 2	Tension de sortie $u_s = f(N)$
0		
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		

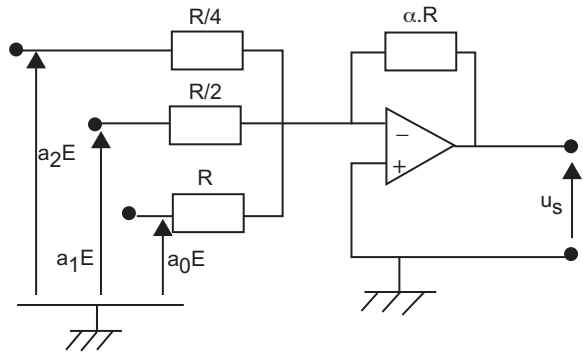
7 Dans le montage ci-dessous, l'amplificateur opérationnel est supposé idéal et fonctionne en régime linéaire. Il est polarisé par une source de tension symétrique ± 15 V.



- 1°) Quel est le rôle de l'amplificateur opérationnel dans ce montage ?
- 2°) a) - Exprimer l'intensité I_A sous forme littérale, en fonction de V_A et R_A .
b) - Exprimer l'intensité I_B sous forme littérale, en fonction de V_B et R_B .
- 3°) Exprimer l'intensité I_0 sous forme littérale, en fonction de u_s et R_0 .
- 4°) Exprimer la tension de sortie u_s en fonction des tensions V_A, V_B, V_C, V_D , et des résistances R_A, R_B, R_C, R_D, R_0 .

5°) Les résistances sont telles que : $R_A = 2.R_B$, $R_A = 4.R_C = 8.R_D$, avec $R_A = 10$ k Ω , $R_0 = 1$ k Ω . En déduire u_s en fonction de V_A, V_B, V_C et V_D .

8 On considère le convertisseur numérique-analogique à 3 bits et à réseau de résistances pondérées ($R, R/2, R/4$) comme le montre la figure ci-dessous.



L'amplificateur opérationnel utilisé est supposé idéal et polarisé ± 10 V.

E représente la tension de référence du convertisseur et est égale à 4,5 V.

Les variables logiques a_j commandent les interrupteurs k_j associés aux résistances pondérées R à $R/4$. La variable a_j ne peut prendre que l'une des valeurs 1 et 0.

- 1°) Pour $a_0 = 1$ et $a_1 = a_2 = 0$, exprimer la tension de sortie u_s en fonction de E, a_0 et α .
- 2°) Exprimer u_s en fonction de E, N et α .
- 3°) En déduire l'expression du quantum q en fonction de α .
- 4°) Calculer la valeur de α pour laquelle le quantum q est égale à -1 V.
- 5°) Proposer un montage permettant de rendre la tension de sortie u_s positive.

9 Etude de texte

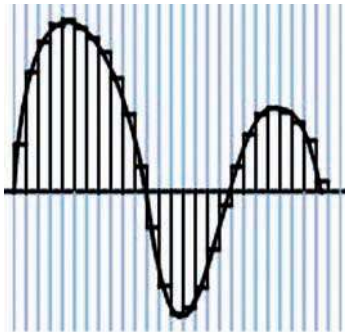
Les phénomènes qui nous entourent sont quasiment tous continus, c'est-à-dire qu'ils passent d'une valeur à une autre sans discontinuité.

Pour pouvoir interpréter ou reproduire le phénomène original de la façon la plus exacte possible, on enregistre les valeurs du phénomène en utilisant le support physique adéquat.

Lorsque le support physique peut prendre des valeurs continues, on parle d'enregistrement analogique. Par exemple, une cassette vidéo, une cassette audio ou un disque vinyle sont des supports analogiques.

Par contre, lorsque le signal ne peut prendre que des valeurs bien définies, en nombre limité, on parle de signal numérique.

La représentation d'un signal analogique est donc une courbe, tandis que celle d'un signal numérique peut être visualisée par un histogramme (Fig.ci-dessous).



De cette façon, il est évident qu'un signal numérique est beaucoup plus facile à reproduire qu'un signal analogique (la copie d'une cassette audio provoque des pertes...).

Sophie Fleury, L'Internaute.

Questions

- 1°) Quelle est la représentation d'un signal numérique en fonction du temps ?
- 2°) Est-il plus simple de reproduire un signal numérique ou bien un signal analogique ?
- 3°) Préciser l'inconvénient d'un support d'enregistrement analogique.
- 4°) Peut-on se limiter au numérique et abandonner l'analogique ?

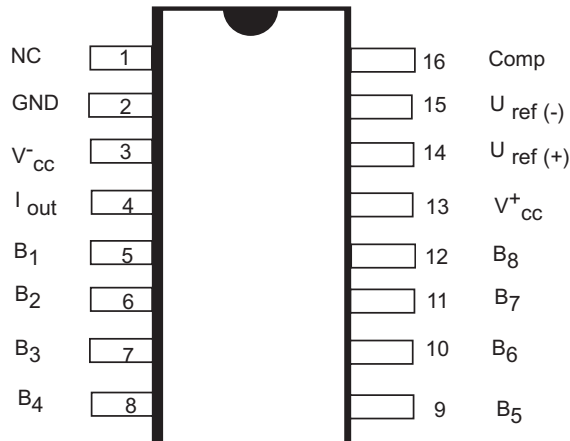
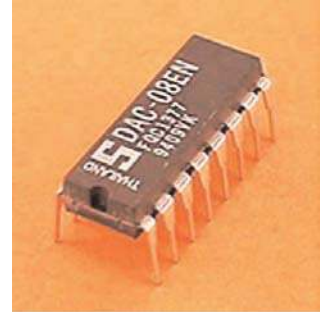
Fiche technique

LE DAC 0808

Pour réaliser un convertisseur numérique-analogique, on peut utiliser un circuit intégré comme le DAC 0808.

Le DAC 0808 est un convertisseur à 8 bits dont la conversion est de type "R-2R". pour la conversion, il est associé à un amplificateur opérationnel utilisé en convertisseur courant / tension.

L'amplificateur opérationnel dont l'entrée inverseuse est reliée à la broche 4 permet d'obtenir la tension analogique de sortie. Un extrait de la fiche technique du constructeur nous donne des informations sur le brochage du circuit DAC 0808.



Brochage

B_1 à B_7 : entrées numériques,
 I_{out} : sortie courant,
 $U_{ref(+)}$, $U_{ref(-)}$: entrées de la tension de référence,
 V_{cc}^+ : alimentation +15 V,
 V_{cc}^- : alimentation -15 V,
Comp : compensation.
NC : non connectée

Fig.1 : Brochage d'un C.N.A.

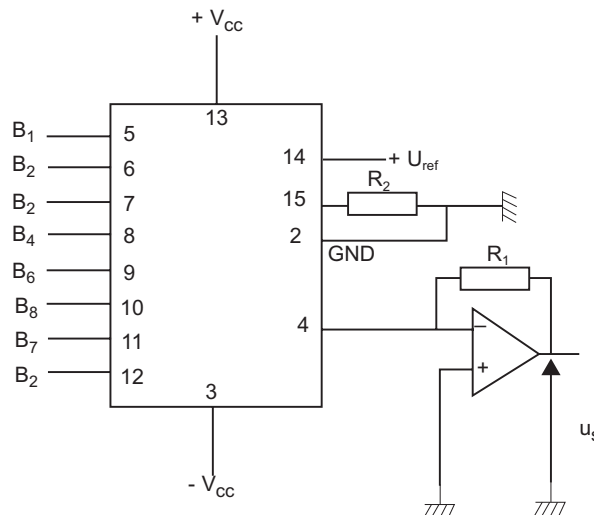


Fig.2 : Schéma du montage d'un C.N.A. avec un DAC 0808

En savoir plus

Le convertisseur numérique-analogique à réseau de résistances « R-2R ».

Le C.N.A. à réseau de résistances « R-2R » utilise un amplificateur opérationnel fonctionnant en régime linéaire, monté en inverseur et un réseau de résistors de résistances R ou 2R comme le montre la figure 1. Les interrupteurs k_j sont commandés par les variables logiques a_j . La tension de référence E_{ref} fixe le potentiel d'entrée.

On se propose d'exprimer la tension de sortie u_s en fonction de E_{ref} , R, R' et N.

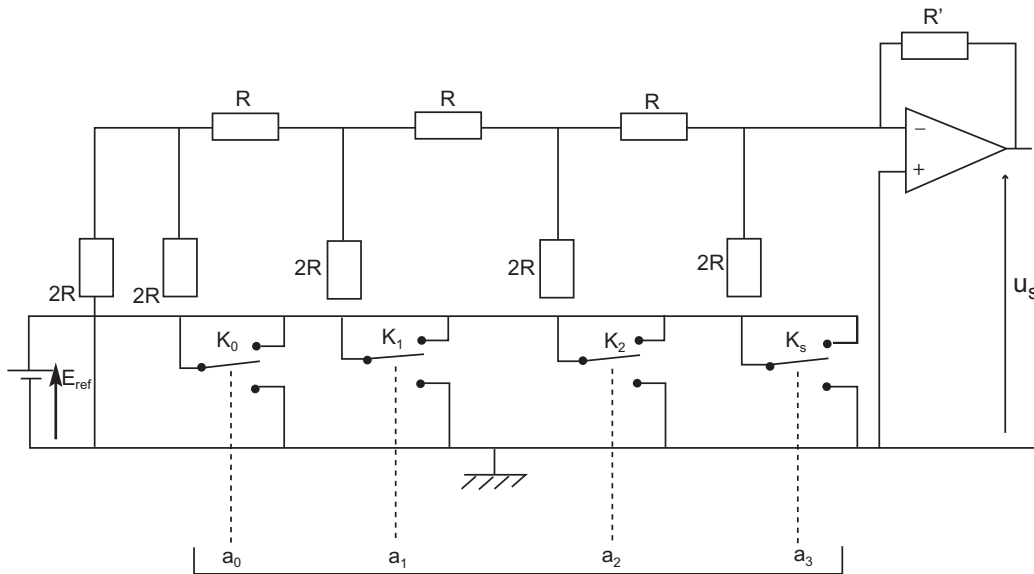


Fig.1 : Schéma du montage d'un C.N.A avec un DAC 0808

Schéma équivalent et mise en équation

Pour $a_j = 1$, l'interrupteur k_j est au potentiel E_{ref} . Par contre, pour $a_j=0$, k_j est à la masse.

Ainsi, le schéma de la figure1 peut se simplifier et on obtient le schéma de la figure 2.

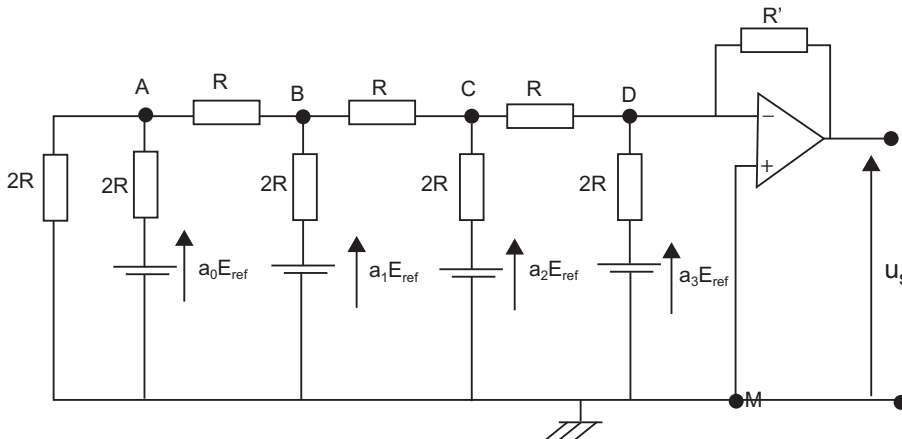


Fig.2 : Schéma simplifié

1ère étape

Pour le dipôle AM, on applique le théorème de Thévenin.

La valeur de la tension en circuit ouvert est $E_{0T} = a_0 E_{ref} \cdot 2R / 4R$.

$$E_{0T} = \frac{a_0 E_{ref}}{2}$$

La valeur de la résistance est : $R_{0T} = 2R // 2R$

$R_{0T} = R$ (Fig.3)

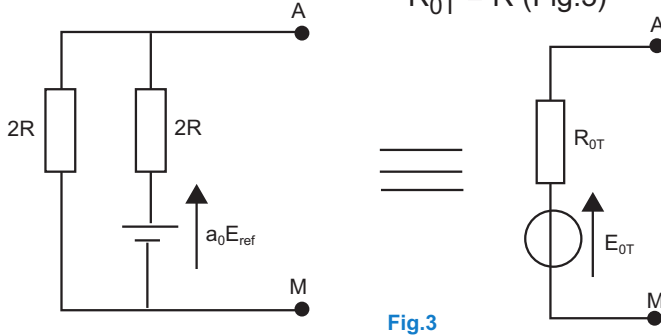


Fig.3

2ème étape

On remplace le dipôle AM par son modèle équivalent (Fig.3) et on applique le théorème de Thévenin au dipôle BM.

Déterminons E_{1T} par application du théorème de superposition :

E_{1T} est la tension aux bornes du dipôle BM en circuit ouvert.

$$E_{1T} = a_1 E_{ref} \frac{R}{2R} + E_{0T} \frac{R}{2R}$$

$$E_{1T} = a_1 \frac{E_{ref}}{2} + a_0 \frac{E_{ref}}{4}$$

Cherchons l'expression de la résistance R_{1T} .

R_{1T} est la résistance du dipôle BM avec les générateurs de tension qui sont éteints.

$R_{1T} = 2R // 2R$, ce qui donne $R_{1T} = R$ (Fig.4).

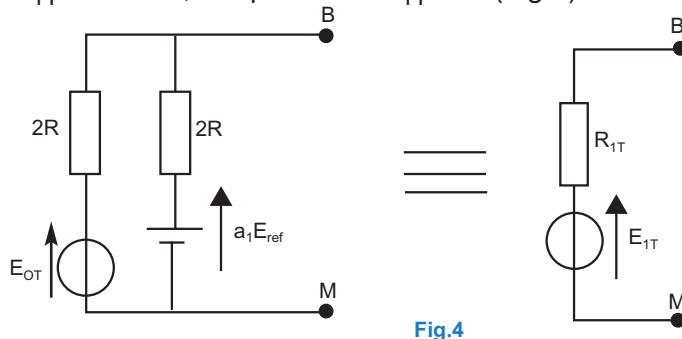


Fig.4

3ème étape

On refait la seconde étape pour le dipôle CM après avoir remplacé le dipôle BM par son modèle équivalent.

Par application du théorème de Thévenin d'une part et le théorème de superposition d'autre part,

on trouve :

$$E_{2T} = a_2 \frac{E_{ref}}{2} + a_1 \frac{E_{ref}}{4} + a_0 \frac{E_{ref}}{8}$$

et la résistance $R_{2T} = 2R // 2R$.
 $R_{2T} = R$ (Fig.5).

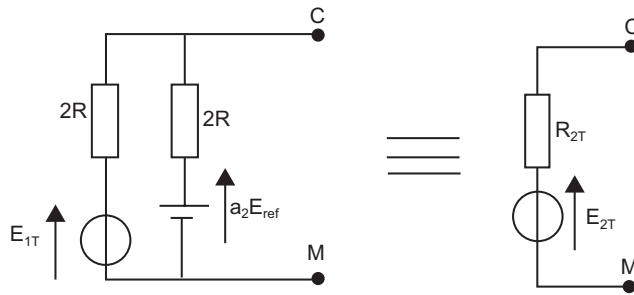


Fig.5

4ème étape

Par application du théorème de Thévenin au dipôle DM, on trouve :

$$E_{3T} = a_3 \frac{E_{ref}}{2} + a_2 \frac{E_{ref}}{4} + a_1 \frac{E_{ref}}{8} + a_0 \frac{E_{ref}}{16}$$

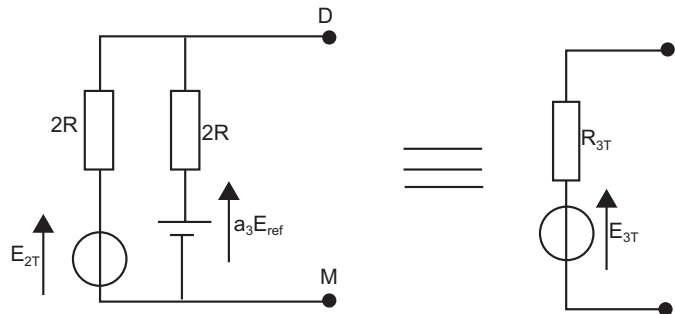


Fig.6

5ème étape

On remplace le dipôle DM par son modèle équivalent.

Ainsi, le montage de la figure 2 se simplifie comme le montre la figure 7.

Par application de la loi des mailles, on peut écrire :

$$E_{3T} - U_R + \varepsilon = 0 \text{ avec } \varepsilon = 0.$$

$$D'autre part, u_s + U_{R'} - \varepsilon = 0.$$

Par application de la loi des nœuds, on a : $I = I' + I''$ avec $I_- = 0$.

$$u_s = - \frac{R'}{R} E_{3T}$$

$$u_s = - \frac{R' E_{ref}}{16R} [8a_3 + 4a_2 + 2a_1 + a_0]$$

$$u_s = - \frac{R' E_{ref}}{16R} N.$$

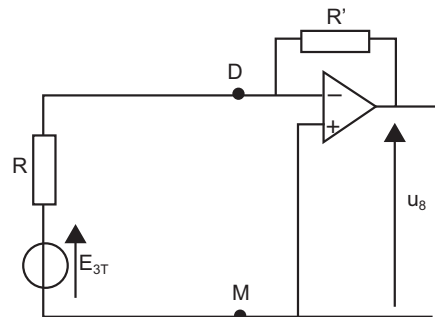


Fig.7

La tension de sortie u_s est proportionnelle à N , ce qui caractérise bien un convertisseur numérique-analogique.

Objectifs

- ◆ Distinguer entre une onde transversale et une onde longitudinale.
- ◆ Reconnaître que la propagation d'une onde est due à une propagation d'énergie sans transport de matière.
- ◆ Réaliser une expérience illustrant la propagation d'une onde sinusoïdale dans un milieu homogène et isotrope.
- ◆ Identifier dans un milieu de propagation donné, les propriétés dont dépend la célérité d'une onde.
- ◆ Etablir l'équation horaire du mouvement d'un point donné du milieu de propagation connaissant celle de la source d'onde progressive et représenter graphiquement le diagramme du mouvement de ce point.
- ◆ Représenter graphiquement l'aspect à un instant donné, du milieu (ou d'une coupe du milieu) de propagation d'une onde progressive.
- ◆ Reconnaître la double périodicité d'une onde sinusoïdale.

Prérequis

SAVOIR

- ◆ Définir un phénomène périodique.
- ◆ Définir la période T et la fréquence N d'un phénomène périodique.
- ◆ Ecrire la relation $N = \frac{1}{T}$
- ◆ Définir une grandeur sinusoïdale.
- ◆ Définir la pulsation et l'amplitude d'une grandeur sinusoïdale.
- ◆ Ecrire la relation $T = \frac{2\pi}{\omega}$ (ou $N = \frac{\omega}{2\pi}$)

SAVOIR FAIRE

- ◆ Utiliser l'oscilloscope.
- ◆ Appliquer les relations :

$$N = \frac{1}{T} \text{ et } \omega = \frac{2\pi}{T} \text{ (ou } \omega = 2\pi N \text{).}$$
- ◆ Représenter graphiquement une grandeur sinusoïdale en fonction du temps.
- ◆ Mesurer les durées et les vitesses à l'aide de photodétecteurs.

ONDES MECANIQUES PROGRESSIVES

10



Les vagues constituent un exemple de propagation d'ondes dans un milieu élastique.

- ◆ D'où provient l'énergie des vagues ?
- ◆ Le déferlement des vagues correspond-il à un déplacement de matière ou d'énergie ?
- ◆ Nos oreilles perçoivent des sons. Qu'est-ce qui fait qu'ils nous parviennent et pourquoi les sons émis et ceux qu'on perçoit sont les mêmes ?

ONDES MECANIKES PROGRESSIVES

En jetant un caillou dans une nappe d'eau calme, on provoque une déformation de courte durée à la surface d'impact. Cette déformation donne naissance à des rides qui s'élargissent progressivement, tandis que la surface d'impact reprend sa forme initiale.

Comment peut-on expliquer l'élargissement progressif de ces rides circulaires qui prennent naissance à la surface de l'eau suite au lancement du caillou ?

1 PROPAGATION D'UN EBRANLEMENT

La déformation de courte durée, imposée par le caillou à une nappe d'eau calme est un ébranlement. Etant un milieu élastique, la nappe d'eau joue le rôle de milieu de propagation de l'ébranlement.

On appelle milieu élastique, tout milieu qui reprend de lui-même sa forme initiale après avoir subi une déformation brève.

1.1- PROPAGATION D'UN EBRANLEMENT DANS UN MILIEU UNIDIMENTIONNEL

Manipulation

◆ Expérience 1

On considère une longue corde élastique tendue horizontalement sur le sol.

On imprime à l'extrémité O de la corde un mouvement de va-et-vient rapide.

On observe la portion de la corde voisine de O qui se déforme pour reprendre par la suite sa forme initiale pendant que la déformation touche la portion suivante de la corde. De proche en proche, la déformation ou l'ébranlement touche tous les points de la corde comme le montre la figure 1.

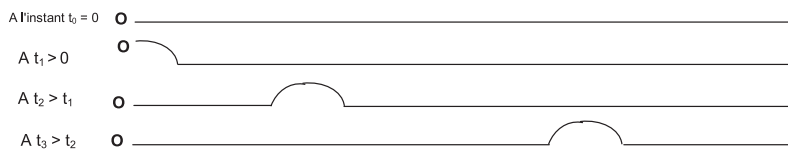


Fig.1 : Chaque point de la corde se soulève verticalement

◆ Expérience 2

On comprime les premières spires non jointives d'un ressort tendu horizontalement et on les lâche brusquement. On constate que les spires comprimées reprennent leurs positions d'équilibre, tandis que les spires voisines se rapprochent à leur tour. De proche en proche, toutes les spires subissent la déformation ou l'ébranlement, comme le montre la figure 2.

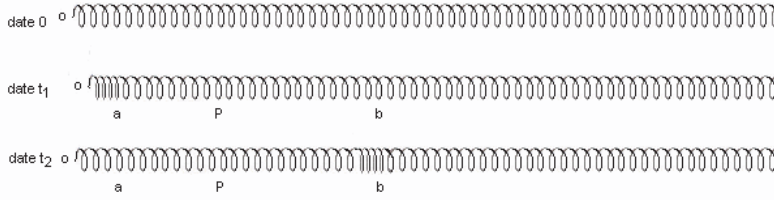


Fig.2 : Chaque spire du ressort se déplace horizontalement ; il en est de même pour l'ébranlement

Questions

- 1°) Comparer la direction du déplacement de l'ébranlement dans l'expérience 1 à celle du déplacement des différents points matériels de la corde.
- 2°) Dans l'expérience 2, comparer la direction du déplacement de l'ébranlement (ou déformation) à celle du déplacement des spires.

Interprétation

L'ébranlement imposé à l'extrémité O se déplace de proche en proche aux autres points de la corde. Chaque point de la corde atteint par l'ébranlement reproduit le mouvement de l'extrémité O avec un certain retard.

La direction d'évolution de l'ébranlement sur la corde est perpendiculaire à la direction de déplacement des points matériels de cette corde : l'ébranlement est ainsi dit **transversal**.

En comprimant les premières spires du ressort parallèlement à son axe et en les lâchant, on crée ainsi une déformation locale du ressort. Cette déformation (ou ébranlement) va se déplacer de proche en proche aux autres spires du ressort qui sont au repos.

Au passage de l'ébranlement par une zone, chaque spire de celle-ci prend une elongation y par rapport à sa position d'équilibre semblable à celle du point O et suivant une direction confondue avec celle de l'axe du ressort. Un tel ébranlement est dit longitudinal.

1.2- PROPAGATION D'UN EBRANLEMENT DANS UN MILIEU BIDIMENTIONNEL

Manipulation

On laisse tomber une goutte d'eau sur la surface libre d'une cuve à ondes contenant de l'eau au repos. La déformation donne naissance à une ride circulaire qui se propage telle quelle à partir du point d'impact de la goutte vers l'extérieur comme dans la figure 3.

En mettant un petit morceau de liège en un point M de la surface de l'eau, au passage de l'ébranlement par le point M, le morceau de liège fait un petit déplacement vertical sur place, sans s'éloigner de sa position initiale.

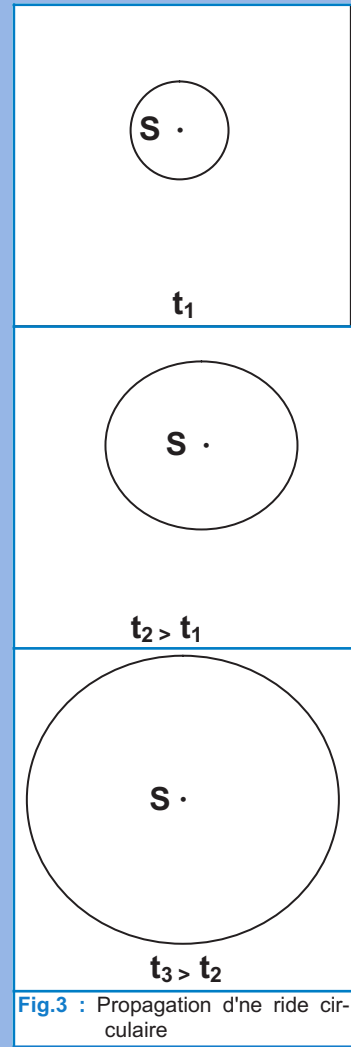


Fig.3 : Propagation d'une ride circulaire

Questions

- 1°) Cet ébranlement qui se propage à la surface de l'eau est-il transversal ou longitudinal ?
- 2°) Telle quelle, sa propagation se fait dans combien de directions ?
- 3°) Au cours de la propagation de l'ébranlement, y a-t-il déplacement d'une quantité d'eau à partir du point d'impact S ?

Interprétation

La chute d'une goutte d'eau dans une cuve à ondes donne naissance à une ride circulaire qui se propage à partir du point d'impact S de la surface de l'eau vers l'extérieur. Ainsi, la déformation locale (ou l'ébranlement) se propage dans toutes les directions de la surface de l'eau. Un point quelconque de la surface de l'eau peut être repéré par deux coordonnées x et y dans le plan. Il s'agit donc d'un ébranlement à deux dimensions. La forme circulaire de la ride montre que tous les points de celle-ci sont atteints par l'ébranlement issu de la source S au même instant. Le déplacement vertical du morceau de liège sur place lors du passage de l'ébranlement à son niveau montre que la propagation de ce dernier se fait avec une transmission d'énergie, sans déplacement de matière. C'est pour cette raison qu'il est impropre de parler de déplacement d'un ébranlement.

1.3- PROPAGATION D'UN EBRANLEMENT DANS UN MILIEU TRIDIMENSIONNEL**Exemples**

- ◆ Un acteur situé sur la scène d'un théâtre chante une note. Les auditeurs ayant pris place au balcon, à l'avant de la scène, ou encore dans les coulisses, entendent cette note grâce à sa propagation dans toutes les directions.
- ◆ Lorsqu'on crée du vide sous une cloche où est placé un petit poste radio, le son émanant de celui-ci devient inaudible.

Questions

- 1°) L'ébranlement sonore est-il transversal ou longitudinal ? Justifier la réponse.
- 2°) Le son se propage-t-il dans le vide ? Justifier la réponse.

Interprétation

Les vibrations longitudinales des molécules de gaz (l'air par exemple) permettent la transmission du son depuis la source sonore jusqu'au tympan de l'oreille de l'auditeur. Dans le vide, le son ne peut pas se propager.

Conclusion

Un ébranlement est une déformation de courte durée imposée localement à un milieu élastique.

Le milieu de propagation d'un ébranlement peut être unidimensionnel (corde élastique, ressort), bidimensionnel (surface d'un liquide) ou tridimensionnel (l'air ou tout autre fluide).

Selon sa direction de propagation et celle du déplacement des points matériels du milieu de propagation, un ébranlement peut être transversal ou longitudinal.

La propagation d'un ébranlement est due à une transmission d'énergie d'un point du milieu de propagation vers d'autres.

1.4- CELÉRITÉ D'UN EBRANLEMENT

La propagation d'un ébranlement se fait avec une vitesse v appelée vitesse de propagation ou célérité de l'ébranlement. Du fait que cette propagation ne correspond pas à un déplacement de matière mais plutôt à un transport d'énergie, la célérité v correspond à une vitesse de propagation de l'énergie.

Pour mesurer la célérité v d'un ébranlement, on utilise par exemple l'échelle de perroquet, dispositif constitué essentiellement d'un fil de torsion (fixé à deux supports), auquel sont accrochés des barreaux. Sur ces barreaux, peuvent coulisser des masselottes. Ainsi, on peut varier l'inertie du système par la variation des positions des masselottes (Fig.4).

Manipulation

◆ On place les masselottes de l'échelle de perroquet à 2 cm par exemple de l'axe principal de l'échelle. Ensuite, on place un capteur devant chacun de deux barreaux de l'échelle séparés par une distance d . Les deux capteurs sont reliés à un mesureur de vitesse (Fig.5)

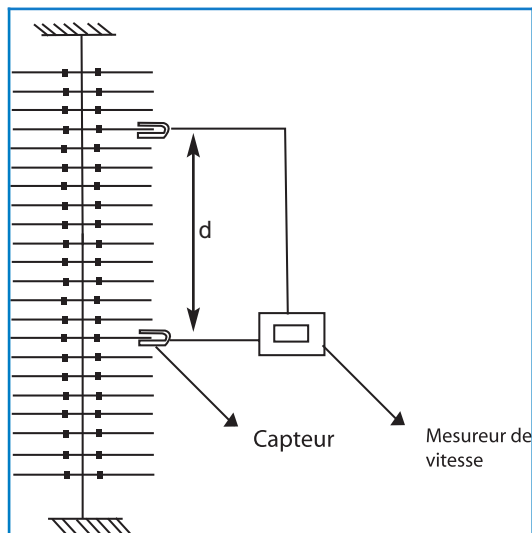


Fig.5 : L'échelle de perroquet et la disposition des capteurs

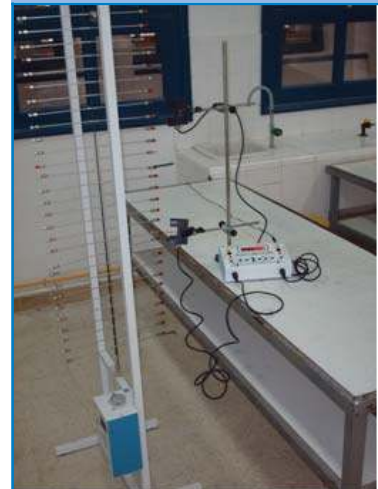


Fig.4 : Echelle de perroquet

On fait tourner le barreau situé à l'extrémité supérieure de l'échelle dans son plan d'un angle α , puis on l'abandonne à lui-même.

En mesurant la célérité v de l'ébranlement pour différentes valeurs de la distance d , on obtient une série de mesures rassemblées dans le tableau suivant :

d (m)	0,23	0,30	0,40	0,54
v (m.s ⁻¹)	0,48	0,49	0,48	0,49

◆ On refait l'expérience mais en tournant cette fois-ci le même barreau de l'échelle d'un angle α' plus grand que α . On constate que les valeurs du tableau précédent restent pratiquement les mêmes.

◆ On refait de nouveau la même expérience mais en faisant varier cette fois-ci les positions des masselottes tout en les maintenant symétriques les unes des autres par rapport à l'axe de l'échelle, ce qui entraîne une variation de l'inertie du système.

Les résultats des mesures sont consignés dans le tableau suivant :

d (m)	0,23	0,30	0,40	0,54
v (m.s ⁻¹)	0,28	0,29	0,28	0,28

Questions

1°) A l'aide des résultats des expériences précédentes réalisées avec l'échelle de perroquet et de ceux de l'expérience du sous paragraphe 1.2, montrer que les ébranlements se propagent dans ces milieux homogènes avec une célérité constante.

2°) En s'appuyant sur les résultats expérimentaux obtenus avec l'échelle de perroquet, préciser avec justification si la célérité d'un ébranlement dépend de :

- son amplitude ;
- des caractéristiques du milieu de propagation.

Interprétation

La forme circulaire des rides créées à la surface d'une nappe d'eau (expérience du sous paragraphe 1.2) ainsi que l'obtention de la même valeur de célérité au niveau des différents barreaux de l'échelle de perroquet montrent que la propagation d'un ébranlement se fait dans ces milieux homogènes avec une célérité constante. D'autre part, le non changement de la célérité de l'ébranlement même si l'on augmente l'écartement du barreau supérieur de l'échelle de perroquet par rapport à sa position d'équilibre montre son indépendance de l'amplitude. Cependant, la variation de la célérité v avec la modification des positions des masselottes s'explique par sa dépendance de l'inertie de l'échelle de perroquet.

Autres constatations

- On peut montrer aussi que la célérité de l'ébranlement augmente avec la valeur de la tension du fil de torsion portant les barreaux de l'échelle de perroquet.
- On montre que la vitesse de propagation du son dépend de la compressibilité du milieu. Elle est plus grande dans les solides que dans les liquides et les gaz.
- A partir du tableau de valeurs ci-dessous, on peut dégager l'influence de la nature du milieu de propagation sur la célérité d'un ébranlement.

Type d'ébranlement	Célérité (m.s ⁻¹)
Ebranlement à la surface de l'eau	0,3
Ebranlement le long d'une échelle de perroquet	1
Ebranlement le long d'une corde	10
Ebranlement sonore dans l'air à 20°C	342
Ebranlement sonore dans l'eau à 20°C	1500
Ebranlement sonore dans l'acier	5000
Ebranlement sismique	8000

Conclusion

La célérité d'un ébranlement dépend de la nature du milieu matériel dans lequel il se propage et de ses propriétés. Ainsi, le long d'une corde élastique, la célérité d'un ébranlement est d'autant plus grande que la corde est plus tendue. Plus l'inertie d'un milieu de propagation est grande, plus la célérité de l'ébranlement est faible...

Remarque

La propagation d'un ébranlement diffère du déplacement d'un mobile, en voici quelques exemples :

Déplacement d'un mobile	Propagation d'un ébranlement
Il se fait selon une trajectoire bien précise.	Il se fait, à partir d'une source, dans toutes les directions possibles.
Il correspond à un transport de matière.	Il ne correspond pas à un transport de matière mais d'énergie
Le mouvement d'un mobile est ralenti par les frottements avec le milieu matériel.	Dans un milieu matériel, un ébranlement peut être amorti, mais cet amortissement porte davantage sur son amplitude que sur sa célérité .

Un mobile se déplace plus facilement dans le vide que dans un gaz et plus facilement dans un gaz que dans un liquide. Le mouvement dans les solides est impossible,	Un ébranlement mécanique ne se propage pas dans le vide. Il se propage plus vite dans les liquides que dans les gaz et fréquemment plus vite dans les solides que dans les liquides.
Il se fait à une vitesse qui dépend des conditions initiales (vitesse et accélération initiales).	Il se fait avec une célérité qui dépend des propriétés du milieu de propagation.

2 PROPAGATION D'UNE ONDE SINUSOÏDALE ENTRETENUE

Il est très rare de rencontrer dans la nature ou au laboratoire des phénomènes qui résultent d'un seul ébranlement. Les houles de l'océan, les vagues, le son et les tremblements de terre, sont des exemples parmi d'autres grands phénomènes qui résultent d'une émission plus ou moins régulière d'ébranlements identiques dans un milieu élastique, ce sont des ondes.

2.1- GÉNÉRALITÉS SUR L'ONDE ENTRETENUE

Définition

On appelle onde (du latin unda) le phénomène résultant de la propagation d'une succession d'ébranlements dans un milieu donné.

Célérité d'une onde mécanique

Comme dans le cas d'un seul ébranlement, l'onde est caractérisée par une célérité v (ou vitesse de propagation) qui dépend des propriétés du milieu élastique homogène.

Plus précisément, la célérité d'une onde est celle des ébranlements qui la constituent.

Onde transversale et onde longitudinale

Le caractère transversal ou longitudinal d'une onde est fonction de celui des ébranlements correspondants. Les ébranlements transversaux constituent des ondes transversales et les ébranlements longitudinaux constituent des ondes longitudinales.

Ondes progressives

Lorsque le milieu de propagation est ouvert, c'est-à-dire illimité, les ondes progressent en s'éloignant indéfiniment de la source. De telles ondes sont dites progressives.

Du fait qu'au laboratoire, on ne peut disposer que de milieux finis, on limite ces milieux par une matière absorbante (coton, feutre, plaque métallique cintrée ...) afin de pouvoir les assimiler à des milieux ouverts.

2.2- ONDE PROGRESSIVE LE LONG D'UNE CORDE ELASTIQUE TENDUE

Etude expérimentale

Mise en évidence

Manipulation

On tend une corde élastique souple de faible raideur, entre un vibreur et un support fixe. Ainsi, son extrémité O est attachée au vibreur, tandis que l'autre extrémité A est reliée au support fixe à travers une pelote de coton.

Le vibreur est une lame d'acier excitée par un électro-aimant alimenté par une tension alternative sinusoïdale (fig.6).

En mettant le vibreur en marche, la corde paraît sous forme d'une bandelette rectangulaire floue de largeur double de l'amplitude de vibration de l'extrémité O. En essayant de la frôler, on sent partout un picotement au doigt.

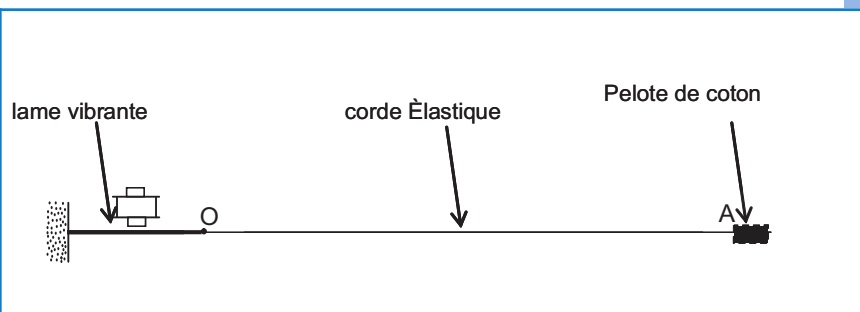


Fig. 6 : Propagation d'un ébranlement le long d'une corde élastique

Questions

- 1°) Expliquer l'apparition de la corde sous forme de bandelette floue.
- 2°) Quel est le rôle de la pelote de coton ?
- 3°) Justifier la qualification de l'onde qui se propage le long de la corde comme étant une onde transversale.

Interprétation

Les vibrations imposées à l'extrémité O de la corde élastique tendue sont transmises telles quelles aux différents autres points de celle-ci.

Mouvement d'un point donné de la corde

Afin de pouvoir étudier le mouvement d'un point donné M de la corde, on utilise la méthode d'analyse optique dont le principe est expliqué dans la fiche technique n.1 de fin de chapitre. Parallèlement à la corde et au niveau du point M, on place un diaphragme unifente sur lequel tombe un faisceau lumineux parallèle. Le faisceau émergent entoure l'ombre portée du point M de la corde. A la suite de la réflexion sur le miroir tournant à vitesse constante, cette ombre prend sur l'écran l'aspect d'une sinusoïde comme le montre la figure 7.

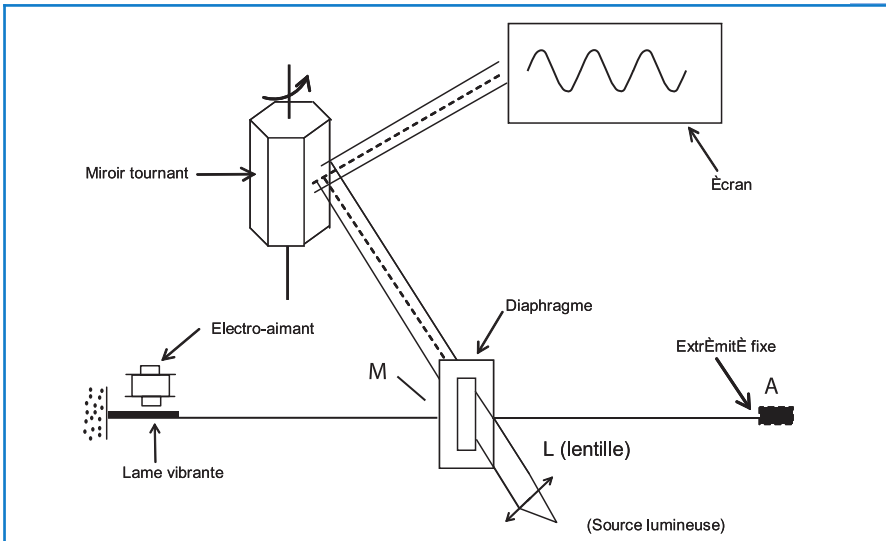


Fig. 7 : Enregistrement du mouvement d'un point de la corde par la méthode d'analyse optique

Questions

- 1°) Que représente la sinusoïde d'ombre observée sur l'écran ?
- 2°) Comparer le mouvement d'un point quelconque de la corde à celui de l'extrémité O attachée au vibreur.

Interprétation

Au cours de la propagation d'une onde transversale sinusoïdale le long d'une corde élastique, chacun de ses points (à part l'extrémité fixe A) reproduit le mouvement de la source O avec la même amplitude et un certain retard.

Conclusion

Les vibrations imposées à l'extrémité d'une corde élastique tendue sont transmises aux différents points de celle-ci. Le phénomène qui en résulte constitue une onde transversale.

Au cours de la propagation d'une onde transversale sinusoïdale le long d'une corde élastique, chacun des points de cette corde (à part l'extrémité fixe A) vibre sinusoïdalement avec la même amplitude que la source (en négligeant l'amortissement).

Aspect instantané de la corde

Manipulation

On éclaire la corde excitée par le vibreur avec un stroboscope électronique de période réglable T_e (voir fiche technique n.2 à la fin du chapitre).

■ Avec $T_e = p.T$; $p \in \mathbb{N}^*$, T étant la période du vibreur, la corde paraît immobile sous forme d'une sinusoïde de période égale à une longueur D (Fig.8).

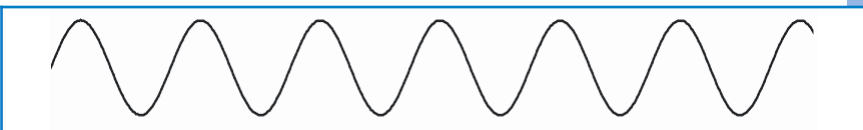


Fig.8 : Sinusoïde immobile pour $T_e = p.T$

- Aux périodes T_e légèrement supérieures à $p.T$, la corde paraît toujours sous forme d'une sinusoïde mais en mouvement apparent lent dans le sens réel de propagation.
- Aux périodes T_e légèrement inférieures à $p.T$, on observe le même mouvement apparent lent de la corde, mais dans le sens contraire du sens réel de propagation.

Questions

Expliquer :

- a) l'immobilité apparente de la corde,
- b) le mouvement apparent de la corde avec T_e légèrement supérieure ou inférieure à $p.T$.

Interprétation

■ Pour $T_e = p.T$:

Si la corde est apparemment immobile, c'est parce que chacun de ses points est toujours éclairé à son passage par la même position et dans le même sens entre deux éclairs successifs. Cela veut dire que pendant la durée T_e , tout point de la corde effectue en réalité p oscillations complètes. Donc, la période d'oscillation des différents points de la corde est égale à la période T du vibreur.

Cette sinusoïde apparemment immobile représente bien l'aspect de la corde à un instant t donné. Elle est caractérisée par une périodicité le long de la direction de propagation, c'est-à-dire une périodicité spatiale.

Tous les points équidistants de $k.D$ ($k \in \mathbb{N}^*$) ont le même état de mouvement.

La distance D représentant la période de la sinusoïde est la période spatiale de l'onde. On l'appelle longueur d'onde du fait qu'elle est égale à la distance parcourue par l'onde pendant une période T et on la note λ .

■ Pour T_e légèrement supérieure à $p.T$:

Entre deux éclairs successifs, tout point de la corde effectue p oscillations complètes et une très petite fraction d'oscillation. Mais apparemment, c'est comme si chaque point accomplit dans le sens réel la très petite fraction d'oscillation engendrant le déplacement MM' (Fig.9a). Ainsi, on a l'impression d'une progression lente de la sinusoïde dans le sens réel de propagation de l'onde. C'est bien ce qui se passe en réalité mais à la vitesse de propagation v , d'où le nom d'onde progressive.

■ Pour T_e légèrement inférieure à $p.T$:

Entre deux éclairs successifs, tout point de la corde effectue un tout petit peu moins que p oscillations complètes (il manque une très petite fraction de la p ème oscillation).

Mais, apparemment c'est comme si chaque point effectue cette très petite fraction d'oscillation MM' dans le sens contraire du sens réel (Fig.9b).

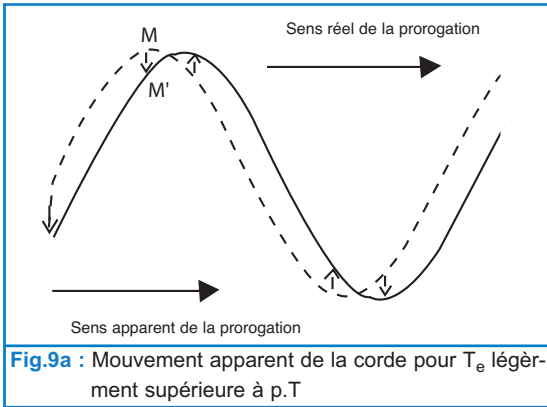


Fig.9a : Mouvement apparent de la corde pour T_e légèrement supérieure à $p.T$

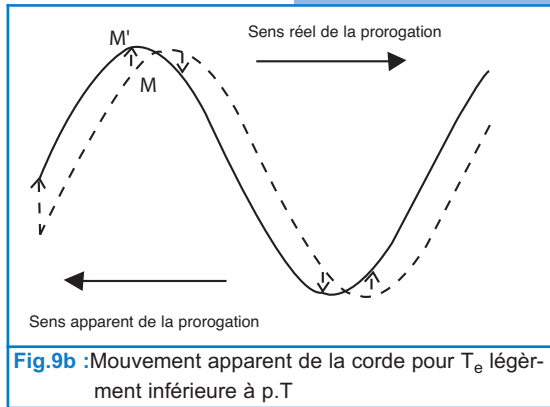


Fig.9b : Mouvement apparent de la corde pour T_e légèrement inférieure à $p.T$

Conclusion

La propagation d'une onde est caractérisée par deux périodicités à la fois :

- une périodicité dans le temps appelée périodicité temporelle. La période T est celle de la source.
- une périodicité dans l'espace, appelée périodicité spatiale. La période spatiale λ , contrairement à la période T , ne dépend pas seulement de la source mais dépend aussi du milieu de propagation. La période spatiale λ est la longueur d'onde, elle représente la distance parcourue par l'onde pendant une durée égale à la période temporelle T .

$$\lambda = v.T, \text{ soit } \lambda = \frac{v}{N}$$

En effet, la période temporelle T de l'onde est la durée au bout de laquelle l'onde se propage d'une longueur λ telle que tous les points du milieu de propagation se retrouvent dans le même état vibratoire, d'où le nom de longueur d'onde.

Etude théorique

Equation horaire du mouvement d'un point de la corde

Soit (O, \vec{i}, \vec{j}) le repère par rapport auquel on fera l'étude. L'origine O est confondue avec l'extrémité de la corde attachée au vibreur du montage de la figure 6.

\vec{i} et \vec{j} sont respectivement les vecteurs directeurs unitaires de l'axe horizontal ayant la direction de la corde et de l'axe vertical servant à mesurer les élongations y des différents points de la corde. Considérons un point M de la corde d'abscisse x sur l'axe (O, \vec{i}) (Fig.10).

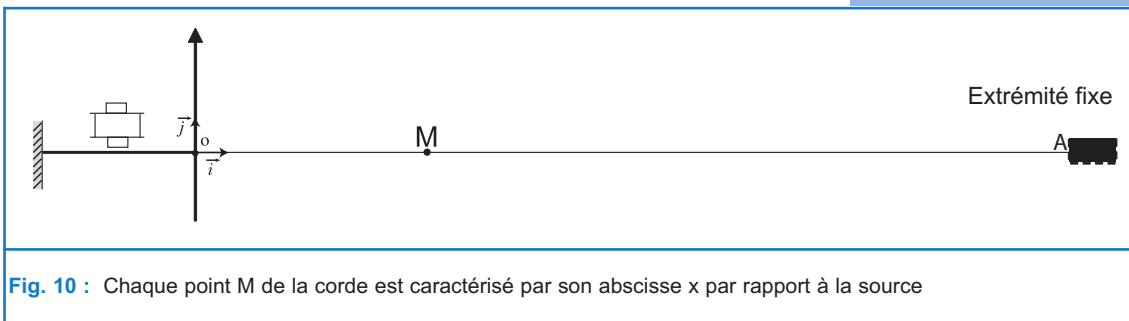


Fig. 10 : Chaque point M de la corde est caractérisé par son abscisse x par rapport à la source

A tout instant t , l'onde qui se propage le long de la corde impose au point M une élongation $y(t)$ égale à l'élongation qu'a eue l'extrémité source S à l'instant $(t - \theta)$; l'amortissement étant supposé nul.

La durée θ désigne le temps mis par l'onde pour se propager de S à M .

$$y_M(t) = y_s(t - \theta) \text{ or } y_s(t) = a \sin(\omega t + \varphi_s)$$

Avec un choix convenable de l'origine des temps, on aura $\varphi_s = 0$.

$$y_s(t) = a \sin(\omega t), \text{ d'où } y_M(t) = a \sin \omega(t - \theta)$$

$$\theta = \frac{x}{v}; v = \text{célérité de l'onde et } \omega = \frac{2\pi}{T}; T : \text{période de l'onde}$$

$$\text{Ainsi : } y_M(t) = a \sin \left[2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{vT} \right) \right].$$

$$\text{Or : } \lambda = v.T : \text{Longueur d'onde, d'où : } y_M(t) = a \sin \left[2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) \right].$$

Conclusion

Au cours de la propagation d'une onde sinusoïdale entretenue le long d'une corde élastique, tout point M de la corde, d'abscisse x par rapport à la source, vibre sinusoïdalement avec une période T égale à celle de la source S , mais avec une phase initiale dont la valeur est fonction de sa position sur la corde.

Déphasage par rapport à la source

Si la source commence à vibrer à $t=0$ en allant dans le sens positif des élongations : $y_s(t) = a \sin(\omega t)$

$$y_M(t) = a \sin \left(\omega t - \frac{2\pi x}{\lambda} \right) \text{ de la forme } y_M(t) = a \sin(\omega t + \varphi_M) \text{ avec}$$

$$\varphi_M = -\frac{2\pi x}{\lambda}.$$

Le déphasage entre les élongations $y_M(t)$ et $y_s(t)$ noté $\Delta \varphi$

$$\text{est } (\varphi_M - \varphi_s); \Delta \varphi = -\frac{2\pi x}{\lambda}.$$

Remarque

Ce résultat reste valable dans le cas général où l'amortissement n'est pas négligeable et où la phase initiale n'est pas nulle.

$$y_s(t) = a_0 \sin(\omega t + \varphi_s)$$

$$y_M(t) = a \sin \left(\omega t + \varphi_s - \frac{2\pi x}{\lambda} \right); \text{ avec } a < a_0.$$

Ainsi $\Delta \varphi$ est une fonction de l'abscisse x du point M par rapport à la source.

■ Points de la corde vibrant en concordance de phase avec la source

Un point M de la corde vibre en phase avec la source lorsque son élongation $y_M(t)$ est liée à celle de la source par la relation :

$$\frac{y_s(t)}{a_s} = \frac{y_M(t)}{a}, \text{ soit : } \sin(\omega t + \varphi_s) = \sin\left(\omega t - \frac{2\pi x}{\lambda} + \varphi_s\right) \forall t,$$

ce qui donne $\varphi_s = \varphi_M + 2k\pi$; avec $\varphi_M = -\frac{2\pi x}{\lambda} + \varphi_s$ (k : entier),

soit $\Delta\varphi = -2k\pi$, ce qui conduit à : $x = k\lambda$, où k est un entier positif.

Soit ℓ la longueur de la corde au repos. On a : $x < \ell$.

Donc, $k < \frac{\ell}{\lambda}$.

Les points de la corde qui vibrent en phase avec la source sont situés au repos à des distances égales à un nombre entier de longueurs d'onde la source S. Leur nombre est limité par la longueur de la corde.

Questions

Déterminer les abscisses des points de la corde vibrant en opposition de phase avec la source.

■ Points de la corde vibrant en quadrature avance de phase avec la source

Un point M de la corde vibre en quadrature avance de phase la source lorsqu' à tout instant t , son élongation est telle que : $y_s(t) = y_M(t-T/4)$,

soit : $a \sin(\omega t + \varphi_s) = a \sin[\omega(t-T/4) + \varphi_M]$, ce qui donne

$\varphi_s = \varphi_M - \pi/2 + 2k\pi$, avec k un entier positif.

D'où : $\Delta\varphi = - (4k-1) \pi/2$, ce qui conduit à : $x = (4k-1)\lambda / 4$, avec k un entier positif.

Les points de la corde qui vibrent en quadrature avance de phase par rapport à la source sont situés au repos à $\lambda/4$ avant les points qui vibrent en phase avec la source.

Questions

Montrer que les points de la corde vibrant en quadrature retard de phase par rapport à la source sont définis par leur position de repos d'abscisse :

$$x = (4k+1) \lambda / 4, \text{ avec } k \in \mathbb{N} .$$

Aspect de la corde à un instant t donné

Pour un point M donné, à tout instant t :

$$y_M(t) = a \sin(\omega t - 2\pi x/\lambda) \text{ dans le cas où } \varphi_s = 0,$$

ce qui entraîne qu'à un instant t donné, on peut écrire :

$$\text{pour tout point M, } y_t(x) = a \sin\left(\frac{2\pi x}{\lambda} - \omega t + \pi\right).$$

Ainsi, pour t donné, $y_t(x)$ est fonction sinusoïdale de x, de période λ et de phase initiale $(-\omega t + \pi)$.

La courbe représentant $y_t(x)$ donne l'aspect de la corde à un instant t considéré (Fig.11). Elle est appelée par certains "sinusoïde des espaces".

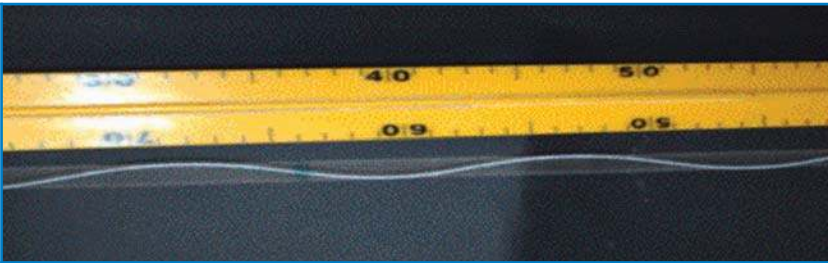


Fig.11 : Aspect de la corde à un instant donné

Remarque

Si les vibrations de la source commencent à $t = 0$ et que l'instant t choisi est de l'ordre de quelques périodes seulement, il se peut qu'à cet instant l'onde n'a pas atteint encore l'autre extrémité de la corde. Il faut alors chercher la position x_f du front d'onde. Pour ce, il suffit de calculer la distance parcourue par l'onde entre l'instant $t = 0$ et l'instant t choisi.

$$x_f = v \cdot t, \text{ ce qui équivaut : } x_f = n \cdot \lambda, \text{ en posant } n = t / T.$$

2.3- ONDE SINUSOÏDALE LE LONG D'UN RESSORT

On dispose d'un ressort à spires non jointives tendu verticalement par la suspension d'un solide à son extrémité inférieure. L'extrémité supérieure **S** est attachée à un vibreur qui lui impose des vibrations verticales et sinusoïdales de période T. La partie inférieure est plongée dans un récipient rempli d'eau, (Fig.12).

Manipulation

On met le vibreur en marche et on observe le ressort d'abord en lumière ordinaire puis en lumière stroboscopique.

- ◆ En lumière ordinaire, le ressort nous paraît flou.
- ◆ En éclairant le ressort à l'aide d'un stroboscope de période réglable T_e , on constate que :

- pour $T_e = T$, le ressort paraît immobile sous forme d'une succession de zones alternativement comprimées et dilatées.
- pour T_e légèrement supérieure à T, les zones comprimées et dilatées paraissent progresser lentement le long du ressort de **S** vers **A**.

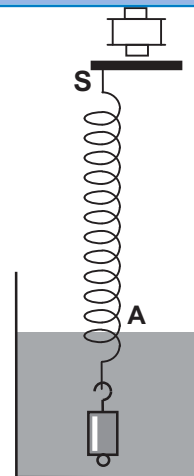


Fig. 12 : Dispositif d'étude d'une onde progressive le long d'un ressort

Questions

- 1°) Quel est le but d'immersion de l'extrémité inférieure du ressort dans l'eau ?
- 2°) Comment apparaissent les spires en lumière ordinaire ?
- 3°) Qu'observe-t-on en éclairage stroboscopique :
 - a) quand la période $T_e = kT$, T_e étant la période des éclairs, T la période du vibreur et k un entier positif ?
 - b) quand la période T_e est légèrement inférieure ou légèrement supérieure à kT ?
- 4°) Quelle est la nature de l'onde qui se propage le long du ressort ?
- 5°) Les spires, restent-elles équidistantes lorsqu'elles sont en mouvement ?

Interprétation

En lumière ordinaire, le ressort paraît flou. Donc, toutes les spires sont entrain de vibrer. En effet, les excitations périodiques de l'extrémité source **S** sont transmises à toutes les spires du ressort élastique de proche en proche jusqu'à l'extrémité inférieure **A**.

En éclairage stroboscopique et pour $T_e = kT$, entre deux éclairs successifs, tout point du ressort effectue en réalité k oscillations complètes. Ainsi, chaque spire est éclairée toujours dans la même position. Le ressort paraît immobile sous forme d'une succession de zones alternativement comprimées et dilatées. La non équidistance des spires montre que celles-ci n'ont pas la même élongation à un instant t donné.

De la même manière que pour le cas d'une corde élastique, on explique le mouvement apparent lent des spires dans un sens ou dans l'autre. Du fait que les spires du ressort oscillent de part et d'autre de leur position de repos dans la direction de propagation de l'onde, celle-ci est qualifiée d'onde longitudinale.

On peut établir l'expression de l'élongation d'une spire à un instant t donné de la même manière que pour la corde :

Si $y_s(t) = a \sin(\omega t)$, on montre qu'en absence de tout amortissement : $y_M(t) = a \sin\left(\omega t - \frac{2\pi x}{\lambda}\right)$.

2.4- ONDE SINUSOÏDALE A LA SURFACE DE L'EAU

Manipulation

On dispose d'un vibreur muni d'une fourche à pointe unique et d'une cuve à ondes. Au repos, la pointe verticale affleure la surface libre de la nappe d'eau de la cuve en un point S. En mettant le vibreur en marche, la pointe impose au point S des vibrations verticales sinusoïdales de fréquence N .

En éclairant la surface de l'eau à l'aide d'un stroboscope de fréquence réglable N_e , on constate que :

- Pour une fréquence $N_e = N$, la surface de l'eau paraît immobile avec des crêtes circulaires concentriques, alternées par des creux de même forme. Il s'agit donc de rides circulaires centrées au point S. Sur l'écran en verre dépoli de la cuve à ondes, on observe une succession de cercles concentriques immobiles alternativement brillants et sombres.

Les cercles brillants et sombres sont les images des crêtes et des creux (Fig.13).

- En diminuant légèrement la fréquence N_e des éclairs, les rides paraissent progresser lentement à la surface de l'eau, sans se déformer, en s'éloignant de la source. Les rides circulaires se propageant à la surface d'un liquide constituent donc un autre exemple d'ondes progressives.

Questions

1°) La célérité de l'onde qui progresse à la surface de l'eau à partir du point source S, est-elle la même dans toutes les directions ? Justifier la réponse.

2°) Montrer qualitativement que, même en supposant le frottement nul, plus un point M de la surface de la nappe d'eau est loin de la source, plus son amplitude de vibration est inférieure à celle de la source S.



Fig. 13 : Rides circulaires à la surface de l'eau pour $N_e = N$

Etude théorique

Le mouvement vibratoire de la pointe de la fourche, imposé au point S de la surface libre de l'eau donne naissance à une onde circulaire qui se propage à partir de S dans toutes les directions de la surface de l'eau, sous forme de rides superficielles, circulaires et transversales.

Ainsi, tous les points de la surface d'eau situés à la même distance r du point S et qui constituent un cercle de centre S et de rayon r , ont à tout instant le même état de mouvement. Ils vibrent toujours en phase et avec la même amplitude. Suivant une direction passant par le centre S, les cercles concentriques, lieux des points vibrant en phase, sont équidistants de la longueur d'onde λ (Fig.14).

En éclairage stroboscopique et pour une fréquence $N_e = N$, on observe l'immobilité apparente des rides. Ces rides circulaires sont régulièrement espacées de λ .

Remarque

- L'amplitude des ondes qui progressent à la surface de l'eau décroît en s'éloignant de la source même si l'amortissement est supposé nul. Cette décroissance est due au fait que l'énergie mécanique cédée à l'onde par la source de vibrations se répartit de proche en proche sur une quantité de liquide de plus en plus grande quand elle progresse à la surface de l'eau. C'est le phénomène de dilution d'énergie.

- Si au lieu de la pointe, on utilise une réglette verticale dont le bord inférieur affleure au repos la surface libre de la nappe d'eau de la cuve à ondes, il se formera des rides rectilignes parallèles à la réglette. Ces rides se propagent perpendiculairement à la réglette. La distance séparant deux rides consécutives est égale à la longueur d'onde λ (Fig.15).

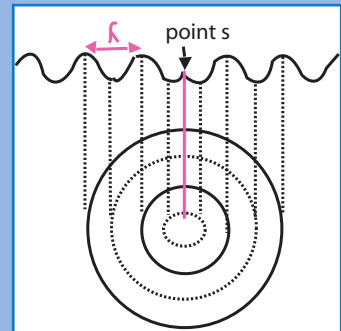


Fig. 14 : Onde circulaire qui se propage à partir de S

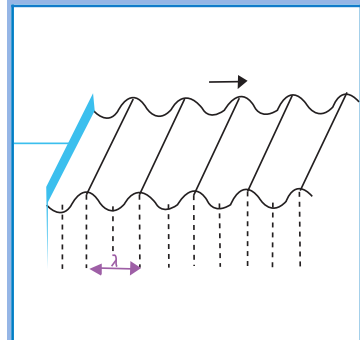


Fig. 15 : Propagation de rides rectilignes

2.5- LE SON, EXEMPLE D'ONDE PROGRESSIVE A TROIS DIMENSIONS

Manipulation

A proximité d'un haut-parleur alimenté par un générateur BF, on place un microphone (M) très sensible. On relie les bornes du haut-parleur et du microphone respectivement aux voies Y_1 et Y_2 d'un oscilloscope bicourbe (Fig.16a). En utilisant la voie Y_1 seule, on obtient l'oscillogramme (C_1) traduisant les vibrations sinusoïdales de la membrane du haut-parleur avec la fréquence N imposée par le générateur B.F. En utilisant simultanément les voies Y_1 et Y_2 , on observe sur l'écran de l'oscilloscope, en plus de la première sinusoïde (C_1), une deuxième sinusoïde (C_2) de même fréquence N traduisant les vibrations de la membrane du microphone (Fig.16b). Ces vibrations résultent forcément du son émis par le haut-parleur. En approchant ou en éloignant le microphone par rapport au haut-parleur, suivant une direction bien déterminée, on observe toujours la sinusoïde (C_2) de fréquence N , mais

avec une amplitude qui augmente ou qui diminue et dont le décalage horaire par rapport à (C_1) passe régulièrement plusieurs fois de 0 à $T/2$. En déplaçant maintenant le microphone autour du haut-parleur dans toutes les directions tout en le maintenant à la même distance r de ce dernier, on constate que la sinusoïde (C_2) reste identique à elle-même et stable par rapport à la sinusoïde (C_1) .

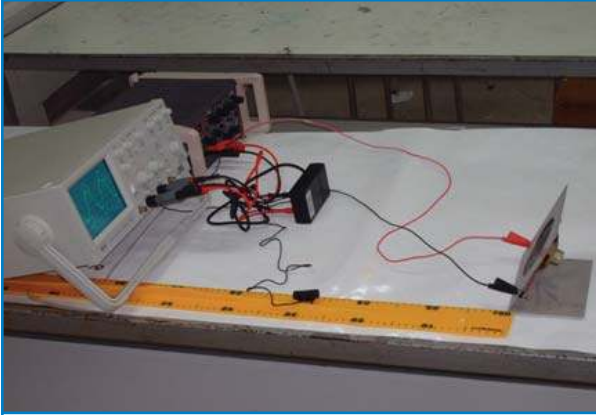


Fig.16a : Le son est exemple d'onde mécanique.

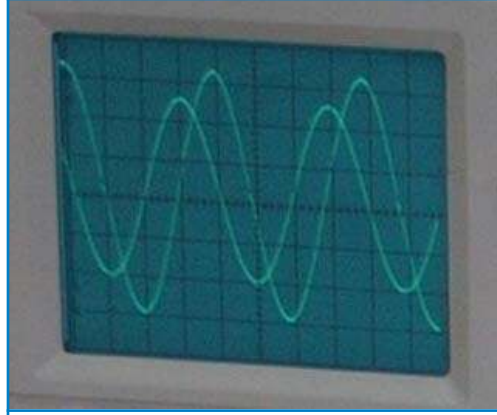


Fig.16 b : Oscillogrammes (C_1) et (C_2)

Questions

- 1°) Quelle est la constatation qui montre que le son est une onde tridimensionnelle ?
- 2°) L'onde sonore est-elle transversale ou longitudinale ?
- 3°) Expliquer les augmentations et les diminutions de l'amplitude de la sinusoïde C_2 relevées lors du déplacement du microphone par rapport au haut-parleur.
- 4°) Quelle est la longueur de déplacement du microphone par rapport au haut-parleur au bout de laquelle le décalage horaire entre les sinusoïdes (C_2) et (C_1) varie de $T/2$? Justifier la réponse.

Conclusion

Le son est de nature vibratoire. C'est une onde mécanique, appelée onde sonore et plus particulièrement acoustique lorsqu'elle est susceptible d'être perçue par l'oreille de l'homme. L'onde sonore émise par une source ponctuelle (approximation du haut-parleur) est une onde progressive sphérique mais qui s'atténue en s'éloignant de la source à cause de la dilution de l'énergie.

L'essentiel

- On appelle onde, le phénomène résultant de la propagation d'une succession d'ébranlements dans un milieu donné.
- Une onde est dite transversale si la direction des déformations auxquelles elle est due est perpendiculaire à la direction de sa propagation.
- Une onde est dite longitudinale si la direction des déformations auxquelles elle est due est parallèle à la direction de sa propagation.
- La propagation d'une onde correspond à un transport d'énergie sans déplacement de matière.
- La célérité (ou vitesse de propagation) d'une onde dépend de la nature du milieu de propagation et de ses propriétés.
- Toute onde se propageant dans un milieu ouvert est progressive. Elle est caractérisée par une double périodicité spatiale et temporelle.
- La période temporelle T de l'onde est liée à la période spatiale λ par la relation :

$$\lambda = v \cdot T$$

avec v la célérité de l'onde.

Exercices

Exercice résolu

ÉNONCÉ

A l'extrémité libre O d'une lame vibrant sinusoïdalement avec une fréquence $N = 100 \text{ Hz}$, on attache une corde élastique de longueur $l = 0,6 \text{ m}$. Etant tendue, celle-ci est le siège d'une onde progressive sinusoïdale transversale non amortie d'amplitude $a = 5 \text{ mm}$, de phase initiale nulle et de célérité $v = 12 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$.

- 1°) Etablir l'équation horaire de mouvement du point M de la corde situé au repos à $x = 21 \text{ cm}$ de la source et comparer ses vibrations par rapport à celle de la source.
- 2°) Représenter dans le même système d'axes, les diagrammes des mouvements de la source et du point M.
- 3°) Déterminer le lieu et le nombre des points de la corde vibrant en quadrature avance de phase par rapport à la source.
- 4°) Représenter l'aspect de la corde à l'instant $t_1 = 3,25 \cdot 10^{-2} \text{ s}$ et en déduire celui pris à l'instant $t_2 = 3,75 \cdot 10^{-2} \text{ s}$.

SOLUTION

1°) L'onde se propage sans amortissement. Donc, à tout instant t , on a :

$$y_M(t) = y_O(t - \theta) ; \theta = \frac{x}{v} : \text{temps mis par l'onde pour se propager de O à M.}$$

$$\text{Or : } y_O(t) = a \sin(\omega t). \text{ Il vient donc : } y_M(t) = a \sin\left(\omega t - \frac{2\pi x}{\lambda}\right) ; \varphi = -\frac{2\pi x}{\lambda}$$

$$\lambda = \frac{v}{N} ; \text{A.N : } \lambda = 12 \text{ cm, ce qui donne } \varphi = -\frac{7\pi}{2} = \left(-4\pi + \frac{\pi}{2}\right) \text{ rad.}$$

$$y_M(t) = 5 \cdot 10^{-3} \sin\left(200 \pi t + \frac{\pi}{2}\right) .$$

Donc, le point M vibre avec la même amplitude que la source mais en quadrature avance de phase par rapport à cette dernière.

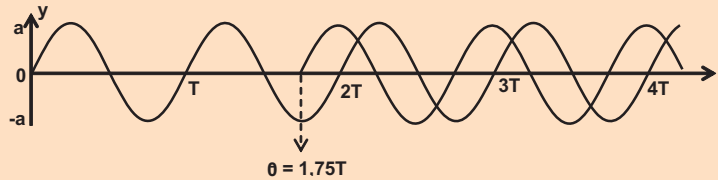
2°) Diagrammes des mouvements de S et de M

Si le mouvement de la source débute à $t = 0$, le point M ne commencera à vibrer qu'à $t_1 = \theta$, temps mis par le front de l'onde pour se propager de la source jusqu'au point M.

$$\theta = \frac{x}{v}; \text{ or } x = \frac{7}{4}\lambda; \text{ donc } \theta = \frac{7}{4}T = 1,75 T$$

$$\text{Pour tout } t < \frac{7}{4}T, y_M(t) = 0 \text{ et pour tout } t > \frac{7}{4}T, y_M(t) = a \sin(\omega t + \frac{\pi}{2}) .$$

En effet, le diagramme de mouvement du point M s'obtient par une translation de celui de la source d'une longueur représentant θ suivant l'axe des temps.



3°) Un point M de la corde vibre en quadrature avance de phase par rapport à la source si :

$$\Delta\varphi = -\frac{2\pi x}{\lambda} = -(4k-1)\frac{\pi}{2} \text{ rad, ce qui conduit à } x = (4k-1)\frac{\lambda}{4} .$$

$$\text{Or, } x \leq l. \text{ D'où : } k \leq \frac{l}{\lambda} + \frac{1}{4} .$$

$$\frac{l}{\lambda} = 5. \text{ Donc, } k \leq 5,25. \text{ Or, } k \in \mathbb{N}^* . \text{ On a alors : } k \leq 5 ; k \in \{1, 2, 3, 4, 5\} .$$

k	1	2	3	4	5
x (cm)	9	21	33	45	57

On remarque que le point M situé à $x = 21$ cm est bien l'un de ces cinq points.

4°) Distance parcourue par l'onde entre sa naissance (à $t_0 = 0$) et l'instant t_1 .

$$x_1 = v t_1 ; \text{ soit : } x_1 = \lambda \frac{t_1}{T} . \text{ Or, } \frac{t_1}{T} = 3,25 .$$

Donc, $x_1 = 3,25 \lambda$. On constate que x_1 est inférieur à l .

En effet, $l = 5\lambda$. Donc l'onde n'a pas encore atteint l'extrémité fixe de la corde.

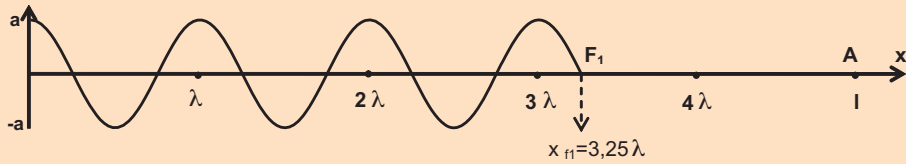
Ainsi, x_1 représente la position x_{f_1} du front d'onde .

∞ Pour $x > x_{f_1}$, $y_{t_1}(x) = 0$: le brin F_1A de la corde est encore au repos.

$$\infty \text{ Pour } x < x_{f_1}, y_{t_1}(x) = a \sin(\omega t_1 - \frac{2\pi x}{\lambda}), \omega t_1 = \frac{2\pi}{T} t_1 . \text{ Or, } \frac{t_1}{T} = 3,25$$

$$\text{Donc, } \omega t_1 = 6,5 \pi \text{ rad. Par suite, } y_{t_1}(x) = a \cos(\frac{2\pi x}{\lambda}) ,$$

d'où l'aspect suivant de la corde à l'instant t_1 ,



Remarques :

1°) On retrouve bien pour le point M de la question (1) situé à $x = 1,75\lambda$, une élongation y nulle à $t_1 = 3,25 T$.

2°) Il y a une autre méthode pratique permettant de dessiner rapidement la partie de la corde parcourue par l'onde sans recourir à l'expression $y_t(x)$.

En effet, il suffit d'extrapoler la sinusoïde de période λ jusqu'au point source, et ce en partant de la position du front d'onde.

• Aspect de la corde à l'instant $t_2 = 3,75 \cdot 10^{-2} \text{ s}$:

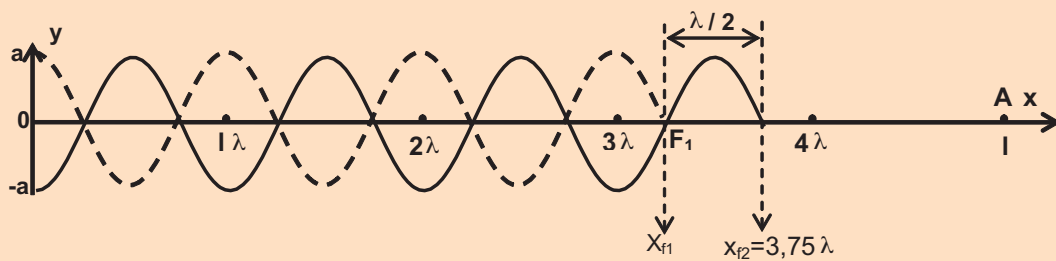
$$\frac{t_2 - t_1}{T} = \frac{1}{2}, \text{ ce qui signifie : } (t_2 - t_1) = \frac{1}{2} T.$$

Donc, entre t_1 et t_2 l'onde progresse de la distance $\frac{\lambda}{2}$.

Ainsi, à t_2 , le front d'onde se trouve à $x_{f_2} = x_{f_1} + \frac{\lambda}{2}$.

Or, $x_{f_1} = 3,25 \lambda$. Donc, $x_{f_2} = 3,75 \lambda$.

D'où l'aspect de la corde à t_2 , représenté ci-dessous :





Exercices à résoudre



Tests rapides des acquis

1

Items "vrai ou faux"

Evaluer les propositions suivantes par vrai ou faux.

- 1- Une onde mécanique se propage dans le vide.
- 2- Lors de sa propagation, un ébranlement mécanique transporte de l'énergie.
- 3- La célérité d'un ébranlement mécanique ne dépend pas du milieu de propagation.
- 4- Une onde sonore peut se propager dans le vide.
- 5- La longueur d'onde λ est la distance parcourue par l'onde pendant une période T .
- 6- La propagation d'une onde correspond à un déplacement de matière.
- 7- Dans un milieu homogène, la célérité d'une onde est constante.
- 8- L'onde qui se propage à la surface d'un liquide est une onde transversale.
- 9- L'onde sonore est une onde longitudinale.
- 10- Le déplacement d'un mobile correspond à un déplacement de matière alors que la propagation d'une onde correspond à un déplacement d'énergie.

2

Questions à Choix Multiples

Préciser pour chacune des questions suivantes, la(ou les) proposition(s) juste(s).

- I- A tout phénomène ondulatoire, est associé :
 - a- un déplacement de matière ;
 - b- un déplacement d'énergie ;
 - c- un déplacement de matière et d'énergie.

- II- Un enfant lance un caillou dans une étendue d'eau calme. L'impact du caillou dans l'eau provoque une déformation de sa surface. Cette déformation se propage à la surface de l'étendue.

La vitesse avec laquelle se propage l'ébranlement à la surface de l'eau dépend de :

 - a- l'énergie initiale du caillou ;
 - b- la taille du caillou ;
 - c- la profondeur de l'étendue d'eau.

- III- Une longue corde OA tendue est reliée en O à une lame vibrante de fréquence $N = 100\text{Hz}$. En A, un dispositif permet d'éviter les réflexions. On éclaire la corde à l'aide d'un stroboscope de fréquence $N_e = 49\text{ Hz}$. On observe alors la corde prendre l'aspect d'une sinusoïde :
 - a- fixe ;
 - b- qui se déplace lentement de O vers A ;
 - c- qui se déplace lentement de A vers O.

- IV- Une onde progressive sinusoïdale de fréquence $N = 50\text{Hz}$ se propage à la surface d'un liquide au repos avec la célérité $v = 0,25\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. La distance qui sépare deux points du liquide qui vibrent en phase est alors égale à :
 - a- 5 mm ;
 - b- 10 mm ;
 - c- 15 mm.

Exercices d'application

3 Une lame vibrante impose à l'extrémité S d'une corde horizontale un mouvement transversal rectiligne et sinusoïdal d'équation : $y = a \sin(100\pi t)$, avec t en secondes. La célérité de propagation des ébranlements le long de la corde est $v = 10 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. On supposera l'amortissement nul.

1°) Déterminer la fréquence N de vibration de l'extrémité S et la longueur d'onde λ de l'onde progressant le long de la corde.

2°) a) Représenter l'aspect de la corde aux instants $t_1 = 0,02 \text{ s}$ et $t_2 = 0,05 \text{ s}$ sachant que le mouvement de l'extrémité S de cette corde commence à $t=0$ en se déplaçant dans le sens positif.

b) Quel est par rapport à la source l'état vibratoire de chacun des points M_1 et M_2 distants de S respectivement de $d_1 = 10 \text{ cm}$ et de $d_2 = 40 \text{ cm}$?

3°) On éclaire la corde avec un stroboscope de fréquence N_e variable. Quel est l'aspect observé de la corde lorsque N_e vaut 25Hz , 49Hz et 51Hz ? Justifier les réponses.

4 L'extrémité S d'une longue corde est fixée à l'extrémité d'une lame vibrante qui oscille sinusoïdalement avec une fréquence $N = 50 \text{ Hz}$ et une amplitude $a = 0,5 \text{ cm}$. A l'instant zéro, la lame est dans sa position d'équilibre et commence son mouvement vers le haut.

1°) Quelle est l'équation du mouvement de S ? (on oriente positivement la verticale vers le haut).

2°) L'onde se propage avec la célérité $v = 1 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$; l'extrémité de la corde est telle que l'onde ne peut pas se réfléchir.

a) Etablir l'équation du mouvement d'un point M situé à la distance d de S.

b) Ecrire cette équation dans le cas où $d = 3\text{cm}$. Comparer le mouvement de M à celui de S.

3°) Tracer les courbes représentatives de $y_S(t)$ et $y_M(t)$ en fonction du temps.

4°) Représenter l'aspect de la corde aux instants $t_1 = 0,03 \text{ s}$ et $t_2 = 0,035 \text{ s}$.

5 Un électroaimant communique à une lame vibrante un mouvement sinusoïdal de fréquence $N = 100 \text{ Hz}$ et d'amplitude $a = 5 \text{ mm}$. On fixe à l'extrémité de la lame une corde très longue.

1°) A l'instant $t = 0$, la lame part de sa position d'équilibre dans le sens positif. A l'instant $t = 6,5 \cdot 10^{-2}\text{s}$, le point M de la corde d'abscisse $x = 32,5 \text{ cm}$ entre à son tour en vibration.

a) Calculer la vitesse de propagation des ondes le long de la corde.

b) Calculer la longueur d'onde λ .

2°) On étudie maintenant, le mouvement de M en fonction du temps (on suppose qu'il n'y a pas de réflexion à l'autre extrémité de la corde).

a) Etablir l'équation horaire de son mouvement.

b) Tracer le graphe représentant le mouvement de M en fonction du temps entre les instants $t_1 = 0 \text{ s}$ et $t_2 = 0,1 \text{ s}$.

c) Etablir l'expression des instants t pour lesquelles l'élongation de M est maximale. On prendra, pour origine des temps, l'instant où commence le mouvement de la source). Calculer l'instant t_0 pour lequel cette valeur est atteinte pour la première fois.

6 Une onde progressive sinusoïdale de fréquence $N = 50 \text{ Hz}$, créée par une source S à partir d'un instant $t_0 = 0$ se propage à la surface de l'eau. La figure ci-dessous représente, à un instant t_1 , une coupe de cette surface par un plan vertical passant par S . A cet instant, l'élongation du point S est nulle.



La distance AB est égale à $3,0 \text{ cm}$, l'amplitude de l'onde est constante et égale à 4 mm .

- 1°) Déterminer la valeur de la longueur d'onde λ .
- 2°) Calculer la célérité v de cette onde ?
- 3°) Quelle est la valeur de t_1 ?
- 4°) Etablir l'équation horaire du mouvement de la source $y_s(t)$?
- 5°) A l'instant t_1 , combien y a-t-il de points vibrant en opposition de phase avec S ?
Faire un schéma en indiquant les positions et le sens du mouvement de ces points et celui du point S à l'instant t_1 .
- 6°) Représenter une coupe de la surface de l'eau à l'instant $t_2 = 6,25 \cdot 10^{-2} \text{ s}$.

Exercices de synthèse

7 En un point O de la surface de l'eau d'une cuve à ondes, une source ponctuelle produit des oscillations sinusoïdales verticales d'amplitude a et de fréquence N . Des ondes entretenues de formes circulaires se propagent à la surface de l'eau avec la célérité v (Fig.1). Les bords de la cuve à ondes sont tels qu'ils absorbent les ondes progressives provenant de S . On néglige tout amortissement des ondes.

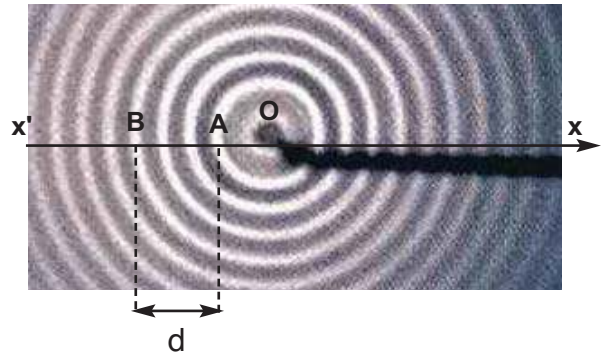


Fig.1

1°) a) Indiquer sommairement comment faut-il procéder pour observer des rides circulaires apparemment immobiles.

b) La distance entre les deux points A et B appartenant chacun à une crête circulaire est : $d = 24 \text{ mm}$. En déduire la valeur de la longueur d'onde λ .

2°) La sinusoïde traduisant l'élongation verticale $y_M(t)$ d'un point M de la surface de l'eau situé à la distance d' du point O , est donnée par la figure 2.

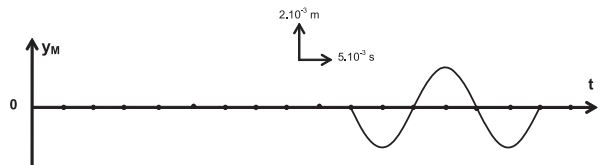


Fig.2

a) Etablir l'expression de $y_M(t)$.

b) Calculer la célérité v .

c) Déduire de la figure 2 la sinusoïde traduisant l'évolution de l'élongation verticale $y_O(t)$ du point O ; puis s'y appuyer pour établir l'expression de $y_O(t)$.

3°) Représenter une coupe transversale de la surface de l'eau suivant l'axe $x'x$ à l'instant $t_0 = 0,045 \text{ s}$.

4°) Quels sont les points qui vibrent en phase avec la source S à l'instant t_0 ?

8 A l'extrémité S d'une lame vibrante, on attache une corde horizontale qui passe sur la gorge d'une poulie et au bout de laquelle on suspend un solide. Du côté de la poulie, on met un dispositif qui absorbe l'énergie de l'onde. Le repère d'étude (O,X,Y) a une origine O confondue avec la position de S au repos (Fig.1).

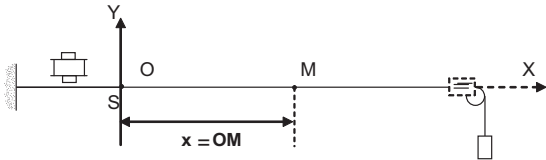


Fig.1

1°) L'extrémité S est une source d'onde d'équation horaire $y_S(t) = a \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi)$ d'amplitude $a = 3 \text{ mm}$. Le mouvement de la source S a démarré à $t_0 = 0 \text{ s}$; avant l'instant $t_0 = 0 \text{ s}$ la corde était entièrement au repos.

a) Préciser et interpréter ce que l'on observe avec un éclairage continu.

b) Qu'observe-t-on si on éclaire la corde à l'aide d'un stroboscope de fréquence N_e légèrement inférieure à la fréquence N du vibreur ?

2°) La figure 2 représente l'aspect de la corde à l'instant $t_1 = 0,025 \text{ s}$ où le front d'onde atteint le point A d'abscisse $x = OA = 0,75 \text{ m}$.

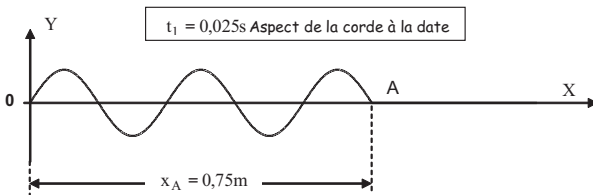


Fig.2

a) Calculer la longueur d'onde λ , la célérité v de l'onde et la fréquence N .

b) Quelle est l'équation horaire du mouvement de la source ?

c) Déterminer l'élongation $y_A(t)$ du mouvement du point A considéré.

d) Représenter l'allure du graphe de $y_A(t)$.

9 I- Une corde élastique de longueur infinie tendue horizontalement est attachée par son extrémité S au bout d'une lame vibrante qui lui communique à partir de l'instant $t = 0$ des vibrations sinusoïdales transversales. On suppose qu'il n'y a aucun amortissement.

L'une des courbes de la figure ci-après représente le diagramme du mouvement d'un point A de la corde situé à une distance x_A de l'extrémité source. L'autre représente l'aspect de la corde à un instant t_1 .

1°) Identifier les courbes (I) et (II) en justifiant la réponse. En déduire les périodes temporelle et spatiale de l'onde ainsi que l'amplitude a des ébranlements.

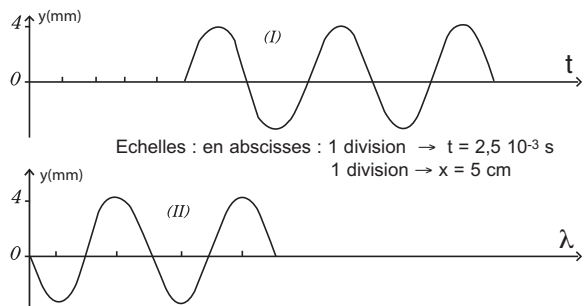
2°) Déterminer la célérité de l'ébranlement, la distance x_A et l'instant t_1 .

3°) Ecrire l'équation horaire des vibrations de la source S et celle du point A de la corde.

4°) a) Représenter l'aspect de la corde à l'instant $t_2 = 2,5 \cdot 10^{-2} \text{ s}$.

b) Placer sur le graphique précédent, les points ayant l'élongation $(-\frac{a}{2})$ et se déplaçant dans le sens négatif.

c) Déterminer le nombre et les abscisses des points de la corde qui vibrent en quadrature retard de phase par rapport à la source.



II- La lame vibrante porte une pointe S animée d'un mouvement vertical avec lequel elle impose à un point O de la surface de l'eau une élongation $y_O(t) = 10^{-3} \sin(628 t)$ (y en m et t en s).

1°) Etablir l'équation horaire d'un point M de la surface de l'eau, tel que $OM = x$ au repos.

2°) Calculer la célérité de l'onde sachant que la plus petite distance entre 2 points qui vibrent en quadrature de phase est $d = 1\text{mm}$.

3°) Représenter graphiquement la coupe de la surface de l'eau suivant un plan vertical passant par O aux instants $t_2 = 0,035\text{ s}$ et $t_3 = 0,040\text{ s}$.

4°) Pour observer l'immobilité apparente de la surface d'eau, on utilise un stroboscope. Quelle doit être pour ce, la fréquence des éclairs ? Calculer la plus grande fréquence possible. S'il y avait un éclair de moins par seconde, les ondes sembleraient se propager lentement, préciser le sens de propagation apparent.

10 Un électroaimant communique à une lame vibrante un mouvement sinusoïdal de fréquence N et d'amplitude a . On fixe à l'extrémité de la lame une corde de longueur $L = 2\text{ m}$ par son extrémité S. A l'autre extrémité de la corde, on exerce une force de tension et on place du coton.

1°) A l'instant $t = 0$, la lame part de sa position d'équilibre. On donne la courbe d'évolution de l'élongation au cours du temps d'un point M_1 se trouvant au repos à une abscisse x_1 de S (Fig.1) et l'aspect de la corde à un instant t_0 (Fig.2).

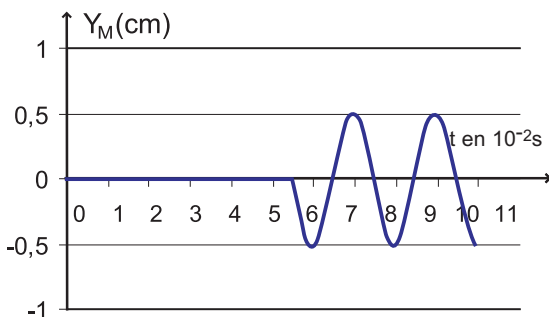


Fig.1

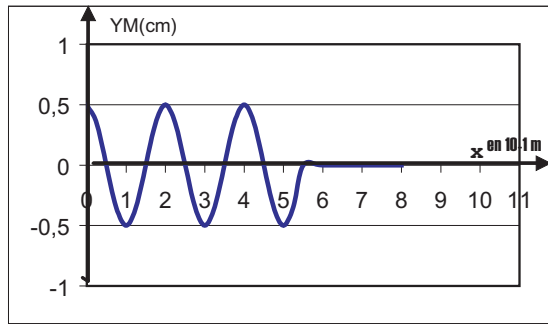


Fig.2

Déduire de ces données :

- a) la fréquence N et la longueur d'onde λ ;
- b) la célérité v de l'onde ;
- c) l'abscisse x_1 et l'instant t_0 .

2°) Que peut-on dire des mouvements de S et de M_1 ?

3°) - Déterminer l'expression des instants t au niveau desquels le point M_1 passe par l'élongation $2,5 \cdot 10^{-3}\text{ m}$ dans le sens positif des élongations durant l'intervalle de temps compris entre les instants 0 et 0,14 s.

- Donner la plus petite valeur des instants t sus indiqués.

4°) Déterminer les abscisses des points se trouvant à l'élongation $2,5 \cdot 10^{-3}\text{ m}$ et qui se déplaceront dans le sens négatif des élongations à l'instant t_0 .

11 Deux petits microphones M_1 et M_2 séparés d'une distance d sont disposés sur l'axe de symétrie d'un hautparleur produisant une onde sonore sinusoïdale de fréquence N réglable. Ils sont reliés respectivement aux voies 1 et 2 d'un oscilloscope, de même sensibilité verticale. On fixe $d = 34\text{ cm}$ et $N = 2000\text{ Hz}$; la célérité des ondes sonores dans l'air est $v = 340\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$.

1°) a) Quelle base de temps doit-on choisir pour observer sur la voie 1 de l'oscilloscope, deux périodes de la tension captée aux bornes du microphones M_1 sachant que l'écran comporte horizontalement 10 divisions et verticalement 8 divisions.

b) Pourquoi l'amplitude de la tension observée sur la voie 2 est-elle plus faible que celle observée sur la voie 1 ?

c) Représenter l'oscillogramme des deux tensions observées.

2°) a) On modifie la fréquence N et la distance d . Pour $N = 1$ kHz, on a $d = 17$ cm.

x Représenter le nouvel oscillogramme obtenu.

b) Le microphone M_2 est ensuite éloigné de M_1 et la base de temps est réglée pour un oscillogramme analogue à l'oscillogramme de la question 1.

Quelles sont alors les valeurs de d et de la nouvelle sensibilité de la base de temps ?

12 Mesure de la célérité d'une onde sonore.

Le son émis par le haut-parleur est capté par deux microphones M_1 et M_2 branchés sur les voies Y_A et Y_B de l'oscilloscope (Fig.1).

1°) Calculer la fréquence du son capté, sachant que l'on aperçoit deux périodes complètes de chaque sinusoïde sur l'oscillogramme, que l'écran comporte dix divisions au total en largeur et que la fréquence de balayage est réglée sur 0,4 ms par division. Lorsque les deux abscisses des microphones sont égales, les courbes observées sur l'oscilloscope sont en phase. On déplace lentement le microphone M_2 et on relève son abscisse x_2 à chaque fois que les courbes sur l'oscilloscope sont à nouveau en phase.

N°	1	2	3	4	5
x_2 (cm)	68,0	136,0	204,0	272,0	340,0

2°) Quelle valeur de la longueur d'onde peut-on déduire de ces mesures ?

3°) Quelle est alors la célérité du son dans l'air ?

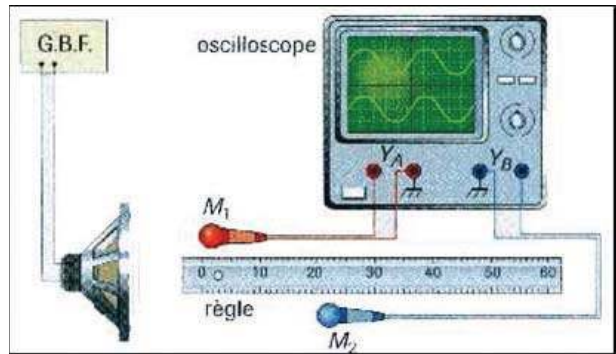


Fig.1

13 Le son émis par le haut-parleur est capté par le microphone M . On réalise les branchements conformément à la figure 1.

1°) Quelles sont les deux tensions visualisées sur l'oscilloscope ?

2°) Calculer la fréquence du son capté, sachant que l'on aperçoit deux périodes complètes de chaque sinusoïde sur l'oscillogramme, que l'écran comporte dix divisions au total, et que la fréquence de balayage est réglée sur 0,2 ms par division.

3°) On note les deux positions du micro qui permettent d'obtenir deux sinusoïdes en phase : $x_1 = 4,5$ cm et $x_2 = 38,5$ cm.

Quelle est la valeur de la longueur d'onde λ de l'onde sonore dans ces conditions ?

4°) En déduire la célérité v des ondes sonores dans l'air.

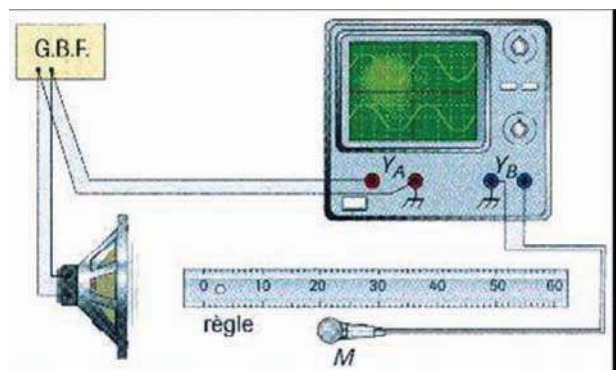


Fig.1

14 Un haut-parleur est mis en vibration à l'aide d'un G.B.F réglé sur la fréquence $N = 1,47 \text{ kHz}$. Un microphone placé à une distance d du haut-parleur est relié à la voie B de l'oscilloscope, la voie A étant reliée au G.B.F comme le montre la figure 1.

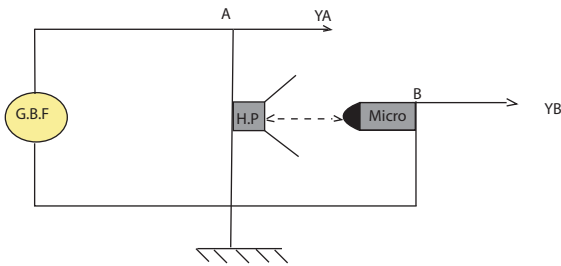


Fig.1

On observe sur l'écran de l'oscilloscope les courbes ci-dessous (Fig.2).

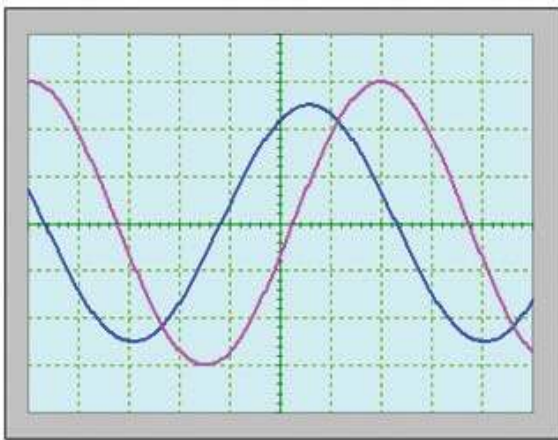


Fig.2

1°) Déterminer :

- la durée de balayage de l'oscilloscope ;
- le décalage horaire θ (en s) entre les deux courbes. Exprimer le temps mis par l'onde sonore pour atteindre le microphone en fonction de θ et de N .

2°) Les deux voies ont la même sensibilité : $k = 100 \text{ mV / div}$. Calculer les amplitudes des deux ondes. Pourquoi sont-elles différentes ?

3°) On augmente progressivement la distance entre le microphone et le haut-parleur. Pour deux positions successives repérées par d_1 et d_2 telles que $(d_2 - d_1 = 23,0 \text{ cm})$, on obtient deux courbes en phase. En déduire la longueur d'onde λ et la célérité v du son.

4°) Sachant que d est comprise entre 40 et 60 cm, donner sa valeur.

5°) Si on change la fréquence du G.B.F, la célérité v du son change-t-elle ? Pourquoi ?

Fiche technique N°1

METHODE D'ANALYSE OPTIQUE D'UN PHENOMENE PERIODIQUE

Dans le paragraphe 2.2, on s'intéresse à l'étude expérimentale du mouvement d'un point de la corde. Pour cela, on utilise une méthode pratique connue sous le nom de méthode d'analyse optique.

Une corde élastique souple sans raideur est tendue horizontalement entre un vibreur et un support fixe. En mettant le vibreur en marche, il est difficile d'observer une forme nette de la corde.

On place parallèlement à la corde et au niveau d'un point M, appartenant à la corde, un diaphragme unifente F sur lequel tombe un faisceau lumineux parallèle.

Le faisceau émergent entoure l'ombre portée du point M de la corde. A la suite de la réflexion sur un miroir tournant à vitesse constante, cette ombre prend sur l'écran (E) la forme d'une sinusoïde. (Figure 1).

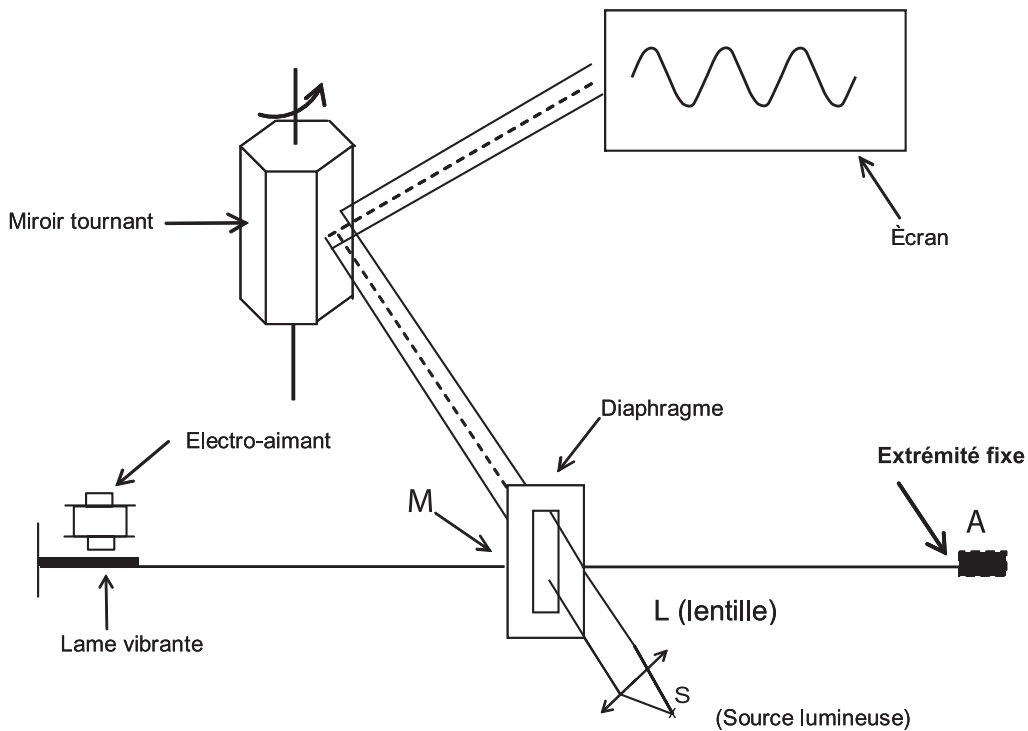


Fig.1: Analyse optique du mouvement d'un point M d'une corde élastique

Fiche technique N°2

LA STROBOSCOPIE

Principe de la stroboscopie

La stroboscopie est une technique d'éclairage qui permet de visualiser les phénomènes périodiques trop rapides pour être détectés par l'œil. Le stroboscope électronique (Fig.1) est une source de lumière qui émet des éclairs à des intervalles de temps T_e réguliers et à la fréquence N_e .

Pour observer un mouvement périodique de période T , on éclaire le dispositif produisant ce mouvement périodique par une lumière stroboscopique de période T_e . On substitue ainsi au mouvement réel un mouvement apparent dont les caractéristiques dépendent des valeurs de T et de T_e .



Fig.1 : Stroboscope électronique

La persistance rétinienne : L'œil n'est capable de séparer deux images successives que si l'intervalle de temps qui les sépare est supérieur à 0,1 s, c'est-à-dire si la fréquence du phénomène observé est inférieure à 10 Hz. Donc, l'utilisation du stroboscope n'a d'intérêt que si le phénomène périodique à étudier est d'une fréquence supérieure à 10 Hz.

Considérons un disque blanc sur lequel est fixée une pastille noire. Un moteur impose au disque un mouvement de rotation uniforme de fréquence N égale à 20 tr.s^{-1} par exemple. L'observation à l'œil nu de la pastille noire n'est pas possible car la fréquence $N = 20 \text{ Hz}$ du mouvement est supérieure à la fréquence de la persistance rétinienne (10 Hz). Si on éclaire le disque par un stroboscope émettant 20 éclairs par seconde ($N_e = 20 \text{ Hz}$), on observe l'immobilité apparente de la pastille noire (Fig.2)

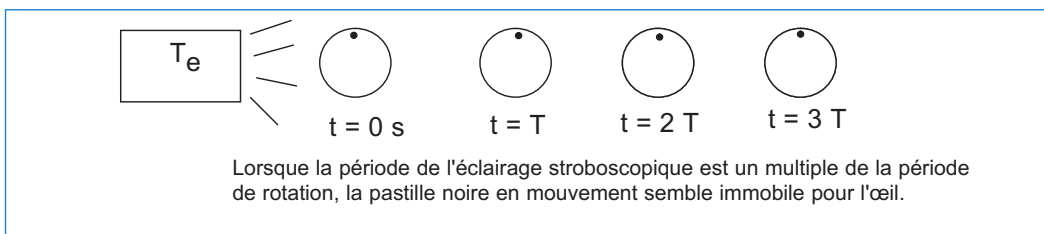


Fig.2

D'une façon générale :

- Il y a **immobilité apparente** chaque fois que : $T_e = k T$ (avec k un entier naturel)
- Il y a **un mouvement ralenti apparent** :
 - dans le sens réel du mouvement si T_e est très légèrement supérieure à T (ou kT)
 - dans le sens contraire du mouvement réel si T_e est très légèrement inférieure à T (ou kT)

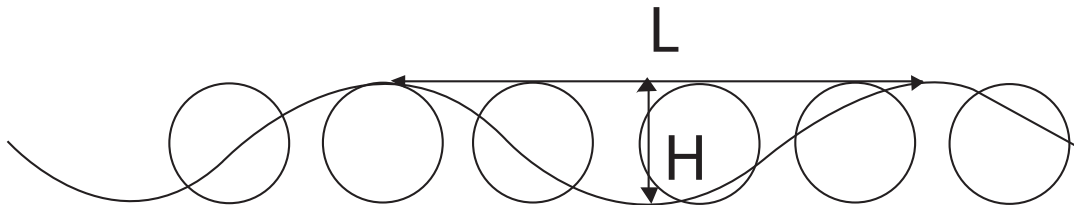
En savoir plus

L'énergie et la houle

Lorsque le vent souffle sur l'océan, il crée des vagues. Si le phénomène dure assez longtemps, il se forme une succession de vagues régulières : la houle. Si elle ne rencontre pas d'obstacles, cette houle peut se propager sur de longues distances.

La houle est caractérisée par sa « hauteur » de vague H exprimée en mètre, par sa période T exprimée en seconde et par sa longueur d'onde λ .

Une houle courte de période 3 secondes et de hauteur 0,6 mètres a une puissance de 1 kW. La puissance d'une houle longue avec $H = 7,5$ m et $T = 11$ s est à peu près 600 fois plus élevée que celle de cette houle courte.



Beaucoup de procédés ont été proposés pour capter, concentrer et transformer cette énergie naturelle en énergie utile. On appelle parfois leurs réalisations des «Houlomotrices». On retiendra deux idées essentielles à l'appréciation qualitative de cette énergie : c'est une forme dégradée de l'énergie éolienne, et donc a priori moins dense ; mais, elle peut se propager sur de très longues distances sans trop de perte.

Une étude réalisée à la fin des années 1970 sur le potentiel de cette ressource en France montrait qu'elle pourrait atteindre en moyenne 30 kW/m dans les endroits les plus exposés et plus généralement 10 à 20 kW/m ailleurs. Le rapport d'étude indiquait aussi que c'était plutôt dans certains territoires d'autres pays exposés à des houles régulières que l'on pourrait envisager le développement des «houlomotrices » et atteindre un seuil de rentabilité plus rapidement.

Un projet d'usine de transformation de l'énergie mécanique de la houle en électricité est en cours d'élaboration en Espagne et pourrait aboutir à l'installation de plusieurs centrales électriques.

La diversité des systèmes proposés indique qu'il n'existe pas encore de technologie gagnante (winning technology), ce qui implique qu'un effort significatif est encore nécessaire pour que ces technologies atteignent leur maturité.

Objectifs

- ◆ Justifier le caractère ondulatoire de la lumière à partir d'expériences de diffraction d'ondes mécaniques et d'ondes lumineuses.
- ◆ Préciser l'influence, sur le phénomène de diffraction, du quotient $\frac{\lambda}{a}$ (λ étant la longueur d'onde et a la largeur de la fente).
- ◆ Réaliser des expériences de réflexion, de réfraction et de dispersion d'ondes mécaniques.
- ◆ Montrer que la lumière blanche est constituée d'une infinité de radiations monochromatiques.
- ◆ Distinguer un milieu dispersif d'un milieu non dispersif.

Prérequis

SAVOIR	SAVOIR FAIRE
<ul style="list-style-type: none"> ◆ Définir une onde mécanique rectiligne. ◆ Définir la réflexion et la réfraction de la lumière. ◆ Énoncer les lois de Descartes relatives à la réflexion et à la réfraction de la lumière. ◆ Définir le phénomène de dispersion de la lumière blanche. 	<ul style="list-style-type: none"> ◆ Reconnaître une onde mécanique rectiligne. ◆ Utiliser un stroboscope. ◆ Mesurer la longueur d'onde λ d'une onde plane progressive. ◆ Utiliser une source Laser. ◆ Appliquer les lois de Descartes relatives à la réflexion et à la réfraction de la lumière. ◆ Reconnaître le phénomène de dispersion de la lumière blanche.

INTERACTIONS ONDE-MATIERE

1 1



Les rayons solaires donnent, à travers les branches d'arbres, une lumière diffusée dans toutes les directions.

- ◆ Qu'est-ce qui fait que le son puisse contourner les corps de dimensions habituelles ?
- ◆ Comment une chauve-souris peut-elle détecter un papillon nocturne dans l'obscurité totale ?
- ◆ Comment un papillon nocturne peut-il neutraliser le système de détection d'une chauve-souris ?

INTERACTIONS ONDE-MATIÈRE

On a vu que lorsque le milieu de propagation est ouvert, toute onde mécanique qui s'y propage est progressive. Dans ce chapitre, on se propose d'étudier le comportement d'une telle onde à la rencontre d'un obstacle ou au niveau d'une fente très petite. On traitera aussi le cas d'un faisceau lumineux qui passe à travers une fente fine.

1 LA DIFFRACTION

1.1- DIFFRACTION D'UNE ONDE MÉCANIQUE

Manipulation

On dispose d'une cuve à ondes remplie d'eau et d'une lame vibrante **L**, produisant une onde progressive plane à la surface de la nappe d'eau. Deux éléments plans en plexiglas, placés à une distance d de la lame **L**, forment une ouverture **F** de petite largeur a , comme le montre la figure 1.

En mettant le vibreur en marche, on observe, entre la lame vibrante et l'ouverture **F**, des rides rectilignes.

Au-delà de l'ouverture **F**, on observe pour :

- ✓ $a = 4 \text{ cm}$: des rides rectilignes présentant une légère déformation au voisinage des bords (Fig.2a).
- ✓ $a = 1,5 \text{ cm}$: des rides circulaires dans une zone triangulaire de sommet **I** milieu de la fente **F** (Fig.2b).
- ✓ $a = 0,5 \text{ cm}$: des rides quasiment circulaires de centre commun **I** (fig.2c).

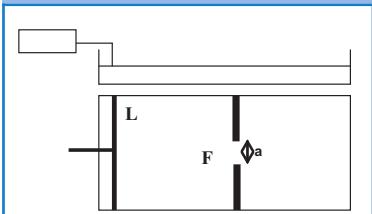


Fig.1 : Dispositif d'étude de la diffraction d'une onde mécanique

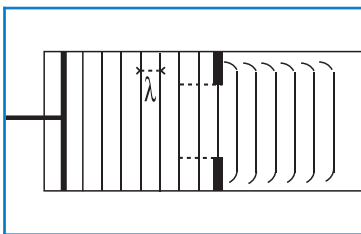


Fig.2a : Absence de diffraction d'une onde mécanique pour $a > \lambda$

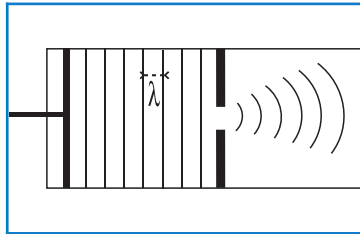


Fig.2b : Diffraction pour $a \approx \lambda$

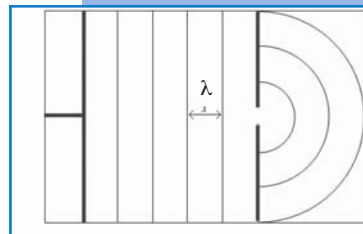


Fig.2c : Diffraction pour $a < \lambda$

Questions

- 1°) Quelle est la nature de l'onde incidente sur l'ouverture **F** ?
- 2°) Quelle est l'observation qui montre qu'il émerge de l'ouverture **F** une onde différente de l'onde incidente ? Préciser cette différence.
- 3°) Par comparaison des distances entre deux rides consécutives rectilignes et deux rides consécutives circulaires, comparer les longueurs d'onde, λ de l'onde incidente et λ' de l'onde émergente.
- 4°) Comparer dans chacun des cas, la longueur d'onde λ à la largeur a de l'ouverture **F**.

Interprétation

A son passage à travers la fente F, l'onde rectiligne de longueur d'onde λ se transforme en une onde circulaire de même longueur d'onde. Cette transformation qui se produit lorsque la largeur a de la fente F est inférieure à la longueur d'onde λ de l'onde incidente, est le phénomène de diffraction. L'onde qui en résulte est appelée onde diffractée.

Remarque

En remplaçant la fente F de largeur a inférieure à la longueur d'onde λ de l'onde incidente par un obstacle de même largeur a , on obtient le même phénomène de diffraction comme le montre la figure 3.

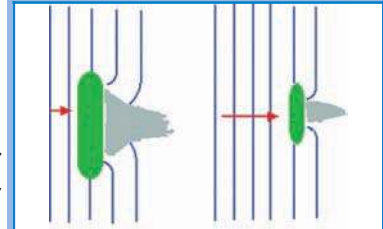


Fig. 3 : Diffraction d'une onde par un obstacle de largeur a

Conclusion

Au niveau d'une fente ou d'un obstacle de largeur a de même ordre de grandeur que sa longueur d'onde λ , l'onde mécanique subit le phénomène de diffraction.

La diffraction est la modification du trajet d'une onde et par suite de sa forme, au voisinage d'une fente ou d'un obstacle.

En subissant la diffraction, une onde initialement plane se propage après franchissement de la fente ou de l'obstacle, suivant plusieurs directions situées de part et d'autre de la direction d'incidence.

1.2- DIFFRACTION DE LA LUMIÈRE

Manipulation

On dispose d'une source laser (S) émettant une lumière rouge de longueur d'onde $\lambda = 633 \text{ nm}$ et d'un écran E placé à une distance d de la source.

Sur l'écran E, on observe la tache lumineuse de la source (S) (fig.4a).

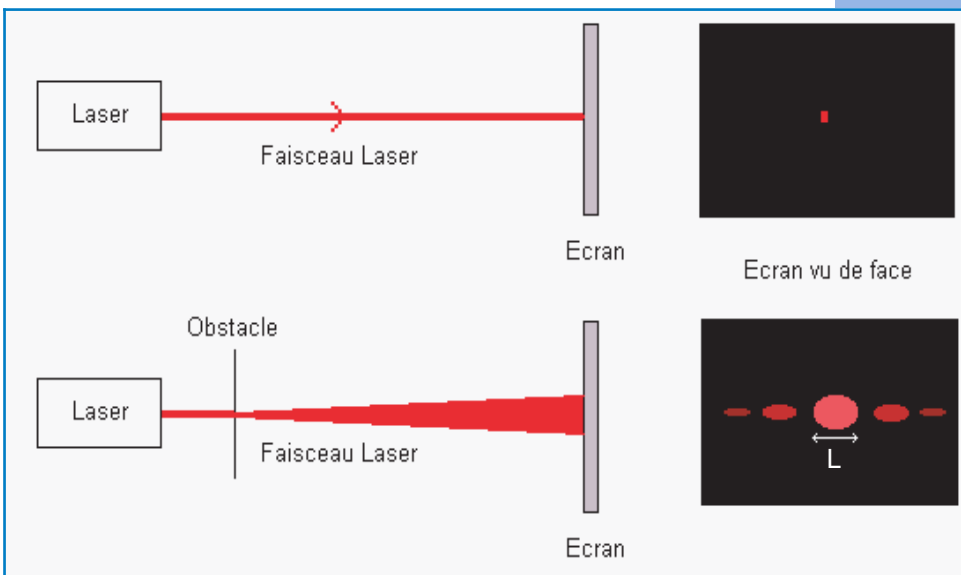


Fig.4a : Schéma du montage donnant la figure de diffraction d'un faisceau laser par une fente fine

Entre (S) et (E), on interpose un diaphragme muni d'une fente rectangulaire F de largeur a réglable.

✓ Pour une valeur $a = 0,6$ mm, on observe sur l'écran E une figure étalée horizontalement, constituée d'un ensemble de taches brillantes séparées par des zones sombres.

La tache centrale de largeur L est la plus brillante (Fig.4a)

✓ Pour la valeur $a = 0,3$ mm, on obtient une figure semblable à la précédente, mais avec une tache centrale brillante de largeur L' plus grande que L . Plus précisément, $L' = 2 L$ (fig.4b).

Remarques

1- En remplaçant la fente F de largeur a inférieure à la longueur d'onde λ de l'onde incidente par un obstacle de même largeur a , on obtient le même phénomène de diffraction.

2- En remplaçant la fente rectangulaire F par une fente circulaire, de diamètre convenable, on obtient sur l'écran, des taches circulaires concentriques, appelées anneaux de diffraction (Fig.4c).

Questions

1°) Comparer la largeur a de la fente (F) donnant sur (E) la figure étalée avec la valeur de λ .

2°) Les taches lumineuses formées sur l'écran E ont-elles la même largeur ?

3°) Comment se présentent les taches latérales par rapport à la tache centrale ?

4°) La forme de la fente a-t-elle un effet sur la nature des taches lumineuses qui se forment sur l'écran ?

5°) Le principe de propagation rectiligne de la lumière permet-il d'expliquer le phénomène observé ?

Interprétation

Les résultats de l'expérience réalisée mettent en défaut le principe de propagation rectiligne de la lumière. Le phénomène observé au cours de cette manipulation est semblable à celui d'une onde mécanique progressive rencontrant une fente ou un obstacle de largeur a convenable (paragraphe 1-1), c'est le phénomène de diffraction. Ainsi, une source laser éclairant une fente fine, donne sur un écran E, placé à une distance D de la fente, une figure étalée horizontalement appelée figure de diffraction. Elle est constituée d'une tache centrale lumineuse brillante, de largeur L , entourée de part et d'autre par des taches latérales brillantes. Ces taches brillantes sont séparées les unes des autres par des zones sombres. Ces taches sont appelées franges de diffraction.

La largeur L de la tache centrale, pour une lumière donnée, dépend de celle de la fente. Ainsi, en diminuant la valeur de a , la largeur L de la tache centrale augmente. Les figures de diffraction qui se forment sur un écran E dépendent de la forme de la fente. Elles présentent les mêmes symétries de la fente (rectangulaire ou circulaire).



Fig.4b : Figure de diffraction de la lumière par une fente fine

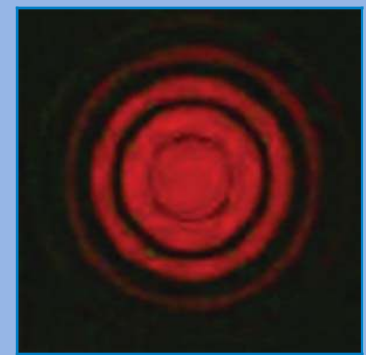


Fig.4c : Figure de diffraction par un trou

Conclusion

Au niveau d'une fente fine ou d'un obstacle de largeur a très petite, un faisceau de lumière (lumière rouge par exemple, émise par une source laser) subit le phénomène de diffraction. La forme étalée de la figure de diffraction ne peut être expliquée par le principe de propagation rectiligne de la lumière. Par rapprochement avec la diffraction d'une onde mécanique, la propagation de la lumière dans un milieu transparent ou dans le vide peut être considérée comme étant la propagation d'une onde appelée onde lumineuse.

Caractéristiques d'une onde lumineuse

- Comme l'onde mécanique, l'onde lumineuse, est caractérisée par une période temporelle T et une période spatiale λ .
- Dans le vide, toutes les ondes lumineuses se propagent à la célérité $c = 3.10^8 \text{ m.s}^{-1}$.

La relation entre λ et T s'écrit : $\lambda_{\text{vide}} = c.T$.

Remarque

La célérité des ondes lumineuses dans l'air est assimilée avec une bonne approximation à leur célérité dans le vide.

1.3- INFLUENCE DU QUOTIENT $\left(\frac{\lambda}{a}\right)$ SUR LE PHENOMENE DE DIFFRACTION

◆ Cas de l'onde mécanique

Manipulation

On reprend le montage de la figure 1, tout en gardant la fréquence N de la lame vibrante constante. On fixe la largeur a de la fente à la valeur 1,5 cm.

✓ Pour une épaisseur e_1 de la nappe d'eau dans la cuve à ondes, on observe au-delà de l'ouverture F , sur la nappe d'eau et dans une zone triangulaire de sommet le centre I de l'ouverture F , des rides circulaires alors qu'à l'extérieur de cette zone triangulaire, on n'observe pas de perturbation comme le montre la figure 5a.

✓ Pour une épaisseur $e_2 = 3.e_1$ de la nappe d'eau dans la cuve à ondes, on observe au-delà de l'ouverture F , des rides quasiment circulaires de centre I comme le montre la figure 5b.



Fig.5a : Diffraction d'une onde mécanique pour $a = \lambda$.

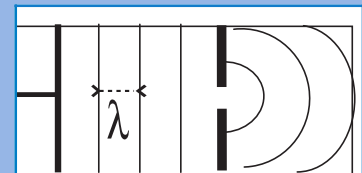


Fig.5b : Diffraction d'une onde mécanique pour $a < \lambda$.

Questions

- 1°) Préciser la variation de la longueur d'onde λ de l'onde progressive incidente en fonction de la profondeur e du milieu de propagation.
- 2°) Comparer, pour chaque valeur de e , la valeur de la longueur d'onde λ à celle de la largeur a de la fente.
- 3°) Préciser les facteurs qui peuvent influencer sur le phénomène de diffraction.

Interprétation

En faisant varier l'épaisseur e de la nappe d'eau dans la cuve à ondes, on fait ainsi varier la longueur d'onde λ de l'onde. Les figures 5a et 5b montrent que la longueur d'onde λ augmente avec la profondeur de l'eau.

L'amélioration de la netteté de la figure de diffraction avec l'augmentation de la profondeur de la nappe d'eau s'explique par le fait que, pour une valeur fixe a de la fente, le phénomène de diffraction est d'autant plus marqué que la longueur d'onde λ est plus grande.

Conclusion

Une onde plane rectiligne, de longueur d'onde λ , qui se propage à la surface d'un liquide et qui traverse une fente F de largeur a ne subit pas une déformation appréciable tant que la valeur de a est très grande devant λ . Par conséquent, le phénomène de la diffraction est imperceptible.

Cependant, pour des valeurs de a comparables ou très faibles par rapport à λ , le phénomène de diffraction est appréciable. Ainsi le phénomène de diffraction dépend du quotient $\frac{\lambda}{a}$.

◆ Cas de l'onde lumineuse

Manipulation

On reprend le montage de la figure 4a, en plaçant l'écran E à une distance $D = 2$ m de la fente F . Une feuille de papier millimétré est collée sur E de façon que la tache lumineuse du laser se forme sur elle, en absence de la fente F . En éclairant la fente, on obtient sur l'écran E l'ensemble des taches lumineuses avec une tache centrale plus large et plus brillante que les autres (Fig 6a).

Première étape

On fait varier la largeur a de la fente F . Pour chaque valeur de a , on mesure la largeur L de la tache centrale correspondante. La largeur L représente la distance entre les milieux des bandes sombres qui entourent la tache centrale (Fig 6b).

Les résultats des mesures sont regroupés dans le tableau 1.

a (10^{-3} m)	0,10	0,14	0,20	0,25
$1/a$ (10^3 m)	10,0	7,1	5,0	4,0
L (10^{-3} m)	25	18	12	10

Tableau 1

Deuxième étape

On refait la même manipulation après avoir remplacé la lumière rouge de longueur d'onde λ_R par une lumière verte de longueur d'onde λ_V , émise par une source laser argon-ion.

a (10^{-3} m)	0,10	0,14	0,20	0,25
$1/a$ (10^3 m)	10,0	7,1	5,0	4,0
L (10^{-3} m)	21	15	10	8

Tableau 2

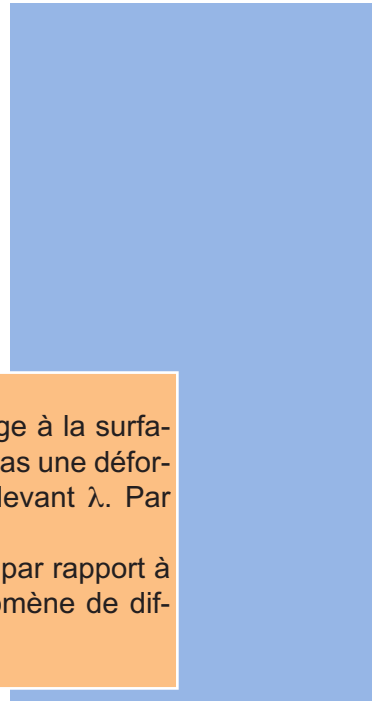


Fig. 6a : Figure de diffraction

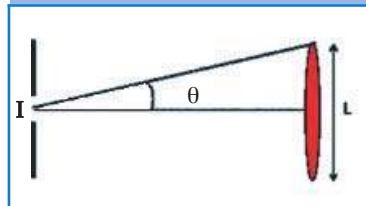


Fig.6b : Définition de la demi-largeur angulaire θ de la raie centrale

On trace pour chaque radiation la courbe L en fonction de $(1/a)$, comme le montre la figure 7.

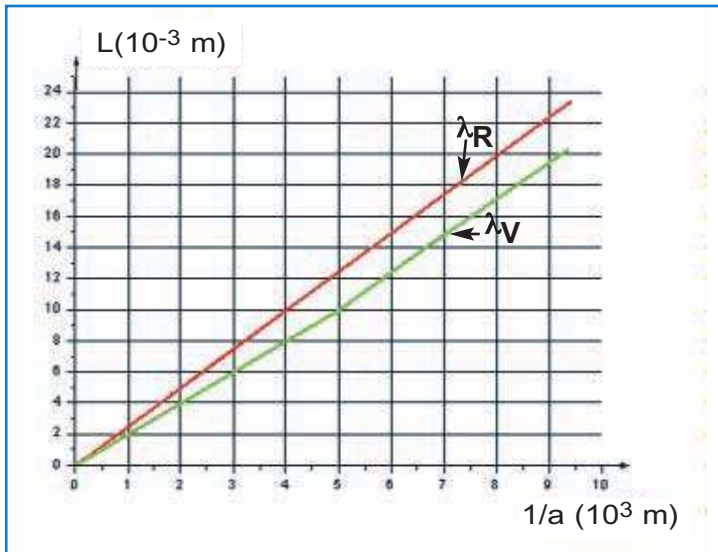


Fig.7 : La largeur de la tache centrale en fonction de $(1/a)$

Questions

- 1°) La largeur a de la fente a-t-elle une influence sur la largeur L de la tache centrale de diffraction ?
- 2°) Par exploitation des courbes de la figure 7, donner une relation simple entre L et a .
- 3°) A partir de la figure 6b, montrer que l'angle θ correspondant à la demi-largeur angulaire de la raie centrale est donné par la relation : $\theta = \frac{L}{2.D}$.
- 4°) Préciser la variation de L et par suite celle de θ en fonction de la longueur d'onde λ .

Interprétation

- La largeur L de la tache centrale ainsi que la demi-largeur angulaire θ de la raie centrale dépendent de la largeur a de la fente F . Par la suite, L et a sont inversement proportionnelles :

$$L = k \cdot \left(\frac{1}{a} \right) \quad (1), \text{ avec } K \text{ une constante positive.}$$

L'exploitation de la figure 6b, nous permet d'écrire :

$$\text{tg}(\theta) = \frac{L}{2.D}, \text{ d'où } \theta \approx \frac{L}{2.D} \quad (2),$$

car D est grande devant la largeur L de la tache centrale.

Exploitation des courbes de la figure 7 :

- Pour une valeur fixe de a , la largeur L de la tache centrale dépend de la longueur d'onde λ de la source d'éclairage. En effet, sachant que λ_R est plus grande que λ_V d'après l'étude expérimentale d'une part et que L_R est plus grande que L_V d'autre part. Par conséquent, $L = f(\lambda)$.

- Des relations (1) et (2), on peut déduire : $\theta = \frac{k}{2.D.a}$ (3)

L'exploitation des courbes de la figure 7 nous permet de justifier que :

$\frac{\theta_r . a}{\lambda_{\text{rouge}}} = \frac{\theta_v . a}{\lambda_{\text{vert}}} \approx 1$, et par la suite $\theta = \frac{\lambda}{a}$ (4)

- A l'aide des relations (2) et (4), on peut exprimer L sous la

forme : $L = \frac{2.D.\lambda}{a}$ (5)

Conclusion

Une onde mécanique ou lumineuse subit une diffraction à la rencontre d'une fente fine de largeur a ou au niveau d'un obstacle dont les dimensions sont convenables. Cependant, la perception du phénomène de diffraction de l'onde dépend du quotient $\left(\frac{\lambda}{a}\right)$.

2

LA REFLEXION

2.1- RÉFLEXION D'UN ÉBRANLEMENT

Manipulation

◆ On dispose d'un ondoscope d'extrémités A et B. L'extrémité B étant libre, on applique à l'extrémité A de l'ondoscope un ébranlement d'amplitude a (une torsion). Celui-ci se propage le long de l'ondoscope de A vers B. En arrivant en B, il donne lieu à un ébranlement qui se propage de B vers A comme le montre la figure 8a.

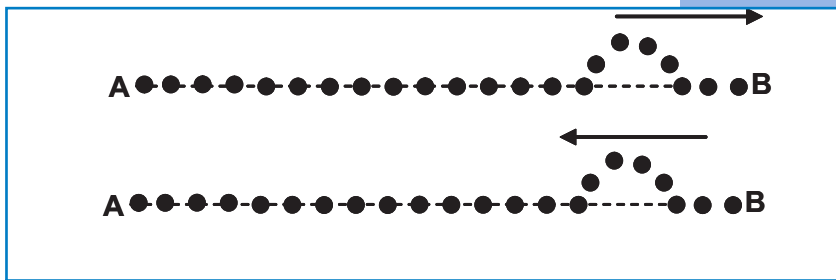


Fig.8a : Réflexion d'un ébranlement au niveau de l'extrémité libre d'un ondoscope

◆ On reprend l'ondoscope de l'expérience précédente, mais en maintenant cette fois-ci son extrémité B fixe. En produisant un ébranlement au point A, on l'observe se propager vers B après quoi un autre ébranlement apparaît entrain de se propager de B vers A comme dans la figure 8b.

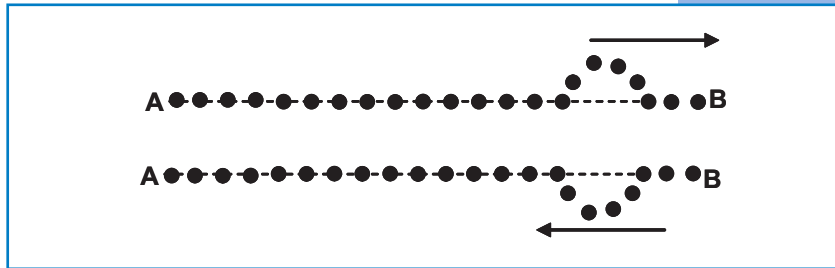


Fig.8b :Réflexion d'un ébranlement au niveau de l'extrémité fixe d'un ondoscope

Questions

1°) Expliquer l'apparition des ébranlements qui se propagent de B vers A.

2°) Dans les deux expériences précédentes, comparer l'ébranlement se propageant de A vers B et celui se propageant de B vers A :

- a) en amplitude,
- b) en direction et sens du déplacement,
- c) en signe de l'élongation.

Interprétation

L'apparition d'un ébranlement (2) se propageant de l'extrémité B de l'ondoscope vers son extrémité A dès que l'ébranlement (1) créé en A atteint B s'explique par la réflexion de cet ébranlement (1) au niveau de B, d'où la qualification d'ébranlement réfléchi pour l'ébranlement (2) et d'ébranlement incident pour l'ébranlement (1).

Un ébranlement réfléchi est caractérisé par :

- une amplitude comparable à celle de l'ébranlement incident.
- le même sens de déformation que celui de l'ébranlement incident lorsqu'il apparaît au niveau d'une extrémité libre et un sens de déformation contraire à celui de l'ébranlement incident quand il se manifeste au niveau d'une extrémité fixe.

Conclusion

Un ébranlement incident, d'amplitude a , subit une réflexion au niveau d'une extrémité du milieu de propagation et donne lieu à un ébranlement réfléchi.

La réflexion d'un ébranlement sur une extrémité libre se fait avec la même amplitude a et sans changement de signe.

Par contre, sur une extrémité fixe, la réflexion d'un ébranlement se fait avec un changement de signe.

2.2- RÉFLEXION D'UNE ONDE

◆ Cas d'une onde plane

Manipulation

On dispose d'une cuve à ondes, d'une lame vibrante **L** produisant une onde plane progressive et d'une plaque de plastique **P** de forme triangulaire, partiellement immergée dans l'eau de la cuve. La lame **L** est placée parallèlement à l'un des bords de la cuve. Ainsi, la plaque **P** limite le milieu de propagation des ondes (Fig.9a). Quand on met la lame vibrante **L** en marche, on observe à la surface libre de la cuve à ondes, la propagation de rides rectilignes parallèles à **L**, auxquelles se superposent des rides rectilignes dont la direction de propagation est située de l'autre côté de la normale à **P** comme le montre la figure 9b.

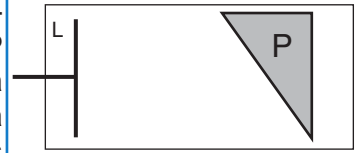


Fig.9a : Milieu de propagation limité par une plaque

Questions

- 1°) La plaque **P** absorbe-t-elle les ondes émises par **L** ?
- 2°) Préciser sur le schéma de la figure 9b, l'onde incidente et l'onde réfléchie.
- 3°) La réflexion d'une onde plane sur un obstacle plan se fait-elle avec la modification de sa longueur d'onde λ ?
- 4°) Mesurer l'angle d'incidence $i = (SI, IN)$ que fait la direction de l'onde incidente avec la normale à **P** et le comparer à l'angle de réflexion $i' = (RI, IN)$ que fait la direction de l'onde réfléchie avec la normale à **P**.

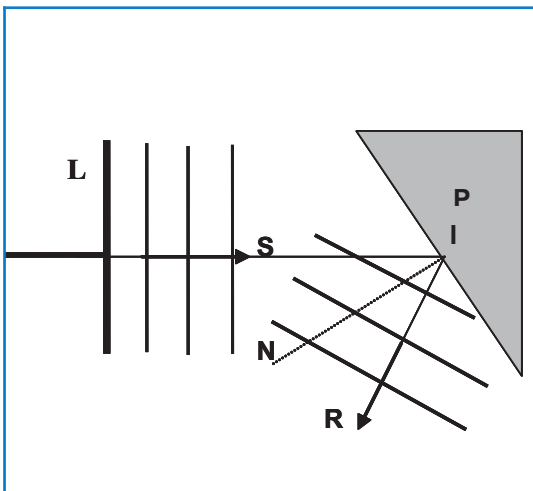


Fig.9b : Réflexion d'une onde mécanique

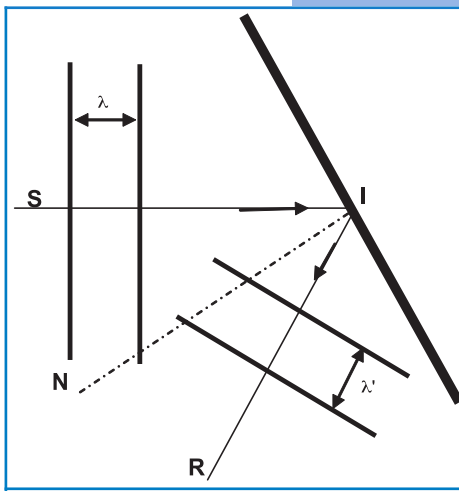


Fig.9c : Onde incidente et onde réfléchie

Interprétation :

La plaque **P** représente un obstacle pour l'onde incidente plane, de longueur d'onde λ , provenant de **L** et se propageant avec la célérité v . L'onde incidente subit une réflexion au niveau de **P** et donne lieu à une onde réfléchie de longueur d'onde λ' égale à λ , mais dont la direction de propagation est différente de celle de l'onde incidente comme le montre la figure 9c.

Conclusion

Une onde incidente progressive plane, d'angle d'incidence i , de longueur d'onde λ qui se propage dans un milieu de propagation, subit une réflexion au niveau d'un obstacle plan (plaque de plastique...) et donne naissance à une onde progressive plane réfléchie de longueur d'onde λ' et d'angle de réflexion i' tels que : $\lambda = \lambda'$ et $i = i'$.

Ce résultat nous rappelle la deuxième loi de Descartes, relative à la réflexion d'un rayon lumineux qui tombe sur un miroir plan sous une incidence i .

◆ Cas d'une onde sphérique

Manipulation

On dispose d'un émetteur E (haut-parleur), d'un générateur BF, d'un récepteur R (microphone), d'un oscilloscope et d'une plaque de polystyrène jouant le rôle d'un écran absorbant. L'émetteur E est relié au générateur BF qui délivre un signal de haute fréquence. Ainsi, l'émetteur envoie une onde sonore sensiblement unidirectionnelle.

Le récepteur R est relié à l'oscilloscope. Par conséquent, il capte une onde sonore traduite en une tension visualisée sur l'oscilloscope. L'émetteur E, le récepteur R et la plaque de polystyrène sont placés du côté lisse d'un obstacle plan comme le montre la figure 10.

On fixe l'angle $i = (EI, IN)$ à la valeur 30° et on fait varier l'angle $i' = (RI, IN)$ que fait l'écran absorbant avec la direction du récepteur,

Pour chaque valeur de i' , on relève l'amplitude U de la tension visualisée.

Les résultats de la manipulation sont regroupés dans le tableau suivant :

i' (degrés)	0	5	15	20	25	30	35	40	45	55	60	70	80	90
Amplitude (mV)	0.48	0.60	0.78	0.84	0.90	0.92	0.89	0.85	0.78	0.59	0.49	0.38	0.16	0.10

Remarque

Pour limiter le phénomène de diffraction, il faut travailler avec des fréquences de l'ordre du mégahertz.

Questions

- 1°) La présence de l'obstacle modifie-t-elle la direction de propagation de l'onde sonore incidente ?
- 2°) Quelle est la forme de l'onde sonore reçue par R ? Justifier la réponse.
- 3°) Pour quelle valeur de i' , l'amplitude de l'onde captée est-elle maximale ? ce résultat est-il prévisible ?
- 4°) Comment peut-on éviter le phénomène de diffraction dans cette expérience ?

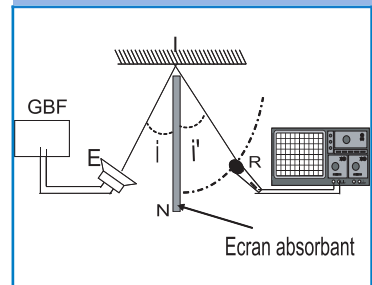


Fig.10 : Réflexion d'une onde sonore

Interprétation :

L'émetteur envoie selon une direction qui fait un angle i avec l'écran absorbant, une onde sonore unidirectionnelle et sensiblement plane. De l'autre côté de l'écran, avec le récepteur R, on détecte une onde réfléchiée par le plan lisse, au point d'impact I caractérisée par son amplitude a (intensité sonore). Cette amplitude est maximale lorsque l'angle d'incidence i de l'onde sonore est égal à son angle de réflexion i' .

Conclusion

Une onde sonore subit une réflexion à la rencontre d'un obstacle réfléchissant de grande dimension et donne naissance à une onde réfléchiée.

En chaque point d'incidence, on peut vérifier les lois de Descartes pour la réflexion. Ainsi, l'angle d'incidence i de l'onde sonore est égal à son angle de réflexion i' .

Les dimensions de l'obstacle doivent être très supérieures à la longueur d'onde dans l'air de l'onde sonore incidente. Dans le cas contraire, l'onde incidente contourne l'obstacle et c'est le phénomène de diffraction qui aura lieu.

3**LA REFRACTION D'UNE ONDE MECANIQUE****3.1- L'ONDE TRANSMISE****Manipulation**

On considère une cuve à ondes remplie d'eau, une lame vibrante **L**, produisant une onde plane progressive et une plaque rectangulaire en plexiglas **P** de faible épaisseur. La plaque **P** est posée à plat, sur le fond de la cuve à ondes et du côté opposé à **L**, comme le montre la figure 11. Avec la plaque **P**, on crée ainsi, deux milieux de propagation différents. Le premier milieu est d'épaisseur e_1 , tandis que le second est d'épaisseur e_2 , avec $e_1 > e_2$.

La limite séparant les deux milieux de propagation est appelée surface de séparation des deux milieux, notée σ .

En mettant la lame vibrante **L** en marche, on observe à la surface libre de la cuve à ondes, en éclairage stroboscopique et pour une fréquence N_e égale à celle de la source, deux séries de rides immobiles, rectilignes et équidistantes. Cependant, ces rides sont plus serrées dans le milieu 2, où l'épaisseur d'eau est la plus faible (Fig. 12).

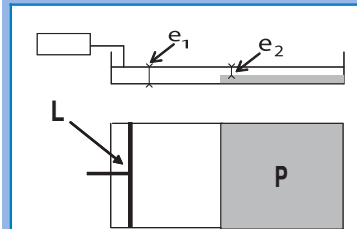


Fig.11 : Deux milieux de propagation différents

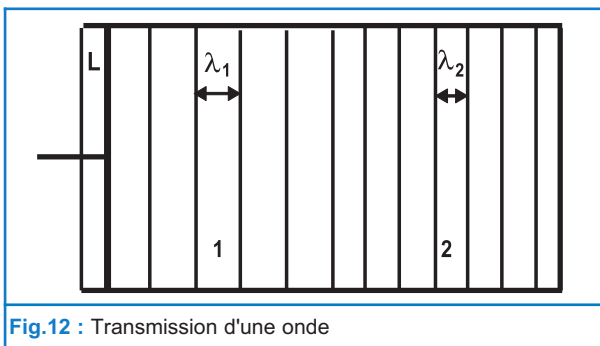


Fig.12 : Transmission d'une onde

Questions

- 1°) L'onde progressive incidente, émise par **L**, subit-elle un changement lors de son passage du milieu 1 vers le milieu 2 ? Si oui, lequel ?
- 2°) La profondeur du milieu de propagation a-t-elle un effet sur la célérité v de l'onde ?
- 3°) Comparer les longueurs d'onde, des ondes se propageant dans les deux milieux ?

Interprétation

L'onde progressive incidente émise par **L** est transmise du milieu 1 au milieu 2, sans subir de changement au niveau de sa direction de propagation et de sa forme. Cependant, le changement a lieu au niveau de la longueur d'onde.

En effet, la longueur d'onde λ_2 de l'onde qui se propage dans le milieu 2 est inférieure à la longueur d'onde λ_1 de l'onde qui se propage dans le milieu 1. Le changement de la longueur d'onde λ de l'onde incidente en passant du milieu 1 au milieu 2 est dû à la variation de sa célérité en passant d'un milieu propageur vers un autre. En fait, la célérité v de l'onde progressive qui se propage dans l'eau est la plus grande dans la zone la plus profonde.

Conclusion

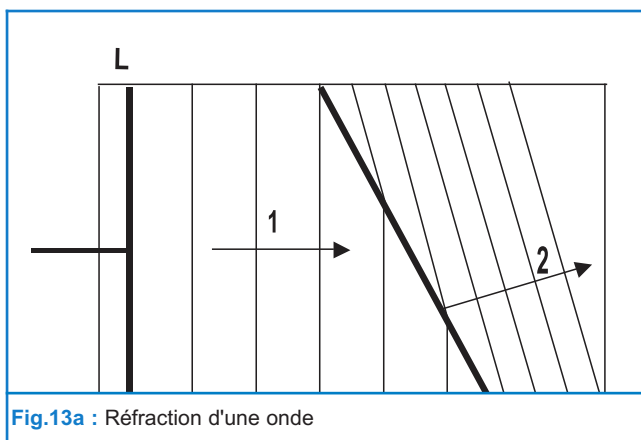
Le passage d'une onde progressive d'un milieu vers un autre se produit avec changement de célérité mais sans changement de direction lorsque cette onde arrive à la surface de séparation des deux milieux de propagation suivant une direction perpendiculaire à cette surface. On dit qu'il s'agit d'une simple transmission. L'onde est dite alors onde transmise.

3.2- L'ONDE REFRACTÉE

Manipulation

On reprend le dispositif expérimental utilisé dans la manipulation précédente, mais en remplaçant la plaque **P** rectangulaire par une autre plaque trapézoïdale de faible épaisseur. Ainsi, la surface de séparation des deux milieux de propagation 1 et 2 reste plane, en faisant un angle non nul avec la direction de la source **L**.

- En éclairage stroboscopique de la surface de l'eau, on observe :
- dans le milieu 1 : une famille de rides équidistantes, immobiles et parallèles à la source d'ondes L ;
 - dans le milieu 2 : une famille de rides, dont la distance séparant deux rides consécutives est plus petite que celle observée avec les rides du milieu 1, d'une part et dont la direction de propagation est différente de celle des rides du milieu 1 d'autre part comme le montre la figure 13a ;
 - une cassure de ces rides au niveau de la surface de séparation des deux milieux 1 et 2.



Questions

- 1°) La direction de la surface de séparation des deux milieux a-t-elle un effet sur la direction de propagation de l'onde incidente qui est transmise du milieu 1 au milieu 2 ?
- 2°) L'onde transmise du milieu 1 au milieu 2 subit-elle une modification de longueur d'onde ?
- 3°) Mesurer l'angle que fait la direction de propagation de l'onde incidente (milieu 1) avec la normale à la surface de séparation des deux milieux, le comparer à celui que fait la direction de propagation de l'onde transmise (milieu 2) avec la même normale à la surface de séparation des deux milieux.

Interprétation

L'onde incidente progressive qui se propage dans le milieu 1 subit une cassure au niveau de la surface de séparation des deux milieux et donne naissance à une onde progressive qui se propage dans le milieu 2, appelée onde réfractée, avec changement de la longueur d'onde et de la direction de propagation (Fig.13a). On trace la normale $N'N$ à la surface de séparation des deux milieux et on mesure l'angle d'incidence i_1 et l'angle de réfraction i_2 .

Soient I et I' les intersections respectives de deux rides consécutives avec la surface de séparation des deux milieux comme le montre la figure 13b.

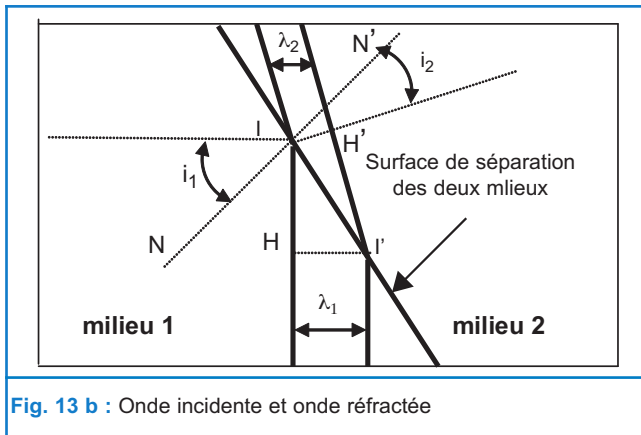


Fig. 13 b : Onde incidente et onde réfractée

NIN' est la normale à la surface de séparation des deux milieux.

i_1 et i_2 sont respectivement l'angle d'incidence et l'angle de réfraction.

Dans le triangle HII' : $II' \cdot \sin(\angle HII') = \lambda_1$. Autrement :

$$II' \sin(i_1) = \lambda_1 \quad (1)$$

Dans le triangle $H'II'$: $II' \cdot \sin(\angle H'II') = \lambda_2$. Autrement :

$$II' \sin(i_2) = \lambda_2 \quad (2)$$

le rapport des relations (1) et (2) membre à membre donne :

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{\sin(i_1)}{\sin(i_2)} \quad (3)$$

La relation (3) peut s'écrire : $\lambda_1 \cdot \sin(i_2) = \lambda_2 \cdot \sin(i_1)$ (4)

En remplaçant λ_1 par $v_1 \cdot T$ et λ_2 par $v_2 \cdot T$, on obtient

$$\frac{\sin(i_1)}{v_1} = \frac{\sin(i_2)}{v_2}$$

Ainsi, on retrouve la seconde loi de Descartes relative à la réfraction.

Conclusion

Au niveau de la surface de séparation de deux milieux de propagation, l'onde mécanique subit un changement de direction de propagation : c'est le phénomène de réfraction.

La réfraction d'une onde mécanique se fait avec un changement de sa longueur d'onde λ .

La réfraction d'une onde mécanique est régie par la relation de Descartes : $\lambda_1 \sin(i_2) = \lambda_2 \cdot \sin(i_1)$.

Où : λ_1 et λ_2 sont respectivement les longueurs d'onde de l'onde incidente et de l'onde réfléchie ;

i_1 et i_2 sont respectivement l'angle d'incidence et l'angle de réflexion.

4 LA DISPERSION

4.1- DISPERSION DE LA LUMIÈRE

Un faisceau de lumière émis par une source laser peut subir une réfraction lorsqu'il traverse la surface de séparation de deux milieux transparents.

Manipulation

◆ On dispose d'une source laser (He-Ne) émettant un faisceau lumineux de longueur d'onde λ , d'un écran E situé à une distance d de la source et d'un prisme en verre d'indice de réfraction n .

Le faisceau de lumière forme une tache sur l'écran E.

En interposant entre la source laser et l'écran E le prisme en verre, on observe la déviation D du faisceau lumineux et le déplacement de la tache formée sur l'écran E, comme le montre la figure 14.

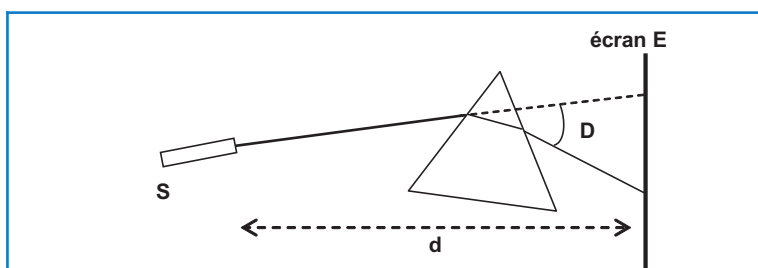


Fig. 14 : Déviation d'un faisceau de lumière monochromatique

Questions

- 1°) Comment peut-on interpréter la déviation D du faisceau lumineux qui traverse le prisme ?
- 2°) Le principe de propagation rectiligne de la lumière est-il vérifié ?
- 3°) Rappeler les lois de Descartes pour la réfraction.

◆ On reprend le dispositif expérimental de la première manipulation, mais en remplaçant la source laser par une source de lumière blanche, une lentille convergente et une fente F.

On dispose dans l'ordre la source de lumière, la fente, la lentille, le prisme et l'écran E.

On fait tourner le prisme de façon à obtenir sur l'écran E un spectre coloré bordé de rouge et de violet, rappelant les couleurs de l'arc-en-ciel. C'est le spectre visible de la lumière blanche, comme le montre la figure 15.



Fig. 15 : Spectre visible de la lumière blanche

Questions

- 1°) Un faisceau de lumière blanche subit-il une déviation à la traversée du prisme ?
- 2°) Quelle est la source de ces différentes couleurs qui se forment sur l'écran E ?
- 3°) Peut-on caractériser la lumière blanche par une longueur d'onde λ ?

Interprétation

Un faisceau laser subit une déviation d'un angle D en traversant un prisme en verre d'indice de réfraction n . La déviation D du faisceau est due à la double réfraction air/verre/air.

Un faisceau de lumière blanche qui traverse un prisme d'indice n sous une incidence i donne un spectre formé par une infinité de lumières de couleurs différentes, limité par la lumière rouge d'un côté et la lumière violette de l'autre côté. C'est le phénomène de dispersion de la lumière blanche.

La plage multicolore continue qui s'étale du rouge au violet en passant par une infinité de couleurs différentes constitue un spectre continu appelé spectre visible de la lumière blanche (Fig.15).

Conclusion

La lumière blanche résulte de la superposition d'une infinité de lumières de couleurs différentes allant du rouge au violet. Ainsi, la lumière blanche est appelée lumière polychromatique car elle est constituée de plusieurs, voire une infinité de lumières colorées ou radiations.

Chaque radiation est caractérisée par une fréquence ν et une longueur d'onde dans le vide λ_0 .

Une lumière constituée d'une seule radiation est appelée lumière monochromatique. Les différentes radiations constituant la lumière blanche ne sont pas déviées du même angle D par un prisme d'indice n , c'est le phénomène de dispersion de la lumière. Ainsi, la déviation d'une radiation lumineuse monochromatique par un prisme d'indice n , dépend de sa fréquence ν .

4.2- DISPERSION DES ONDES MÉCANIQUES

Manipulation

On reprend le dispositif expérimental constitué d'une cuve à ondes, d'une lame vibrante L et d'un stroboscope de fréquence réglable N_e .

En mettant la lame vibrante en marche, on observe sur la surface d'eau de la cuve la propagation de rides rectilignes à partir de la source.

En éclairage stroboscopique et pour une fréquence N_e du stroboscope égale à la fréquence N de la lame, on observe des rides rectilignes immobiles. La distance entre deux rides consécutives est égale à la longueur d'onde λ . On fait varier la fréquence N commune au stroboscope et à la lame vibrante L . Pour chaque valeur de N , on détermine la valeur λ de l'onde qui progresse à la surface de l'eau et par la suite la célérité v . Les résultats des mesures sont consignés dans le tableau suivant :

N (Hz)	10	20	30
λ (10^{-3} m)	21	11	8
v ($m \cdot s^{-1}$)	0,21	0,22	0,24

Questions

1°) Observe-t-on un changement de la nature de l'onde qui progresse à la surface de l'eau quand on change la fréquence N de la source ?

2°) La nature du milieu de propagation des ondes est-elle modifiée par la variation de la fréquence N de la source d'ondes ?

3°) La célérité d'une onde à la surface de l'eau est-elle indépendante de sa fréquence ?

Interprétation

En faisant varier la fréquence de l'onde qui progresse à la surface de l'eau, on constate la variation de sa célérité v . Ainsi, on montre expérimentalement que la célérité v d'une onde mécanique dans un milieu de propagation tel que l'eau ne dépend pas uniquement de ses propriétés, mais dépend aussi de la fréquence N de l'onde. C'est le phénomène de dispersion.

Exemple

Un bateau provoque une perturbation comprenant plusieurs ondes sinusoïdales de fréquences différentes sur une eau calme. Un observateur sur le rivage verra d'abord arriver des vagues très espacées (grandes longueurs d'onde) puis ensuite des vagues moins espacées. Ainsi, les différentes ondes sinusoïdales se propagent dans le même milieu avec des célérités différentes, les plus rapides se détachent à l'avant de la perturbation.

Conclusion

Quand la célérité v d'une onde mécanique dans un milieu de propagation donné ne dépend pas uniquement de la nature de ce milieu, mais dépend aussi de sa fréquence N , on dit qu'il s'agit du phénomène de dispersion d'onde mécanique.

4.3- MILIEU DISPERSIF ET MILIEU NON DISPERSIF

Manipulation

On reprend le dispositif expérimental du paragraphe 4.1, mais en utilisant cette fois-ci des filtres de lumière de différentes couleurs (rouge, jaune, vert ...et bleu.). Ainsi, le faisceau de lumière blanche délimité par la fente passe d'abord à travers un filtre qui ne laisse passer qu'une radiation de couleur donnée. Avec la même source de lumière blanche, le même angle d'incidence i et des filtres de lumière différents, on note pour chaque filtre, l'angle de déviation D .

Les résultats des mesures sont schématisés sur la figure 16.

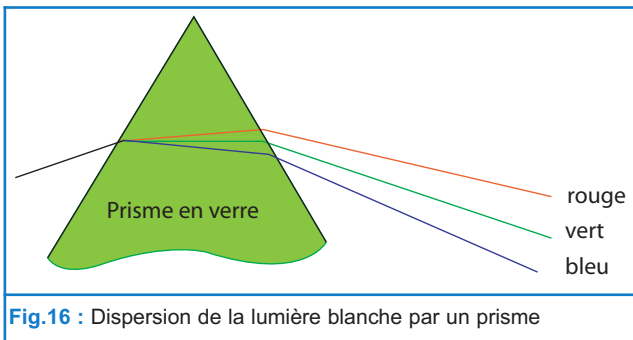


Fig.16 : Dispersion de la lumière blanche par un prisme

Questions

- 1°) La déviation d'une radiation lumineuse par un prisme dépend-t-elle de son indice de réfraction n ?
- 2°) Sous le même angle d'incidence i , les différentes radiations de la lumière blanche sont-t-elles déviées du même angle ?
- 3°) Préciser la radiation la plus déviée par le prisme.

Interprétation

Les différentes radiations constituant le faisceau de lumière blanche ne sont pas déviées du même angle D par le prisme. Ce dernier fait dévier chaque radiation d'une valeur qui dépend de sa fréquence ν . Ainsi, le bleu est plus dévié que le rouge et le vert. La lumière est ainsi dispersée par le prisme. La dispersion de la lumière blanche est due au fait que l'indice n de réfraction du prisme n'est pas constant, et qu'il augmente en passant de la lumière rouge à la lumière bleue. Le prisme dans ce cas est un milieu dispersif. Le tableau suivant donne une idée sur la variation de l'indice de réfraction du verre avec la fréquence ν de la lumière.

Couleur de la lumière	$\nu(10^{14}\text{Hz})$	$\lambda(10^{-6}\text{m})$	Indice n
Bleu sombre	6,92	0,433	1,528
Bleu vert	6,18	0,485	1,520
Jaune	5,10	0,588	1,517
Rouge	4,57	0,656	1,514
Rouge sombre	3,91	0,767	1,511

Remarque

D'après ce tableau, on peut dire que l'indice de réfraction du verre est d'environ 1,5 dans tout le domaine visible, car sa dispersion produit une augmentation de (0,006) pour chaque diminution de dix picomètres (10 pm) de la longueur d'onde.

Conclusion

Chaque radiation lumineuse monochromatique de fréquence ν est caractérisée par une longueur d'onde dans le vide $\lambda_0 = \frac{c}{\nu}$

En pénétrant dans un milieu transparent d'indice n , où la célérité de la lumière est $v = \frac{c}{n}$, sa longueur d'onde devient $\lambda = \frac{v}{\nu} = \frac{c}{n \cdot \nu} = \frac{\lambda_0}{n}$.

Le phénomène de dispersion de la lumière est la variation de sa célérité v dans un milieu transparent d'indice n , en fonction de sa fréquence ν .

Ainsi, la déviation d'une radiation lumineuse monochromatique par un prisme en verre d'indice n dépend de sa fréquence ν .

Tout milieu transparent d'indice de réfraction n , où la célérité d'une radiation lumineuse dépend de sa fréquence est appelé milieu dispersif.

Le verre est un exemple de milieu dispersif.

En général, tant pour les ondes mécaniques que pour les ondes lumineuses, on appellera milieu dispersif pour une onde de fréquence N (ou ν) tout milieu où la célérité v de cette onde ne dépend pas uniquement des propriétés du milieu de propagation, mais dépend aussi de la fréquence N (ou ν) de l'onde.

Dans le cas contraire où la célérité v de l'onde est indépendante de la fréquence N (ou ν), le milieu est dit non dispersif.

Remarque

L'air est un exemple de milieu non dispersif pour les ondes sonores. En effet, des ondes sonores de fréquences différentes se propagent dans l'air avec la même célérité. Par conséquent, deux notes de musique de hauteurs différentes émises simultanément par deux instruments sont perçues par l'auditeur au même instant.

L'essentiel

- La diffraction d'une onde est la modification de son trajet et par suite sa forme au voisinage d'une ouverture ou d'un obstacle de dimensions comparables à sa longueur d'onde.
- La diffraction d'une onde se fait sans changement de sa longueur d'onde.
- Un faisceau de lumière est décrit comme étant une onde appelée onde lumineuse.
- Le phénomène de diffraction dépend du quotient $\frac{\lambda}{a}$, λ étant la longueur d'onde et a l'ouverture de la fente.
- Une lumière monochromatique est une onde progressive sinusoïdale caractérisée par sa fréquence ν et sa longueur d'onde λ_0 dans le vide.
- Une lumière polychromatique est constituée de plusieurs radiations.
- La lumière blanche est une lumière polychromatique.
- Une onde mécanique, comme une onde lumineuse, peut subir le phénomène de réflexion à la rencontre d'un obstacle plan.
- La réfraction d'une onde mécanique est le changement de sa longueur d'onde et de sa direction de propagation, au niveau de la surface de séparation de deux milieux de propagation.
- Le phénomène de dispersion de la lumière est la variation de sa célérité v dans un milieu transparent d'indice n , en fonction de sa fréquence ν .
- On appelle milieu dispersif tout milieu dans lequel la célérité v d'une onde périodique dépend de sa fréquence.

Exercices

Exercice résolu

ÉNONCÉ

Un faisceau de lumière monochromatique de longueur d'onde λ , éclaire une fente fine rectangulaire de largeur réglable a . Sur un écran E placé à une distance $D = 3$ m de la fente, on observe la figure de diffraction.

On fait varier la largeur a de la fente et on mesure la largeur L de la tache centrale de la figure de diffraction. Les résultats des mesures sont consignés dans le tableau suivant.

a (mm)	0,10	0,14	0,20	0,25
L (mm)	31,5	22,5	16,0	12,5

- 1°) Décrire brièvement la figure de diffraction formée sur l'écran E.
 - 2°) Tracer la courbe représentant L en fonction de $1/a$ et calculer sa pente.
 - 3°) Donner la relation entre la largeur L de la tache centrale et la longueur d'onde λ .
 - 4°) Déterminer la valeur de la longueur d'onde λ de la lumière utilisée.
 - 5°) En remplaçant la fente par un cheveu de diamètre d , la largeur de la tache centrale qui se forme sur l'écran devient $L' = 1,5$ cm.
- Calculer de deux manières le diamètre d du cheveu.

SOLUTION

1°) Sur l'écran E se forme une figure étalée horizontalement, constituée d'une tache centrale lumineuse brillante de largeur L , entourée de part et d'autre par des taches lumineuses séparées par des zones sombres comme le montre la figure 1.

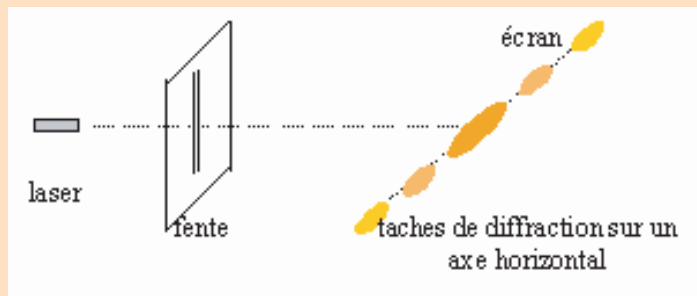
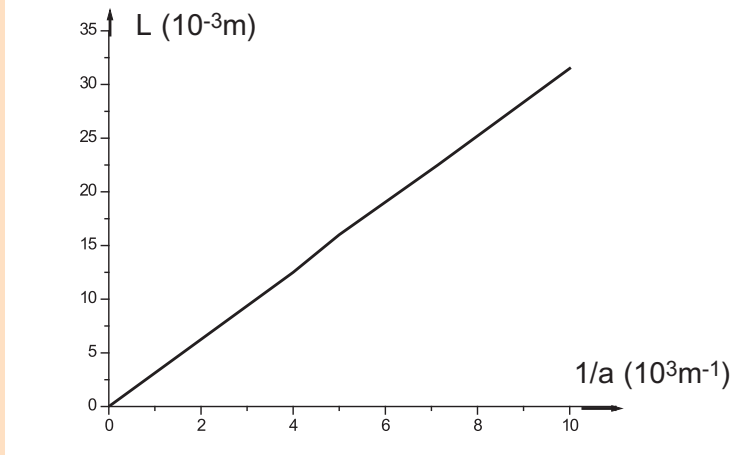


Fig.1

2°) La courbe représentant L en fonction de $1/a$ est une droite linéaire. Ainsi, on peut écrire :

$$L = \frac{k}{a} = \frac{3,15 \cdot 10^{-6}}{a} \quad (1) \text{ avec } k \text{ la pente de la droite tracée.}$$



3°) $L = 2 \cdot \frac{\lambda D}{a} \quad (2)$

4°) A partir des relations (1) et (2) et par identification, on peut écrire : $2 \cdot \lambda \cdot D = k$, ce qui donne :

$$\lambda = \frac{k}{2D}$$

A.N. : $\lambda = 525 \cdot 10^{-9} \text{ m}$

5°) Première méthode :

L'obstacle (cheveu) de largeur d (diamètre du cheveu) donne sur l'écran une figure de diffraction dont la tache centrale a d'après la relation (2) une largeur $L' = 2 \cdot \frac{\lambda D}{d}$

(en remplaçant a par d). Ce qui donne : $d = 2 \cdot \frac{\lambda \cdot D}{L'}$

A.N. : $d = 0,21 \cdot 10^{-3} \text{ m}$, soit $d = 0,21 \text{ mm}$.

Deuxième méthode :

Par exploitation de la courbe représentant $L = f(1/a)$, on détermine l'abscisse $\left(\frac{1}{a}\right)$ correspondant à une valeur de L' égale à 1,5 cm et par suite la valeur de d .



Exercices à résoudre



Tests rapides des acquis

1

Items "vrai ou faux"

Evaluer les propositions suivantes par vrai ou faux.

- 1- Le phénomène de diffraction n'a pas d'influence sur la longueur d'onde λ de l'onde incidente.
- 2- Lors du passage d'une onde d'un milieu à un autre, il y a changement de fréquence.
- 3- On ne peut pas obtenir d'ondes réfléchies à partir d'ondes circulaires.
- 4- La direction de propagation d'une onde progressive plane subit une modification chaque fois que l'onde incidente rencontre un obstacle.

- 5- Le phénomène de diffraction de la lumière met en évidence l'impossibilité d'isoler un rayon lumineux.
- 6- La célérité de la lumière est indépendante de la nature du milieu où elle se propage.
- 7- La réflexion d'un ébranlement au niveau de l'extrémité libre d'une corde élastique se fait avec changement du signe.
- 8- L'eau est un milieu dispersif pour les ondes lumineuses.

2

Questions à Choix Multiples

Préciser pour chacune des questions suivantes, la (ou les) proposition(s) juste(s).

■ I- Le phénomène de diffraction d'une onde progressive de longueur d'onde λ est observé pour :

a - $\frac{\lambda}{a} > 1$ b - $\frac{\lambda}{a^2} = 1$ c - $\frac{\lambda}{a} < 1$

■ II- Sur la figure de diffraction donnée par un rayonnement monochromatique, la largeur L de la tache centrale est liée à son demi-diamètre apparent par la relation :

a - $\theta = \frac{L}{D}$ b - $\theta = \frac{L}{2D}$ c - $\theta = \frac{D}{2L}$,

avec D la distance fente-écran

■ III- Sur la figure de diffraction donnée par un rayonnement monochromatique, la relation entre la largeur L de la tache centrale et L' de la tache latérale est donnée par :

a - $L = 2.L'$ b - $L = L'$ c - $L = L' / 2$

■ IV- Dans un milieu dispersif, la célérité d'une onde progressive est fonction uniquement de :

a- la fréquence, b- la nature du milieu, c- La fréquence et la nature du milieu.

■ V- L'indice de réfraction n d'un milieu transparent est donné par la relation :

a - $n = \frac{c}{v}$ b - $n = \frac{v}{c}$ c - $n = c.v$

■ VI- En pénétrant dans un milieu transparent d'indice n, une radiation monochromatique de longueur d'onde λ_0 subit un changement de :

a- sa fréquence b- sa longueur d'onde c- sa couleur.

Exercices d'application

3 A la surface de l'eau d'une cuve à ondes, on produit une onde rectiligne progressive. Un obstacle est placé sur le trajet des ondes. Il empêche toute propagation au-delà de lui-même.

L'obstacle fait un angle $\alpha = 30^\circ$ avec la direction de propagation de l'onde. La distance entre deux crêtes est $d = 4,0$ cm, la fréquence de la source est $N = 12,5$ Hz.

- 1°) Quel est l'angle d'incidence i ?
- 2°) Calculer la célérité de l'onde incidente.
- 3°) Schématiser l'aspect de la surface de l'eau en précisant la direction de propagation de l'onde réfléchie, l'angle d'incidence i et l'angle de réflexion r .

4 Une digue de largeur $l = 30$ m sépare une baie de la mer. Les vagues qui arrivent parallèlement à la digue, ont une longueur d'onde $\lambda = 80$ m, comme le montre la figure 2.

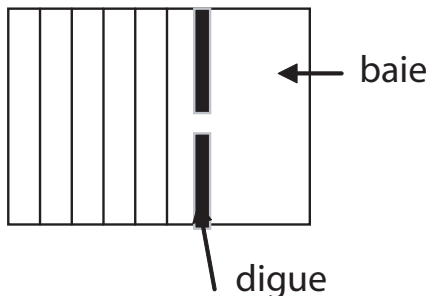


Fig.2

- 1°) Comment vont se propager les vagues au delà de la digue ?
- 2°) Schématiser l'aspect de la surface de l'eau au delà de la digue.
- 3°) Quelle est la nature du phénomène qui a lieu ?
- 4°) Que se passerait-il pour les vagues de courte longueur d'onde $\lambda = 5$ m ?

5 Dans une cuve à ondes renfermant de l'eau, on dépose une plaque de verre, de façon à délimiter deux zones (z_1) et (z_2) où les hauteurs du liquide sont différentes, comme le montre la figure 3. Un vibreur S_1S_2 placé parallèlement au petit côté de la cuve à ondes donne naissance à une onde progressive plane de fréquence $N = 40$ Hz à la surface

de l'eau, dans la zone (z_1) avec une célérité $v_1 = 36$ cm.s⁻¹.

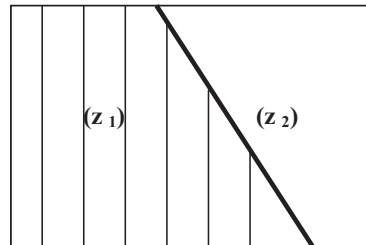


Fig.3

- 1°) L'onde progressive incidente au niveau de la surface de séparation des deux zones (z_1) et (z_2) subit-elle un changement ? De quel phénomène s'agit-il ?
- 2°) L'onde transmise se propage dans la zone (z_2) avec la célérité $v_2 = 29$ cm.s⁻¹, calculer sa longueur d'onde λ_2 .
- 3°) Reproduire la figure 3, et représenter l'onde transmise dans la zone (z_2).

6 Une cuve à ondes remplie d'eau est partagée à l'aide d'une plaque de plexiglas en deux zones d'épaisseurs différentes $e_1 = 2,5$ cm et $e_2 = 1,5$ cm, comme le montre la figure 4.

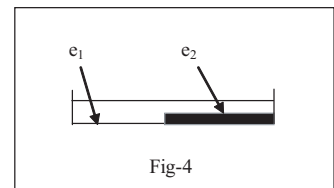


Fig-4

Une lame vibrante L , produit des ondes planes, qui progressent à la surface de l'eau sous forme de rides rectilignes. La surface de séparation des deux zones est parallèle à L .

- 1°) L'onde plane incidente au niveau de la surface de séparation des deux milieux :
 - a) subit-elle un changement ?
 - b) De quel phénomène s'agit-il ?
- 2°) Sachant que la célérité des ondes en milieu peu profond dépend de l'épaisseur e de l'eau,

selon la formule $v = \sqrt{\|g\| \cdot e}$.

- a) Calculer les longueurs d'onde λ_1 et λ_2 des ondes qui progressent dans chacun des deux milieux formés.
- on donne : $N = 25$ Hz et $\|g\| = 10$ m.s⁻².

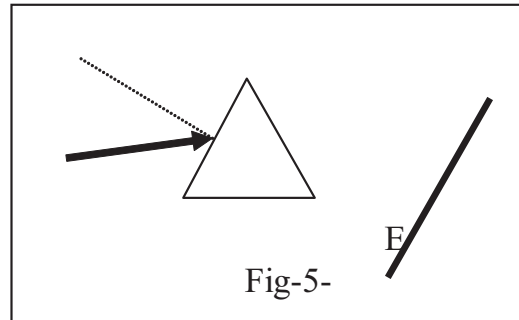
- b)** Comparer la valeur de λ_2 par rapport à celle de λ_1 .
- 3°)** Représenter l'allure de la surface de l'eau en lumière stroboscopique et pour une fréquence $N_e = N$.
- 4°)** Peut-on qualifier l'eau de milieu dispersif pour les ondes mécaniques ? justifier la réponse.

7 A la surface libre d'une cuve à ondes on crée deux zones où l'épaisseur de la nappe d'eau est différente. Dans la première, la célérité des ondes est $v_1 = 0,30 \text{ m.s}^{-1}$ et dans la seconde zone, $v_2 = 0,25 \text{ m.s}^{-1}$. La fréquence du vibreur est 20 Hz. L'onde rectiligne se propageant dans le premier milieu arrive à la surface de séparation des deux milieux sous une incidence $i_1 = 30^\circ$.

- 1°)** Calculer la longueur d'onde de l'onde incidente qui se propage dans le premier milieu.
- 2°)** Calculer la longueur d'onde de l'onde réfractée qui se propage dans le second milieu.
- 3°)** Par application de la seconde loi de Descartes relative à la réfraction, calculer l'angle de réfraction i_2 que fait la direction de propagation de l'onde réfractée avec la normale à la surface de séparation des deux milieux.
- 4°)** Schématiser l'aspect de la surface de la nappe d'eau sans tenir compte du phénomène de réflexion.

8 Un faisceau de lumière, monochromatique, de longueur d'onde λ traverse un prisme d'indice de réfraction n sous un angle d'incidence i .

- 1°)** Définir l'indice de réfraction d'un milieu transparent.
- 2°)** Rappeler les lois qui permettent de tracer la marche du faisceau émergent.
- 3°)** Reproduire le schéma de la figure 5 et y tracer la marche du faisceau émergent.



4°) Qu'observe-t-on sur un écran E placé de l'autre côté du prisme ? De quel phénomène physique s'agit-il ?

5°) En remplaçant le faisceau de lumière monochromatique par un faisceau de lumière blanche, la figure observée précédemment sur l'écran E subit-elle un changement ?

Exercices de synthèse

9 On éclaire une fente de largeur a réglable par un faisceau de lumière monochromatique de longueur d'onde $\lambda = 0,63 \mu\text{m}$. En plaçant à une distance $D = 1 \text{ m}$ de la fente un écran E, on y observe une figure de diffraction pour une valeur de a convenable. La largeur L de la tache centrale de la figure de diffraction est donnée par la relation :

$$L = \frac{2 \cdot D \cdot \lambda}{a} \quad \text{avec } D \text{ la distance entre l'écran E et la fente}$$

1°) Qu'appelle-t-on lumière monochromatique ?

2°) Pour $a = 0,1 \text{ mm}$, une figure de diffraction se forme sur l'écran.

a) Décrire brièvement la figure de diffraction observée sur E.

b) Justifier la formation de la figure observée sur E, en comparant la valeur de L à celle de a .

3°) Calculer la largeur L' de la tache obtenue en éclairant la fente par un faisceau de lumière bleue, de longueur d'onde $\lambda_b = 0,46 \mu\text{m}$.

4°) Justifier pourquoi il est plus facile d'observer des taches de diffraction avec une lumière rouge qu'avec une lumière bleue.

5°) Pour la valeur 2 mm de a , le phénomène de diffraction est-il observable ?

10 . Sur le trajet d'un faisceau laser de longueur d'onde λ , on interpose une fente de largeur a , entre la source et un écran E placé perpendiculairement au faisceau de lumière.

- 1°) Préciser la relation entre λ et a permettant l'observation du phénomène de diffraction.
- 2°) Schématiser la figure de diffraction obtenue sur l'écran E.
- 3°) Définir l'écart angulaire θ caractérisant la tache centrale de diffraction.
- 4°) Etablir la relation entre θ , L et D (L , étant la largeur de la tache centrale de la figure de diffraction et D , la distance entre la fente et l'écran).
- 5°) En déduire l'expression de L en fonction de D , a et λ .
- 6°) Déterminer la valeur de la longueur d'onde λ du faisceau laser sachant que $a = 60 \mu\text{m}$, $L = 4,2 \text{ cm}$ et $D = 2,0 \text{ m}$.

11 On réalise la diffraction d'un faisceau parallèle de lumière monochromatique, de longueur d'onde λ , par une fente circulaire de diamètre a convenable. Un écran E est placé à une distance $D = 4.5 \text{ m}$ de la fente. On fait varier le diamètre a de la fente et on mesure sur l'écran, le rayon r de la tache centrale relative à la figure de diffraction qui se forme sur l'écran.

Les résultats des mesures sont consignés dans le tableau suivant.

$a \text{ (} 10^{-4} \text{ m)}$	4,9	6,2	8,2	12,0
$r \text{ (} 10^{-3} \text{ m)}$	7,5	6,0	4,5	3,0

- 1°) Tracer la courbe représentant r en fonction de $1/a$.
- 2°) En déduire l'équation de la courbe obtenue.
- 3°) En se basant sur un schéma clair, déterminer la relation entre D , r et l'écart angulaire θ caractérisant la tache centrale de diffraction.
- 4°) Dans le cas d'une fente circulaire,

$$\theta = 1,22 \cdot \frac{\lambda}{a}$$

Montrer que r peut s'écrire sous la forme

$$r = 1,22 \frac{\lambda \cdot D}{a}$$

- 5°) Calculer la longueur d'onde λ de la lumière utilisée.

12 Le schéma de la figure 5 est une reproduction de la figure de diffraction obtenue sur un écran situé à une distance $D = 2 \text{ m}$ d'une fente de largeur $a = 100 \mu\text{m}$, éclairée par une lumière monochromatique de longueur d'onde λ , émise par une source laser.

- 1°) Schématiser le dispositif expérimental permettant l'obtention de cette figure de diffraction.
- 2°) Etablir, pour la tache centrale de diffraction, la relation entre sa largeur X_1 et son demi-diamètre angulaire θ .
- 3°) Donner la relation entre le demi-diamètre angulaire θ , la longueur d'onde λ et la largeur a de la fente.
- 4°) Déterminer la longueur d'onde λ de la lumière émise par la source laser.

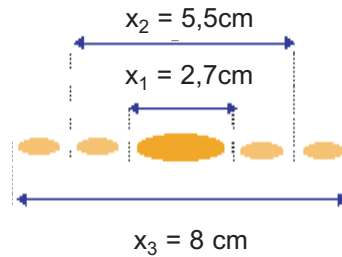


Fig.5

- 5°) Comparer la largeur de la tache centrale de diffraction avec celle d'une tache latérale.
- 6°) En utilisant le même dispositif, quelle serait la largeur de la tache centrale de diffraction obtenue avec une lumière monochromatique bleue de longueur d'onde $\lambda = 450 \text{ nm}$?

13 Un faisceau étroit de lumière monochromatique tombe sous une incidence $i = 30^\circ$ en un point de la surface plane d'un hémicylindre en plexiglas (Fig. 6).

- 1°) Rappeler les lois de Descartes pour la réfraction.

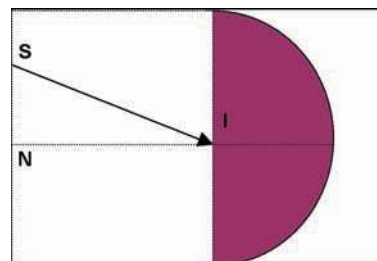


Fig.6

2°) Calculer l'angle de réfraction r_j du rayon lumineux de couleur jaune, lors de son passage de l'air vers le plexiglas, sachant que l'indice de réfraction du plexiglas, pour une lumière jaune de longueur d'onde λ_j , a pour valeur $n_j = 1,485$.

3°) Montrer que la déviation D du rayon qui émerge est $D = i_j - r_j$

4°) L'indice de réfraction du plexiglas, pour une lumière monochromatique bleue de longueur d'onde λ_B , a pour valeur $n_B = 1,520$.

Calculer l'angle de réfraction r_B d'un rayon lumineux de couleur bleue qui tombe sur la surface plane de l'hémicylindre sous la même incidence i .

5°) On envoie maintenant au point I, sous le même angle d'incidence i , une lumière polychromatique constituée de deux lumières monochromatiques, l'une jaune et l'autre bleue.

Tracer la marche des deux rayons lumineux jusqu'à la sortie de l'hémicylindre et préciser l'angle qu'ils font entre eux. De quel phénomène physique s'agit-il ?

14 Etude de texte

Les ondes sonores dans une pièce vide

La diffraction de l'onde sonore se produit dès que l'onde atteint le bord d'un obstacle ou passe par une ouverture dans l'obstacle. Le phénomène devient prépondérant si la longueur d'onde

du son est du même ordre de grandeur que les dimensions des objets qui nous entourent. Il masque alors le phénomène de réflexion. Dans une pièce vide, les ondes sonores ne rencontrent pas d'obstacle et se réfléchissent sur les murs. On dit que la pièce **résonne**.

On meuble la pièce. Les meubles ont des dimensions de l'ordre du mètre et sont séparés par des distances de l'ordre du mètre également. La pièce est toujours sonore, mais nous constatons qu'elle résonne moins. La diffraction commence à masquer la réflexion. Mettons du tissu sur les murs, des tapis au sol et des tentures aux fenêtres. Le son ne subit plus de réflexion. Le phénomène de diffraction l'emporte sur celui de la réflexion et la sensation sonore devient plus agréable.

Questions

1°) Dans quel cas, le phénomène de diffraction des ondes sonores serait-il appréciable dans une pièce meublée ?

2°) Comment peut-on atténuer la "résonance" d'une pièce ?

3°) Quel est l'effet du tissu qui couvre les murs d'une pièce ?

4°) Dans un amphithéâtre, comment peut-on éviter le phénomène de réflexion des ondes sonores ?

En savoir plus

L'interprétation du phénomène de diffraction avec la théorie des ondelettes

Pour interpréter le phénomène de diffraction d'une onde par une fente fine, on se base sur la théorie des ondelettes avancée par Christian Huygens. Considérons une onde plane de longueur d'onde λ qui progresse à la surface de l'eau à partir de la source.

L'ensemble des points du milieu de propagation qui sont atteints par l'onde à un instant t donné constitue ce qu'on appelle une surface d'onde noté Σ_t . D'après la théorie d'Huygens, chaque point de la surface d'onde Σ_t se comporte comme une source secondaire de vibrations, émettant une ondelette circulaire qui se propage avec la célérité v et dont il est le centre. Ainsi, Σ_t est considérée comme un ensemble infini de sources secondaires synchrones entre elles. Un point M du milieu de propagation, situé à une distance inférieure à $v.T$ est soumis à une infinité d'ondelettes qui se superposent. A l'instant $t+T$, ces ondelettes se superposent pour constituer la surface d'onde Σ_{t+T} (Fig.1).

Le phénomène de diffraction

L'onde incidente atteint le plan de la fente F à l'instant t . Chaque point de la surface d'onde Σ_t , placé en face de la fente F , émet à travers F une ondelette circulaire, dont il est le centre. A l'instant $(t+T)$, la surface de l'onde transmise Σ_{t+T} est la superposition des ondelettes qui sont issues de F et qui ont pour rayon : $v.T$. Le phénomène de diffraction observé au delà de la fente F , résulte de la superposition des ondelettes issues de F (Fig.2).

Dans le cas où la largeur a de la fente F est très petite par rapport à λ , la surface d'onde Σ_{t+T} est pratiquement circulaire.

Dans ce cas, la fente F est assimilée à une source secondaire unique (fig.3).



Ch. Huygens

Christian Huygens (1629-1695).

Physicien, géomètre et astronome hollandais. En optique, ses travaux sont restés célèbres. Il perfectionna la technique de la taille des verres d'optique et construisit la première lunette astronomique. En 1678, il publia son livre «Traité de la lumière» dans lequel se trouvent les lois de la réflexion, de la réfraction et une interprétation de la double réfraction dans le spath d'Islande.

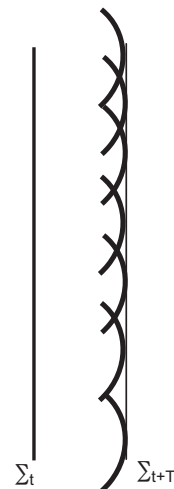


Fig.1

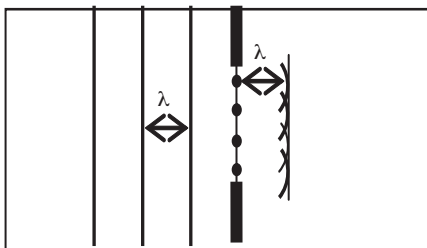


Fig.2

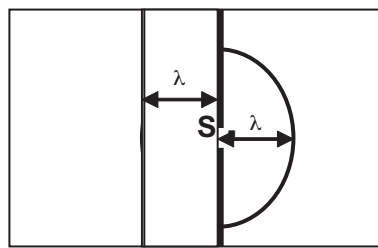


Fig.3

Objectifs

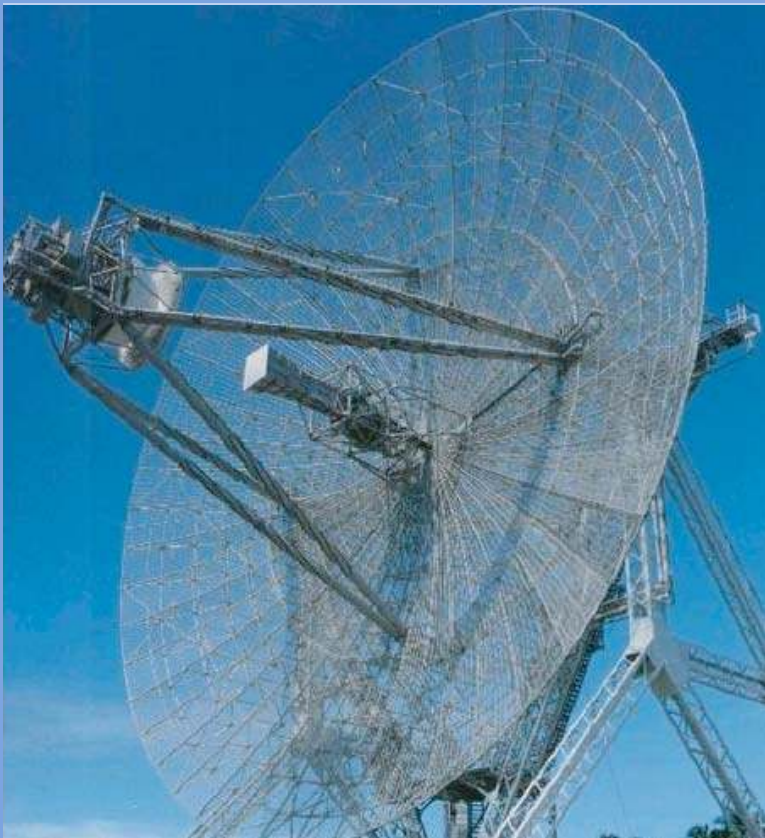
- ◆ Distinguer entre signal, support et canal d'information.
- ◆ Justifier le recours à l'onde électromagnétique comme support de transmission de l'information.
- ◆ Décrire le principe de transmission d'un signal via une onde électromagnétique.
- ◆ Reconnaître la lumière comme étant une onde électromagnétique particulière.
- ◆ Distinguer les ondes lumineuses et les ondes hertziennes par leurs fréquences.
- ◆ Expliquer les fonctions de modulation et de démodulation d'un signal.

Prérequis

SAVOIR	SAVOIR FAIRE
<ul style="list-style-type: none"> ◆ Caractériser une grandeur physique sinusoïdale par sa période, sa fréquence, son amplitude et sa phase initiale. ◆ Caractériser une onde par sa double périodicité temporelle et spatiale. ◆ Citer la réflexion, la réfraction, la diffraction et la dispersion d'une onde comme des exemples d'interaction onde-matière. 	<ul style="list-style-type: none"> ◆ Reconnaître une grandeur physique sinusoïdale. ◆ Mesurer pour une onde : <ul style="list-style-type: none"> - ses périodes temporelle et spatiale, - sa vitesse de propagation. ◆ Visualiser à l'oscilloscope bicourbe : <ul style="list-style-type: none"> - une tension électrique, - simultanément deux tensions électriques.

GÉNÉRALITÉS SUR LA TRANSMISSION DES SIGNAUX

12



Le Paraboloïde, communément appelé parabole, a révolutionné les communications à distance en très hautes fréquences.

- ◆ Avec quels types de transmission fonctionnent, les postes radio, les téléviseurs et les téléphones portables ?
- ◆ Qu'est-ce qui fait que les communications téléphoniques ainsi que les émissions de télévision en direct sont reçues instantanément ?
- ◆ Comment le modem d'un ordinateur assure-t-il la connexion à Internet ? Quelle est l'origine du nom "modem" ?

GENERALITÉS SUR LA TRANSMISSION DES SIGNAUX

La transmission des informations à distance a été toujours un problème qui a intrigué toute l'humanité. Grâce à la télécommunication qui a connu une évolution chronologique rapide (télégraphe, téléphone fixe, téléphone mobile, télévision...), les informations sont transmises d'une façon instantanée et à longues distances. De plus, elles passent à nos jours, de l'analogique au numérique pour améliorer la qualité du son et de l'image.

1 SIGNAL ET INFORMATION

L'être humain a cherché à transmettre les informations avec des moyens rapides et sûrs, que ce soit par le son, les feux ou les signaux lumineux.

Exemple 1

Le code Morse est un système représentant les lettres, les nombres et les signes de ponctuation à l'aide d'un code envoyé par intermittence. Il a été inventé en 1835 par l'américain Samuel Morse pour la télégraphie (Fig.1 et 2) et est constitué comme le précurseur des communications numériques.

Le code Morse peut être transporté via un signal radio intermittent que l'on émet par une impulsion électrique à travers un câble télégraphique, un signal mécanique (le son) ou visuel (flash lumineux comme l'indique la figure 3).

La figure 4 nous donne le code Morse adopté depuis l'année 1922. Chaque lettre lui correspond un ensemble de points et de tirets qui s'adaptent à toutes les langues .



Fig.1 : Télégraphe électrique de Morse(1837)



Fig.2 : Télégraphe de Breguet. (1844)



Fig.3 : Code Morse par un flash lumineux.

Questions

- 1°) Peut-on numériser le code Morse ?
- 2°) Dans l'affirmative , citer un exemple de numérisation.

Le code Morse est constitué par des points ou des tirets . La numérisation la plus simple consiste à associer :

- un état haut dont le nombre binaire associé est 1.
- un état bas dont le nombre binaire associé est 0.

Exemples : pour la lettre A , le nombre binaire associé est **01** . Pour B et C, on associe respectivement **1000** et **1010**.

A	● —	U	● ● —
B	— ● ● ●	V	● ● ● —
C	— ● — ●	W	● — —
D	— ● ●	X	— ● ● —
E	●	Y	— ● — —
F	● ● — ●	Z	— — ● ●
G	— — ●		
H	● ● ● ●		
I	● ●		
J	● — — —		
K	— ● —	1	● — — — —
L	● — ● ●	2	● ● — — —
M	— —	3	● ● ● — —
N	— ●	4	● ● ● ● —
O	— — —	5	● ● ● ● ●
P	● — — ●	6	— ● ● ● ●
Q	— — ● —	7	— — ● ● ●
R	● — ●	8	— — — ● ●
S	● ● ●	9	— — — — ●
T	—	0	— — — — —

Fig.4 : Le code morse international, tel que présenté dans un ouvrage de 1922, radio receiving for Beginners.



Samuel Morse (1791-1872) : Peintre et inventeur américain de la télégraphie

Questions

1°) Ecrire en consultant le tableau de la figure 4, les nombres binaires associés aux lettres (H,I,S et E).

Que peut-on conclure ?

2°) Quel est le plus grand nombre binaire utilisé par le code Morse et quelle est la lettre correspondante ?

Manipulation

- **Matériel** : On a besoin d'une pile 9 V et de plusieurs diodes électroluminescentes (DEL ou LED) vertes, rouges et bleues.

- **Objectif** : transmettre un message Morse via les LED.

- **Code adopté** :

- La DEL bleue représente le tiret de Morse.
- La DEL rouge représente le point de Morse.
- La DEL jaune représente l'espace entre deux lettres successives.

La figure 5 représente l'émission d'un message de la lettre A.

Expérience 1

On veut transmettre un message comportant le mot **BIEN**.

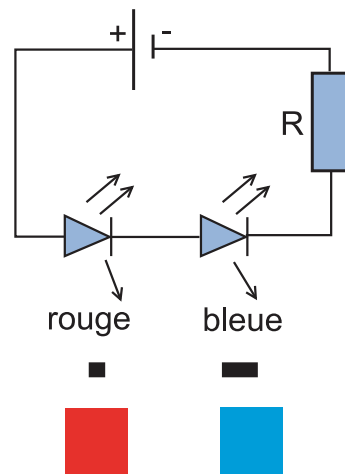


Fig.5 : Code Morse lumineux de la lettre A

D'après le code Morse, c'est : BRRRJRRJRJBR, mot à 12 bits nécessitant deux Leds bleues, sept rouges et trois jaunes.

Expérience 2

A l'aide du montage de la figure 5 et le même code, on écrit le mot suivant :



En consultant le tableau de Morse et le code adopté, on peut déchiffrer le mot transmis : **BAC**.

Question

Si une personne ne connaît pas le code adopté :

- reçoit -elle le signal ?
- décrypte-t-elle le message ?

Interprétation

Si on modifie le code, le décodeur reçoit le signal , mais le message perd son sens .

On reçoit des signaux lumineux (rouge , bleu et jaune) provenant des Leds mais nous n'avons aucune information en ignorant le code adopté.

Si par exemple, on adopte le code de la figure 6, représenter l'état des Leds pour le mot Bac.

Si le décodeur utilise l'ancien code , quel message décryptera-t-il ?

L'état des diodes **en adoptant le nouveau code** :



Le décodeur ne décryptera aucun mot (la première lettre ne figure pas dans le code Morse).

On remarque, d'après l'exemple ci-dessus, qu'on peut recevoir un signal sans avoir aucune information.

L'information nécessite la connaissance du code adopté.

Exemple 2

Si un citoyen tunisien adresse la parole à un étranger ignorant la langue arabe (un allemand par exemple), l'étranger reçoit un signal sonore mais il n'en tire aucune information. Dans ce cas, la langue arabe constitue le code que l'étranger ne peut pas déchiffrer.

L'exemple 2 confirme ainsi la remarque ci-dessus.

Exemple 3

La thermographie[⊙]infrarouge d'un chien est donnée par la figure 7 (chien photographié par une caméra à infrarouge).

Le rayonnement infrarouge émis par un corps chaud dépend de sa température.

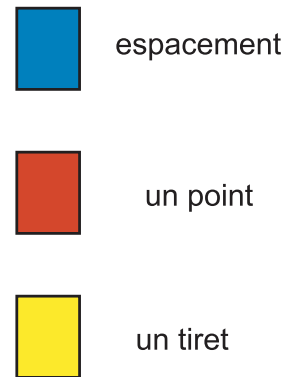


Fig.6 : Exemple de code lumineux

⊙ Procédé d'imagerie permettant de recueillir les variations de température à la surface d'un corps.

En se basant sur ce principe, on peut avoir une information sur la température à distance.

A droite de l'image du chien, on a représenté le lien entre la température et la couleur.

Questions

En se basant sur la figure 7 :

1°) Identifier la région la plus chaude et celle qui est la plus froide .

2°) Peut-on utiliser ce principe dans d'autres domaines ?

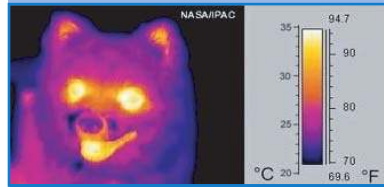


Fig.7 : Thermographie infrarouge d'un chien.

Analyse et commentaire

On remarque sur la photo de la figure 7 que la bouche, les yeux et les oreilles sont les parties les plus chaudes. Le bout du nez est une partie froide.

Pour cet exemple, le signal infrarouge est le support de l'information. L'information qui est la température du corps est toujours tributaire du code adopté (lien entre la température et le rayonnement infrarouge émis).

Ce principe est utilisé dans plusieurs domaines et notamment en astronomie pour la mesure de la température à la surface des planètes. La couleur de l'atmosphère d'une planète nous renseigne sur sa température et sa composition chimique.

Conclusion

La transmission d'une information nécessite l'utilisation d'un signal codé.
La réception d'un signal dont on ignore le code ne porte aucune information.

Remarque

L'auditeur, qui est à l'écoute des émissions radio, reçoit les informations par un support électromagnétique entre la station émettrice et le poste radio et un support sonore (signal mécanique) entre le haut-parleur et son oreille.

2 TÉLÉCOMMUNICATION D'UN SIGNAL

Lorsque nous ne sommes pas en contact direct à cause des distances qui nous séparent et nous avons besoin de communiquer en direct, nous avons recours à la télécommunication. Cette technologie moderne a débuté depuis 1792 en France avec le télégraphe aérien.



Définition

On appelle télécommunication toute transmission électronique d'informations (sons, images, écrits...) à distance (par fil électrique, fibre optique...).

2.1- SUPPORT DE TRANSMISSION EN TELECOMMUNICATION

La communication par la voix humaine via un support sonore a une portée assez limitée car le son émis par notre voix, étant de basses fréquences variant de 15 Hz à 20 kHz environ, s'atténue rapidement.

A l'aide d'un microphone, on transforme le signal sonore en un signal électrique de basses fréquences. Celui-ci a la propriété de générer un type d'onde connue sous le nom d'onde électromagnétique, de plus grande portée que l'onde sonore. Ainsi, en jouant le rôle de support de transmission de l'information (signal sonore), l'onde électromagnétique est considérée comme l'onde porteuse (ou la porteuse tout court). La figure 8 représente la première télécommunication filaire : en parlant devant un microphone, les vibrations de sa membrane entraînent le mouvement d'une bobine à travers un aimant permanent. Ces vibrations donnent naissance à un courant induit qui se propage dans les fils.

Remarque

En télécommunication, on a besoin de transformer l'énergie sonore en énergie électrique et vice-versa, d'où le besoin d'un transducteur, appareil capable de transformer un signal quelconque en un signal électrique.

Le haut parleur et le microphone sont les transducteurs les plus utilisés en télécommunications (Fig.9 et 10).

Conclusion

Etant de faible portée, les ondes sonores ne peuvent être télécommuniquées telles quelles sur des grandes distances.

En télécommunication, le support de transmission des signaux est l'onde électromagnétique, d'où sa qualification de porteuse (ou onde porteuse).



Fig.8 : Alexander Graham Bell parlant au premier téléphone électrique en 1876. C'est la première télécommunication filaire.



Fig.9 : Haut-parleur est un transducteur de base en communication



Fig.10 : Microphone

2.2- MODULATION ET CANAL DE TRANSMISSION

Au cours de la télécommunication d'un signal, la porteuse (onde électromagnétique) se trouve modifiée par ce dernier : on dit qu'elle est modulée par le signal qu'elle porte. Par suite, la télécommunication d'un signal est qualifiée comme étant une transmission par modulation, alors que le signal de basse fréquence qui a provoqué la modulation est appelé signal modulant.

En radiophonie ou en téléphonie par exemple, plusieurs signaux sonores sont émis simultanément. Pour pouvoir les détecter séparément à la réception, suffit-il de fixer pour leurs porteuses des fréquences N_p différentes ?

La réponse est NON car les sons émis sont audibles par l'être humain. Or, ceux-ci ont des fréquences allant approximativement de 15 Hz à 20 kHz, bande à laquelle l'oreille est sensible. De cette manière, chacun des signaux émis va être transmis sous forme d'un signal modulé caractérisé par la bande de fréquence $[N_p - 20 \text{ kHz}, N_p + 20 \text{ kHz}]$ environ et que l'on appelle canal de transmission du signal.

Par conséquent, les signaux provenant de sources différentes ne peuvent être identifiés nettement à la réception que si leurs canaux de transmission n'empiètent pas les uns les autres, c'est-à-dire, il faut que chaque signal soit transmis sur un canal qui lui est propre. En d'autres termes, il ne faut pas que la différence entre deux fréquences porteuses voisines N_{p1} et N_{p2} soit inférieure à deux fois 20 kHz. Il faut plutôt, entre deux fréquences N_p voisines, une différence de l'ordre du double de la fréquence maximale audible par l'homme au minimum.

Questions

1°) Dans les lignes téléphoniques, comment plusieurs communications ont lieu simultanément sans qu'il y ait brouillage du signal ?

2°) Pourquoi les chaînes de radiodiffusion sur la bande des ondes hectométriques (ou petites ondes PO), émettent-elles leurs programmes à des fréquences espacées généralement de 9 kHz ?

Interprétation

Pour transmettre un signal, on doit avoir un support de très grande portée : c'est l'onde électromagnétique, onde de haute fréquence.

En téléphonie, le signal sonore est transformé en un signal électrique. Celui-ci module un autre signal de même type, mais

de haute fréquence qui, à son tour, génère une onde électromagnétique qui va constituer la porteuse.

Soient N_{p1} la fréquence de la porteuse des paroles de l'une des deux personnes en communication téléphonique et N_{p2} , la fréquence de celle des paroles de la deuxième personne qui est à l'autre bout de la ligne. Pour que les deux personnes puissent entrer en conversation claire, il faut que les canaux centrés respectivement sur N_{p1} et N_{p2} soient distincts. Autrement dit, la ligne téléphonique doit être caractérisée par deux canaux de transmission différents entre eux et avec ceux des autres lignes.

En radiophonie, bien que chaque station émette à une fréquence bien déterminée (fréquence de la porteuse) affichée sur le poste radio quand il y est accordé, elle est caractérisée par son canal de transmission. La largeur de celui-ci peut être réduite à une valeur inférieure même à la largeur en fréquence 20 kHz du signal sonore émis par la voix humaine. Toutefois, bien que la qualité de la transmission ne soit pas de haute qualité dans ces conditions, elle reste satisfaisante car en audio, les fréquences des signaux sonores les plus aigus sont nettement inférieures à 10 kHz. De plus, ils sont traités au niveau de la modulation, ce qui explique pourquoi il est permis aux stations de radiodiffusion d'émettre en PO à des fréquences espacées de 9 kHz.

Autres exemples

Exemple 1

La télécommande émet des signaux infrarouges déchiffrables par un détecteur programmé (Fig.11).



Fig.11 : La télécommande est l'un des outils de la télécommunication infrarouge domestique

Questions

- 1°) Comment chaque bouton de la télécommande donne-t-il une information spécifique au récepteur ?
- 2°) Quel est le support de transmission des informations ?
- 3°) Est-ce que le signal et le support suffisent pour une transmission adéquate ?

La diode infrarouge est alimentée par un multivibrateur produisant une tension en créneaux dont les fronts ascendants et descendants sont programmés au cours du temps (Fig.12). La diode infrarouge produit un signal lumineux infrarouge dont le support est une onde électromagnétique.

L'information est un ensemble de créneaux ayant un rapport cyclique qui varie d'un bouton à un autre (Fig.13).

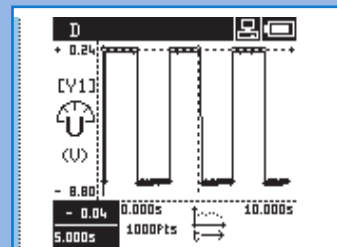


Fig.12 : Créneaux alimentant la diode infrarouge

Ainsi, l'information émise par la télécommande est codée. Par conséquent, il faut à la réception un décodeur approprié.

Exemple 2

Avec trois lasers (bleu, vert et rouge), on veut transmettre une information à distance :

- il fait beau (on allume le laser vert).
- il fait chaud (on allume le laser rouge).
- il fait froid (on allume le laser bleu).

Question

Dans l'exemple 2, quel est le support de l'information ?

Interprétation

Le support est le rayonnement laser : c'est un support électromagnétique.

La couleur du rayonnement émis est l'information.

S'il y a deux émetteurs identiques, on ne peut pas savoir l'origine de l'information, d'où le besoin d'un canal de transmission caractérisant l'origine de l'information.

Si par exemple l'un des deux émetteurs choisit une quatrième diode laser de couleur Jaune et l'autre choisit une quatrième diode laser orangée, on différencie, dans ces conditions, l'origine de l'information. Les deux diodes laser (jaune et orangée) constituent chacune un canal de transmission.

Exemple 3

Pour tous les systèmes d'alarmes (ambulance, pompiers, voitures, etc....) :

- le support de l'information est l'onde sonore,
- l'information est la fréquence du son (aigu ou grave),
- le timbre du son émis est le canal de transmission.

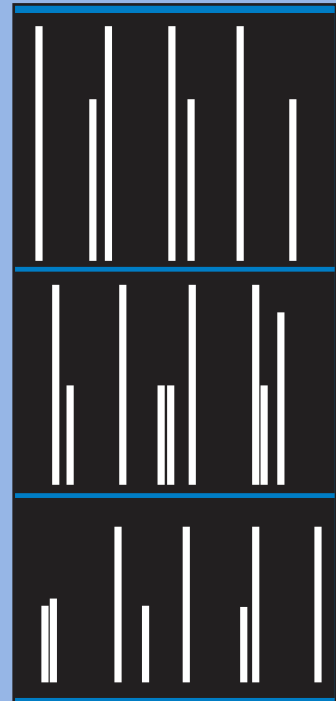


Fig.13 : La diode infrarouge émet des créneaux spécifiques à chaque bouton.

Conclusion

En télécommunication, la transmission des signaux se fait par modulation.

La transmission par modulation met en jeu :

- un signal à transmettre : le signal modulant de basse fréquence,
- une porteuse (onde électromagnétique) : le signal de haute fréquence à moduler.

La télécommunication d'un signal nécessite un canal de transmission, fréquence de la porteuse à laquelle est associée une bande de fréquence d'une largeur de l'ordre de grandeur du domaine des fréquences du signal transmis.

2.3- MODULATION D'UNE PORTEUSE SINUSOÏDALE

Soit un signal sinusoïdal de basse fréquence N (une tension électrique u par exemple), à transmettre sur une longue distance par un support électromagnétique. Son chronogramme de la figure 14a traduit l'évolution de :

$$u(t) = U_m \cos(2\pi Nt + \varphi),$$

où U_m est son amplitude et φ est sa phase initiale.

Ce signal va moduler la porteuse $u_p(t)$, signal sinusoïdal de haute fréquence N_p :

$$u_p(t) = U_{pm} \cos(2\pi N_p t + \varphi_p),$$

où U_{pm} est son amplitude et φ_p est sa phase initiale.

Son chronogramme est celui de la figure 14b.

La modulation de la porteuse consiste à faire varier son amplitude U_{pm} , sa fréquence N_p ou sa phase initiale par le signal à transmettre $u(t)$.

- Si U_{pm} varie en fonction de $u(t)$, on a une modulation d'amplitude (Fig.14c).
- Si N_{pm} varie en fonction de $u(t)$, on a une modulation de fréquence (Fig.14d). Dans ce cas, le signal modulé a une amplitude égale à celle de la porteuse, mais une fréquence qui varie au cours du temps.
- Si φ_p varie en fonction de $u(t)$, on a une modulation de phase dont l'étude est hors programme.

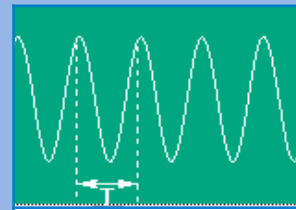


Fig.14a : Signal modulant

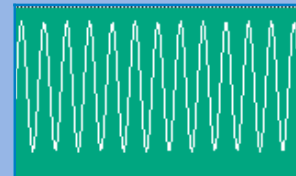


Fig.14b : Porteuse

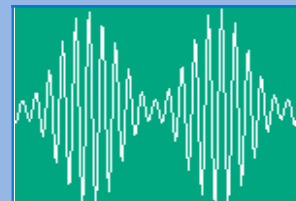


Fig.14c : Signal modulé en amplitude.

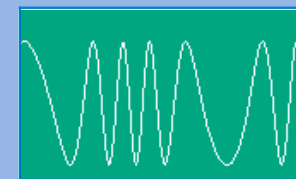


Fig.14d : Signal modulé en fréquence.

Conclusion

En télécommunication avec une porteuse sinusoïdale, la transmission d'un signal se fait par modulation, soit de son amplitude, soit de sa fréquence, voire de sa phase.

2.4- RÉCEPTION D'UN SIGNAL

En télécommunication, les signaux susceptibles d'être transmis simultanément sont généralement en très grand nombre. Mais, chacun d'entre eux est recherché pour être reçu tout seul.

Questions

1°) Tout récepteur de signal transmis par télécommunication (poste radio, téléviseur, téléphone fixe ou mobile...) doit être muni d'un oscillateur résonateur et d'un filtre passe bande entre autres. Expliquer le rôle de chacun de ces dispositifs.

2°) Le signal transmis étant modulé, que faut-il lui faire subir à la réception afin de l'identifier ?

En fait, afin de capter un seul des signaux transmis simultanément à un lieu donné, il faut accorder le circuit oscillateur du récepteur sur la fréquence N_p de sa porteuse pour qu'il entre en résonance.

Pour que la réception ne soit pas brouillée, il faut un filtre dont la bande passante englobe le canal de transmission du signal. Pour que le signal de basse fréquence soit perçu net tel qu'il a été émis à la source avant d'entrer en modulation, il faut le séparer de sa porteuse, c'est-à-dire, il faut réaliser la démodulation du signal (ou démoduler le signal) véhiculé entre l'émetteur et le récepteur. A cette fin, l'appareil récepteur doit être muni d'un dispositif approprié appelé démoduleur (voir étude détaillée au chapitre 13).

Conclusion

A la réception d'un signal transmis par modulation, sa perception nécessite, en plus du filtrage, une démodulation.

La démodulation est un procédé de traitement de signal modulé qui aboutit à la séparation du signal transmis de la porteuse.

3 LES ONDES ÉLECTROMAGNÉTIQUES

3.1- DÉFINITION

L'onde électromagnétique est une onde résultant de l'association d'un champ électrique et d'un champ magnétique, tous les deux de vecteurs champs sinusoïdaux, de même période, perpendiculaires l'un à l'autre en tout point et se propagent, dans toutes les directions sans nécessiter un support matériel.

3.2- CARACTÉRISTIQUES ESSENTIELLES

Les ondes électromagnétiques se propagent dans le vide et dans les milieux matériels. Du fait qu'elles sont transversales, les vecteurs champs \vec{E} et \vec{B} qui leur sont associés varient en tout point perpendiculairement à la direction de propagation.

3.2.1- Célérité

La célérité (ou vitesse de propagation) d'une onde électromagnétique dépend du milieu de propagation.

Dans le vide, elle a sa valeur la plus élevée :

$$c = 3.10^8 \text{ m.s}^{-1}.$$

Dans les milieux matériels, elle a comme expression :

$$v = \frac{c}{n},$$

le nombre n étant l'indice de réfraction absolu du milieu.

Remarque : l'indice de réfraction de l'air étant égal avec une bonne approximation à l'unité, la célérité des ondes électromagnétiques dans l'air est prise égale à leur célérité c dans le vide.

Autre exemple : l'indice de réfraction du verre est $n = 1,5$.
D'où, $v = 2 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}$.

3.2.2- Période temporelle et fréquence

Les ondes électromagnétiques progressives et sinusoïdales sont caractérisées par leur période T , temps mis par une vibration pour se retrouver dans le même état.

Etant très petite, la période T peut avoir une valeur de l'ordre de 10^{-28} s (rayons γ).

La fréquence $N = \frac{1}{T}$ peut atteindre un milliard de milliards de gigahertz.

3.2.3- Période spatiale (ou longueur d'onde)

La longueur d'onde λ peut être définie comme étant la plus petite distance séparant deux points dans le même état vibratoire. C'est aussi la longueur λ parcourue par l'onde pendant une vibration complète, c'est-à-dire pendant la période temporelle T .

$$\lambda = \frac{v}{N} = v \cdot T, \text{ avec } v = \frac{c}{n}$$

Exemple

Une station radiophonique émet à la fréquence 102,5 MHz. Sachant que les ondes radio se propagent dans l'air avec la célérité $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}$, sa longueur d'onde est :

$$\lambda = 2,926 \text{ m}$$

3.3- ONDES LUMINEUSES

C'est un domaine d'ondes électromagnétiques caractérisé par des longueurs d'onde comprises, dans l'air, entre $0,38 \mu\text{m}$ et $0,78 \mu\text{m}$.

Le spectre lumineux est caractérisé par les radiations :



Les radiations ultraviolettes et infrarouges constituent les parties invisibles du spectre.

3.4- ONDES HERTZIENNES

Les ondes hertziennes ou ondes radio sont des ondes électromagnétiques dont le domaine des fréquences s'étend de 300 kHz à 300 GHz.

Dans l'air ou dans le vide, elles ont des longueurs d'onde comprises entre 1 mm et 30 km.

Elles se propagent de deux façons :

- dans l'espace libre (l'air, le vide, etc),
- dans les lignes (câbles coaxiaux, fibres optiques, etc).

Elles sont utilisées comme porteuses pour différents types de transmission.

La figure 15 représente le spectre radiofréquence des ondes électromagnétiques. Les ondes électromagnétiques s'appliquent au quotidien dans tous les domaines :

le domaine médical, agricole, industriel...).

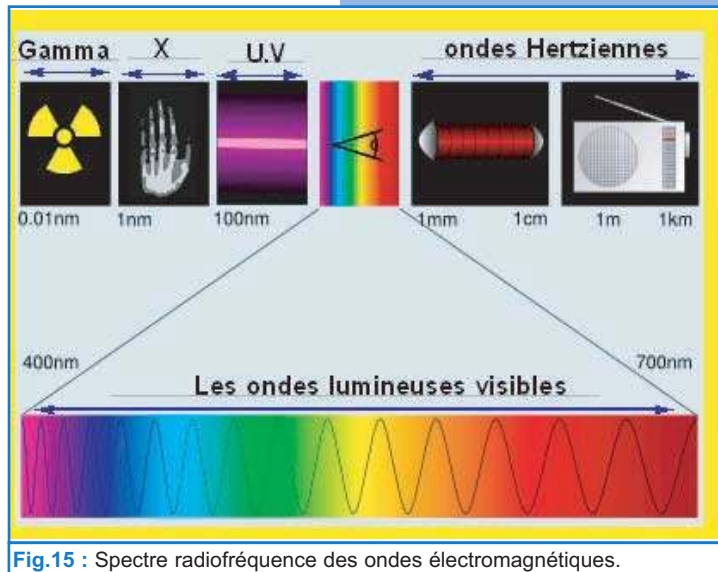


Fig.15 : Spectre radiofréquence des ondes électromagnétiques.

3.4.1- Gammes de fréquence des ondes Hertziennes

En télécommunication, les ondes hertziennes sont divisées en groupes dénommés communément VLF, LF, MF, HF, VHF, UHF, SHF et EHF.

Ce sont des abréviations relatives à la fréquence de l'onde hertzienne considérée.

Le tableau suivant résume les différentes gammes de fréquence et leurs domaines d'utilisation.

Désignation métrique	Longueur d'onde	Fréquence	Désignation courante	Domaine d'utilisation
Ondes millimétriques	1 mm - 10 mm	30 - 300 GHz	EHF : extra-hautes fréquences	Radio-astronomie
Centimétriques hyperfréquence	1 cm - 10 cm	3 GHz - 30 GHz	SHF : superhautes fréquences	- Satellite - Téléphone GSM
Décimétriques	1 dm - 10 dm	300 MHz - 3 GHz	UHF : ultrahautes fréquences	Télévision et radars
Métriques	1 m - 10 m	30 - 300 MHz	THF ou VHF : très hautes fréquences	Télévision et radio en FM
Décamétriques ondes courtes	10 m - 100 m	3 MHz - 30 MHz	HF : hautes fréquences	Radio à grande portée
Hectométriques petites ondes	100 m - 1000 m	300 kHz - 3 MHz	MF : moyennes fréquences	Radio en modulation AM
Kilométriques grandes ondes	1 km - 10 km	30 kHz - 300 kHz	BF : basses fréquences	Avions, navires, radiotélégraphie
Myriamétriques	10 km - 30 km	10 kHz - 30 kHz	VLF : très basses fréquences	Détresse en mer, radiotélégraphie

3.4.2- Propagation dans les milieux matériels

Au cours de leur propagation dans le vide ou dans un milieu matériel, les ondes hertziennes peuvent rencontrer un obstacle ou se trouver au niveau d'un autre milieu de propagation. De ces interactions onde-matière, il peut résulter les phénomènes d'absorption, de réflexion, de diffusion, de réfraction ou de dispersion. L'interaction des ondes hertziennes avec les couches atmosphériques dépend de la fréquence de l'onde et du milieu de propagation.

Les ondes métriques se propagent en ligne droite et peuvent contourner les obstacles de quelques mètres de dimension. Elles sont réfléchies sur les murs, les rochers...

Les ondes hertziennes de fréquences typiquement inférieures à 30 MHz (onde B de la figure 16) sont réfléchies par l'ionosphère (région de l'atmosphère comprise entre les altitudes 60 km et 800 km).

Les ondes de fréquences plus grandes traversent l'ionosphère (onde notée a). Ce phénomène a certaines conséquences :

- les ondes radio des gammes ondes courtes, ondes moyennes (ou petites ondes PO) et grandes ondes, se trouvent ainsi piégées entre l'ionosphère et la Terre sur lesquelles elles sont réfléchies.

- les ondes de fréquences supérieures traversent l'ionosphère. Il est donc nécessaire d'installer des relais de télévision qui réceptionnent ces ondes, les amplifient et les réémettent.

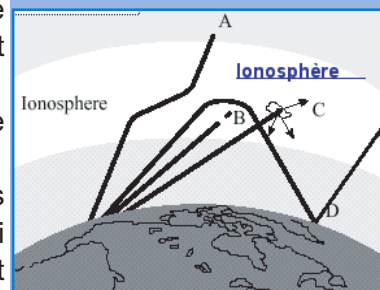


Fig.16 : Interaction des ondes hertziennes avec l'ionosphère

Question

Pour quelle(s) gamme(s) de fréquences, les satellites géostationnaires jouent-ils le rôle de relais en télécommunications ?

Les ondes **SHF** caractérisées par la gamme de fréquences (3 GHz - 30 GHz) se propagent en ligne droite et traversent l'ionosphère sans subir de réflexion. On profite de cette caractéristique et on envoie une onde directionnelle (à l'aide du paraboloïde) vers un satellite géostationnaire qui l'amplifie et la réémet en arrosant une grande surface sur la Terre.

Ce mode de transmission est adopté pour les téléphones mobiles GSM, la télécommunication intercontinentale, la télévision par satellite...

3.5- EMISSION ET RÉCEPTION D'ONDES HERTZIENNES

3.5.1- Antenne de Hertz

Une onde électromagnétique est produite par un courant électrique variable dans le temps. Donc, tout circuit électrique siège de courant variable peut produire une onde électromagnétique. Pour la détecter, il faut une antenne.

Le premier pionnier des antennes est le physicien Hertz.

Principe de fonctionnement

Une tige conductrice T_1 , de longueur L , est alimentée par un générateur produisant un courant de fréquence N . A proximité de cette tige, on met une deuxième tige T_2 identique à T_1 liée à un micro-ampèremètre ou un fréquencemètre (Fig.17).

On montre que la puissance rayonnée par la tige est optimale

si sa longueur L vérifie la relation: $L = k \frac{\lambda}{2}$ avec $k \in \mathbb{N}^*$

Pour $k = 1$: la puissance rayonnée est maximale.

De même, le courant produit par l'onde électromagnétique dans

la tige réceptrice est maximal si : $L = \frac{\lambda}{2}$

On dit que l'on a une antenne demi-onde.

Remarque : il y a des antennes quart d'onde $L' = \frac{\lambda}{4}$

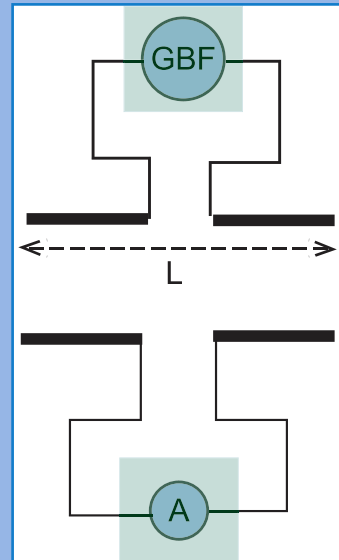


Fig.17 : Antenne de Hertz



Fig.18 : Téléphone GSM avec antenne non incorporée

Questions

Sachant que les communications par GSM utilisent la gamme de fréquences (3 GHz - 30 GHz), montrer que l'antenne dont il faut munir les appareils de téléphone mobile peut être d'une longueur comprise entre 2,5 cm et 2,5 mm (Fig.18).

Manipulation

Matériels : un GBF, deux fréquencemètres (multimètres numériques), deux antennes sur support.

Montage (Fig.19) : celui de la figure 17, mais en y remplaçant le microampèremètre par le fréquencemètre (1) ; le fréquencemètre (2) étant branché aux bornes du GBF.

Expérience 1

Pour chaque valeur de fréquence indiquée par le multimètre (2), on note celle indiquée par (1) et on constate qu'elles sont pratiquement égales.

Expérience 2

Pour chaque fréquence d'émission choisie, en éloignant lentement la tige T_2 de T_1 , on constate que le multimètre (1) affiche zéro à partir d'une distance D bien déterminée et qui est d'autant plus grande que la fréquence affichée par (2) est plus élevée.

Questions

1°) Qu'est-ce qui montre dans les expériences réalisées qu'il y a eu production d'une onde électromagnétique au niveau de la tige T_2 ?

2°) Comparer les fréquences des signaux émis et reçus.

3°) Préciser l'influence de la fréquence de l'onde électromagnétique sur sa portée.

Commentaire

Dans les expériences 1 et 2, l'indication d'une fréquence par le multimètre (1) égale à celle affichée par (2) relié à T_1 montre que celle-ci est une antenne émettant une onde électromagnétique se propageant sans changement de fréquence jusqu'à l'antenne réceptrice T_2 .

Les résultats de l'expérience 2 montrent que la portée d'une onde électromagnétique augmente avec sa fréquence.

Remarque

Dans le cas où le signal fourni par le GBF est de basse fréquence, l'absence d'indication par le fréquencemètre (1) n'infirme pas la production d'une onde électromagnétique par les courants de basse fréquence.

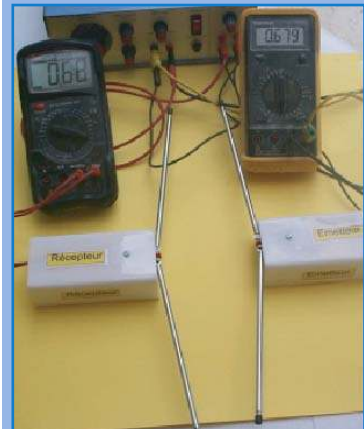


Fig.19 : Expérience de Hertz réalisée au laboratoire

Conclusion

Pour qu'il y ait production d'une onde électromagnétique, il faut que l'antenne émettrice soit d'une longueur égale à la moitié ou au quart de la longueur d'onde. Il en est de même pour l'antenne réceptrice. La portée des ondes électromagnétiques augmente avec leurs fréquences.

3.5.2- Antenne parabolique (paraboloïde)

Les antennes paraboliques (Fig.20) appelées communément antennes paraboliques sont réservées pour les émissions (SHF) dont la porteuse a une fréquence comprise entre 3 GHz et 30 GHz et dont la source est à l'infini (grande distance de 36000 km de la Terre) de telle façon que les surfaces équiphases sont des plans et non des sphères. La tête réceptrice se trouvant au foyer capte une puissance électromagnétique maximale.

Remarque

Pour la transmission et la réception des ondes électromagnétiques, il y a plusieurs autres types d'antennes.

- L'antenne de Yagi (Fig.21) est utilisée en transmission terrestre.
- Les antennes avec des bobines (Fig.22) sont utilisées par les militaires.



Fig.20 : Paraboloïde pour communication via satellite



Fig.21 : Aérien terrestre (antenne de Yagi)



Fig.22 : Antennes comportant une bobine transformant l'énergie magnétique en un signal électrique, utilisée par les militaires

L'essentiel

■ L'onde électromagnétique est une onde transversale qui se propage dans les milieux matériels à la célérité : $v = \frac{c}{n}$, où **n** est l'indice de réfraction du milieu et **c** est sa célérité dans le vide.

Dans l'air, comme dans le vide : $c = 3.10^8 \text{ m.s}^{-1}$.

■ L'onde électromagnétique est le support de transmission des informations en télécommunication.

■ Le canal de transmission d'un signal est défini par la fréquence de sa porteuse et par une bande de fréquences englobant les siennes

■ La télécommunication d'un signal est réalisée par modulation d'un signal de haute fréquence nommé porteuse.

■ En modulation, le signal de basses fréquences à transmettre est le signal modulant et le signal transporté par la porteuse est le signal modulé.

■ Les ondes lumineuses et les ondes hertziennes sont des exemples d'ondes électromagnétiques.

■ Les ondes hertziennes sont les ondes électromagnétiques utilisées en télécommunication.

■ L'onde hertzienne est générée au niveau d'un circuit électrique parcouru par un courant de fréquence élevée. Sa réception, comme son émission, nécessite une antenne.

■ La portée d'une onde électromagnétique, et en particulier l'onde hertzienne, augmente avec sa fréquence.

Exercices



Exercice résolu

ÉNONCÉ

Les cumulonimbus (nuages d'orage) créent les conditions météorologiques favorables à l'accumulation de charges électriques et par conséquent à la création d'un condensateur géant.

Entre les plaques de ce condensateur naturel, se produit une étincelle produisant un éclair.

Cet éclair surchauffe la couche d'air qui subit une dilatation brutale engendrant le tonnerre.



1°) Quel est le type d'onde qui véhicule l'éclair et celui qui véhicule le tonnerre ?

2°) Sachant que la vitesse de propagation de la lumière est $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}$ et celle du son est $v = 340 \text{ m.s}^{-1}$, expliquer pourquoi on voit l'éclair, puis on entend le tonnerre t_0 secondes après.

3°) L'éclair peut produire des surtensions dans les lignes électriques de la STEG. Expliquer ces phénomènes.

Les ondes électromagnétiques produites par les nuages sont-elles lumineuses, hertziennes ou les deux ?

4°) Peut-on localiser la position de la décharge ?

5°) Montrer à l'aide d'une recherche documentaire que la couleur de l'éclair constitue une source d'informations pour les météorologues.



SOLUTION

1°) L'éclair est un signal lumineux. Donc, il fait partie des ondes électromagnétiques de célérité $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}$ dans l'air.

La variation brutale de pression d'un gaz produit une onde sonore (onde mécanique), d'où le tonnerre.

2°) Les ondes électromagnétiques se propagent à la célérité $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}$, tandis que les ondes sonores à la célérité $v = 340 \text{ m.s}^{-1}$.

La célérité du son est trop petite devant celle de la lumière, d'où le décalage t_0 entre la réception des deux signaux.

3°) Grâce à l'énergie qu'elle transporte, l'onde électromagnétique produite par la décharge se propage dans les lignes conductrices de la STEG et se superpose au champ créé par la ligne. Il en résulte une surtension ou une chute de tension.

La lumière ne se propage pas dans les lignes. Il s'agit alors d'une onde hertzienne.

Or, on voit l'éclair. Il s'agit alors d'un signal lumineux.

Donc, la décharge produit deux ondes électromagnétiques, une onde lumineuse et une onde hertzienne.

4°) En chronométrant le temps t_0 séparant la perception de l'éclair de celle du tonnerre, on mesurera la distance d (entre le point de l'espace de la décharge et notre lieu d'observation).

$$d = c \cdot t_1 \text{ et } d = v \cdot t_2$$

$$t_2 - t_1 = t_0.$$

En remplaçant t_1 et t_2 par leur expression en fonction de d , on aboutit à :

$$d = t_0 \cdot \frac{c \cdot v}{c - v}$$

5°) La couleur de l'éclair est une information en météorologie.

- Couleur blanche : air sec.
- Couleur jaune : grande quantité de poussière.
- Couleur rouge : air humide, quantité d'eau abondante, ce qui signifie un jour pluvieux.
- Couleur bleue : présence d'une grande quantité de grêle.



Fig. 3 : Nuages blancs



Fig. 4 : Nuages poussiéreux



Exercices à résoudre



Tests rapides des acquis

1

Items "vrai ou faux"

Evaluer les propositions suivantes par vrai ou faux.

- 1- La transmission des signaux n'est possible qu'avec les ondes électromagnétiques.
- 2- Les ondes métriques ont des fréquences variant de 30 à 300 MHz.
- 3- La couleur de la lumière peut constituer un canal de transmission des informations.
- 4- Les ondes électromagnétiques de basses fréquences se propagent mieux que les ondes électromagnétiques de hautes fréquences dans un milieu matériel.
- 5- La modulation est un canal de transmission.
- 6- La fréquence de la porteuse est un canal de transmission .
- 7- La lumière est une onde hertzienne.
- 8- Chaque station radio est caractérisée par la fréquence du signal modulant.
- 9- Toute onde électromagnétique est une onde hertzienne.
- 10- La célérité d'une onde électromagnétique est maximale dans le vide.
- 11- La télécommande d'un téléviseur émet des ondes électromagnétiques infra-rouges.
- 12- Les signaux émis par la télécommande sont modulés en fréquence.
- 13- Le modem d'un ordinateur est un modulateur et démodulateur de signaux.
- 14- La fréquence du signal modulant est supérieure à la fréquence de la porteuse.

2

Questions à Choix Multiples

Préciser pour chacune des questions suivantes, la (ou les) proposition(s) juste(s).

- I- Les ondes hertziennes :
 - a- sont colorées.
 - b- ne se propagent pas dans le vide.
 - c- sont des ondes électromagnétiques.
- II- Sachant que Radio-Tunis a une fréquence de 92 MHz.
 - a- sa longueur d'onde est de 3,26 m.
 - b- sa période est de 10,8 ns.
 - c- elle émet des ondes centimétriques.
- III- La transmission par modulation peut consister en la modification de :
 - a- l'amplitude de la porteuse.
 - b- la fréquence du signal modulant.
 - c- la phase du signal modulé.
- IV- Le signal émis par une antenne est :
 - a- lumineux.
 - b- hertzien.
 - c- sonore.
 - d- électromagnétique.
- V- Les ondes hertziennes peuvent se propager :
 - a- dans les métaux.
 - b- dans les fibres optiques.
 - c- à travers l'ionosphère.
- VI- Les ondes hertziennes :
 - a- ont une fréquence plus élevée que celle des ondes lumineuses.
 - b- ont une longueur d'onde supérieure à celle de l'infra-rouge.
 - c- ont une fréquence inférieure à celles des ondes ultra-violettes.
 - d- constituent un canal de transmission en télécommunication.
- VII- En télécommunication, les antennes émettent :
 - a- des ondes électromagnétiques de même fréquence que le courant qui les produit.
 - b- des signaux sonores.
 - c- des ondes hertziennes sinusoïdales.

Exercices d'application

3 Deux émetteurs E_1 et E_2 transmettent des messages sous forme d'un nombre binaire à trois bits indiqué par les trois LED bleues du haut vers le bas.

Si la Led est allumée, c'est l'état 1.
Si elle est éteinte, c'est l'état 0.

La LED jaune caractérise le message provenant de E_1 et la LED rouge caractérise celui parvenant de E_2 .



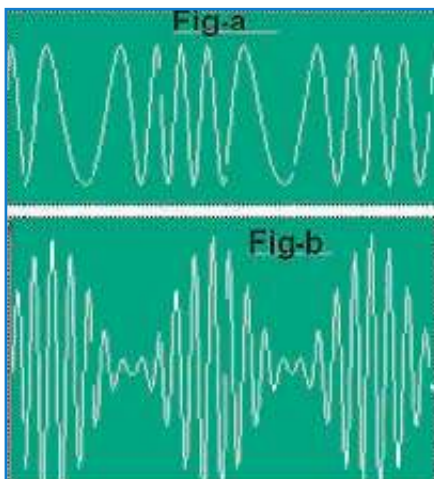
1°) Quels sont les nombres binaires transmis par E_1 et par E_2 ?

2°) Quel est le support de l'information ?

3°) Quels sont les canaux de transmission pour chaque émetteur ?

4 1°) Quelle est la différence entre la modulation d'amplitude et la modulation de fréquence ?

2°) Préciser pour les signaux ci-dessous, celui qui est modulé en amplitude et celui modulé en fréquence tout en justifiant le choix fait.



5 En radiodiffusion, on utilise les ondes courtes entre autres.

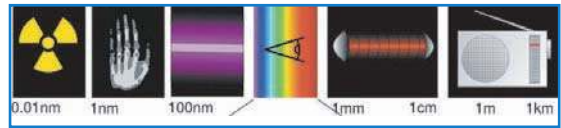
1°) Quelle est la nature de telles ondes ?

2°) Pourquoi les qualifie-t-on d'ondes courtes ?

3°) Quelles longueurs d'onde peuvent-elles avoir dans l'air ?

4°) En déduire le domaine de leurs fréquences sachant qu'elles se propagent dans l'air à la célérité $c = 3.10^8 \text{ m.s}^{-1}$.

6 Le document ci-dessous représente le spectre des ondes électromagnétiques.



1°) Comparer la longueur d'onde du rouge à celle du bleu.

2°) Comparer les fréquence des ondes hertziennes à celles des lumières ultraviolettes.

7 Un poste radio pour automobile peut capter avec une antenne de longueur L réglable, les stations qui émettent sur les fréquences allant de 87 MHz à 108 MHz.

1°) A quelle gamme d'ondes correspondent ces fréquences ?

2°) S'agit-il là d'ondes porteuses ou bien des ondes à transmettre ?

Justifier la réponse.

3°) Calculer les longueurs d'onde correspondant aux limites 87 MHz et 108 MHz.

4°) Sachant que pour une bonne réception, l'antenne doit être "quart d'onde", calculer la longueur que l'on doit donner à l'antenne pour capter nettement la fréquence 94,3 MHz de Radio Tunis «chaîne nationale».

On donne : $c = 3.10^8 \text{ m.s}^{-1}$.

Exercices de synthèse

8 La photo de la figure ci-contre est celle d'une antenne parabolique.

1°) Rappeler ses caractéristiques .

2°) Pourquoi l'émetteur se trouve-t-il dans le plan équatorial à une altitude de 36000 km de la Terre ?

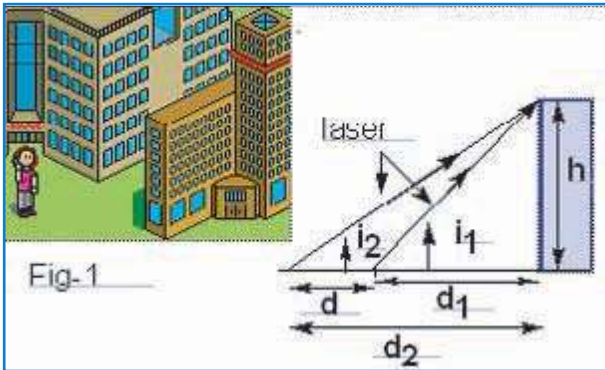
3°) Au cours d'une transmission en direct, d'un match de football par satellite, un joueur marque le but à l'instant $t = 89 \text{ min}$. A quel instant, les téléspectateurs verront-ils le but ?

On donne $c = 3.10^8 \text{ m.s}^{-1}$.

4°) Pourquoi, pour la même transmission par satellite et par voie terrestre, il y a un retard ?



9 Mesure de la hauteur d'un gratte-ciel par le laser



L'onde électromagnétique s'applique au quotidien en télémétrie (mesure à distance).

On dispose d'un laser rouge et d'un goniomètre (instrument de mesures d'angles) pour mesurer i_1 et i_2 et un mètre-ruban.

1°) Expliquer les différentes étapes pour mesurer h .

2°) Montrer que h vérifie la relation :

$$h = \frac{d}{\left(\frac{1}{\text{tg } i_2} - \frac{1}{\text{tg } i_1}\right)}$$

3°) Peut-on calculer la distance d_1 ?

4°) Quel est l'intérêt pratique de cette méthode ?

5°) Peut-on l'appliquer en astronomie ?

10 Étude de texte

L'oscillateur de Hertz

En 1887, Heinrich Hertz metta au point un système de deux dispositifs permettant d'émettre et de détecter des ondes électromagnétiques. Le premier dispositif qu'il a utilisé et qu'il a nommé "Excitateur" est constitué d'un conducteur rectiligne fermé sur une bobine inductive (B_1) et au milieu duquel est disposé un éclateur (ensemble de deux boules métalliques (P) et (Q) espacées d'un demi-centimètre). Autour du bobinage (B_1) enroulé sur un barreau de fer, il y a un bobinage (B_2) qui peut être fermé momentanément sur une pile avec un interrupteur à ressort. Comme résonateur, Hertz a utilisé un deuxième dispositif constitué d'une boucle métallique non fermée et placée à une dizaine de mètres de l'éclateur. A chaque ouverture de l'interrupteur, une étincelle surgit entre les boules (P) et (Q) et Hertz constata qu'en agissant sur l'orientation de la boucle, il peut apparaître simultanément une étincelle entre ses extrémités. Ainsi, Hertz metta expérimentalement en évidence la possibilité de produire une onde électromagnétique (onde prévue par le physicien anglais Maxwell).

Questions

1°) Qu'est-ce qui montre dans le texte qu'il y a eu dans l'expérience de Hertz, production d'une onde électromagnétique ?

2°) Identifier l'émetteur et le récepteur de l'onde électromagnétique mise en évidence par Hertz.

3°) Sachant que les étincelles qui se produisent dans l'éclateur de l'excitateur de Hertz résultent d'oscillations électriques amorties d'un circuit RLC série, identifier la bobine et le condensateur de ce circuit.

4°) Sachant que la longueur d'onde mesurée par Hertz était de 9 m et que la célérité d'une onde électromagnétique dans les conditions de son expérience est de $2,99 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}$, calculer la fréquence de cette onde électromagnétique.

En savoir plus

TÉLÉCOMMUNICATION INFRA-ROUGE

Matériels : Une télécommande (n'importe laquelle), une diode électroluminescente, un circuit intégré 4011 (disposant de 4 portes logiques NAND) et un circuit intégré TSOP1736 (détecteur de signaux infrarouges et démodulateur pour une fréquence porteuse de 36 kHz).

TSOP1736 (Fig.1) est un circuit intégré à trois "pattes" qui doit être polarisé par une tension continue de +5V.

Entre la borne (-) et la sortie, on récupère le signal électrique produit par le rayonnement infra-rouge.

La figure 2 représente le montage de polarisation du circuit intégré TSOP1736 avec $R = 5\text{ k}\Omega$.

Expérience 1

- Réaliser le montage de la figure 2.
- Appuyer sur n'importe quel bouton de la télécommande pendant un temps très bref. Puis, appuyer une autre fois en regardant l'indication du voltmètre.

Question

- En appuyant sur l'un des boutons, quelle est l'indication du voltmètre ?
- En relâchant le bouton, quelle est la nouvelle indication ?

Interprétation

- En l'absence de signal infra-rouge, la tension de sortie du détecteur est +4.84 V (Fig.3a).
- En présence d'un signal IR, la tension de sortie est (+ 3,64 V) comme dans la figure 3b.

Conclusion

L'état de la diode infra-rouge est numérisé par le voltmètre.

- D'après le tableau ci-contre, on a obtenu une porte logique NON. Nous avons eu

Etat de la diode	Tension de sortie (V)	Etat logique de la sortie
1	+3,64	0
0	+4,84	1

une information de l'état de la diode par un support infra-rouge avec un canal de transmission défini par la valeur de la tension.

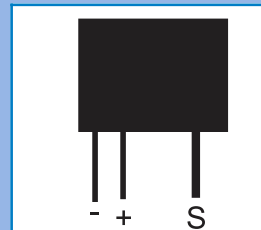
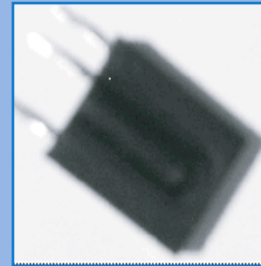


Fig.1 : TSOP

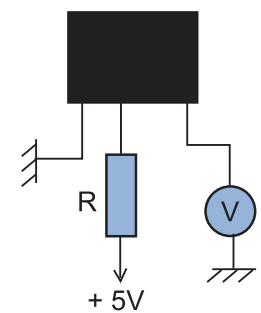


Fig.2 : Polarisation du TSOP

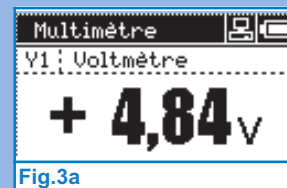


Fig.3a



Fig.3b

Expérience 2

Au lieu du voltmètre, utiliser un oscilloscope à mémoire et appuyer sur n'importe quel bouton d'une façon continue.

Question

- Qu'observe-t-on ?
- Quelle est la forme du signal émis par la diode ?

Interprétation

Les signaux sont des successions d'états hauts et bas espacés au cours du temps. C'est le principe du code Morse (Fig.4).

Conclusion

Les signaux émis par la télécommande sont codés. Ce codage est propre à chaque bouton. Ainsi, par le signal infra-rouge, on a créé plusieurs canaux de transmission.

Expérience 3

On réalise l'expérience de la figure 5a avec une porte logique NAND (broches 1 et 2 sur les entrées ; broche 3 à la sortie). On applique le signal de sortie du TSOP aux entrées 1 et 2. La sortie de cette porte logique est reliée à une diode ordinaire.

Questions

- En l'absence de signal infrarouge, quel est l'état de la diode ?
- En appuyant d'une façon continue, quel est l'état de la diode ?

Interprétation

La porte logique NAND se comporte comme une porte logique simple NON dans le cas de la figure 5b.

Sa tension de basculement est de l'ordre de 4,5 V.

S'il n'y a pas de signal IR, la sortie du TSOP est de 4,84 V supérieure à 4,5 V, d'où l'entrée de la porte est à l'état haut et la sortie de la porte à l'état bas.

Mais, puisqu'il s'agit d'une porte NON, la sortie est à l'état haut et la diode s'allume.

C'est le cas contraire si la diode IR émet un signal : la diode est éteinte.

Question

Proposer une petite modification au niveau du montage de la figure 5a pour changer l'état de la diode :

- s'il y a un signal IR, la diode s'allume,
- s'il n'y a pas de signal IR, elle est éteinte.

Expérience 4

- Souder deux fils aux bornes de la diode infra-rouge.
- Appuyer sur l'un des boutons et visualiser le signal émis par la diode infra-rouge.

Questions

- Le signal est-il modulé ? de quel type de modulation s'agit-il ?

Interprétation

Le signal émis par la télécommande est modulé (Fig.6). La fréquence de la porteuse est de 36 kHz.

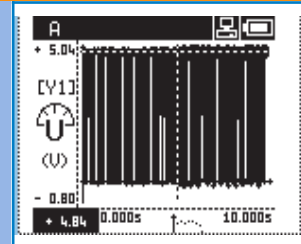


Fig.4 : Chronogramme

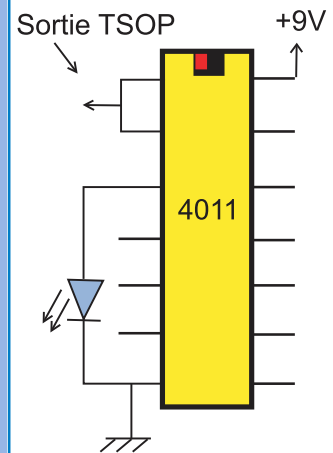


Fig.5a : Visualisation par la diode des états hauts et bas émis par la télécommande

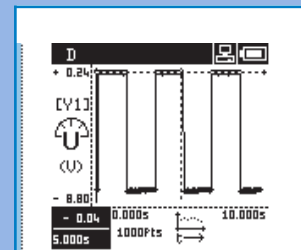


Fig.5b

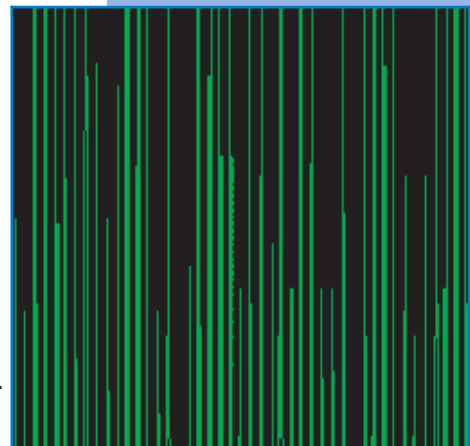


Fig.6 : Signal modulé

- ◆ Réaliser la modulation d'une tension sinusoïdale en amplitude.
- ◆ Mettre en évidence expérimentalement l'influence de la composante continue ajoutée à la tension modulante sur la qualité de la modulation.
- ◆ Calculer le taux de modulation d'un signal sinusoïdal.
- ◆ Réaliser la démodulation d'un signal électrique sinusoïdal modulé en amplitude.
- ◆ Mettre en évidence expérimentalement l'influence de la fréquence de l'onde électromagnétique porteuse du signal sur la démodulation de ce dernier.
- ◆ Réaliser la modulation d'une tension sinusoïdale en fréquence.

Prérequis

SAVOIR

- ◆ Caractériser une grandeur physique sinusoïdale par sa période, sa fréquence, son amplitude et sa phase initiale.
- ◆ Donner le symbole d'une diode, d'un condensateur...
- ◆ Définir la charge et la décharge d'un condensateur.
- ◆ Définir un filtre électrique.

SAVOIR FAIRE

- ◆ Reconnaître une grandeur physique sinusoïdale.
- ◆ Visualiser à l'oscilloscope bicourbe :
 - une tension électrique.
 - simultanément, deux tensions électriques.
- ◆ Mesurer à l'oscilloscope, les caractéristiques d'un signal périodique (période, amplitude...).
- ◆ Monter une diode.
- ◆ Réaliser un filtre CR passe haut, un filtre passe bas RC.

MODULATION ET DÉMODULATION DES SIGNAUX

13



La télécommunication a connu une grande révolution par l'avènement de la modulation et ne cesse de se développer grâce au même phénomène qui trouve d'ailleurs ses applications dans d'autres domaines comme la synthèse polyphonique.

- ◆ Les émissions télévisées sont-elles modulées en amplitude (AM) ou en fréquence (FM) et pourquoi ?
- ◆ La fréquence de l'onde porteuse des émissions d'une station radio en AM est égale à 150 kHz au minimum, tandis qu'en FM, elle tourne autour de 100 MHz, pourquoi ?

MODULATION ET DÉMODULATION DES SIGNAUX

Si les télécommunications deviennent de plus en plus présentes même dans la vie de tous les jours, c'est grâce à l'utilisation des ondes électromagnétiques et plus précisément les ondes hertziennes comme supports de transmission des informations. A ce propos, on a vu au chapitre précédent que, là où on a à télécommuniquer la voix humaine, la musique, l'image, etc, on recourt à des porteuses de fréquences élevées pour que leur portée soit suffisamment grande et pour que les antennes d'émission ou de réception soient de dimensions non encombrantes. Entre l'émetteur et le récepteur, l'onde porteuse se propage sous forme modulée. La modulation effectuée par le signal à transmettre peut se faire de trois manières différentes. Toutefois, on n'en traitera dans ce qui suit que deux, la modulation d'amplitude et la modulation de fréquence.

MODULATION D'AMPLITUDE

La modulation d'amplitude a été la première technique utilisée en radiodiffusion. L'information à transmettre est convertie en une tension électrique qui va moduler l'amplitude d'une autre tension de fréquence beaucoup plus élevée que celle de la tension modulante. Pour extraire l'information du signal modulé transmis, il faut lui faire subir une démodulation (ou le démoduler) à sa réception.

1 MODULATION

1.1- ÉTUDE EXPÉRIMENTALE

Matériel : - Deux générateurs BF dont l'un est à tension de décalage (ou offset) réglable.

- Un circuit intégré multiplieur de tension : AD633JN (Fig.1 et description détaillée dans la fiche technique de fin de chapitre).

- Une alimentation stabilisée symétrique ± 15 V pour alimenter le circuit intégré (Fig.2).

- Un oscilloscope bicourbe (numérique de préférence) ou un système d'acquisition et de traitement informatique des données comme VTT[⊙] (Fig.3).

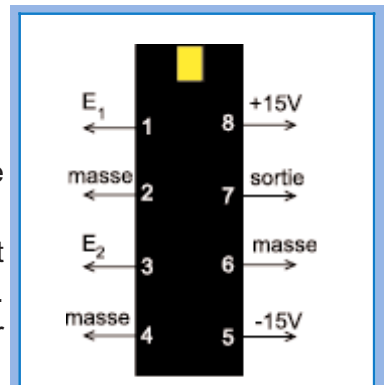


Fig.1 : Brochage du circuit intégré AD633JN

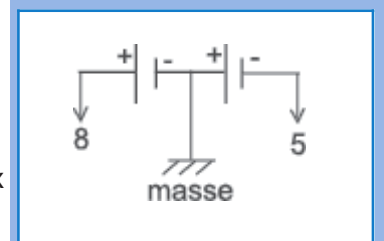


Fig.2 : Alimentation de AD633JN

⊙VTT : acronyme d'une interface sous forme de console graphique

1.1.1- Modulation d'une tension sinusoïdale

Manipulation

Soient $u(t)$ et $u_p(t)$ les tensions délivrées respectivement aux bornes du GBF₁ à offset et du GBF₂.

$$u(t) = U_o + U_m \cos 2\pi N t.$$

$$u_p(t) = U_{pm} \cos 2\pi N_p t.$$

On fixe la tension de décalage U_o à 4 V, la valeur maximale U_m de la composante sinusoïdale de u à 2,5 V et sa fréquence N à 5 kHz.

En ce qui concerne $u_p(t)$, on fixe U_{pm} à 6 V et N_p à 180 kHz.
 En appliquant les tensions $u(t)$ et $u_p(t)$ respectivement aux entrées Y_1 et Y_2 de la console VTT, on observe sur son écran, les chronogrammes de la figure 4.

Questions

Si l'on veut simuler une modulation d'amplitude avec les tensions $u(t)$ et $u_p(t)$:

- 1°) préciser celle qui va jouer le rôle de signal porteur tout en justifiant la réponse,
- 2°) donner le rôle de l'autre tension.



Fig.3 : Console V.T.T

Pour simuler effectivement une modulation d'amplitude avec les tensions $u(t)$ et $u_p(t)$, on réalise le montage de la figure 5 où la tension $u(t)$ appliquée à l'entrée E_1 du multiplieur (entre sa broche 1 et la masse) est délivrée par le GBF muni d'une tension de décalage (GBF₁) et la tension $u_p(t)$ appliquée à son entrée E_2 (entre sa broche 3 et la masse) est délivrée par le GBF₂.

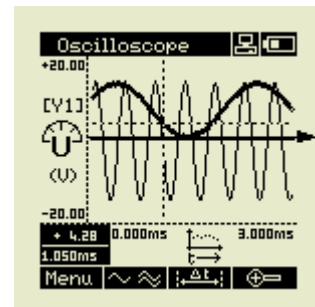


Fig.4 : Chronogrammes de $u(t)$ et de $u_p(t)$

N.B : - Ne pas oublier d'alimenter le circuit intégré (non représenté sur le schéma).

- Les broches 2, 4 et 6 du circuit intégré doivent être reliées à la masse.
- La tension de sortie du multiplieur AD633JN est $u_s(t) = k.u_1.u_2$ avec $k = 0,1 \text{ V}^{-1}$.

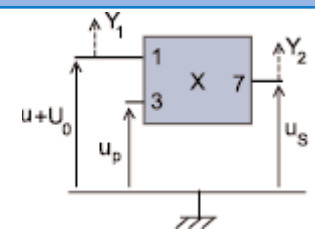


Fig.5 : Montage multiplieur

Pour le montage de la figure 5, on applique les deux tensions $u_1(t) = u(t) + U_o$ et $u_2(t) = u_p(t)$.

Remarque

si le GBF n'est pas muni d'un offset, on peut mettre le GBF en série avec une alimentation stabilisée à condition que l'un de deux appareils soit à masse flottante. Dans le cas de la figure 6, c'est le GBF qui doit être à masse flottante. Sinon, il doit être du côté de la masse.

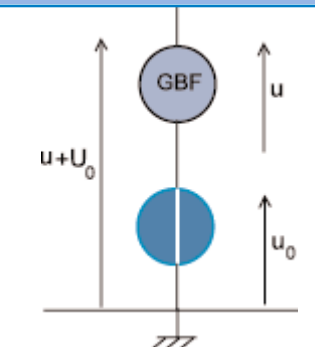


Fig.6 : Tension de décalage ajoutée par l'insertion d'un générateur de tension

En visualisant simultanément $u_1(t)$ sur la voie Y_1 et $u_s(t)$ sur la voie Y_2 de l'oscilloscope, on obtient les oscillogrammes stables (1) et (2) de la figure 7.

Questions

1°) A l'aide de la figure 7 :

a) montrer qualitativement et de deux manières différentes que l'oscillogramme (1) est celui de la tension $u(t)$.

b) justifier la qualification de la tension de sortie comme tension modulée.

c) expliquer pourquoi on dit que le chronogramme du signal modulant $u(t)$ constitue l'enveloppe de celui du signal modulé $u_S(t)$.

2°) Analyser le spectre de la figure 9, spectre caractérisant u_S (obtenu avec un oscilloscope numérique) et vérifier qu'il représente le canal de transmission du signal $u(t)$.

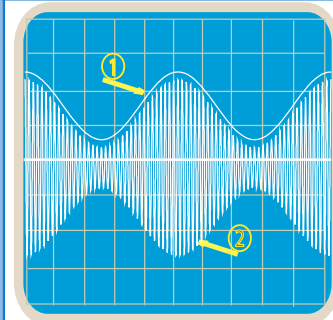


Fig.7 : Oscillogrammes des signaux $u_S(t)$ et $u(t)$

Analyse et commentaire

Si l'on compare les oscillogrammes de la figure 4 et de la figure 7, on peut remarquer que :

- le signal (1) de basse fréquence garde son intégrité après modulation.

- le signal de haute fréquence garde sa fréquence N_p constante mais son amplitude varie au cours du temps.

Cette variation en amplitude est pilotée par le signal de basse fréquence N .

- le signal de basse fréquence contourne celui de haute fréquence. C'est pour cette raison qu'on le qualifie d'enveloppe.

Au chapitre précédent, on a vu que les signaux électromagnétiques de haute fréquence ont une très grande portée. Ainsi, le signal de la figure 8a est qualifié de porteur.

Le signal de la figure 8b, étant lui-même le signal (1) de la figure 7 qui module l'amplitude du signal (2) ou de celui de la figure 8c, est appelé signal modulant.

On remarque que le spectre de la figure 9 est composé de trois raies situées aux fréquences $N_1 = 175$ kHz, $N_0 = 180$ kHz et $N_2 = 185$ kHz ; les raies ont les "hauteurs" respectives : 0,75 V, 2,4 V et 0,75 V.

Ce spectre montre alors que le signal de sortie u_S est composé de trois signaux :

- de fréquences respectives $N_1 = N_p - N$, $N_0 = N$ et $N_2 = N_p + N$,
- d'amplitudes respectives U_{1m} , U_{0m} et $U_{2m} = U_{1m}$.

Un tel spectre représentant les amplitudes des composantes sinusoïdales d'un signal est appelé spectre de fréquence.

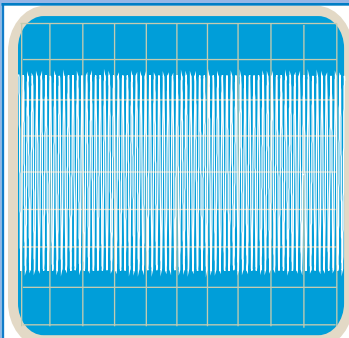


Fig.8a : Porteuse de fréquence N_p

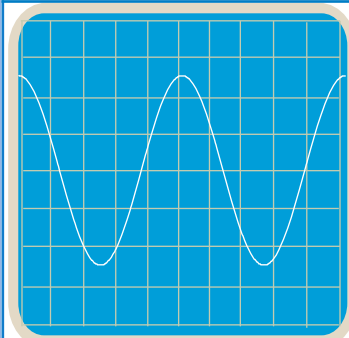


Fig.8b : Signal modulant

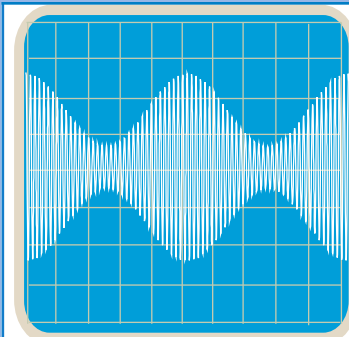


Fig.8c : Signal modulé

Conclusion

La modulation d'amplitude peut être simulée avec la multiplication d'une tension de haute fréquence (la porteuse) par une tension de basse fréquence (signal modulant).

Le signal de sortie ou signal modulé est caractérisé par une fréquence constante égale à celle de la porteuse et une amplitude qui varie périodiquement au cours du temps avec la période du signal modulant.

Le signal modulé en amplitude par un signal sinusoidal de fréquence N est composé de trois signaux dont la bande de fréquence associée est d'une largeur double de la valeur de la fréquence N du signal modulant.

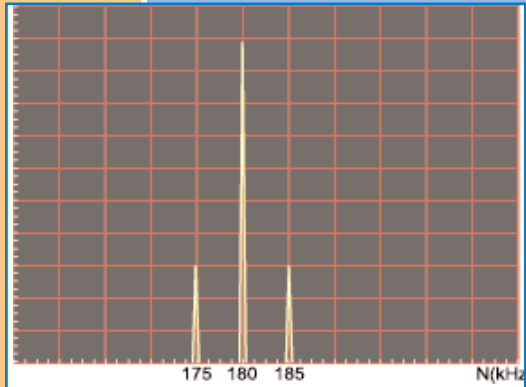


Fig.9 : Spectre de fréquence de la tension de sortie

1.1.2- Influence de la composante continue de la tension modulante

Manipulation

Avec le montage de la figure 6, on refait la même expérience mais pour différentes valeurs de U_o tout en maintenant U_m égale à 4 V, U_{pm} égale à 6 V et N égale à 5 kHz.

La tension de sortie change de forme suivant la valeur de U_o (Fig.10a, b et c).

A l'aide d'un oscilloscope numérique ou un analyseur de fréquence (Fig.11), on représente le spectre de fréquence correspondant (Fig.10a, b et c à droite).



Fig.11 : Oscilloscope numérique, analyseur de fréquence

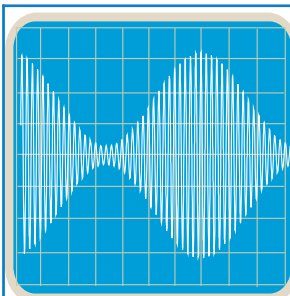
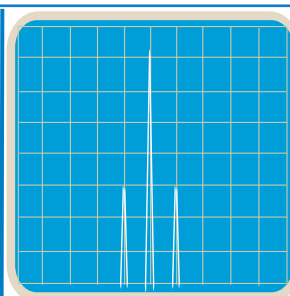


Fig.10b : $U_o = 4,8$ V



Spectre de fréquences pour $U_o = 4,8$ V

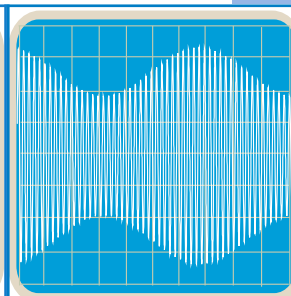
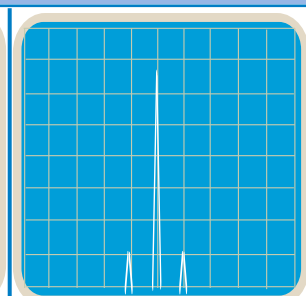


Fig.10a : $U_o = 13,8$ V



Spectre de fréquences pour $U_o = 13,8$ V

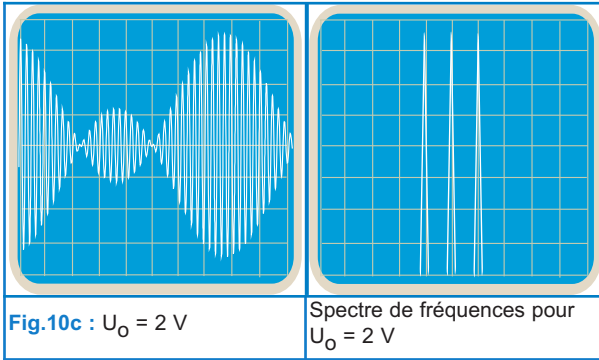


Fig.10c : $U_0 = 2 \text{ V}$

Spectre de fréquences pour $U_0 = 2 \text{ V}$

La modulation d'amplitude est satisfaisante lorsqu'on retrouve sur le chronogramme du signal modulé, toute l'information portée par le signal modulant. Pour plus de précision, on caractérise le phénomène par ce que l'on appelle taux de modulation. Il est noté m et s'exprime comme suit :

$$m = \frac{U_{Sm \text{ max}} - U_{Sm \text{ min}}}{U_{Sm \text{ max}} + U_{Sm \text{ min}}}$$

Pour mesurer le taux de modulation, on doit mesurer les tensions maximale et minimale de l'enveloppe comme l'indique la figure 12. On peut mesurer les valeurs maximale et minimale à la règle puisqu'on a un rapport de tensions.

Remarque

Pour mesurer le taux de modulation m , il est commode de recourir au signal trapèze obtenu en mode XY (Fig.14).

$$m = \frac{L - l}{L + l} = \frac{BC}{AD}$$

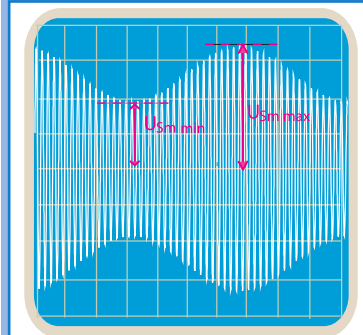


Fig.12 : Mesure graphique du taux de modulation: $m = 1,98$

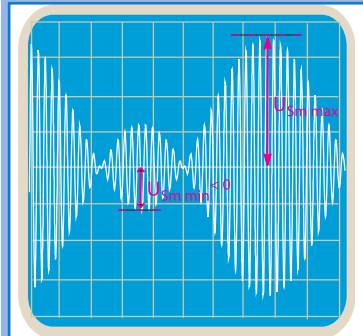


Fig.13 : Cas d'un taux de modulation $m = 1$.

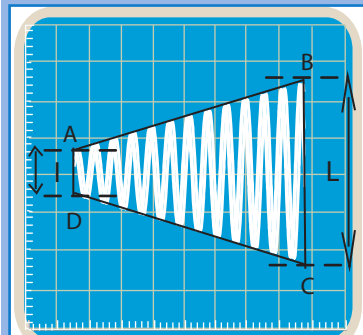


Fig.14 : Signal trapèze

Questions

1°) vérifier graphiquement que le taux de modulation m pour les figures 10a, b et c sont égaux respectivement à 0,29 ; 0,82 et 1,98.

2°) Comparer m au rapport U_m/U_0 .

3°) Quels sont les cas pour lesquels le taux de modulation est :

- inférieur à 1.
- égal à 1.
- supérieur à 1.

4°) Dans le cas où $U_0 = 2 \text{ V}$, on dit que l'on a obtenu une surmodulation . Justifier cette affirmation en s'appuyant sur la figure 10c.

Analyse et commentaire

D'après les expériences précédentes on remarque que la tension de décalage influe sur le taux de modulation mais elle n'a aucune influence sur les valeurs des fréquences du spectre. Elle influe sur les amplitudes des deux fréquences latérales du spectre de fréquences.

Les calculs des taux de modulation dans les cas des figures 10a, b et c montrent que le taux m est égal au rapport U_m / U_o .

On remarque que si la tension minimale du signal de sortie est:

- positive, on a $m < 1$ (Fig.10a). La modulation est de bonne qualité
- nulle, on a : $m = 1$ (Fig.13).
- négative, on a : $m > 1$: c'est la surmodulation (Fig.12).

Le signal modulant perd son intégrité s'il y a une surmodulation.

Conclusion

La tension de décalage U_o influe sur le taux de modulation du signal modulé.

La modulation est de bonne qualité lorsque la composante continue U_o du signal modulant est supérieure à son amplitude U_m .

1-2-ETUDE THÉORIQUE

1.2.1- Expression de la tension de sortie

Soit : $u(t) = U_m \cos 2\pi Nt$, un signal de basse fréquence N .

U_o : tension constante de décalage ou d'offset .

$u_p(t) = U_{pm} \cos 2\pi N_p t$, un signal de haute fréquence N_p .

A l'une des entrées d'un circuit intégré multiplieur, on applique la tension $u(t) + U_o$ et à l'autre, on applique la tension $u_p(t)$ (Fig.15). La tension de sortie est de la forme :

$$u_s(t) = k.(u+U_o)u_p = k.(U_m \cos 2\pi Nt + U_o)U_{pm} \cos 2\pi N_p t.$$

On peut la mettre sous la forme :

$u_s(t) = kU_{pm}U_o(1 + \frac{U_m}{U_o} \cos 2\pi Nt) \cos 2\pi N_p t$. La tension de sortie a une fréquence N_p et une amplitude qui varie au cours du temps entre $U_{sm \max}$ et $U_{sm \min}$ dont les expressions sont :

$$U_{sm \max} = kU_{pm}U_o (1 + \frac{U_m}{U_o}) \quad \text{et} \quad U_{sm \min} = kU_{pm}U_o (1 - \frac{U_m}{U_o})$$

L'oscillogramme de la figure16 visualise la tension de sortie en modulation d'amplitude .

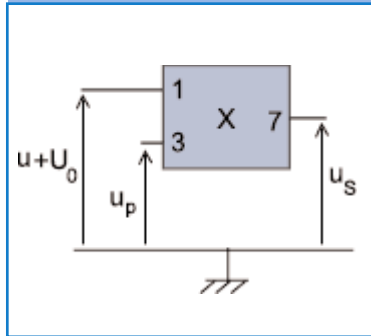


Fig.15 : Montage multiplieur.

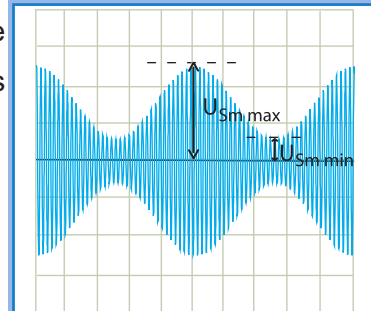


Fig.16 : Oscillogramme de la tension de sortie.

1.2.2- Expression du taux de modulation

On a défini le taux de modulation m comme étant :

$$m = \frac{U_{Sm \max} - U_{Sm \min}}{U_{Sm \max} + U_{Sm \min}}$$

En remplaçant $U_{sm \max}$ et $U_{sm \min}$ par leurs expressions, on obtient :

$$m = \frac{U_m}{U_o}$$

Conclusion

Le taux de modulation dépend de la valeur de l'amplitude du signal modulant U_m et de celle de la tension de décalage U_o .

Son expression est :

$$m = \frac{U_m}{U_o}$$

Application

Pour le cas de la figure 10a, $U_o = 13,8 \text{ V}$ et $U_m = 4 \text{ V}$, d'où $m = 0,29$.

Pour la figure 10b, $U_o = 4,8 \text{ V}$ et $U_m = 4 \text{ V}$ d'où $m = 0,83$.

Pour la figure 10c, $U_o = 2 \text{ V}$ et $U_m = 4 \text{ V}$, d'où $m = 2$: le signal de sortie est surmodulé.

Pour le cas de la figure 16, en mesurant $U_{Sm \max}$ et $U_{Sm \min}$, on trouve $m = 0,3$, d'où $U_o = 13,33 \text{ V}$.

1.2.3- Spectre de fréquences du signal modulé

Les analyses faites précédemment (Fig.9 et 10 a, b, c) montrent que le signal modulé est composé de trois signaux de fréquences et d'amplitudes différentes et dont la bande de fréquence allouée est de $2N$, N étant la fréquence du signal modulant.

Question

A partir de l'expression de $u_s(t)$ établie dans le sous paragraphe 1.2.1, déterminer les amplitudes et les fréquences de ces trois signaux en fonction de N et N_p .

⊙ On rappelle que :
 $\cos a \cdot \cos b = 1/2 [\cos(a + b) + \cos(a - b)]$.

Démonstration

A partir de $u_s(t) = kU_{pm}U_o \cdot (1 + m \cos 2\pi Nt) \cos 2\pi N_p t$, où m est le taux de modulation et par développement, on obtient :

$$u_s(t) = kU_{pm}U_o \cos 2\pi N_p t + mkU_{pm}U_o \cos 2\pi Nt \cdot \cos 2\pi N_p t.$$

Par un développement trigonométrique[⊙], on trouve :

$$u_s(t) = kU_{pm}U_o \cos 2\pi N_p t + 1/2 mkU_{pm}U_o \cos 2\pi (N_p + N)t + 1/2 mkU_{pm}U_o \cos 2\pi (N_p - N)t.$$

En posant $A = kU_{pm}U_o$, on écrit :

$$u_s(t) = A \cdot \cos 2\pi N_p t + 1/2 m A \cdot \cos 2\pi (N_p + N)t + 1/2 m A \cdot \cos 2\pi (N_p - N)t$$

Donc, le signal modulé est la somme de trois fonctions sinusoïdales dont les fréquences sont N_p , $N_p + N$ et $N_p - N$ et dont le spectre de fréquences est celui de la figure 17.

La bande de fréquences du signal modulé est :

$$\Delta N = (N_p + N) - (N_p - N) = 2N.$$

Application

Les fréquences du spectre de la figure 10c ont la même amplitude. D'où $A = 1/2 \text{ mA}$, ce qui nous donne $m = 2$.

Attention : L'unité de A est le volt tandis que m (taux de modulation) est sans unité.

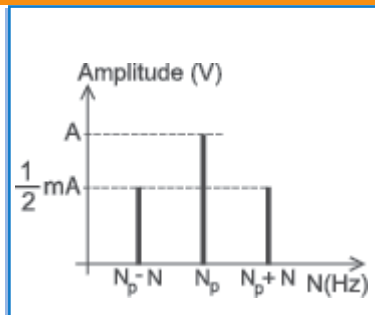


Fig.17 : Spectre en fréquence du signal modulé en amplitude

Conclusion

La tension de sortie d'un signal modulé en amplitude :

- est la somme de trois fonctions sinusoïdales d'amplitudes respectives $1/2 \text{ mA}$, A et $1/2 \text{ mA}$. ($A = kU_{pm}U_o$, où k est le facteur multiplicateur de circuit intégré)
- a un spectre de fréquences de bande $2N$, composé de : $N_p - N$, N_p et $N_p + N$.

2 DÉMODULATION

2.1- DÉTECTION D'ENVELOPPE

À sa réception, le signal modulé doit être décortiqué pour en extraire l'information intacte : **c'est la démodulation.**

Pour ce faire, il faut séparer le signal de haute fréquence (la porteuse) du signal de basse fréquence (l'enveloppe ou signal modulant).

2.1.1- Etude expérimentale

Matériel : un condensateur, une diode, un résistor et un oscilloscope bicourbe.

Manipulation

La tension de sortie $u_s(t)$ modulée en amplitude est appliquée à l'entrée du montage de la figure 18.

À l'aide d'un oscilloscope bicourbe, on visualise simultanément les deux tensions d'entrée (le signal modulé) et celle de sortie (signal démodulé). Les oscillogrammes correspondants sont représentés sur la figure 19.

Sur la voie Y_1 , on observe le signal modulé et sur la voie Y_2 , on observe le signal démodulé : c'est un signal de forme semblable à celle du signal modulant, mais avec des ondulations.

En augmentant la fréquence N_p de la porteuse (tension u_p appliquée à la deuxième entrée du multiplicateur), l'enveloppe visualisée sur la voie Y_2 devient moins ondulée.

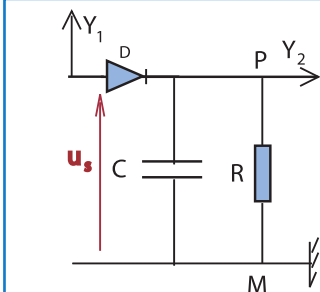


Fig.18 : Montage redresseur et détecteur d'enveloppe

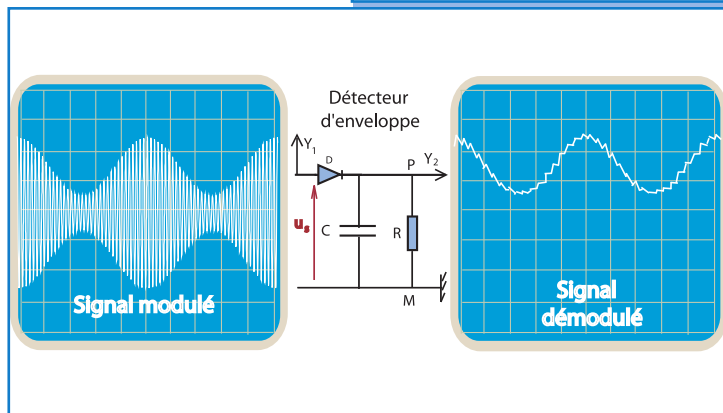


Fig.19 : Les oscillogrammes avant et après la démodulation

Questions

- 1°) Quels sont les rôles de la diode, du condensateur et du conducteur ohmique ?
- 2°) Les valeurs de C et de R influent-elles sur l'intégrité de l'enveloppe ?

2.1.2- Interprétation

La visualisation de la tension aux bornes du condensateur à l'aide d'un oscilloscope montre que lorsque la diode est conductrice pour une alternance positive et la tension modulée augmente au cours du temps, le condensateur se charge à travers la résistance.

Pendant la même alternance, la tension modulée décroît au cours du temps, le condensateur se décharge à travers la résistance.

Pendant l'alternance négative, la diode est bloquée, le condensateur continue sa décharge à travers la résistance.

Ainsi, la diode impose au condensateur de suivre l'évolution au cours du temps de l'enveloppe supérieure. Pour suivre l'évolution de l'enveloppe, la constante de temps $\tau = R.C$ doit vérifier une inégalité : $T_p < \tau = R.C \ll T$

T : période du signal modulant ; T_p : période de la porteuse.

Si cette inégalité est vérifiée, la charge et la décharge du condensateur reconstituent l'enveloppe (signal modulant). Par suite, une bonne détection d'enveloppe (avec le minimum d'ondulations) n'est possible que lorsque la fréquence N_p de la porteuse est très supérieure à celle du signal modulant : $N_p \gg N$.

2.2- LISSAGE DU SIGNAL

Pour obtenir un signal démodulé de bonne qualité, on doit débarrasser l'enveloppe de toute ondulation. Pour ce faire, on monte à la suite du détecteur d'enveloppe, entre les points P et M, un dipôle $R'C'$ comme sur le schéma de la figure 20.

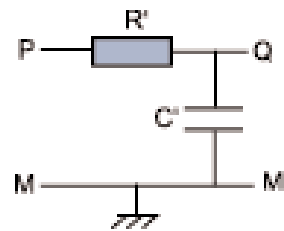


Fig.20 : Filtrage du signal

Questions

- 1°) Expliquer le rôle du quadripôle $R'C'$ de la figure 20.
- 2°) Montrer qu'il s'en suit la double condition : $T_p \ll R'C' \ll T$, où T_p est la période de la porteuse et T , la période du signal modulant.

Interprétation

Pour supprimer intégralement la porteuse de fréquence N_p très supérieure à la fréquence N du signal modulant, il faut un filtre passe bas comme celui de la figure 20.

Or, on sait qu'un tel filtre passif est caractérisé par la fréquence de coupure haute $N_h = \frac{1}{2\pi R'C'}$

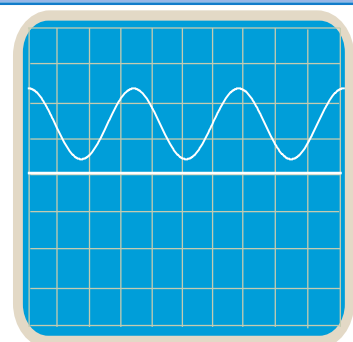


Fig.21 : L'enveloppe avec la composante continue

Donc, N_h doit être très inférieure à N_p tout en restant nettement supérieure à N , d'où l'inéquation, $T_p \ll R'C' \ll T$.

2.3- ÉLIMINATION DE LA COMPOSANTE CONTINUE

L'enveloppe est décalée par rapport à l'axe du temps de U_o (Fig.19 et 21). Pour en extraire le signal sinusoïdal que l'on veut capter, il suffit de supprimer la composante continue. Pour ce faire, on associe au montage formé par le détecteur d'enveloppe et le dipôle $R'C'$ de filtrage entre les points Q et M, un troisième étage constitué d'un autre dipôle $R''C''$ comme sur le schéma de la figure 22.

Questions

1°) Expliquer le rôle du quatripôle $R''C''$ de la figure 22.

2°) Montrer qu'il s'en suit la condition :

$$R''C'' \gg T$$

Interprétation

La tension de décalage est une tension continue, c'est-à-dire une tension de fréquence nulle. Pour l'éliminer, il faut alors un filtre passe haut comme celui de la figure 22, de fréquence de coupure basse $N_b = \frac{1}{2\pi R''C''}$.

Pour que le signal modulant ne soit pas affecté, il faut que N_b soit très inférieure à sa fréquence N , d'où la condition $R''C'' \gg T$.

Conclusion

La démodulation d'un signal modulé en amplitude s'effectue en trois phases :

- la détection d'enveloppe avec un condensateur C et un résistor R montés en parallèle tels que :
 $T_p < \tau = R.C \ll T$, où T_p est la période de la porteuse et T, la période du signal portant l'information ;
- le lissage du signal avec un filtre passe-bas $R'C'$ satisfaisant la condition :
 $T_p \ll R'C' \ll T$
- l'élimination de la composante continue avec un filtre passe-haut $R''C''$ satisfaisant la condition $R''C'' \gg T$.

Pour une démodulation de qualité, il faut une porteuse de fréquence très supérieure à celle du signal modulant : $N_p \gg N$.

Remarques

- La démodulation d'amplitude peut être réalisée avec un détecteur d'enveloppe et un filtre passe-haut seulement. Toutefois, elle sera d'une qualité inférieure.
- Pour la réception d'émissions radiophoniques transmises en AM, le poste radio doit être muni d'une antenne, d'un circuit d'accord constitué d'une bobine en parallèle avec un condensateur puis le circuit démodulateur. L'oscillateur (L,C) est un résonateur accordé sur la fréquence de la porteuse

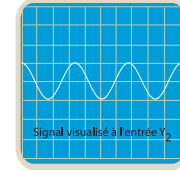
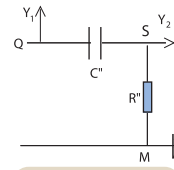
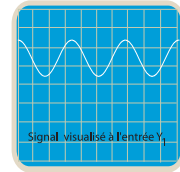


Fig.22 : Elimination de la composante continue

(pour sélectionner les stations en émission AM).

- Tous les postes radio sont dotés d'un condensateur à capacité variable pour raccorder la fréquence du résonateur à celle de la porteuse N_p .

3 AVANTAGES ET INCONVÉNIENTS

La modulation d'amplitude a beaucoup d'avantages :

- elle est simple à mettre en oeuvre (un multiplieur),
- la largeur de bande limitée à $2N$ [N étant la fréquence maximale du signal à transmettre (ou signal modulant)],
- sa démodulation qui ne demande qu'une diode, des condensateurs et des résistors est très pratique.

Toutefois, elle a quelques inconvénients :

- sensibilité aux parasites (les émetteurs d'ondes électromagnétiques à proximité du récepteur : au démarrage d'une voiture, au passage d'une motocyclette...).
- une grande partie de la puissance de l'émetteur sert à émettre la porteuse qui ne véhicule aucune information. Celle-ci, c'est-à-dire l'information, est entièrement véhiculée par les bandes latérales du spectre de fréquences.

MODULATION DE FRÉQUENCE

Par opposition à la modulation d'amplitude la modulation de fréquence consiste en la modification de la fréquence et non de la porteuse en fonction de la tension modulante.

1 MODULATION

1.1- ÉTUDE THÉORIQUE

On gardera les même notations que précédemment :

$u(t) = U_m \cos 2\pi.N.t$ est l'expression du signal modulant.

$u_p(t) = U_{pm} \cos 2\pi.N_p.t$ est l'expression de la porteuse.

Le principe de la modulation de fréquence est de varier la fréquence de la porteuse en fonction de $u(t)$ (Fig.23).

Soit N_o la fréquence de la porteuse en absence de modulation

La fréquence du signal modulé en fréquence s'écrit sous la forme générale : $N_p(t) = N_o + k u(t) = N_o + k U_m \cos 2\pi.N.t$.

De cette expression de $N_p(t)$, résultent les définitions ci-dessous :

* $\Delta N_p = N_p - N_o = k.u(t)$: est l'excursion en fréquence.

Sa valeur maximale est appelée excursion crête de fréquence.

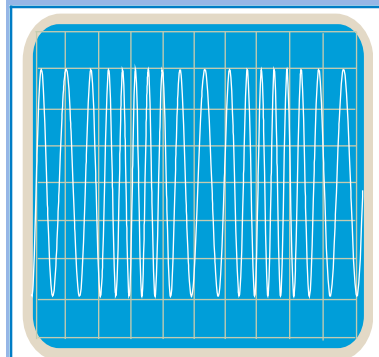


Fig.23 : Signal modulé en fréquence

* On appelle indice de modulation :

$$\beta = \frac{N_{pmax} - N_o}{N} = \frac{k U_m}{N}$$

On démontre que le signal modulé en fréquence prend la forme générale :

$$u_s(t) = U_{pm} \cos \left[2.\pi.N_p t + \frac{k.U_m}{2.\pi.N} \cos 2.\pi.N t \right]$$

Conclusion

Un signal modulé en fréquence a :

- une amplitude constante, c'est celle de la porteuse,
- une fréquence qui varie au cours du temps.

1.2- Étude expérimentale

Pour faire varier expérimentalement la fréquence de la porteuse en fonction de la tension instantanée du signal modulant $u(t)$, on utilise par exemple une diode **varicap** (condensateur dont la capacité varie en fonction de la tension instantanée u appliquée entre ses bornes (Fig.24) comme suit : $C = k.u^a$, avec $a \simeq 1/2$ et k est une constante.

Le condensateur est un composant d'un résonateur (L,C) de fréquence propre : $N_0 = \frac{1}{2.\pi\sqrt{LC}}$

La fréquence N_p de la porteuse doit être très stable. On utilise alors un oscillateur à quartz à haute fréquence.

Pour réaliser un émetteur, on monte à la sortie de l'oscillateur, un amplificateur de puissance et une antenne (Fig. 25).

Remarque

L'étude de la démodulation de fréquence est hors programme.

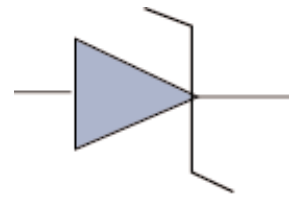


Fig.24 : Diode Varicap

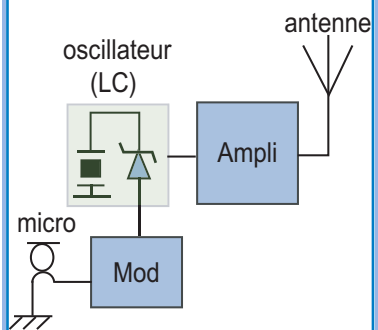


Fig.25 : Montage utilisant la modulation de fréquence

2

AVANTAGES ET INCONVÉNIENTS

Les avantages

- Une très faible sensibilité aux parasites électromagnétiques (les hautes tensions, les éclairs...).
- Une haute fidélité pour la reproduction des fréquences.
- La fréquence de sa porteuse peut être sélectionnée facilement par les récepteurs.

- Un excellent rendement énergétique : la majeure partie de l'énergie est portée par le signal modulant et non par la porteuse.

Les inconvénients

- Le signal modulé en fréquence se propage directement d'où la nécessité des relais d'amplification du signal.
- Le montage de modulation FM est plus compliqué qu'en AM.
- La démodulation est plus délicate qu'en AM.

3 FM AU QUOTIDIEN

- Les **modems** (mot issu de deux termes : modulation et démodulation) utilisent en bas débit la modulation de fréquence pour le transfert des données entre l'ordinateur et ses périphériques.
- Les téléphones analogiques utilisent la modulation de fréquence pour composer le numéro : chaque chiffre est codé par une composition de deux fréquences pour former un code DTMF (Dual Tone Multiple Frequency). il s'agit d'une modulation FSK (Frequency Shift Keying) qui utilise plus de deux fréquences. il s'agit d'une modulation MFSK (multiple frequency-shift keying) s'il s'agit de plusieurs fréquences.
- Les radios de la bande FM émettent, comme leur nom l'indique en modulation de fréquence sur la bande VHF.

La figure 26 représente un poste de radio (avec sa télécommande) utilisant la modulation de fréquence pour la réception des émissions.



Fig.26 : Poste radio captant en FM.

L'essentiel

■ La modulation d'amplitude consiste à modifier l'amplitude d'une onde porteuse de fréquence très élevée par le signal à transmettre, auquel on ajoute une tension continue (appelée tension de décalage ou d'offset).

■ Avec : $u(t) = U_o + U_m \cos 2\pi N t$ et $u_p(t) = U_{pm} \cos 2\pi N_p t$, la forme générale du signal modulé en amplitude est :

$$u_s(t) = U_{Sm} \cos 2\pi N_p t, \text{ où } U_{Sm} = kU_{pm}U_o \left(1 + \frac{U_m}{U_o} \cos 2\pi N t\right)$$

$$U_{Sm \max} = kU_{pm}U_o \left(1 + \frac{U_m}{U_o}\right)$$

$$U_{Sm \min} = kU_{pm}U_o \left(1 - \frac{U_m}{U_o}\right)$$

■ Chaque signal modulé en amplitude est caractérisé par son taux de modulation :

$$m = \frac{U_{Sm \max} - U_{Sm \min}}{U_{Sm \max} + U_{Sm \min}} = \frac{U_m}{U_o}$$

■ La démodulation d'un signal transmis par modulation d'amplitude consiste en sa récupération par trois opérations successives : la détection d'enveloppe, le lissage et l'élimination de la composante continue.

■ En modulation de fréquence, l'amplitude de la porteuse reste constante, mais sa fréquence varie autour de la valeur N_o en fonction de la fréquence N du signal modulant (Signal à transmettre).

- Sa fréquence est : $N_p(t) = N_o + K.u(t)$

$N_p(t)$: fréquence de la porteuse en excursion.

- L'excursion en fréquence s'écrit : $N_p - N_o = K.u(t)$.

- L'indice de modulation s'exprime :

$$\beta = \frac{N_{\max} - N_o}{N}$$

Exercices

Exercice résolu

ÉNONCÉ

On réalise, à l'aide du montage de la figure 1, une modulation d'amplitude en appliquant aux deux entrées du multiplieur les tensions $u_1(t) = U_o + u(t) = U_o + U_m \cos 2\pi Nt$ et $u_2 = u_p = U_{pm} \cos 2\pi N_p t$. On sait que la tension de sortie est de la forme $u_s(t) = k \cdot u_1 \cdot u_2$ si les broches 2, 4 et 6 sont connectées à la masse ; k est une constante.

Pour toutes les expériences, on ne fait varier que U_o .

Première expérience : $U_o = 4 \text{ V}$.

A l'aide d'un oscilloscope bicourbe, on visualise $u_s(t)$ (Fig.2).

1°) Préciser, sans calcul, si le signal est modulé ou surmodulé.

2°) Calculer le taux de modulation m et en déduire la valeur de U_m .

3°) A l'aide d'un analyseur de fréquence, on obtient le spectre de fréquences du signal précédent (Fig.3).

a) Etablir les expressions des amplitudes des trois fréquences du spectre.

b) Retrouver la valeur de m .

c) Sachant que le pic central du spectre a une fréquence $N' = 100 \text{ kHz}$, en déduire les valeurs de N_p et de N .

Deuxième expérience : U_o inconnue.

On visualise $u_s(t)$ (Fig.4).

4°) a) préciser, sans calcul, si on a augmenté ou on a diminué U_o .

b) Calculer la nouvelle valeur de m et en déduire U_o .

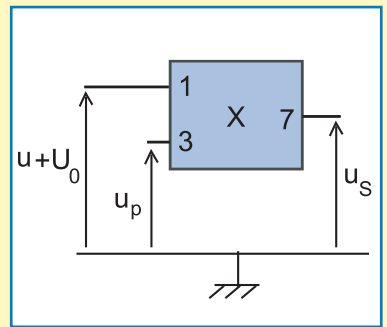


Fig.1: Montage multiplieur

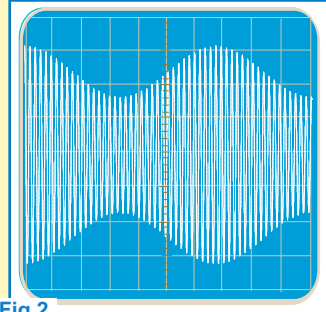


Fig.2

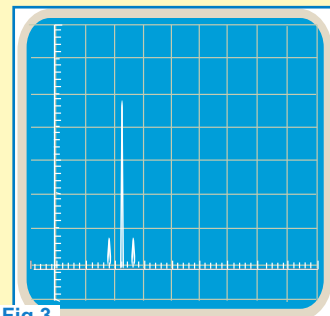


Fig.3

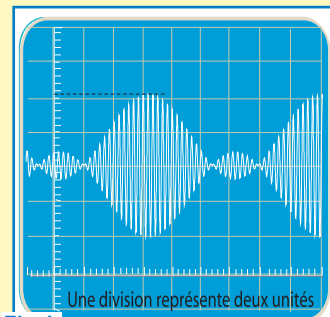


Fig.4

SOLUTION

1°) Exploitation graphique de l'oscillogramme de la figure 2 :

L'amplitude minimale de la tension de sortie est bien positive, d'où un taux de modulation m inférieur à 1. Ça signifie que le signal de sortie est correctement modulé.

2°) On doit mesurer $U_{Sm \max}$, $U_{Sm \min}$ et on applique la formule :

$$m = \frac{U_{Sm \max} - U_{Sm \min}}{U_{Sm \max} + U_{Sm \min}} = \frac{16 - 8}{16 + 8} = 0,33 \quad ; \quad m = 0,33$$

$$m = \frac{U_m}{U_o}. \text{ Donc, } U_m = mU_o$$

A.N. : $U_m \simeq 1,32 \text{ V}$.

3°) a) La tension de sortie peut se mettre sous la forme :

$$u_S(t) = kU_{pm}U_o \cos 2\pi N_p t + 1/2 m k U_{pm} U_o \cos 2\pi(N_p + N)t + 1/2 m k U_{pm} U_o \cos 2\pi(N_p - N)t .$$

En posant $A = kU_{pm}U_o$, on a :

$$u_S(t) = A \cos 2\pi N_p t + 1/2 m A \cos 2\pi(N_p + N)t + 1/2 m A \cos 2\pi(N_p - N)t.$$

On peut conclure alors que les deux pics latéraux ont la même amplitude $1/2mA$ et le pic central a l'amplitude A .

b) Le rapport des amplitudes du pic central et d'un pic latéral est égal à **2/m**.

On calcule ce rapport à partir du spectre de la figure 3, dont le pic central et chacun des pics latéraux ont respectivement les longueurs 24 mm et 4 mm.

$$\frac{2}{m} = \frac{4}{24}, \text{ ce qui donne : } m = 0,33$$

c) Le pic central est celui de la porteuse dont la fréquence est $N_p = N' = 100 \text{ kHz}$.

Puisque le pic de la bande latérale inférieure est de fréquence $(N_p - N)$ et celui de la bande latérale supérieure est de fréquence $(N_p + N)$, on peut calculer N par recours au graphique spectral (Fig.3) qui donne :

$$\gamma = \frac{N_p}{N_p - N} = \frac{11}{9}.$$

$$\text{De } \gamma = \frac{N_p}{N_p - N} \text{ on déduit : } N = \left(1 - \frac{1}{\gamma}\right) N_p$$

A.N. : $N_p = 18,2 \text{ kHz}$

4°) a) Il y a une surmodulation du signal de sortie. Donc, m augmente. Par suite, U_o a diminué.

$$b) m = \frac{U_{Sm \max} - U_{Sm \min}}{U_{Sm \max} + U_{Sm \min}} ;$$

$$\text{D'après le graphique de la figure 4, on a : } m = \frac{21 - 4}{21 + (-4)}$$

D'où, $m = 1,47$

$$m = \frac{U_m}{U_o}, \text{ d'où } m = U_o = \frac{U_m}{m}$$

A.N. : $U_o \simeq 0,90 \text{ V}$

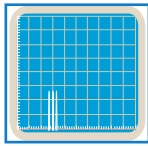
Exercices à résoudre

Tests rapides des acquis

1 Items "vrai ou faux"

Evaluer les propositions suivantes par vrai ou faux.

- 1- Le signal modulé en amplitude a une fréquence constante.
- 2- La modulation consiste à translater le signal à transmettre en hautes fréquences.
- 3- La porteuse constitue l'enveloppe du signal modulé.
- 4- La fréquence du signal modulant peut être supérieure à la fréquence de la porteuse.
- 5- La fréquence d'une station radio est celle de la porteuse.
- 6- Le spectre de fréquences de la figure 1 ci-contre montre que le signal est surmodulé.

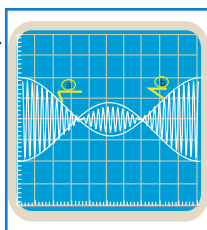


- 7- Le taux de modulation dépend de la fréquence de la porteuse.
- 8- Un signal modulé en fréquence a une amplitude constante.
- 9- Les émissions FM sont sensibles aux parasites .
- 10- Le spectre de fréquences d'un signal modulé en amplitude est composé de deux pics.
- 11- En modulation de fréquence, la fréquence du signal a pour expression $N_p(t) = N_o + K.u(t)$.
- 12- En modulation de fréquence, le terme $N_p - N_o$ est l'excursion en fréquence.
- 13- Le modem d'un ordinateur est un modulateur et démodulateur de signaux.
- 14- La forme générale d'un signal modulé en amplitude est $u_s = U_{sm}(1 + m \cos \omega t) \cos \omega_p t$.

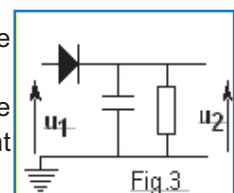
2 Questions à Choix Multiples

Préciser pour chacune des questions suivantes, la (ou les) proposition(s) juste(s).

- I- Un signal modulé en amplitude est :
 - a- le produit de deux tensions sinusoïdales.
 - b- la somme de trois tensions sinusoïdales.
 - c- caractérisé par une amplitude constante.
- II- Pour Radio-Tunis "chaîne internationale" qui émet en FM sous une fréquence de 92 MHz :
 - a- l'amplitude du signal est variable.
 - b- 92 MHz est la fréquence de sa porteuse.
 - c- la démodulation du signal nécessite un détecteur de crête.
- III- La transmission par modulation peut consister en la modification de :
 - a- l'amplitude de la porteuse.
 - b- la fréquence du signal modulant.
 - c- la phase du signal modulé
- IV- Le signal de la figure 2 ci-contre est :
 - a- modulé en fréquence.
 - b- modulé en amplitude.
 - c- en surmodulation.



- V- Pour le signal de la figure 2 de IV.
 - a- la courbe a est celle de la porteuse.
 - b- la courbe b est l'enveloppe.
 - c- la fréquence varie au cours du temps.
- VI- Un signal modulé ayant pour expression : $u_s(t) = 12 \cdot \cos[6 \cdot 10^8 t + 5 \cos 1250 t]$:
 - a- est un signal modulé en amplitude.
 - b- a une fréquence de porteuse $N_p = 6 \cdot 10^8$ Hz
 - c- est issu d'un signal modulant de pulsation $\omega = 1250$ rad.s⁻¹.
 - d- peut être démodulé par un détecteur d'enveloppe.
- VII- Le montage de la figure 3 :
 - a- est le démodulateur d'un signal modulé en fréquence.
 - b- est un détecteur de crête.
 - c- délivre à sa sortie une tension $u_2(t)$ représentant le signal modulant.



Exercices d'application

3 On dispose de deux signaux modulés dont les expressions sont respectivement :

$$u_1(t) = 20 \cdot \cos [10^5 t + 10 \cos 6280 t]$$

$$\text{et } u_2(t) = 30[3 + 2 \cos 1000 t] \cdot \cos 20 \cdot 10^4 t.$$

1°) Préciser pour chaque cas le mode de modulation considéré.

2°) Indiquer pour chaque cas les fréquences du signal modulant et de la porteuse.

3°) Calculer le taux de modulation du signal modulé en amplitude.

4°) Quelle est l'excursion de fréquence du signal modulé en fréquence.

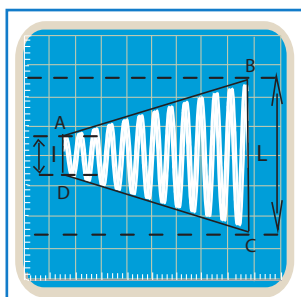
5°) Quel est parmi $u_1(t)$ et $u_2(t)$, le signal le plus sensible aux parasites ?

4 A l'aide d'un oscilloscope bicourbe, on traite un signal modulé. Sur la voie Y_1 , on visualise le signal modulant et sur la voie Y_2 , on visualise le signal modulé.

1°) Comment peut-on visualiser le trapèze de la figure ci-dessous ?

2°) S'agit-il d'un signal modulé en fréquence ou en amplitude ? justifier la réponse.

3°) Calculer le taux de modulation du signal.

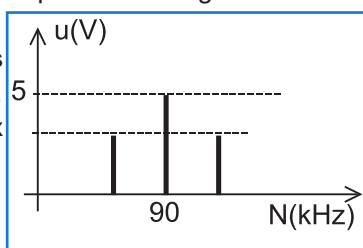


5 Le spectre de fréquences d'un signal modulé en amplitude est celui de la figure ci-dessous.

1°) En déduire les fréquences du signal modulant et de la porteuse.

2°) Mesurer les amplitudes des pics.

3°) Calculer le taux de modulation m .



6 L'oscillogramme ci-dessous représente la tension de sortie d'un signal modulé.

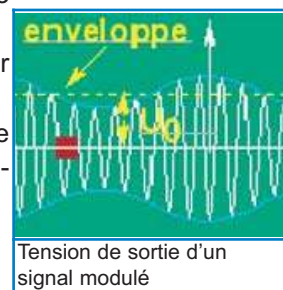
1°) S'agit-il d'un signal modulé en amplitude ou en fréquence ? Justifier la réponse.

2°) Sachant que la fréquence du signal modulant est $N = 10$ kHz, déduire de l'oscillogramme, la fréquence de la porteuse.

3°) Calculer le taux de modulation m .

4°) On veut démoduler cette tension.

Représenter le montage permettant cette opération de démodulation.



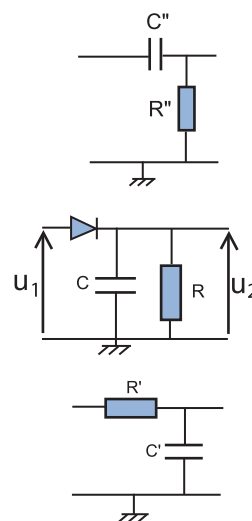
7 Dans le but de démoduler une tension $u_1 = U_{1m}(1 + m \cos \omega_0 t) \cos \omega_1 t$, où m est une constante positive inférieure à l'unité, on réalise les trois montages schématisés ci-contre.

1°) La tension $u_1(t)$ est-elle modulée en fréquence ou en amplitude ?

2°) Quel est le rôle de chaque montage dans la démodulation envisagée.

3°) La tension $u_2(t)$ est-elle de basse ou de haute fréquence ?

4°) Faire le montage permettant une démodulation de bonne qualité.

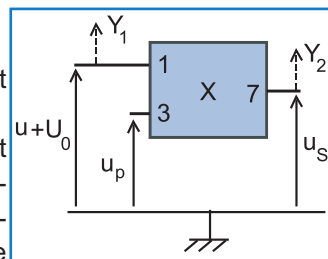


8 On donne : $U_0 = 4$ V.

$$u(t) = 2 \cos 20 t \text{ et } u_p(t) = 3 \cos 2000 t.$$

1°) Quelles sont l'amplitude et la fréquence de l'oscillogramme de la voie Y_1 ?

2°) Répondre à la même question dans le cas de l'oscillogramme de la voie Y_2 .



Exercices de synthèse

9 Une station radio émet sur la longueur d'onde $\lambda = 1827 \text{ m}$, en modulation d'amplitude AM.

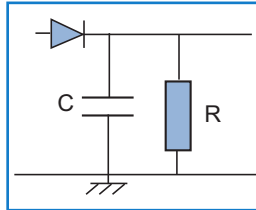
1°) Calculer la fréquence du signal émis. Que représente cette fréquence ?

On donne : $c = 3.10^8 \text{ m.s}^{-1}$.

2°) Le signal modulant est un signal sonore de fréquence moyenne 1 kHz (voix humaine).

a) Calculer les périodes du signal modulant et de la porteuse.

b) A la réception, on doit démoduler le signal reçu par le détecteur d'enveloppe de la figure ci-contre. Sachant que pour avoir une bonne démodulation,



l'inégalité ci-dessous doit être vérifiée :

$$T(\text{modulant}) > \tau = R.C \gg T_p(\text{porteuse})$$

et sachant que $R = 15 \text{ k}\Omega$, donner un encadrement de C.

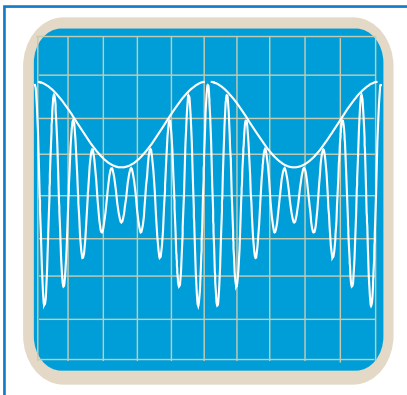
c) Déterminer alors, dans la liste suivante, la valeur de la capacité C permettant de respecter au mieux l'inégalité ci-dessus.

Liste : 1 pF ; 10 pF ; 100 pF ; 1 nF ; 10 nF ; 100 nF ; 1 μF ; 10 μF ; 100 μF .

10 AD633JN est un multiplieur de tension. On applique entre ses deux entrées E1 et E2 les tensions respectives

$$u_1(t) = U_o + U_m \cos \omega t \text{ et } u_2(t) = U_{pm} \cos \omega_p t.$$

A l'aide d'un oscilloscope bicourbe, on visualise la voie Y1 le signal modulant et sur la voie Y2 le signal modulé (Fig. 4 ci-dessous).



1°) S'agit-il d'une modulation en amplitude ou en fréquence ? Justifier la réponse.

2°) Identifier l'oscillogramme correspondant à chaque voie. 3°) Calculer le taux de modulation du signal.

4°) Sachant que la fréquence de la porteuse N_p est égale à 120 kHz, en déduire la fréquence du signal modulant.

11 On applique aux deux entrées d'un multiplieur les deux tensions $u(t) + U_o$ et $u_p(t)$. Sachant que

$$u_p(t) = 2 \cos 10^3 t.$$

A partir des oscillogrammes visualisés : 1°) préciser les tensions visualisées en trait plein et en trait fin.

2°) indiquer les branchements des fils de l'oscilloscope.

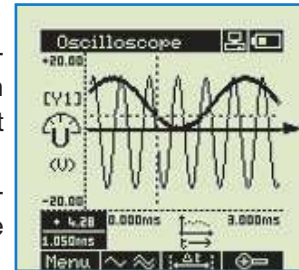
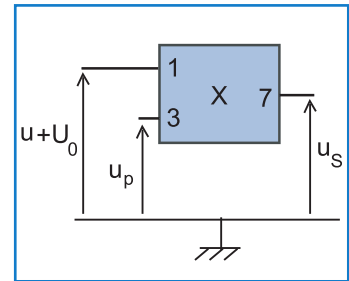
3°) déduire les valeurs de la tension de décalage U_o , la fréquence du signal modulant N et la fréquence de la porteuse N_p .

4°) a) Indiquer les branchements des fils pour visualiser $u_p(t)$ et $u_s(t)$.

b) Montrer que $u_s(t)$ s'écrit sous la forme : $u_s(t) = a(1 + \cos bt) \cos ct$.

Calculer a, b et c.

5°) Calculer le taux de modulation m du signal de sortie.



12 Étude de texte

L'oscillateur de Hertz

En télécommunication, l'onde porteuse peut être modulée en amplitude par les variations de fréquence et d'intensité d'un signal sonore tel qu'une note de musique. Cette forme de modulation d'amplitude (AM) est utilisée pour de nombreux services de radiotéléphonie, la radiodiffusion usuelle...

En modulation de fréquence, la fréquence de l'onde porteuse est modifiée dans les limites d'un intervalle donné (l'excursion de fréquence), à une vitesse correspondant à la fréquence du signal sonore. Cette forme de modulation, mise au point dans les années 1930, a l'avantage de produire des signaux peu affectés par le bruit et les parasites émis par des sources telles que les systèmes d'allumage des moteurs d'automobiles et les orages, qui perturbent profondément les signaux modulés en amplitude. Aussi la radiodiffusion adopte-t-elle la modulation de fréquence, les émetteurs utilisant des bandes de fréquences élevées (88 à 108 MHz), convenant à des signaux à large bande passante, mais dont la réception n'est possible qu'à des distances assez faibles.

L'onde porteuse peut également être modulée en faisant varier sa phase en fonction de l'amplitude du signal. Toutefois, l'utilisation de la modulation de phase reste en général réservée à certains équipements spéciaux, du fait de la bande passante très importante qu'elle requiert. Les ondes radio diffusées à basses et moyennes fréquences sont modulées en amplitude. A des fréquences plus élevées, on utilise des modulations en amplitude et en fréquence. Pour la télévision, le son, par exemple, peut être transmis par modulation de fréquence, tandis que l'image est transmise par modulation d'amplitude. Dans le domaine des hyperfréquences (au-delà du domaine des

fréquences ultra hautes, ou UHF), où de plus grandes largeurs de bande sont disponibles, l'image peut également être transmise par modulation de fréquence. Par ailleurs, on a mis au point des systèmes permettant de diffuser «son et images» sous forme numérique, en tirant parti de ces fréquences élevées.

De telles transmissions remplacent les techniques de diffusion de type analogique. Le «tout numérique», avec sa très large bande passante, permet d'envisager le multiplexage, une seule fréquence porteuse transmettant plusieurs signaux (et donc plusieurs émissions) simultanément.

D'après Microsoft Encarta - 2006

Questions

- 1°) Quels types de modulation, utilise-t-on en radiodiffusion ? Quel type préfère-t-on sur l'autre et pourquoi ?
- 2°) Qu'est-ce qui rend la modulation de fréquence impossible en radiodiffusion avec les porteuses de fréquences inférieures au mégahertz ?
- 3°) Relever dans le texte, ce qui montre que la transmission des images est caractérisée par une large bande de fréquences plus élevées que celles du son.
- 4°) Dans quelle gamme de fréquences, émet la télévision numérique ?
- 5°) En quoi consiste le multiplexage dans la transmission numérique des signaux ?

Fiche technique

Opérateur AD633JN

Caractéristiques

C'est un circuit intégré à huit broches.

Il est constitué de trois amplificateurs opérationnels montés comme l'indique la figure 1.

Suivant les connexions de ses broches, la tension de sortie (broche 7) prend une forme mathématique (multiplieur, multiplieur et sommateur.. ,etc).

Les broches 5 et 8 doivent être polarisées respectivement avec -15V et +15V.

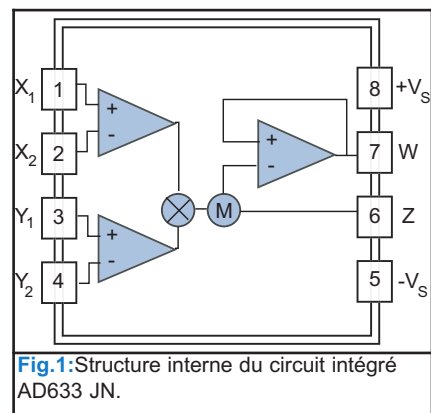


Fig.1: Structure interne du circuit intégré AD633 JN.

AD633JN comme multiplieur

- Les broches 2, 4 et 6 sont reliées à la masse.
- Entre l'entrée 1 et la masse, on applique une tension u_1 .
- Entre l'entrée 3 et la masse, on applique une tension u_2 .

La tension de sortie (entre broche 7 et la masse) est :

$$u_S(t) = k.u_1.u_2 \text{ avec } k = 0,1 \text{ V}^{-1}.$$

On dit qu'il s'agit d'un montage multiplieur de tensions. (Fig.2)

C'est le cas du montage de la figure 5 du cours.

On a utilisé ce montage en modulation d'amplitude avec une tension de décalage ou d'offset.

$$u_1(t) = U_o + U_m \cos 2\pi N t \quad \text{et} \quad u_2(t) = U_{pm} \cos 2\pi N_p t.$$

La tension de sortie est :

$$u_S(t) = k.U_{pm} \cos 2\pi N_{pm} t [U_o + U_m \cos 2\pi N t].$$

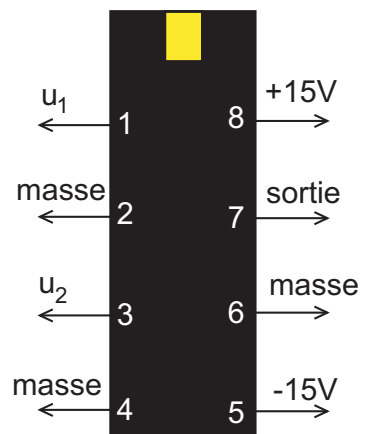


Fig.2

AD633JN comme multiplieur et sommateur

- Les broches 2 et 4 à la masse.
- Entre l'entrée 1 et la masse, on applique une tension u_1 .
- Entre l'entrée 3 et la masse, on applique une tension u_2 .
- Entre l'entrée 6 et la masse, on applique une tension u_3 .

La tension de sortie (entre broche 7 et la masse) est :

$$u_S(t) = k.u_1.u_2 + u_3$$

On dit qu'il s'agit d'un montage multiplieur-sommeur de tension.

C'est le cas du montage de la figure 3.

On peut réaliser une modulation d'amplitude en connectant la broche 3 à la broche 6.

$$u_2 = u_3 = U_{pm} \cos 2\pi N_p t ;$$

$u_1(t) = U_m \cos 2\pi N t$, d'où la tension $u_S(t)$ modulée en amplitude :

$$u_S(t) = U_{pm} \cos 2\pi N_p t . [1 + k.U_{pm} \cos 2\pi N_p t].$$

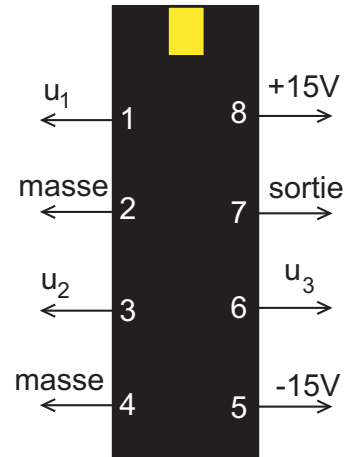


Fig.3

En savoir plus

TRANSMISSION PAR MODULATION

La transmission par ondes de signaux contenant des informations (audio ou vidéo) est couramment utilisée de nos jours, que ce soit pour retransmettre à la télévision un match de football, pour téléphoner de n'importe où en France, écouter la radio ou dans l'utilisation des télécommandes. Mais comment est-il possible d'envoyer ces informations à longue distance et comment fait-on pour décrypter ce signal sur le lieu de son utilisation.

Il est évident que tous les postes émetteurs de radio utilisent une plage de fréquences audibles pour nous faire entendre leurs programmes. Donc, si tous les émetteurs envoyaient directement ces fréquences, nous n'aurions que du bruit à la réception. En attribuant à chacun une porteuse différente, à la réception nous choisissons le programme voulu en sélectionnant sa porteuse (elle peut être définie par sa fréquence ou parfois par sa longueur d'onde). Il suffit alors de démoduler le signal pour avoir accès à l'information d'origine.

Tout signal modulé peut s'écrire sous la forme :

$s(t) = S(t) \cos[\theta(t)] = S(t) \cos[\Omega t + \varphi(t)]$, où $S(t)$ est l'amplitude du signal modulé,
 $\theta(t)$ est la phase instantanée du signal modulé,
 $d\theta/dt = \Omega + d\varphi(t)/dt$ est la pulsation

Deux cas peuvent se présenter :

- $S(t)$ est une fonction du temps et $\varphi(t)$ est une constante : C'est la modulation d'amplitude.
- $S(t)$ est une constante et $\varphi(t)$ est une fonction du temps : C'est la modulation de fréquence ou de phase.

I - MODULATION D'AMPLITUDE AM

Dans ce type de modulation, le signal source fait varier l'amplitude de la porteuse. On dit aussi que la source est l'enveloppe de la porteuse. Cette modulation est surtout utilisée en radio - ondes moyennes (AM ou MW d'environ 500 à 2000 kHz).

La modulation d'amplitude est très sensible aux perturbations électromagnétiques qui peuvent modifier l'amplitude de la porteuse et donc du signal source lors de la démodulation. La largeur de bande du signal modulé est de plus ou moins la fréquence de la source autour de la porteuse, soit pour une source à 3 kHz et une porteuse 600 kHz une largeur de bande de 6kHz (de 597 à 603 kHz) .

A l'analyseur de spectre, on voit trois raies : deux petites latérales (597 et 603 kHz) et une grande à 600 kHz. Les deux bandes latérales contiennent l'ensemble des informations du signal source. On peut donc transmettre une seule bande latérale. On parle alors de modulation à bande latérale unique (BLU).

De manière simplifiée, on peut dire que la valeur instantanée du signal transmis est égale au produit des signaux instantanés (porteuse x source)

1° - Modulation d'amplitude à porteuse supprimée

La tension sinusoïdale de la porteuse H.F s'écrit : $v(t) = V_m \cos \Omega t$

La tension du signal modulant s'écrit : $u(t) = U_m \cos \omega t$ avec $\omega \ll \Omega$.

On effectue la modulation à l'aide d'un multiplicateur analogique, on obtient $s(t)$, le produit de la porteuse par le signal modulant.

$s(t) = k.u(t).v(t) = k.U_m.V_m.\cos \omega t . \cos \Omega t$

Or, $\cos (a).\cos (b) = 1/2. [\cos (a+b) + \cos (a - b)]$.

$$s(t) = 1/2 \cdot k \cdot U_m \cdot V_m \cdot [\cos(\Omega - \omega)t + \cos(\Omega + \omega)t]$$

On obtient le spectre de fréquence ci-contre.

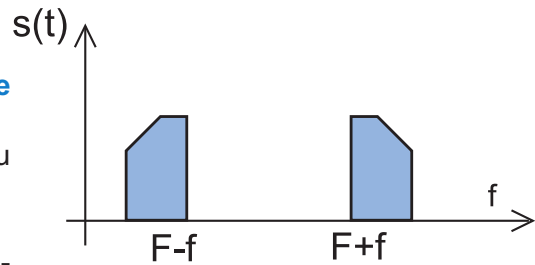
2° - Démodulation d'une modulation à porteuse supprimée

La démodulation est réalisée par multiplication du signal modulé $s(t)$ par la porteuse $v(t)$.

On obtient : $s(t) \cdot v(t) \propto [\cos(2\Omega - \omega)t + \cos \omega t]$

Le premier terme est éliminé grâce à un filtre passe-bas (car Ω est une pulsation élevée), reste alors $\propto \cos \omega t$ qui est proportionnel au signal modulant $u(t)$ initial.

L'inconvénient de ce montage est qu'il faut pouvoir disposer de la porteuse lors de la réception pour démoduler le signal modulé. L'avantage est que la puissance fournie par l'émetteur est consacrée uniquement au signal utile.



3° - Modulation d'amplitude avec porteuse

On utilise une porteuse H.F de la forme : $v(t) = V_m \cos \Omega t$

Le signal modulant BF est de la forme : $u(t) = U_o + U_m \cdot \cos \omega t$

avec $\omega \ll \Omega$ et U_o est une composante continue ajoutée.

On effectue une modulation dite " équilibrée " à l'aide d'un multiplieur analogique :

$$s(t) = k \cdot u(t) \cdot v(t) = k \cdot (U_o + U_m \cdot \cos \omega t) \cdot (V_m \cdot \cos \Omega t)$$

$$s(t) = k \cdot U_o (1 + U_m/U_o \cos \omega t) \cdot (V_m \cdot \cos \Omega t)$$

$$s(t) = A(1 + m \cdot \cos \omega t) \cdot \cos \Omega t$$

Avec $A = kU_oV_m$ et $m = U_m/U_o$, le taux de

modulation, l'amplitude du signal modulé est :

$$S(t) = A(1 + m \cdot \cos \omega t)$$

$S(t)$ varie en fonction du temps tel que :

$$A(1 - m) < S(t) < A(1 + m)$$

En développant $s(t)$, on obtient :

$$s(t) = A \cdot \cos \Omega t + (Am/2) \cdot \cos(\Omega + \omega)t + (Am/2) \cdot \cos(\Omega - \omega)t$$

Le spectre de fréquence est ci-contre.

L'inconvénient de ce type de montage est que la puissance P sert surtout à transmettre la porteuse.

$$P = ((V_m \cdot U_m)^2 / 2R) \cdot (1 + m^2/2)$$

Son avantage est qu'il est inutile de disposer de la porteuse lors de la réception.

4° - Démodulation à diode ou montage " détecteur de crêtes "

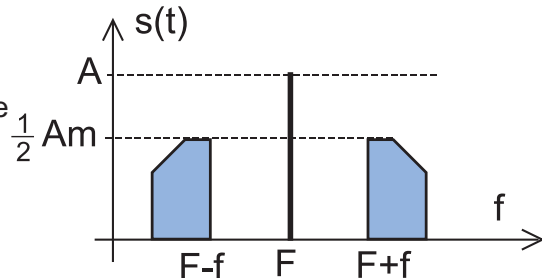
Il est possible d'utiliser ce type de démodulation uniquement avec une modulation positive avec porteuse ($m < 1$).

5° - Démodulation par détection synchrone

On multiplie $s(t)$ par la porteuse et on ajoute un filtre passe-bas. Cette méthode est idéale lorsque les signaux reçus sont faibles et elle fonctionne également dans le cas d'une modulation négative avec porteuse ou bien sans porteuse.

6° - Importance du spectre

L'antenne émettrice, l'antenne et le circuit récepteurs sont accordés sur la fréquence porteuse. Cet accord ne doit pas être trop sélectif pour ne pas éliminer les fréquences latérales, puisque ce sont justement elles qui transportent l'information : la largeur de la bande passante des différents dispositifs doit être proche de celle du spectre.



Chaque station émettrice occupe un certain domaine (canal) de fréquences. Les signaux émis par deux stations différentes ne doivent pas se recouvrir. On doit donc utiliser des fréquences porteuses suffisamment éloignées les unes des autres, et ce d'autant plus que les signaux modulant ont une fréquence élevée car le spectre est alors plus large (télévision).

L'amplitude et le taux de modulation doivent également être contrôlés, notamment mais pas uniquement en modulation de fréquence. En effet, s'ils sont trop élevés, des composantes latérales éloignées de f_p , situées hors du canal car normalement très faibles, peuvent devenir plus fortes et donc gênantes pour les stations voisines. En FM, l'élévation du taux de modulation augmente de plus la largeur du spectre.

II- MODULATION DE FRÉQUENCE FM

Le signal modulé en fréquence garde une amplitude constante, mais sa fréquence varie légèrement au cours du temps autour de la valeur F (fréquence de la porteuse). Les variations de fréquence reproduisent le signal modulant. Ce type de modulation est utilisé surtout en radio - ondes ultracourtes (FM d'environ 80 à 110 MHz).

La modulation de fréquences est peu sensible aux perturbations électromagnétiques, car ces dernières provoquent des variations d'amplitude du signal mais pas de sa fréquence. Le signal démodulé est donc identique à celui de la source.

1° - Modulation

Le signal modulant B.F est $s_m(t)$. La porteuse H.F possède la pulsation Ω_0 . Le signal modulé s'écrit : $s(t) = A_0 \cos [\Omega_0 t + \varphi(t)] = A_0 \cos [\theta(t)]$.

La pulsation instantanée du signal modulé est définie par : $\Omega = d\theta/dt = \Omega_0 + d\varphi/dt$

Dans le cas de la modulation de fréquence :

$$\varphi(t) = 2\pi k \int_0^t s_m(t) dt$$

On en déduit : $\Omega = \Omega_0 + 2\pi k s_m(t)$, ce qui justifie le nom de cette modulation.

Le signal modulé s'écrit alors :

$$s(t) = A_0 \cos \left[\Omega_0 t + 2\pi k \int_0^t s_m(t) dt \right]$$

Si le signal modulant est sinusoïdal, $s_m(t) = A_m \cos \omega t$, le signal modulé s'écrit :

$$s(t) = A_0 \cos \left[\Omega_0 t + \frac{2\pi k A_m}{\omega} \sin \omega t \right]$$

Avec f la fréquence du signal modulant, on peut déterminer m_f le taux de modulation en fréquence. f_{\max} est la fréquence maximal du signal modulé, f_{\min} sa fréquence minimal.

$$m_f = (f_{\max} - f_{\min})/2f$$

$$m_f = (1/2)T.(1/T_{\min} - 1/T_{\max})$$

Le taux de modulation en fréquence est généralement très supérieur à 1.

2° - Démodulation

La démodulation d'un signal modulé en fréquence s'effectue en deux étapes : on transforme d'abord la modulation de fréquence en modulation d'amplitude, on utilise ensuite un montage redresseur-détecteur de crête puis un filtre passe haut comme on a vu dans la modulation d'amplitude.

V - MODULATION DE PHASE (PSK)

Cette modulation est principalement utilisée pour des transmissions de valeurs binaires. La porteuse est déphasée selon l'amplitude du signal source. Pour un signal binaire, la variation de phase est de 180 degrés à chaque transition.

On peut également définir 4 déphasages différents (tous les 90 degrés) pour transmettre les valeurs binaires : "00", "01", "10", "11".

Dès lors, le débit binaire sera 2 fois plus grand que le débit exprimé en Bauds. Cette unité de vitesse de transmission d'information caractérise la fréquence de démodulation, c'est-à-dire le nombre de changements d'états que le modem fait subir au signal par seconde. Ainsi, le débit en bauds n'est pas tout à fait égal au débit en bits par secondes, car plus d'un changement d'état du signal peuvent être nécessaires pour coder un bit.

VI - CONCLUSION

Nous avons vu trois techniques de modulation-démodulation. De nombreuses autres existent pourtant. Certaines obsolètes ont été abandonnées, d'autres apparaissent au fur à mesure des avancées technologiques et des découvertes scientifiques. Néanmoins, toutes reposent sur le même principe et ont le même but : transmettre l'information sans la modifier.

Extraits d'un document d'Etienne Guillier

Réponses aux exercices

Chapitre 1

3. 1°) $0.7 \mu\text{F}$, 2°) $8.8 \cdot 10^{-3} \text{ J}$
 4. 1°) $18 \mu\text{C}$, 2°) a) 0.9V , b) $8.1 \cdot 10^{-6} \text{ J}$
 5. 1°) 0.24 s , 2°) a) 12 V , b) $3.6 \cdot 10^{-8} \text{ A}$
 6. 1°) $6 \cdot 10^{-4} \text{ A}$, 2°) 20 ms , 2°) 92 ms
 7. 2°) $1 \mu\text{s}$, 4°) 10^{-8} F
 8. 1°) 0.12 s , 2°) $12\text{k}\Omega$, 2°) $10 \mu\text{F}$
 9. 2°) 12 V , 150ms , 4°) $15\text{k}\Omega$

Chapitre 2

3. a-Nord, b-Sud, c-Sud; d-Nord.
 4. 1°) a) Bp et Ba sont opposés., b) La règle du bonhomme d' Ampère.
 2°) a) Bp et Ba ont le même sens, b) La règle du bonhomme d' Ampère.
 5. 1°) $\frac{di}{dt} = -\frac{e}{L} \cdot 2Y$ t $\in [0, 5 \text{ ms}]$, $i = (-6t + 30) \cdot 10^{-3} \text{ A}$,
 t $\in [5, 8 \text{ ms}] \Rightarrow i = (10t - 50) \cdot 10^{-3} \text{ A}$, 3Y) t $\in [0, 5 \text{ ms}]$,
 $i = f(t)$ décroissante.
 t $\in [5, 8 \text{ ms}] \Rightarrow i = f(t)$ croissante.
 6. 1°) $u_{AB} = (12L.t + 6r.t^2) \cdot 10^{-3} \text{ V}$. 2°) $u_{AB} \simeq 6,06 \text{ V}$.
 7. 1°) t $\in [0, 40 \text{ ms}] \Rightarrow u_{AB} = 3L$, - t $\in [40, 50 \text{ ms}] \Rightarrow$
 $u_{AB} = -12L$, 2°) t $\in [0, 40 \text{ ms}] \Rightarrow u_{AB} = 0,3 \text{ V}$
 - t $\in [40, 50 \text{ ms}] \Rightarrow u_{AB} = -1,2 \text{ V}$
 8. 1°) $i(t)$ tend vers une limite I_0 . 2Y) $I_0 = \frac{E}{r + R_0}$.
 3°) $\frac{di}{dt} + \frac{R}{L} \cdot i = \frac{E}{L}$. 4Y) On remplace i par son expres-
 sion. 5°) $A = \frac{E}{R}$; $\alpha = \frac{R}{L}$. 6Y) $\tau = \frac{L}{R}$; pour t = 5. τ le
 régime permanent s'établit.
 9. a) $I_0 = \frac{E}{R} = 0,1 \text{ A}$. b) $\tau = \frac{L}{R} = 0,83 \text{ ms}$.

10. 1°) $u_{AB} = L \cdot \frac{di}{dt} + r \cdot i$. 2°) $u_{BC} = R \cdot i$. 3°) courbe1: u_{BC} ,
 courbe2: u_{AB} . 4°) $I_0 = \frac{E}{r + R} = 28,6 \text{ mA}$.
 5°) $I_0 = \frac{U_{BC}}{r} = 28,5 \text{ mA}$. 6°) Méthode de tangente
 7°) $\tau = 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ s}$. 8Y) $\tau = \frac{L}{r + R}$.
 Donc, $R = \tau \cdot (r + R) = 0,53 \text{ H}$.
 11. 2°) $u_{AB} = L \cdot \frac{di}{dt} + r \cdot i$. 3°) a- $I_0 = \frac{U_r}{r} = 0,1 \text{ A}$.
 b- $r = 10 \text{ ?}$. 4°) $\tau \simeq 10^{-3} \text{ s}$. 5°) $L = (r + r') \cdot \tau = 60 \text{ mH}$.
 6°) $W = 0,3 \text{ m.J}$.

12. 1°) $I_0 = 50 \text{ mA}$. 2°) a) la méthode de la tangente
 donne $\tau = 22 \text{ ms}$. b) $i(t_{1/2}) = \frac{I_0}{2} \rightarrow \tau = 22 \text{ ms}$.
 3°) $L = R \cdot \tau = 1,1 \text{ H}$. 4°) $e = 2,5 \text{ V}$.

Chapitre 3

3. 1°) Oscillations libres amorties;
 2°) $E = 1,52 \cdot 10^{-4} \text{ J}$; 4°) $L = 2,67 \text{ H}$
 4. 1°) L'amplitude décroît au cours du temps
 2°) $T = 6,5 \text{ ms}$; 2°) $T_0 = 6,28 \text{ ms}$. 4°) $T_E = 3,3 \text{ ms}$;
 5°) $T = 2T_E$.
 7. 1°) $T_0 = 4,0 \text{ ms}$ et $T = 4,4 \text{ ms}$, donc $T > T_0$.
 2°) $E_1 = 1,485 \mu\text{J}$ et $E_7 = 0,145 \mu\text{J}$.
 3°) b) L'énergie totale diminue au cours du temps.
 8. A. 3°) $\tau = 0,4 \text{ ms}$; 4°) $u_1 = 0,993 E \simeq 5,96 \text{ V}$.
 Le condensateur est complètement chargé.
 B. 1°) La courbe (2) représente U_r .
 2°) $\frac{L}{2R} + \frac{du_2}{dt} + U_2 + \frac{1}{2RC} \int U_2 dt = 0$
 3°) $T = 25 \text{ ms}$, $T_0 = 24,8 \text{ ms}$. Donc : $T \simeq T_0$
 4°) Fig. 4 correspond à une augmentation de L.
 Fig.5 correspond à une augmentation de R.
 9. 1°) $Q_0 = 3 \cdot 10^{-5} \text{ C}$;
 2°) e) $U_m = 3 \text{ V}$, $\phi = \pi/2 \text{ rad}$; 2°) f) $t_k = 0,75 T_0 + kT_0$.
 3°) a) $T > T_0$; 3°) c) $W_J = 32,2 \mu\text{J}$.
 10. 1°) L'amplitude des oscillations diminue.
 2°) b) $L = 0,25 \text{ H}$; 25%
 11. 1°) a) A t=0, $u_C = E$, donc (2) correspond à u_C .
 1°) c) $\tau = 0,7 \text{ s}$; 1°) d) $i \simeq 158 \mu\text{A}$.

Chapitre 4

3. 2°a) $i(t) = I_m \sin 2\pi Nt$, avec $I_m = 8 \text{ mA}$;
2°b) $L = 58,8 \text{ mH}$; c) $R \leq 250 \Omega$, car les oscillations sont autoentretenues pour $R'_{\min} = R$.

4. 1°) $N = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$ **2°)** Plus C est grande, plus N et R sont petites. Donc, r augmente avec N.

5. 2°) $R' = R - E/I = 90 \Omega$;
3°a) Oui, car $R' > r$; **3°b)** $T = 3,14 \text{ ms}$.

6. 2°) A l'amorçage, la résistance négative est égale à $(-R_0 - r)$. Donc, le circuit est équivalent à un dipôle LC.

2°) Expression de N_0 est celle de **1°)** de l'exercice 4.
4°a) $E = (1/2)U_m^2$; **4°b)** E provient du dispositif d'entretien (dipôle à résistance négative).

7. 2°b) 25 ms ; **2°)** $T = 5 \text{ ms}$; **4°)** $T_{th} = 4,994 \text{ ms}$.
 Donc, T est pratiquement égale à T_{th} .

8. 1°) Oscillations libres ; **2°)** $T_0 = (LC)^{1/2}$; **3°a)** k a la dimension du quotient U/I qui est celle d'une résistance ;

$$\mathbf{3°b)} \frac{d^2i}{dt^2} + (r+k) \frac{di}{dt} + \frac{1}{LC} i = 0$$

3°c) $k < 0$; **3°d)** $k \leq -r$

9. 1°a) Oscillations libres amorties ; **1°b)** $T = 30 \text{ ms}$;
1°c) $C < T^2/4\pi^2L = 45,6 \cdot 10^{-6} \text{ F}$. Donc, $C = 35 \mu\text{F}$;
2°a) Oui, car $R' < r$; **2°b)** Augmenter R' car elle est inférieure à r ; **3°c)** Oscillogramme (2) dont $T = T_0$

10. 1°) $u = -R \cdot (R_1/R_2) \cdot i$. Donc, il faut $R_1 = R_2$ pour avoir $u = -Ri$; **2°a)** $R > r$; **2°b)**

$$\text{Avec } u_C = U_{Cm} \cdot \sin 2\pi \frac{t}{T}, \quad i = \frac{dq}{dt} = I_m \sin(2\pi \frac{t}{T} + \frac{\pi}{2}),$$

$$\text{où } I_m = \frac{2\pi}{T} C U_m = 5 \text{ mA.}$$

2°c) $L = T^2/4\pi^2C = 317 \text{ mH}$;
2°d) $E = (1/2)U_m^2 = 3,96 \cdot 10^{-6} \text{ J}$.

Chapitre 5

3. $C = 9,5 \cdot 10^{-7} \text{ F}$

5. 2°) $I = U/Z$; **3°a)** $N = 48 \text{ Hz}$;

3°b) $Z_0 = 32,5 \Omega$; $I_0 = 3,077 \text{ A}$.

6. 2°a) Résonance d'intensité. **2°b)** ω_0 ne dépend que de L et de C. **2°c)** $Z = R$ et $\Delta\varphi = 0$.

7. 1°) $r = 15,4 \Omega$; **2°)** $Q = 10,445$; $P = 0,26 \text{ W}$.

9. 2°a) $L_0 = 1\text{H}$; **2°b)** $Q = 6,28 > 1$; **2°)** $L < 1,6 \text{ H}$.

10. 1°) $E_0 = 2\pi U^2 / \omega_0 R$; **2°)** $E_t = LU^2 / R^2$.
3°) $E_t / E_0 = Q / 2\pi$.

Chapitre 6

3. 1°) a) $G = 20 \log T$

N(Hz)	100	200	500	1000	2000	4000
T	25,14	25,14	17,79	12,60	6,31	3,17
G(dB)	28	28	25	22	16	10

2°) a) $G_0 = 28 \text{ dB}$; **b)** $N_h = 500\text{Hz}$

4. 1°) $T = U_{Sm}/U_{Em}$; $G = 20 \log T$
2°) Valeur efficace maximale de la tension de sortie. **2°)** $U_{S0}/U_S = 1,414$ soit

5. 1°) a) $G_0 = 1 \text{ dB}$

$G_0 = 20 \log T_0$, ce qui équivaut $T_0 = 10^{G_0/20}$
 D'où, $T_0 = 1,122$; **b)** Les fréquences de coupure:
 $N_b = 12 \text{ Hz}$ et $N_h = 15 \text{ Hz}$.

La bande passante [12Hz, 15Hz]

La largeur de la bande passante : 3Hz

2°) $G_0 = \log T_0$ et $T_0 = U_{Smo}/U_{Em}$
 $U_{Smo} = T_0 \cdot U_{Em}$ soit 0,4488V

6.1°) Courbe 1 : $U_{Sm} = 0,8\text{V}$; $T = 1$; $G = 0 \text{ dB}$
 Courbe 2 : $U_{Sm} = 0,45 \text{ V}$; $T = 0,56$; $G = -5 \text{ dB}$
 Courbe 3 : $U_{Sm} = 1,4 \text{ V}$; $T = 1,75$; $G = 4,86 \text{ dB}$
2°) $G = 0$. L'amplitude du signal traité n'est pas affectée.

Chapitre 7

3.1°a) $u_S(t) = U_{Sm} \sin(\omega t + \varphi)$; **b)** $T = \frac{1}{\sqrt{1+(RC\omega)^2}}$

c) $G = -10 \log(1 + (RC\omega)^2)$

2°c) $N_b \approx 1 \text{ kHz}$ et $\Delta N = 1 \text{ kHz}$

2°a) Pour $N = 1 \text{ kHz}$, on a : $\varphi = -45^\circ$;

b) $U_{Sm} \approx 1,4 \text{ V}$; $u_S(t) = 1,4 \sin(2000 \pi t - \pi/4)$

4.1°) Z_R indépendant de ω ; $Z_C = 1/C\omega$:

• Si $\omega \rightarrow 0$, $Z_C \rightarrow \infty$

Le condensateur se comporte comme un circuit ouvert, le signal d'entrée est atténué à la sortie.

• Si $\omega \rightarrow \infty$, $Z_C \rightarrow 0$

Le condensateur se comporte comme un circuit fermé, le signal d'entrée est transmis à la sortie. Le filtre est passant pour les hautes fréquences : c'est un filtre passe haut.

$$2^{\circ}) \quad T = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{(RC\omega)^2}}}$$

$$T(0) = 0; \quad T(\infty) = 1$$

$$2^{\circ}) \quad N_c = N_b = \frac{1}{2\pi RC} = 15,9 \text{ Hz}$$

La bande passante : [15,9 Hz, ∞ [

$$5.1^{\circ}) \quad T = \frac{\frac{N_2}{R_1}}{\sqrt{1 + (2\pi R_2 C N)^2}}$$

2°)

$$\bullet \text{ Si } N \rightarrow 0, \quad T \rightarrow \frac{R_2}{R_1}$$

$U_{Sm} \neq 0$. Le filtre est passant.

$$\bullet \text{ Si } N \rightarrow \infty, \quad T \rightarrow 0$$

$U_{Sm} = 0$. Le filtre n'est pas passant.

Il s'agit d'un filtre passe bas.

$$2^{\circ}) \quad N_h = 15,92 \text{ Hz}$$

$$4^{\circ}) \quad \text{a) } G = 20 \log \frac{\frac{N_2}{R_1}}{\sqrt{1 + (2\pi R_2 C N)^2}} \quad \text{b) } G_{Max} = 13,97$$

Le filtre est actif.

$$6. \quad 4^{\circ}) \quad \text{a) } Q = 2,77; \quad \text{b) } \Delta N \approx 813 \text{ Hz}$$

$$7. \quad 2^{\circ}) \quad \text{a) } z = \sqrt{(r+R)^2 + (L\omega - \frac{1}{C_0})^2}$$

$$\text{b) } Z = r + R$$

$$N_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = 712,12 \text{ Hz} \quad ; \quad c = Q_0 = \frac{L\omega_0}{R+r} = 4,472$$

$$2^{\circ}) \quad T(2N_0) = 0,186$$

$$4^{\circ}) \quad \text{a) } N_1 = \frac{N_0}{2Q} (-1 + \sqrt{1 + 4Q^2})$$

$$N_1 = \frac{N_0}{2Q} (+1 + \sqrt{1 + 4Q^2})$$

$$N_2 - N_1 = \frac{N_0}{Q}$$

$$N_1 = 1346,5 \text{ Hz} \quad ; \quad N_2 = 1505,7 \text{ Hz}$$

$$\Delta N = 159,2 \text{ Hz}$$

$$\text{b) } Q = \frac{N_0}{\Delta N}, \quad Q = 4,472; \quad Q = Q_0$$

8. 2°) Oui, il manque le générateur d'alimentation de l'amplificateur opérationnel.

2°) a) Pour la fréquence faible 100 Hz,

$$\frac{U_{Sm}}{U_{Em}} \approx 5, \text{ d'où } T > 1$$

Pour la fréquence très élevée 100 kHz,

$$\frac{U_{Sm}}{U_{Em}} \approx 0,25, \text{ d'où } T < 1$$

Il s'agit d'un filtre passe bas

$$\text{b- } T_{Max} \approx 5$$

$$\text{c- } G_{Max} = 13,979 \text{ dB} \approx 14 \text{ dB.}$$

$$4^{\circ}) \quad \text{a) } T = \frac{R_1 + R_2}{R_2} \times \frac{1}{\sqrt{1 + (R_0 C \omega)^2}}$$

$$\text{b) } T(0) = 1 + \frac{R_1}{R_2} \quad ; \quad T(\infty) = 0$$

Chapitre 8

3. 1°) $A = -U_{DD}$; $B = U_{DD}$. ; 2°) a) $t_1 = RC \text{ Log} 2$

2°) b) $C = 9,6 \mu\text{F}$; 3°) b) $t_0 = 15,82 \text{ ms.}$

4. 1°) a) $\tau = 2,2 \text{ ms}$

b) $U_{HB} = 7,5 \text{ V}$; $U_{BH} = -7,5 \text{ V}$

c) $T_1 = T_2 = 3 \text{ ms}$

2°) $d = 0,5$

4°) $R = 22 \text{ k}\Omega$; $R_2 = 14,55 \text{ k}\Omega$

5. 1°) $U_2 = (R/R + R_2)(U_{sat} - U_{D2})$;

2°) $U_1 = (R/R + R_1)(U_{D1} - U_{sat})$

2°) $U_2 = 2,33 \text{ V}$; $U_1 = -4,67 \text{ V.}$

6. 1°) $U_0 = R_1 U_s / (R_1 + R_2)$; 2°) $U_{02} = -U_{01} = 6 \text{ V.}$

4°a) $T_1 = (R + R_A) C \text{ Log}(1 + 2R_1/R_2)$

$$T_2 = (R + R_B) C \text{ Log}(1 + 2R_1/R_2)$$

4°b) $T = (R + R_v) C \text{ Log}(1 + 2R_1/R_2) = 3,3 \text{ ms.}$

7. 1°) Comparateur; 2°a) $u_F = (R_1 + R_2 / R_1)(u_E - \varepsilon)$;

2°b) $R_2 = 2,5 \text{ k}\Omega.$

Chapitre 9

3. 1°) $I = a_0 E / R$. 2°) $u_S = -(R'E/R)N$. 3°) $q = -R'E/R$,
 $q = -1 \text{ V}$, P.E. = -7 V.

4. 1°) $n = 28 = 256$. 2°) $q = (P.E.)/2n - 1 = 39 \text{ mV}$.
 3°) $v_S = 7,84 \text{ V}$.

5. 1°) a) $I_o = -(a_0 E_{\text{ref}})/128R$, b) $u_S = (a_0 R/128R)E_{\text{ref}}$.
 2°) $a_1 = a_3 = a_6 = a_7 = 1$ et $a_0 = a_2 = a_4 = a_5 = 0$.
 3°) $u_S = 7,88 \text{ V}$. 4°) $U_{S \text{ max}} < U_{\text{Sat}}$ de l'amplificateur.

6. 1°) $u_S = -(R'E_{\text{ref}}/4R)N$. 2°) $q = 143 \text{ mV}$.
 2°) $U_{S \text{ max}} = 1 \text{ V}$. 4°) $N_{\text{max}} = 7$. 5°) $r = 1/2n = 1/8$.

7. 1°) Donner une tension à partir d'un courant.
 2°) $I_A = V_A/R_A$, $I_B = V_B/R_B$. 3°) $I_o = -u_S/R_o$.
 5°) $u_S = 0,1(8V_D + 4V_C + 2V_B + V_A)$.

8. 1°) $u_S = -a \cdot a_0 \cdot E$. 2°) $u_S = -a \cdot E \cdot N$. 3°) $q = -a \cdot E$.
 4°) $a = 0,22$; 5°) insérer un amplificateur opérationnel.

Chapitre 10

3. 1°) $N = 50 \text{ Hz}$, $\lambda = 0,2 \text{ m}$. 2°) b - M_1 et S vibrent en opposition de phase, M_2 et S vibrent en phase.
 3°) $N_e = 25 \text{ Hz}$: immobilité ; $N_e = 49 \text{ Hz}$: mouvement ralenti dans le sens réel ; $N_e = 51 \text{ Hz}$: mouvement ralenti dans le sens inverse.

4. 1°) $y_S(t) = 5 \cdot 10^{-3} \cdot \sin(100 \pi t)$.
 2°) a) $y_M(t) = 5 \cdot 10^{-3} \cdot \sin(100 \pi t - 2 \pi d/\lambda)$,
 b) $y_M(t) = 5 \cdot 10^{-3} \cdot \sin(100 \pi t - \pi)$.

5. 1°) a) $v = 5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. b) $\lambda = 5 \cdot 10^{-2} \text{ m}$. 2°)
 a) $y_M(t) = 2 \cdot 10^{-3} \cdot \sin(200 \pi t - \pi)$. c) $t = 6,75 \cdot T + k \cdot T$.

6. 1°) $\lambda = 5 \cdot 10^{-3} \text{ m}$, 2°) $v = 0,25 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. 3°) $t_1 = 6 \cdot 10^{-2} \text{ s}$.
 4°) $y_S(t) = 4 \cdot 10^{-3} \cdot \sin(100 \pi t + \pi)$, 5°) Points sur les

cercles de rayons : $x_1 = \lambda/2$; $x_2 = 3\lambda/2$; $x_3 = 5\lambda/2$.

7. 1°) b- $\lambda = 8 \cdot 10^{-3} \text{ m}$. 2°) a) $y_M(t) = 2 \cdot 10^{-3} \cdot \sin(100 \pi t)$

b) $v = 0,4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. c- $y_o(t) = 2 \cdot 10^{-3} \cdot \sin(100 \pi t + \pi)$.

3°) Deux cercles de rayons $x_1 = \lambda$ et $x_2 = 2\lambda$.

4°) a) $\lambda = 0,3 \text{ m}$; $v = 30 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$; $N = 100 \text{ Hz}$.

b) $y_S(t) = 3 \cdot 10^{-3} \cdot \sin(200 \pi t)$.

c) $y_A(t) = 3 \cdot 10^{-3} \cdot \sin(200 \pi t - \pi)$.

9. I. 1°) $T = 0,01 \text{ s}$; $\lambda = 0,2 \text{ m}$. 2°) $v = 20 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$;

$x_A = 0,40 \text{ m}$; $t_1 = 0,02 \text{ s}$.

3°) $y_S(t) = 4 \cdot 10^{-3} \cdot \sin(200 \pi t)$;

$y_A(t) = 4 \cdot 10^{-3} \cdot \sin(200 \pi t - \frac{\pi}{2})$

4°) c) 3 points situés à $x = 5\lambda/12 + k\lambda$ ($k = 0, 1, \text{ ou } 2$).

II-1) $y_M(t) = 10^{-3} \sin(628t - 2\pi \cdot x/\lambda)$, 2°) $v = 0,4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

4°) immobilité : $N_e = N/k$, pour $k=1$: $N_e = N = 100 \text{ Hz}$.

10. 1°) a) $N = 50 \text{ Hz}$; $\lambda = 0,2 \text{ m}$. b) $v = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

c) $x_1 = 0,55 \text{ m}$; $t_0 = 0,055 \text{ s}$.

2°) S et M_1 en quadrature de phase.

3°) $t = (6,75 \cdot 10^{-2} + 0,02k) \text{ s}$; $t_1 = 6,75 \cdot 10^{-2} \text{ s}$.

4°) 3 points situés à $x = \lambda/8 + k\lambda$, avec $k = 0, 1, \text{ ou } 2$.

11. 1°) a) 10^{-4} s/div , b) dilution de l'énergie.

2°) b) $d = 34 \text{ cm}$; base de temps : $2 \cdot 10^{-4} \text{ s/div}$.

12. 1°) $N = 500 \text{ Hz}$. 2°) $\lambda = 0,68 \text{ m}$, 3°) $v = 340 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

13. b) $N = 1000 \text{ Hz}$, c) $\lambda = 0,34 \text{ m}$. d) $v = 340 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

14. 1°) a) $T \simeq 68 \text{ ms}$, $s \simeq 0,1 \text{ ms/div}$. b) $\theta \simeq 0,15 \text{ ms}$;
 $\Delta t = n \cdot T + \theta = n/f + \theta$.

2°) $U_R = 300 \text{ mV}$; $U_B = 250 \text{ mV}$.

3°) $\lambda = d_2 - d_1 = 23 \text{ cm}$. $v = \lambda \cdot f = 338 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

4°) $d = v \cdot \Delta t = v(n/f + \theta) = \lambda \cdot n + \lambda \cdot f \cdot \theta$,

$d = 23 \cdot n + 5,1 \text{ (cm)}$; $d = 51,1 \text{ cm}$.

5°) Célérité constante, l'air est un milieu non dispersif.

Chapitre 11

3. 1°) 60°, 2°) 0,50 m.s⁻¹, 3°) $r = 60^\circ$.

4.1°) $\lambda \gg l$, 2°) rides circulaires, 3°) diffraction, 4°) $l \ll \lambda$, pas de diffraction.

5.1°) oui, 2°) $\lambda_2 = v_2 / N_2 = v_1 / N_2 = 7,25 \cdot 10^{-3} \text{m}$.

6. 1°) a) Oui, b) transmission avec changement de célérité, 2°) a) $\lambda_1 = v_2 / N = 2 \cdot 10^{-2} \text{m}$, $\lambda_2 = v_2 / N = 1,5 \cdot 10^{-2} \text{m}$, b) $\lambda_2 < \lambda_1$, 4°) non, car $v_2 \neq v_1$, pour $N = \text{Cte}$.

7.1°) $\lambda_1 = v_1 / N = 2 \cdot 10^{-2} \text{m}$, 2°) $\lambda_2 = v_2 / N = 1,33 \cdot 10^{-2} \text{m}$, 3°) $\sin(i_2) = v_2 \sin(i_1) / v_1$ ce qui donne $i_2 = 19,47^\circ$.

8.1°) $n = c/v$, 2°) $\sin(i_1) = n \cdot \sin(i_2)$, 4°) une tache, 5°) oui, on obtient le spectre de la lumière blanche.

9.1°) Une seule radiation, 2°) a) Tache centrale de largeur L , b) $\lambda/a = 6,3 \cdot 10^{-6} < 0,174$, 2°) $L' = 9,2 \cdot 10^{-3} \text{m}$, 4°) $L' < L$, 5°) $L = 0,63 \cdot 10^{-3} \text{m}$, on mesure difficilement L .

10.1°) $\theta = \lambda/a$, 4°) $\theta = L / 2D$, 5°) $L = 2\lambda \cdot D/a$, 6°) $\lambda = L \cdot a / 2D$, $\lambda = 0,63 \mu\text{m}$.

11.1°) Une droite, 2°) $r = k/a = 36,7 \cdot 10^{-7} / a$, 4°) $\theta = 1,22 \cdot \lambda/a$, $\theta = r/a$, $r = 1,22 \cdot \lambda D/a$, 5°) $\lambda = 0,67 \mu\text{m}$.

12.2°) $\theta_1 = X_1 / 2D$, $3 - \theta_1 = \lambda/a$, 4°) $\lambda = a \cdot X_1 / 2D = 0,675 \mu\text{m}$, 5°) $L_1 = 2,7 \cdot 10^{-2} \text{m}$, $L_2 = 1,4 \cdot 10^{-2} \text{m}$, $L_1 = 2L_2$, 6°) $X_1 = 2\lambda \cdot D/a = 1,8 \cdot 10^{-2} \text{m}$.

13.1°) $n_1 \sin(i_1) = n_2 \sin(i_2)$, 2°) $\sin(r_j) = \sin(i) / n_j$, $r_j = 19,67^\circ$, 2°) $i_j > r_j$ par la suite $D = i_j - r_j = 10,3^\circ$. 4°) $r_b = 19^\circ$, 2°) et $D' = 10,8^\circ$, ainsi la radiation bleue est la plus déviée, la dispersion de la lumière.

Chapitre 12

3. 1°) Pour E_1 , c'est 101 et pour E_2 c'est 110 ; 2°) L'onde est électromagnétique ; 3°) Le canal de transmission pour E_1 est la Led jaune et pour E_2 , c'est la LED rouge.

4.1°) - L'amplitude de la porteuse varie au cours du temps : modulation d'amplitude.

- La fréquence de porteuse varie au cours du temps : modulation de fréquence.

2°) Fig.a : AM et Fig.b : FM.

5. 1°) Ondes électromagnétiques ; 2°) De hautes fréquences se propageant directement ; 3°) de 1mm à 10 mm . 4°) de 30 à 300 GHz.

6. 1°) $\lambda_{\text{bleu}} < \lambda_{\text{rouge}}$;

2°) Les fréquences des ondes hertziennes sont inférieures aux fréquences ultraviolettes.

7. 1°) Ondes kilométriques ou grandes ondes ; 2°) Ondes porteuses ; 3°) $2,77 \text{ m} < \lambda < 3,44 \text{ m}$; 4°) $l = 79,5 \text{ cm}$.

8. 1°) Détecteur d'ondes électromagnétiques de hautes fréquences situé à l'infini ; 2°) Satellite géostationnaire ; 3°) $\Delta t = 24 \cdot 10^{-2} \text{s}$ plus tard ; 4°) Le signal émis par satellite parcourt une distance plus grande.

9. 1°) On mesure i_1 puis on translate le laser de d et on mesure i_2 ; 2°) $d_2 - d_1 = d = h(1/\text{tgi}_2 - 1/\text{tgi}_1)$; 3°) oui $d_1 = h/\text{tgi}_1$; 4°) Mesurer les dimensions à distance. 5°) oui via les satellite équipés de laser.

10. 1°) L'étincelle entre les extrémités de la boucle. 2°) Emetteur: conducteur fermé sur (B_1) avec éclateur

Récepteur : boucle métallique non fermée.

2°) (B_1) est la bobine, l'éclateur est le condensateur.

4°) $N = 33,3$ MHz.

Chapitre 13

3. 1°) $u_1(t)$: FM et $u_2(t)$: AM ; 2°) $N_{p1} = 15,9$ kHz ;

$N_1 = 999$ Hz ; $N_{p2} = 31,8$ kHz ; $N_2 = 159$ Hz.

3°) $m = 66,66\%$; 4°) $N_p - N_o = k \cdot u(t)$.

5°) C'est le signal modulé en amplitude.

4. 1°) En utilisant le mode XY ; 2°) Modulation en amplitude ; 3°) $m = 0,63 = 63\%$

5. 1°) $N_p = 90$ kHz et $N = \Delta N/2 = 38,25$ kHz ;

2°) L'amplitude des pics latéraux est de 2,94 V ;

3°) $m = 117,6\%$: sur modulation d'amplitude.

6. 1°) C'est une modulation en amplitude ;

2°) $N_p = 10 \cdot N = 100$ kHz ; 3°) $m = 0,294 = 29,4\%$;

4°) Voir la figure 18 du cours.

7. 1°) Le premier est un filtre passe-haut ; le second est un détecteur d'enveloppe et le troisième est un filtre passe-bas ; 2°) $u_1(t)$ est modulée en amplitude ; 3°) de basse fréquence : signal modulant ;

4°) Détecteur d'enveloppe, filtre passe haut, filtre passe bas.

8. 1°) L'amplitude est 2 V et la fréquence est $N = 3,18$ Hz.

3°) L'amplitude est 0,6 V et la fréquence est

$N = 318,3$ Hz.

9. 1°) $N_p = 164,2 \cdot 10^6$ Hz : fréquence de la porteuse ;

2°a) $T_p = 0,609 \cdot 10^{-5}$ s ; $T = 10^{-3}$ s ;

2°b) $0,406$ nF < $C \ll 66,66$ nF ; 2°c) $C = 10$ nF.

10. 1°) Modulation en amplitude ; 2°) a correspond à Y_1 et b à Y_2 ; 3°) $m = 60\%$;

4°) $N = N_p/15 = 8$ kHz.

11. 1°) $u + U_o$: trait plein ; $u_p(t)$: trait fin ; 2°) $u + U_o$

: entre broche 1 et masse. u_p : entre broche 3 et masse ; 3°) $U_o = 1$ V ; $N_p = 159$ Hz ; $N = 32,8$ Hz ;

4°a) u_p : entre broche 3 et masse, $u_s(t)$: entre broche 7 et masse. 4°b) $u_s(t) = k \cdot (u + U_o) u_p =$

$k U_o U_{pm} (1 + U_m/U_o \cos \omega t) \cos \omega_p t$

$U_m = 1$ V ; $U_o = 1$ V ; $U_{pm} = 2$ V ;

$a = k U_o U_{pm} = 0,2$ V ; $b = 206$ rad.s⁻¹ et

$c = 103$ rad.s⁻¹ ; 5°) $m = 1 = 100\%$.

12. 1°) Modulation AM et FM ; On préfère la FM qui est moins sensible aux parasites ; 2°) La large bande passante ; 3°) Pour la télévision, le son...

tandis que l'image ... par modulation d'amplitude ;

4°) En UHF (ultra-haute fréquence) ;

5°) Une seule fréquence porteuse transmettant plusieurs signaux.

Sites Web intéressants

Pour l'ensemble du programme

<http://www.web-sciences.com>
<http://www.phys.free.fr/sommaire.htm>
<http://fr.wikipedia.org/wiki/Portail:Physique>
<http://www.ac-orleans-tours.fr/physique/default.htm>
<http://www.perso-orange.fr/physique.chimie/>
<http://perso.orange.fr/jf.noblet/index.htm>
<http://www.futura-sciences.com>
<http://formation.etud.u-psud.fr>
<http://freephysique.free.fr>
<http://www.walter-fendt.de/ph14f/>
<http://www.ac-versailles.fr/etabliss/lyt/soutien/DPhysChimieT.htm>
<http://www.discip.ac-caen.fr/physapp/lycee/1ie.htm>
<http://www.ac-creteil.fr/mathsciences-lp/VECTEURS/InventCrocodileClips>
<http://www.chimix.com>
<http://perso.orange.fr/gilbert.gastebois/java/accueil.htm>

Evolution de systèmes électriques

<http://www.physique-appliquee.net/>
<http://www.lectronique.com>
<http://www.discip.ac-caen.fr/physapp/lycee>
<http://www.ac-grenoble.fr/phychim/term/tp/dipolerl.htm>
http://www.maxicours.com/soutien-scolaire/electricite/bac-pro/index_1.html
http://www.discip.crdp.ac-caen.fr/phch/lycee/terminale/COURS/4DIPOLE_RL/
http://www.ac-poitiers.fr/sc_phys/formatio/staglabo/elect1_2/inductif/inductif.htm
<http://www4.ac-lille.fr/~physiquechimie/lycee/termS/proaca/schauing/circuir.xls>
<http://www.physique.edunet.tn/gabes.html>
<http://www.physique.edunet.tn/nabeul.html>
<http://www.physique.edunet.tn/kébili.html>
<http://perso.orange.fr/f5zv/RADIO/RM/RM23/RM23I/RM23i06.html>
<http://lyc-renaudeau-49.ac-nantes.fr/physap/spip.php?article418>
<http://lsiwww.epfl.ch/LSI2001/teaching/physiciens/lecon08/lec8.html>
<http://www.epsic.ch/Branches/electronique/toros/index.html>
<http://www.ac-nancy-metz.fr/enseign/Physique/Tp-phys/lesp/iesp.htm>
<http://perso.orange.fr/gilbert.gastebois/java/can/can.htm>

Ondes

<http://www.chimix.com/ifrance/pages/diffraction.htm>.
<http://www.sciences.univ-ntes.fr/physique/perso/blanquet/synophys/36opfer/36opfe>.
http://www.cnrs.fr/cw/dossiers/doschim/decouv/couleurs/loupe_spect_lum.html
<http://www.md.ucl.ac.be/didac/physique/didacphys/animations/animations.html>
<http://www.montblancsciences.free.fr/terms/physique/cours/p3.htm>.
<http://www.chimix.com/T-fiches/ondes2.htm>.
<http://www.cours.cegep-st-jerome.qc.ca/203-301-r.f/partie1/chap2/section5.htm>.
http://www.perso.orange.fr/physique.chimie/TS_Physique/Physique-ondes progressives.htm
<http://www.ncf.ca/ch865/frenchdescr/movingwaves.html>.
<http://www.edunet.tn/ressources/sitetabl/sites/siliana/boarada/cours/Physique.html>.
www.chimix.com/T-fiches/spe3.htm
<http://membres.lycos.fr/bnathalieb/sp-cialit--terminale/physique/ModulA/odyframe.htm>
<http://www.epsic.ch/pagesperso/schneiderd/Telec/modulation.htm>
<http://nte-serveur.univ-lyon1.fr/tribollet/RegionR-A/Rubriques/ac-niceAM-FM/modamfm.htm>
http://www.inrp.fr/Access/JIPSP/phymus/m_sons/etude1/ac_etud1.htm
<http://perso.orange.fr/tsf/brico/brico.htm>
<http://transmissions-radio.chez-alice.fr>