

# PHYSIQUE

3<sup>ème</sup> année de l'enseignement secondaire  
**Sciences de l'Informatique**

## RESPONSABLE DE LA COORDINATION

**Abdelhafidh GHARBI**                      Professeur universitaire

## AUTEURS

**Mohamed JEDLI**                              Inspecteur des écoles  
    préparatoires et des lycées  
**Khaled ALOUI**                                Professeur principal  
**Abdeddayem HAGGUI**                      Professeur

## EVALUATEURS

**Noureddine MESKINI**                      Professeur universitaire  
**Abdelhamid BAATOUT**                      Inspecteur principal  
**Abdelhamid BEN HENDA**                      Inspecteur principal



# AVANT – PRO

---

Ce manuel de physique que nous présentons est conforme au nouveau programme officiel de la troisième année secondaire, filière sciences de l'informatique. Il répond aux nouvelles orientations éducatives et pédagogiques du système éducatif.

Il est conçu dans un esprit de simplicité et de clarté, visant à la fois la construction du savoir et le développement du savoir faire chez l'apprenant.

**L**e contenu de cet ouvrage comprend seize chapitres répartis en quatre parties :

- Les interactions dans l'univers (électrique et magnétique);
- Mouvements (solide en translation et mouvements dans les champs) ;
- Circuits électrique et électronique ;
- Optique.

**C**haque chapitre est conçu selon le plan suivant :

- Les objectifs visés,
- Des activités essentiellement expérimentales, documentaires et des situations,
- Des questions précises et claires qui mènent vers un contenu scientifique,
- Un cours développé,
  - ✧ Un exercice résolu (parfois plusieurs),
  - ✧ Un résumé de cours « L'essentiel »,
  - ✧ Une fiche de travaux pratiques, pour certains chapitres,
  - ✧ Une série d'exercices, à deux niveaux de capacités:
    - ✧ « Je vérifie mes connaissances »,
    - ✧ « Je sais appliquer ; je sais raisonner » ;
    - ✧ Pour en savoir plus.

**N**ous espérons apporter par ce travail, aux élèves toute l'aide possible afin de leur rendre la physique plus accessible et plus agréable à aborder et aux enseignants un outil de base qui leur permet de mieux accomplir leur noble tâche dans de meilleures conditions.

Enfin, dans le but de porter les améliorations nécessaires dans la prochaine édition, les remarques et les suggestions des collègues seront bien accueillies par les auteurs.

# SOMMAIRE

## SOMMAIRE

### Interaction électrique

<b>Chapitre 1 :</b>	<b>Loi de Coulomb</b>	<b>10</b>
<b>Chapitre 2 :</b>	<b>Champ électrique</b>	<b>24</b>

### Interaction magnétique

<b>Chapitre 3 :</b>	<b>Mise en évidence des interactions magnétiques</b>	<b>40</b>
<b>Chapitre 4 :</b>	<b>Le champ magnétique</b>	<b>50</b>
<b>Chapitre 5 :</b>	<b>Champ magnétique créé par un courant</b>	<b>65</b>

### Solide en translation

<b>Chapitre 6 :</b>	<b>Cinématique de translation : généralités</b>	<b>81</b>
<b>Chapitre 7 :</b>	<b>Mouvements rectilignes uniforme et uniformément varié</b>	<b>97</b>
<b>Chapitre 8 :</b>	<b>Mouvement rectiligne sinusoïdal</b>	<b>111</b>
<b>Chapitre 9 :</b>	<b>Dynamique de translation</b>	<b>123</b>

### Mouvements dans les champs

<b>Chapitre 10 :</b>	<b>Mouvement dans un champ électrique</b>	<b>142</b>
<b>Chapitre 11 :</b>	<b>Mouvement dans un champ magnétique</b>	<b>158</b>

### Circuits électrique et électronique

<b>Chapitre 12 :</b>	<b>Dipôle électrocinétique (1)</b>	<b>176</b>
<b>Chapitre 13 :</b>	<b>Dipôle électrocinétique (2)</b>	<b>187</b>
<b>Chapitre 14 :</b>	<b>L'amplificateur opérationnel</b>	<b>204</b>
<b>Chapitre 15 :</b>	<b>Les portes logiques</b>	<b>222</b>

### Lentilles minces

<b>Chapitre 16 :</b>	<b>Image donnée par une lentille mince</b>	<b>245</b>
----------------------	--	------------

# Je sais utiliser mon manuel

Chapitre 9  
**DYNAMIQUE DE TRANSLATION**



L'échappement gazeux propulse la fusée en exerçant une force de poussée de sens contraire à la vitesse d'éjection des gaz. Quelle est la relation entre la norme du mouvement de la fusée et sa cause ?

**Objectifs**

- Appliquer la relation fondamentale de la dynamique ;
- Appliquer le théorème du centre d'inertie.

Photo du chapitre

Activité expérimentale

**L'essentiel**

- Le repère de Copernic est galiléen.
- Le repère qui est caractérisé par un support au repos ou en mouvement à une vitesse  $\vec{v}$  est galiléen.
- Le repère géocentrique est galiléen.
- Le repère terrestre est galiléen.
- Le repère astronomique est galiléen.
- Le repère héliocentrique est galiléen.
- Le repère géocentrique est galiléen.
- Le repère terrestre est galiléen.
- Le repère astronomique est galiléen.
- Le repère héliocentrique est galiléen.

**Exercices**

**Je vérifie mes connaissances**

Q.C.M. (spécifique à choix multiples)  
Choisir la bonne réponse. A chaque question peuvent correspondre aucune, une ou plusieurs propositions correctes.

- L'ensemble d'un cycliste accélérateur sa bicyclette, forme :
  - un système indéformable ;
  - un système déformable ;
  - deux systèmes indéformables.
- Un mobile est animé d'un mouvement rectiligne uniforme car il est soumis à :
  - une seule force de même sens que le mouvement ;
  - aucune force ;
  - plusieurs forces, dont leur somme vectorielle est nulle ;
  - deux forces opposées.
- Un solide de masse  $m$  est en contact avec une table horizontale parfaitement lisse. La somme des forces exercées sur le solide, dans la direction parallèle à la table, est nulle. Le solide peut :
  - être au repos ;
  - se déplacer à vitesse constante ;
  - accélérer ;
  - se déplacer à vitesse constante.
- Un solide repose sur une table. Parmi les données suivantes, lequel décrit cette situation :
  - aucune force n'agit sur lui ;
  - le solide est en équilibre dans une direction parallèle à la table ;
  - le solide n'exerce aucune force sur la table ;
  - deux forces s'exercent sur le solide, mais elles s'équilibrent.
- La deuxième loi de Newton peut s'appliquer :
  - dans un référentiel galiléen ;
  - dans un référentiel terrestre, mais il faut que le système étudié soit un solide ;
  - dans un référentiel lié à une voiture qui accélère sur une route horizontale ;
  - dans un référentiel lié à une vitesse constante sur un plan incliné, le mouvement est :

**Répondre par vrai ou faux :**

- uniformément accéléré ;
- uniformément ralenti ;
- uniformément ralenti.

**Répondre par vrai ou faux :**

- La somme des forces qui s'exercent sur un solide en chute libre est nulle ;
- Le mouvement d'un solide glissant sur un plan lisse incliné est un mouvement de chute libre ;
- La relation fondamentale de la dynamique est la 2ème loi de Newton.

l'Essentiel

Exercice résolu

Fiche de TP

Exercices

**1 Les fondamentaux de la dynamique (2ème loi de Newton)**

On sait qu'une force peut mettre un solide en mouvement, l'accélérer ou le freiner, modifier sa trajectoire. Le mouvement d'un solide dépend des forces qui l'agitent, et de la vitesse.

**1.1 Force et variation de vitesse**

**Activité expérimentale**

On étudie le mouvement d'un chariot de masse  $m$ , lâché d'un point  $O$  d'un banc à ressort d'axe incliné d'un angle  $\alpha$  et  $\alpha = 5^\circ$ . On fait varier la masse  $m$  en ajoutant à chaque fois une charge de masse connue. L'ordonnée  $h$  du point  $O$  est la hauteur de la pente du plan incliné. On étudie le mouvement de ce chariot en fonction de la position de son centre d'inertie  $G$ . On étudie le mouvement de ce chariot en fonction de la position de son centre d'inertie  $G$ . On étudie le mouvement de ce chariot en fonction de la position de son centre d'inertie  $G$ .

**Objectifs :**

- Déterminer pour différentes valeurs de la masse  $m$  du chariot le rapport  $\frac{h}{m}$  et conclure.
- Déterminer les variations des vitesses puis calculer le rapport  $\frac{dh}{dt}$ .

**Exercice résolu**

On étudie le mouvement d'un solide  $S$  de masse  $m$  qui glisse sur une table horizontale lisse. Le solide  $S$  est animé d'un mouvement rectiligne uniforme. On étudie le mouvement de ce solide en fonction de la position de son centre d'inertie  $G$ . On étudie le mouvement de ce solide en fonction de la position de son centre d'inertie  $G$ .

**Exercice résolu**

On étudie le mouvement d'un solide  $S$  de masse  $m$  qui glisse sur une table horizontale lisse. Le solide  $S$  est animé d'un mouvement rectiligne uniforme. On étudie le mouvement de ce solide en fonction de la position de son centre d'inertie  $G$ . On étudie le mouvement de ce solide en fonction de la position de son centre d'inertie  $G$ .

**Application de la 2ème loi de Newton : translation d'un solide sur un plan incliné rugueux**

**But :**

- Déterminer expérimentalement l'accélération d'un chariot en mouvement de translation sur un plan incliné.
- Appliquer la relation fondamentale de la dynamique et déterminer la valeur de la force de frottement.

**Matériel :**

- Banc à ressort, mais de version et rapporteur ;
- Chariot de masse  $m$  ;
- Chromomètre électronique ;
- deux capteurs ;
- Fils de connexion.

**Manipulation :**

- On lâche le chariot sans vitesse initiale à partir d'une position  $O$  choisie comme origine des déplacements.
- En fin des capteurs, on place en  $O$  et l'autre à la distance  $x$  de  $O$ . On mesure les dates  $t$  de passage par les différents positions et on remplit le tableau de mesures suivant :

$x$ (m)	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,8	1
$t$ (s)							

**Exploitation des résultats :**

- Tracer la courbe  $x = x(t)$ .
- Déterminer la valeur de l'accélération de mouvement, la comparer à  $g$ .
- Calculer la valeur de la force de frottement de mouvement, la comparer à  $g$ .

Partie 1

1

**LES INTERACTIONS  
DANS L'UNIVERS**

**Interaction électrique**

**Interaction magnétique**

**Chapitre I**

**Loi de Coulomb**

**Chapitre II**

**Champ électrique**

**Chapitre III**

**Mise en évidence des interactions magnétiques**

**Chapitre IV**

**Champ magnétique**

**Chapitre V**

**Champ magnétique créé par un courant**

# Interaction électrique



*L'atmosphère est le siège d'une activité électrique dont un des mécanismes d'action est la foudre. Comment se forme-t-elle ?*

*Environ 100 fois par seconde, la Terre est frappée par la foudre, ce phénomène est dû à la décharge d'une giclée d'énergie électrique.*

# Prérequis

## Savoirs

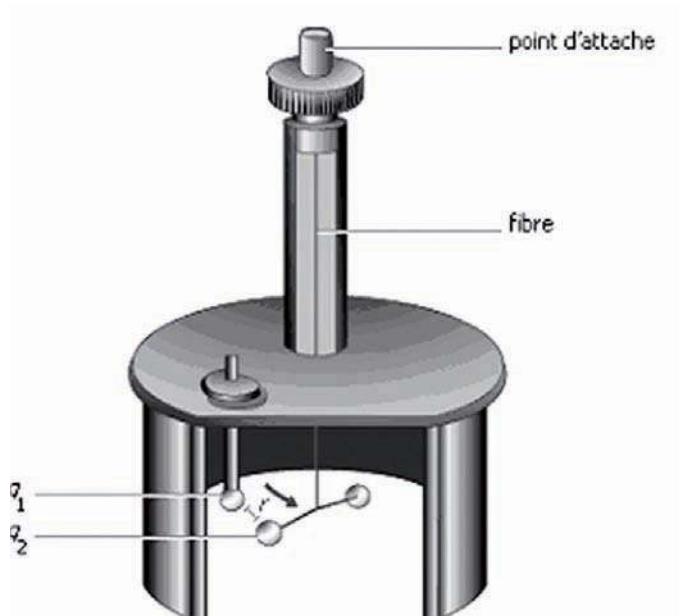
- Je sais qu'il existe différents modes d'électrisation (par frottement, par contact, par influence, ...)
- Je sais qu'il y a deux espèces d'électricité, positive (+) et négative (-)
- Je sais que deux charges électriques de même signe se repoussent et deux charges de signes contraires s'attirent
- Je connais l'unité de la charge électrique dans le système international
- Je sais que toute charge électrique est un multiple entier d'une charge élémentaire ( $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ )
- Je sais que tout corps non électrisé contient autant de charges positives que de charges négatives.

## Savoir faire

- Je sais électriser un corps par frottement, par contact et par influence
- Je sais interpréter le phénomène d'électrisation
- Je sais réaliser des expériences permettant de prouver l'existence des deux espèces d'électricité, positive (+) et négative (-)
- Je sais distinguer un conducteur d'un isolant
- Je sais déterminer le signe d'une charge  $q$  suite à une interaction avec une autre charge  $q'$  de signe connu
- Je sais déterminer les caractéristiques d'une force et la représenter
- Je sais appliquer la condition d'équilibre d'un solide soumis à deux forces opposées et à trois forces coplanaires et non parallèles
- Je sais projeter les vecteurs suivant deux axes ( $x'x$ ) et ( $y'y$ ) d'un repère plan orthonormé.

# Chapitre 1

## LOI DE COULOMB



*Le physicien français Charles Augustin de Coulomb (1736-1806) a effectué une série de mesures à l'aide d'une balance de torsion, qui lui ont permis de déterminer avec un certain degré de précision les propriétés de la force électrique exercée par une charge ponctuelle  $q_1$  sur une autre charge ponctuelle  $q_2$ . C'est ainsi que Coulomb a découvert la loi fondamentale de l'électrostatique. Comment s'énonce-t-elle ? Quand s'applique-t-elle ?*

### Objectifs

- Interpréter le phénomène d'interaction électrique ;
- Appliquer la loi de Coulomb.

# 1. Les forces électriques

## Activité expérimentale 1

On dispose de deux pendules électriques identiques. Précisons qu'un pendule électrique est constitué d'une boule très légère (de moelle de sureau, de liège ou de polystyrène) recouverte d'une couche conductrice et suspendue par un fil de soie (figure 1).

Les deux pendules électriques sont fixés au même point. En l'absence de charges, les deux petites boules 1 et 2 sont en contact.

On les charge par la même borne d'une machine électrostatique. Elles s'écartent l'une de l'autre et prennent de nouvelles positions d'équilibre, chacun des deux fils fait un angle avec la verticale (figure 2).

### Questions :

1. Quelle est la cause de l'écartement des deux pendules ?
2. Comparer les caractéristiques des éléments de l'interaction à l'équilibre.

Avant l'électrisation, les boules sont en contact et les pendules occupent une position d'équilibre initiale. Lorsque les boules sont électrisées, les pendules s'écartent d'un même angle  $\alpha$  de la verticale et occupent une nouvelle position d'équilibre (figure 3).

Cette expérience permet de mettre en évidence l'existence de deux forces électriques  $\vec{F}_1$  et  $\vec{F}_2$  appliquées respectivement sur la boule 2 et la boule 1.

Ces deux forces sont répulsives, de même intensité, dirigées suivant l'axe joignant les deux boules, et de sens contraires.

Elles sont directement opposées d'après le principe de l'action et de la réaction (3<sup>ème</sup> loi de Newton).



figure 1



figure 2

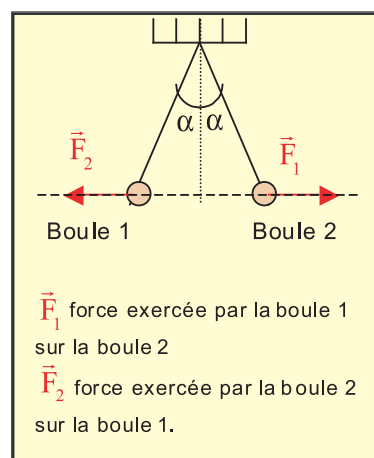


figure 3

$$\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$$

## Conclusion

Deux corps électrisés interagissent ; les éléments de cette interaction électrique sont deux forces  $\vec{F}_1$  et  $\vec{F}_2$  directement opposées.

## 2. Les facteurs dont dépend la force électrique

### Activité expérimentale 2

Une tige est suspendue en son milieu par un fil vertical. A l'une des extrémités de la tige, on fixe une boule de polystyrène ( $B_1$ ), recouverte d'une couche conductrice (feuille d'aluminium) et à l'autre extrémité on place un contre poids pour établir l'équilibre dans un plan horizontal (figure 4). A proximité de la boule ( $B_1$ ), on place une deuxième boule conductrice ( $B_2$ ) sur un support isolant afin de pouvoir la déplacer sans subir de décharge. Un papier gradué en degrés permet de déterminer l'angle de déviation de la tige.

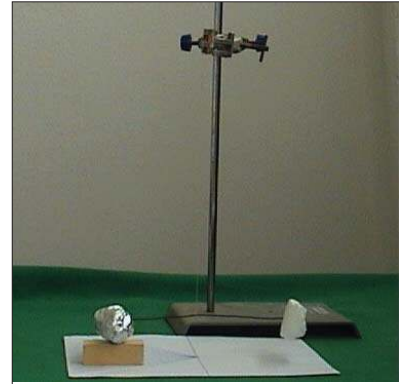


figure 4

Au départ les deux boules ( $B_1$ ) et ( $B_2$ ) sont en contact. Chargeons ( $B_2$ ) par la machine électrostatique. ( $B_1$ ) se charge par contact et la tige commence à s'écarter avant de prendre une position d'équilibre marquée par une valeur  $\theta$  de l'angle porté sur la feuille (figure 5).

### Questions :

1. Comment varie la valeur de l'angle  $\theta$ , si on continue à charger (ou décharger) la boule ( $B_2$ ) ?
2. Etudier la variation de l'angle  $\theta$ , quand on éloigne et quand on approche la boule ( $B_2$ ), sans la toucher, de la boule ( $B_1$ ) à partir d'une position d'équilibre.
3. Remplir le tableau suivant, qui résume les effets de différents facteurs sur la force électrique. Pour la valeur de la force électrique, on indiquera si elle augmente ou elle diminue.

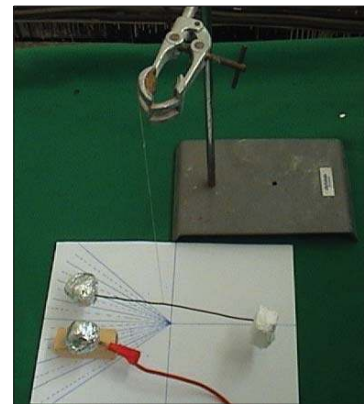


figure 5

	La charge de la boule ( $B_1$ ) augmente en valeur absolue	La charge de la boule ( $B_2$ ) augmente en valeur absolue	La distance $r$ entre les deux boules augmente
Angle de déviation de la tige $\theta$			
Valeur de la force électrique			

Plus la distance  $r$  entre les deux boules chargées est grande, plus l'angle de déviation de la tige est faible ; donc plus la valeur de la force électrique est faible.

Plus la charge est grande en valeur absolue, plus l'angle de déviation est important ; donc plus la valeur de la force électrique est grande.

Pour avoir une indication sur la variation de la charge, on utilisera le fait que la charge portée par une boule reliée à la machine électrostatique dépend du nombre de tours effectués par les disques de cette machine.

### Conclusion

La valeur de la force électrique qui s'exerce entre deux boules (supposées ponctuelles) électriquement chargées :

- augmente avec la valeur absolue de chacune des deux charges ;
- diminue quand la distance  $r$ , qui sépare les deux boules, augmente.

**Remarque :** Une étude expérimentale quantitative plus poussée montre que la valeur de la force électrique est proportionnelle au produit des valeurs absolues des deux charges et inversement proportionnelle au carré de la distance qui les sépare à l'équilibre.

## 3. Enoncé de la loi de Coulomb

Entre deux charges électriques ponctuelles,  $q_1$  et  $q_2$ , immobiles, placées respectivement en A et B, s'exerce une interaction électrique dont les éléments  $\vec{F}_{1/2}$  et  $\vec{F}_{2/1}$  sont tels que :

$$\vec{F}_{1/2} = -\vec{F}_{2/1}$$

- si  $q_1 \cdot q_2 > 0$ , l'interaction est une répulsion
- si  $q_1 \cdot q_2 < 0$ , l'interaction est une attraction

La valeur commune de ces forces est proportionnelle au produit des valeurs absolues des charges  $q_1$  et  $q_2$  et inversement proportionnelle au carré de la distance  $r$  entre A et B (figures 6 et 7).

On en déduit la formule de Coulomb :

$$\|\vec{F}_{1/2}\| = \|\vec{F}_{2/1}\| = k \cdot \frac{|q_1| \cdot |q_2|}{r^2}$$

où  $k$  est une constante.

$k$  est une constante qui dépend du milieu où se trouvent les deux charges.

Dans le vide (pratiquement même dans l'air), sa valeur

$$\text{est } k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \text{ u.S.I.}$$

où  $\epsilon_0$  est la permittivité du vide.

Deux charges ponctuelles  $q_1$  et  $q_2$  de même signe séparées par une distance  $r$  subissent une répulsion ; les éléments de l'interaction sont les forces  $\vec{F}_{1/2}$  et  $\vec{F}_{2/1}$ .

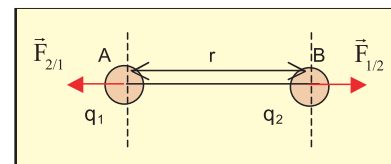


figure 6

Deux charges ponctuelles  $q_1$  et  $q_2$  de même signe, séparées par une distance  $r' = \frac{r}{2}$  subissent une répulsion plus intense (4 fois).

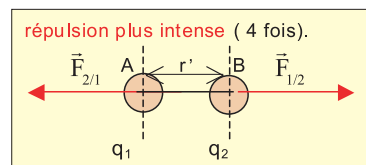


figure 7

### Expression vectorielle de la loi de Coulomb :

La force électrique a une direction, un sens et une valeur donc c'est une grandeur vectorielle;

D'où la loi de Coulomb peut s'écrire  $\vec{F}_{1/2} = -\vec{F}_{2/1} = k \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2} \vec{u}$

où  $\vec{u}$  est un vecteur unitaire porté par l'axe AB et dirigé de A vers B (figure 8).

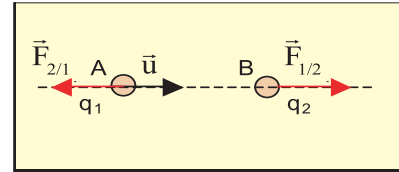


figure 8

#### Remarques :

- Cette loi est vérifiée aussi bien dans le domaine macroscopique que dans le domaine microscopique.
- Cette loi est valable aussi pour des charges non ponctuelles séparées par des distances  $r$  très grandes devant les dimensions des charges.

### Exercice résolu n°1

Une petite boule en polystyrène de masse  $m = 0,1 \text{ g}$ , portant une charge  $q = 10^{-8} \text{ C}$ , est placée sur un support isolant horizontal. On place au-dessus de la boule un bâton d'ébonite dont l'extrémité porte une charge  $q' = -4 \cdot q$  et se trouvant à une distance  $r = 10 \text{ cm}$ .

1. Prouver que la force électrique est insuffisante pour soulever la boule.
2. Pour quelles valeurs de la distance  $r$ , la boule de polystyrène peut se déplacer verticalement vers l'extrémité du bâton d'ébonite électrisé ?

On donne :  $\|\vec{g}\| = 9,8 \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}$

Solution	Conseils
<p>1. Il faut commencer par faire le bilan des forces appliquées à la boule.</p> <p>Comparons la valeur de la force électrique exercée sur la boule à celle de son poids.</p> <p>La valeur du poids de la boule est : <math>\ \vec{P}\  = m \cdot \ \vec{g}\ </math></p> <p>A.N: <math>\ \vec{P}\  = 9,8 \cdot 10^{-4} \text{ N}</math>.</p> <p>La valeur de la force électrique selon la loi de Coulomb est :</p> $\ \vec{F}\  = k \cdot \frac{ q  \cdot  q' }{r^2}$ <p>A.N : <math>\ \vec{F}\  = 3,6 \cdot 10^{-4} \text{ N}</math>.</p> <p>Comme la force électrique et le poids ont la même direction et de sens contraires, alors la boule n'est soulevée que si la valeur de la force électrique est supérieure à celle du poids.</p> <p><math>\ \vec{F}\  &lt; \ \vec{P}\ </math> ; donc la boule ne peut pas être soulevée.</p>	<p>Il faut convertir la masse en kg.</p>

Solution	Conseils
<p>2. La boule ne se déplace que si la valeur de la force électrique qu'elle subit de la part de l'extrémité du bâton d'ébonite frotté est supérieure ou égale à celle du poids de la boule.</p> <p>C'est à dire <math>\ \vec{F}\  \geq \ \vec{P}\ </math>;</p> <p>Or <math>\ \vec{F}\  = k \cdot \frac{ q  \cdot  q' }{r^2} \geq m \cdot \ \vec{g}\  \Leftrightarrow r^2 \leq k \cdot \frac{ q  \cdot  q' }{m \cdot \ \vec{g}\ }</math></p> <p>D'où la boule est soulevée pour toute distance</p> $r \leq \sqrt{k \cdot \frac{ q  \cdot  q' }{m \cdot \ \vec{g}\ }}$ <p>la distance limite <math>r_0</math> de <math>r</math> a pour valeur :</p> $r_0 = \sqrt{k \cdot \frac{ q  \cdot  q' }{m \cdot \ \vec{g}\ }}$ <p>A.N : <math>r_0 = 6,06 \cdot 10^{-2} \text{m}</math></p>	<p>Comme les valeurs des charges sont fixées, pour vaincre l'effet du poids, il faut augmenter la valeur de la force électrique, donc diminuer la distance <math>r</math>.</p>

## 4. Principe de superposition

### Activité expérimentale 3

Rapprochons deux bâtons d'ébonite non encore électrisés d'un pendule électrique non électrisé ; l'équilibre initial du pendule est maintenu (figure 9).



figure 9

Electrisons négativement les deux extrémités des bâtons et rapprochons les de la boule du pendule électrique portant une charge positive.

La boule se déplace et prend une position intermédiaire entre les deux bâtons (figure 10).



figure 10

### Questions :

1. Quelles sont les forces responsables de ce déplacement ?
2. Dans quelle direction se déplace la boule ?

Le déplacement de la boule s'explique par le fait qu'elle subit simultanément l'effet des deux forces électriques, dû aux charges portées par les deux bâtons d'ébonite.

Considérons les charges négatives portées par les extrémités des deux bâtons d'ébonite et la charge positive portée par la boule du pendule, comme trois charges ponctuelles fixes  $q_1$ ,  $q_2$  et  $q_3$  (figure 11).

$\vec{F}_{2/1}$  et  $\vec{F}_{3/1}$  sont les forces exercées par les charges  $q_2$  et  $q_3$  sur la charge  $q_1$ . On suppose que la force d'interaction entre deux charges ponctuelles est indépendante de la présence de la troisième charge.

La force  $\vec{F}$  subie par  $q_1$  de la part de  $q_2$  et  $q_3$  est la somme vectorielle des forces individuelles exercées par chacune de ces deux charges sur  $q_1$ .

La force équivalente est :

$$\vec{F} = \vec{F}_{2/1} + \vec{F}_{3/1}$$

### Cas général :

Les forces électriques  $\vec{F}_{2/1}$ ,  $\vec{F}_{3/1}$ , ...,  $\vec{F}_{n/1}$  exercées par plusieurs charges électriques respectives  $q_2, q_3, \dots, q_n$  sur une charge  $q_1$  (figure 12) se calculent indépendamment l'une de l'autre et s'ajoutent vectoriellement. La force équivalente exercée sur la charge  $q_1$  par les autres charges est donnée par :

$$\vec{F}_1 = \vec{F}_{2/1} + \vec{F}_{3/1} + \dots + \vec{F}_{n/1}$$

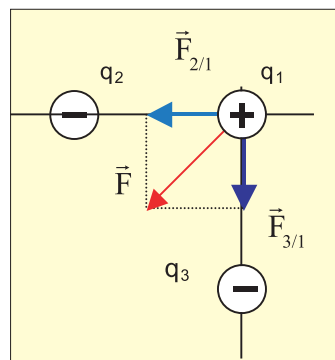


figure 11

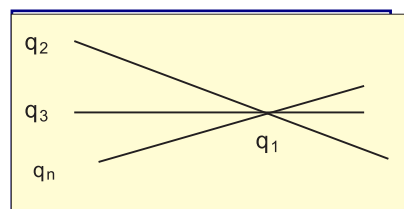


figure 12

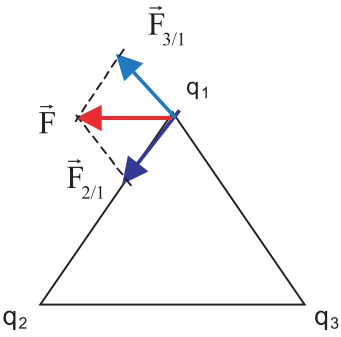
Les directions des forces appliquées sur la charge  $q_1$ .

### Exercice résolu n°2

On considère trois charges  $q_1, q_2$  et  $q_3$  situées aux sommets d'un triangle équilatéral de côté  $r = 4 \text{ cm}$ .

On donne :  $q_1 = 3.10^{-8} \text{ C}$ ,  $q_2 = -3.10^{-8} \text{ C}$  et  $q_3 = 3.10^{-8} \text{ C}$ .  
 $k = 9.10^9 \text{ u S.I.}$

1. Calculer les valeurs des deux forces électriques qui s'exercent sur la charge  $q_1$ , dues à la présence des charges  $q_2$  et  $q_3$ .
- 2 a. Déterminer graphiquement une valeur approximative de la force équivalente exercée sur la charge  $q_1$ .
- b. Retrouver cette valeur par le calcul.

Solution	Conseils
<p>1. D'après la loi de Coulomb :</p> <p>* la charge <math>q_3</math> exerce une force électrique <math>\vec{F}_{3/1}</math> sur la charge <math>q_1</math>, définie par :</p> $\ \vec{F}_{3/1}\  = k \cdot \frac{ q_1  \cdot  q_3 }{r^2}$ <p>A.N. : <math>\ \vec{F}_{3/1}\  = 5 \cdot 10^{-3} \text{ N}</math></p> <p>* la charge <math>q_2</math> exerce une force <math>\vec{F}_{2/1}</math> sur <math>q_1</math>.</p> $\ \vec{F}_{2/1}\  = \ \vec{F}_{3/1}\ $ <p>A.N. : <math>\ \vec{F}_{2/1}\  = 5 \cdot 10^{-3} \text{ N}</math></p> <p>2.a. On effectue la somme vectorielle des différentes forces s'exerçant sur la charge <math>q_1</math>.</p>  <p><math>\ \vec{F}\  = 5 \cdot 10^{-3} \text{ N}</math></p> <p>b. <math>\ \vec{F}\  = 2 \cdot \ \vec{F}_{2/1}\  \cdot \cos 60^\circ</math></p> <p>A.N. : <math>\ \vec{F}\  = 5 \cdot 10^{-3} \text{ N}</math>.</p>	<p>Comme les distances sont égales et la valeur absolue de la charge <math>q_2</math> est égale à celle de <math>q_3</math>, on peut donc écrire la valeur de la force <math>\vec{F}_{2/1}</math> sans refaire le même calcul de la valeur de la force <math>\vec{F}_{3/1}</math>.</p> <p>On choisit une échelle convenable ; à l'aide d'une règle, on mesure la longueur du vecteur équivalent.</p> <p>Remarquons que <math>\ \vec{F}\  = \ \vec{F}_{2/1}\ </math></p>

## L'essentiel

- Une interaction électrique est une action mutuelle entre corps électriquement chargés ;
- Entre deux charges électriques ponctuelles s'exerce une interaction électrique dont les éléments sont deux forces électriques directement opposées.
- L'interaction électrique entre deux charges électriques ponctuelles  $q_1$  et  $q_2$ , au repos, placées respectivement en deux points A et B distants de  $r$ , se manifeste par une force  $\vec{F}_{2/1}$  appliquée à  $q_1$  et une force  $\vec{F}_{1/2}$  appliquée à  $q_2$ . Ces deux forces ont la même direction, des sens contraires et une valeur commune :

$$\|\vec{F}_{1/2}\| = \|\vec{F}_{2/1}\| = k \cdot \frac{|q_1| \cdot |q_2|}{r^2} ; \text{ dans le vide, } k = 9 \cdot 10^9 \text{ S.I.}$$

- Cette loi n'est valable que pour des charges au repos.
- La force équivalente subie par une charge  $q$  de la part d'autres charges est donnée par la somme vectorielle des forces exercées sur cette charge  $q$ , par chacune d'elles comme si elle était seule dans l'espace.

# Exercices

## Je vérifie mes connaissances

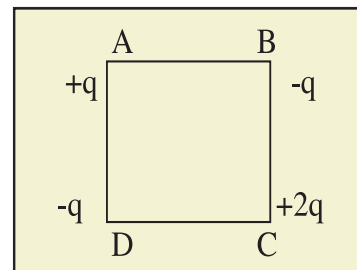
### Q.C.M. (questions à choix multiples)

Choisir la bonne réponse. A chaque question peuvent correspondre une ou plusieurs propositions correctes.

- L'intensité de la force électrique qui s'exerce entre deux particules chargées est :
  - proportionnelle à la distance  $r$  qui sépare les deux particules.
  - inversement proportionnelle au carré de la distance  $r$ .
  - inversement proportionnelle à la distance  $r$ .
  - proportionnelle au carré de la distance  $r$ .
- La valeur de la force électrique entre deux particules électrisées séparées d'une distance  $d$  est  $\|\vec{F}\|$ . Quand la distance devient  $d' = \frac{d}{2}$ , la force prend une valeur égale à :
  - $\frac{\|\vec{F}\|}{2}$
  - $2 \cdot \|\vec{F}\|$
  - $4 \cdot \|\vec{F}\|$
  - $\frac{\|\vec{F}\|}{4}$
- Dans le système international, la constante  $k$  figurant dans l'expression de la loi de Coulomb :
  - n'a pas d'unité
  - a pour unité :  $N^2 \cdot m^2 \cdot C^{-2}$
  - a pour unité :  $N \cdot m \cdot C$
  - a pour unité :  $N \cdot m^2 \cdot C^{-2}$
- La loi de Coulomb s'applique :
  - uniquement dans le vide ;
  - dans le vide et dans les isolants ;
  - à l'échelle microscopique et à l'échelle macroscopique.
- Coulomb a pu établir la loi fondamentale de l'électrostatique ( loi de Coulomb) à l'aide :
  - d'un pendule électrique ;
  - d'un dynamomètre ;
  - d'une balance de torsion ;
  - d'une balance Roberval.

## Je sais appliquer ; je sais raisonner

1. Entre le proton et l'électron d'un atome d'hydrogène existe une interaction électrique.
  - a. Cette interaction est-elle attractive ou répulsive ?
  - b. Représenter les forces électriques qui s'exercent entre le proton et l'électron ;
  - c. Calculer la valeur de la force électrique exercée sur l'électron ; la comparer à son poids, en supposant que l'électron se trouve à une distance moyenne  $r = 0,5 \cdot 10^{-10}$  m du noyau.  
Données :
    - charge élémentaire  $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$  C
    - masse de l'électron  $m = 9,1 \cdot 10^{-31}$  kg
    - intensité de la pesanteur  $\|\vec{g}\| = 9,8 \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}$
  
2. Deux corps électrisés, supposés ponctuels, portent deux charges identiques de valeur  $q = 2 \cdot 10^{-8}$  C. Ils sont placés en deux points A et B distants de  $d = 6$  cm. En un point P de la médiatrice du segment AB, on place une autre charge  $q' = 10^{-8}$  C.
  - a. Représenter la force électrique équivalente s'exerçant sur la charge  $q'$ .
  - b. Calculer sa valeur sachant que les points A, B et P formant un triangle équilatéral.
  - c. Prouver qu'il existe un point M de la médiatrice de [A, B], tel que la force électrique équivalente est nulle. Préciser M.
  
3. Deux petites sphères, chacune de masse  $m = 0,30$  g et de charge Q, sont accrochées chacune à l'extrémité inférieure d'un fil de longueur  $l = 20$  cm dont l'extrémité supérieure est accrochée au même point fixe O. A l'équilibre, les fils font entre eux un angle  $\theta = 8^\circ$ .
  - a. Faire le bilan des forces qui s'exercent sur une sphère.
  - b. Ecrire la condition d'équilibre pour une sphère supposée ponctuelle.
  - c. En déduire la valeur de la force de Coulomb qui s'exerce sur une sphère.
  - d. Calculer la valeur de la charge portée par une sphère.
  - e. L'angle  $\theta$  varie-t-il linéairement avec la charge électrostatique portée par les sphères  
Donnée:  $k = 9 \cdot 10^9$  u S.I.
  
4. Un ensemble de quatre charges électriques ponctuelles  $+q$ ,  $-q$ ,  $+2q$  et  $-q$  placées respectivement en A, B, C et D sommets d'un carré de côté  $a = 4$  cm.
  - a. Déterminer les caractéristiques des trois forces électriques s'appliquant sur la charge en A.  
On donne  $q = 10^{-9}$  C.
  - b. Faire une représentation de ces forces à l'échelle ;
  - c. Trouver, graphiquement et par le calcul, la force équivalente appliquée en A. Comparer les valeurs trouvées.



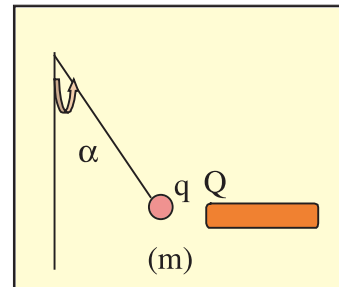
5. Deux corps supposés ponctuels portant les charges  $-Q_0$  et  $-3Q_0$  sont situés à une distance  $d$  l'un de l'autre. Ils sont libres de se déplacer. Ils subissent l'action d'un troisième corps de charge  $Q$  placé à proximité d'eux.

Déterminer la position et la valeur de la charge  $Q$  pour que les deux premiers corps se maintiennent en équilibre.

6. Un pendule électrique est constitué d'une boule très légère de masse  $m = 0,1g$  portant une charge positive  $q = 10^{-8} C$ , suspendue à un fil de longueur  $l = 0,2 m$ .

En approchant un bâton d'ébonite portant une charge  $Q$ , le pendule dévie ; le fil prend une inclinaison  $\alpha = 20^\circ$  avec la verticale et la boule s'approche du bâton..

- Préciser, en justifiant la réponse, le signe de la charge  $Q$  portée par le bâton.
- Représenter les forces qui s'exercent sur la boule.
- Déterminer la valeur de la force électrique exercée par le bâton d'ébonite sur la boule.
- En admettant que la charge  $Q$  est localisée à l'extrémité du bâton, à une distance  $r = 2 cm$  de la boule, trouver  $Q$ .



On donne :

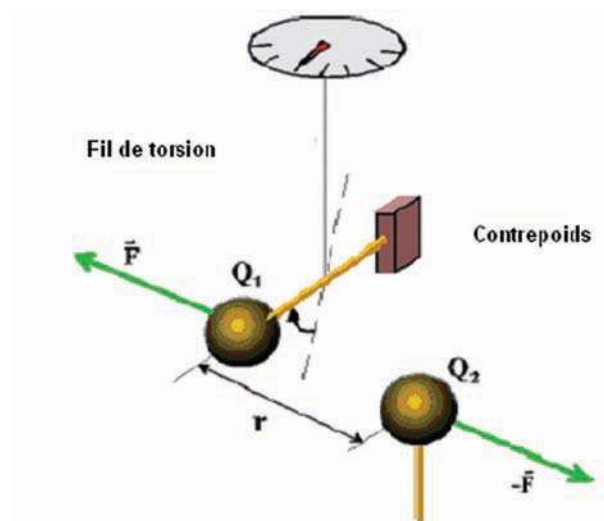
$$\|\vec{g}\| = 9,8 \text{ N.kg}^{-1}$$

# Pour en savoir plus

## La loi de Coulomb

C'est en 1785, que le physicien français Charles Augustin de Coulomb établit expérimentalement la loi donnant la force existant entre deux charges électriques.

Pour mesurer les forces, Coulomb se servit d'une balance de torsion dans laquelle un dispositif en forme d'haltère constitué d'une petite sphère métallique de charge  $Q_1$  et d'un contre-poids est suspendu à un fil de torsion (voir figure ci-dessous).



Lorsqu'on approche de la sphère suspendue une autre sphère de charge  $Q_2$ , la force de répulsion existant entre les deux sphères provoque la rotation de l'haltère et une torsion du fil métallique. A l'équilibre, la distance entre les deux sphères est  $r$  et la valeur de la force exercée par le fil tordu compense exactement la force électrique existant entre les deux sphères. La mesure de l'angle de torsion permet dès lors de déduire la valeur de la force électrique.

En faisant varier séparément la distance  $r$  et les charges  $Q_1$  et  $Q_2$  portées par les deux sphères, Coulomb a observé que la valeur de la force électrique est proportionnelle à chacune des charges  $Q_1$  et  $Q_2$  et inversement proportionnelle au carré de la distance entre elles, ce qui se résume par :

$\|\vec{F}\|$  est proportionnelle à  $Q_1$

$\|\vec{F}\|$  est proportionnelle à  $Q_2$

$\|\vec{F}\|$  est inversement proportionnelle à  $r^2$

En d'autres termes :  $\|\vec{F}\| = k \cdot \frac{|Q_1| \cdot |Q_2|}{r^2}$

où  $k$  est une constante de proportionnalité qui dépend du choix d'unité. Dans le SI, dans le vide  $k$  prend la valeur suivante :

$$k = 8,988 \cdot 10^9 \text{ N.m}^2.\text{C}^{-2} \approx 9.10^9 \text{ N.m}^2.\text{C}^{-2}$$

## Les éclairs et le tonnerre

Pendant les orages, les éclairs et le tonnerre se produisent en même temps, mais ils ne sont pas perçus en même temps à cause de la différence de vitesse de propagation entre le son et la lumière.

Les éclairs sont tout simplement de gigantesques étincelles électriques, alors que le tonnerre est la vague sonore qui accompagne cette décharge électrique.

Lorsqu'un nuage orageux se forme dans le ciel, il peut devenir très grand (plus de 10 km d'épaisseur).

Entre son sommet et sa base s'établit alors une forte différence de température : le bas du nuage est beaucoup plus chaud que son sommet ; de forts courants d'air séparent les charges électriques . En effet, les charges positives se déplacent vers le haut et les particules chargées négativement s'accumulent sur la partie inférieure du nuage.

Par influence, la charge négative de la base du nuage repousse les charges négatives du sol. Par conséquent, le sol se retrouve chargé d'électricité positive.

Lorsque la charge est en quantité suffisante, une étincelle apparaît entre le nuage et le sol.

En une fraction de seconde une quantité d'électricité considérable traverse l'air le chauffant à l'incandescence (ionisation de l'air) pour former un éclair. Quand la charge atteint le sol c'est la foudre.

L'air s'échauffe brutalement et se dilate en provoquant une onde de choc, comme le fait un avion qui passe le mur du son : c'est à ce moment-là que l'on entend le tonnerre.

D'après le site : [www.ffme.fr/technologique](http://www.ffme.fr/technologique)

### Se protéger de la foudre

Lorsque la foudre frappe un arbre ou un bâtiment, le courant électrique peut être suffisamment intense pour provoquer un incendie ou endommager gravement les appareils électriques. Si elle frappe près d'un homme ou d'un animal, elle peut le tuer.

Pour se protéger des dangers de la foudre, Benjamin Franklin a inventé en 1752 le paratonnerre. Constitué d'une pointe métallique reliée à la Terre par un câble conducteur, le paratonnerre a pour fonction d'attirer les éclairs et de faire écouler les charges électriques dans la Terre, épargnant ainsi les arbres, les bâtiments et les êtres vivants.

Lors d'un orage, il ne faut surtout pas chercher à s'abriter sous un arbre. En effet, si l'arbre reçoit la foudre, l'électricité qui la traverse peut électrocuter une personne se trouvant à proximité. Il ne faut pas non plus se retrouver dans un endroit isolé, car c'est alors notre propre corps qui peut attirer l'éclair.

D'après " ENCARTA "

## Champ électrique



*L'électrisation du corps humain par un générateur de 300 kV est l'une des célèbres expériences présentées dans des spectacles qui exploitent les lois de l'électrostatique.*

*Comment les cheveux se dressent-ils ?*

*Dans quelles directions s'orientent-ils ?*

### Objectifs

- Mettre en évidence expérimentalement l'existence d'un champ électrique créé par une charge ponctuelle.
- Déterminer les caractéristiques d'un vecteur champ électrique.
- Représenter une force électrique.
- Appliquer la relation  $\vec{F} = q \cdot \vec{E}$ .
- Reconnaître, d'après la forme du spectre électrique, le champ électrique créé par une charge ponctuelle, le champ électrique créé par deux charges ponctuelles et le champ électrique uniforme.

# 1. Mise en évidence du champ électrique

## Activité expérimentale 1

Un pendule électrique portant une charge  $q$  positive, loin de toute autre charge électrique (ou en l'absence de toute interaction électrique), occupe une position d'équilibre initiale.

Approchons progressivement de la boule électrisée l'extrémité d'un bâton de verre chargée positivement.

La boule s'écarte de sa position d'équilibre initiale, en s'éloignant du bâton de verre.

Elle subit une répulsion (figure 1).

### Questions :

1. Expliquer pourquoi la déviation du pendule n'a lieu que si la boule est proche de l'extrémité électrisée du bâton .
2. Quelle est l'origine de la déviation du pendule ?
3. Le pendule électrique permet-il de détecter la région de l'espace où l'effet d'un corps chargé se manifeste ?

Le bâton de verre non électrisé n'a pas d'effet sur le pendule ;

la boule reste en équilibre, elle n'est soumise qu'à son poids  $\vec{P}$  et à la tension  $\vec{T}_0$  du fil (figure 2).

$$\text{On a : } \vec{P} + \vec{T}_0 = \vec{0}$$

Sous l'action d'un bâton de verre électrisé positivement, le pendule dévie d'un angle  $\alpha$  par rapport à la verticale sous l'effet d'une force électrique  $\vec{F}$  (figure 3). Il prend une nouvelle position d'équilibre telle que :

$$\vec{P} + \vec{T} + \vec{F} = \vec{0}$$



figure 1

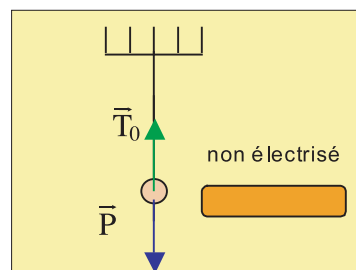


figure 2

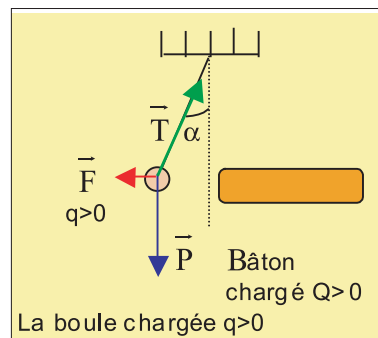


figure 3

## Conclusion

Le pendule subit une force électrique lorsqu'il se trouve dans une région de l'espace à proximité de la partie électrisée du bâton de verre. Les propriétés électriques de cette région de l'espace ont donc été modifiées par la présence des charges du bâton de verre. Cette modification des propriétés électriques de l'espace est due à l'existence d'un champ électrique créé par les charges portées par le bâton de verre.

### Remarques :

- De la même manière, on peut mettre en évidence l'existence du champ électrique créé par le bâton d'ébonite électrisé négativement.
- le champ électrique n'est pas créé par la boule du pendule mais par toutes les autres charges de l'extrémité du bâton électrisé. La boule chargée est seulement utilisée comme charge test, pour détecter ce champ.

## 1.1. Définition du champ électrique

Si dans une région de l'espace, une charge électrique  $q$  est soumise à l'action d'une force électrique  $\vec{F}$ , on dit que dans cette région règne un champ électrique.

## 1.2. Vecteur champ électrique

On montre que des corps électrisés portant les charges  $q_1, q_2, q_3 \dots$  placés successivement en un point  $M$  de l'espace où règne un champ électrique, sont respectivement soumis à l'action des forces électriques  $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3 \dots$  telles que :

$$\frac{\vec{F}_1}{q_1} = \frac{\vec{F}_2}{q_2} = \frac{\vec{F}_3}{q_3} = \dots = \overline{\text{constante}}$$

Ce vecteur constant est le vecteur champ électrique  $\vec{E}$  au point  $M$  ; il est indépendant des charges  $q_1, q_2, q_3 \dots$  placées en ce point.

La force électrique  $\vec{F}$  subie par une charge  $q$  placée en un point  $M$ , est liée au vecteur champ électrique  $\vec{E}$  en ce point par la relation :

$$\vec{F} = q \cdot \vec{E}$$

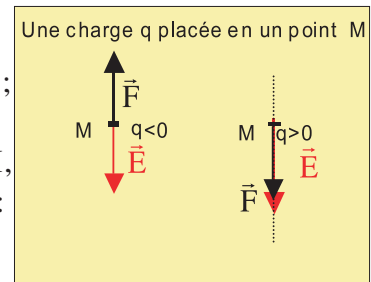


figure 4

### Caractéristiques de $\vec{E}$ :

$\vec{F}$  étant due à l'existence du champ électrique ( $\vec{F} = q \cdot \vec{E}$ ), connaissant les caractéristiques de  $\vec{F}$ , on peut préciser celles de  $\vec{E}$ . Elles sont telles que ; dans un champ  $\vec{E}$  :

\*  $\vec{F}$  a la même direction que  $\vec{E}$  (figure 4).

\* le sens de  $\vec{F}$  dépend du signe de  $q$  :

- si  $q$  est positive  $\vec{F}$  a le même sens que  $\vec{E}$ .
- si  $q$  est négative  $\vec{F}$  est de sens contraire à celui de  $\vec{E}$ .

\* la valeur du vecteur champ électrique est :  $\|\vec{E}\| = \frac{\|\vec{F}\|}{|q|}$ .

### Unités :

$\|\vec{F}\|$  s'exprime en newtons (N) et  $q$  en coulombs (C),  $\|\vec{E}\|$  sera en newtons par coulomb (N.C<sup>-1</sup>) ou aussi en volts par mètre (V.m<sup>-1</sup>).

## 2. Champ créé par une charge ponctuelle

### 2.1. Lignes et spectre du champ électrique

#### Activité expérimentale 2

Une tige métallique est fixée verticalement à un support, sa pointe est plongée dans l'huile de paraffine ; l'autre extrémité est liée par un conducteur à un pôle d'une machine électrostatique (figure 5).

Mettons autour de la pointe des particules légères comme les grains de semoule et faisons fonctionner la machine.

#### Questions :

1. Suivre le déplacement des grains, préciser la forme décrite.
2. Les lignes engendrées par les particules sont-elles parallèles entre elles ou passantes par la pointe ?
3. Comment explique-t-on l'alignement des grains ?

Les grains s'électrisent par influence. Deux pôles de signes contraires apparaissent sur chaque grain, ce qui facilite leur orientation en lignes droites convergentes vers la pointe (figure 6) : ce sont **les lignes du champ électrique** créé par la pointe chargée, pouvant être assimilée à une charge ponctuelle.

L'ensemble des lignes forme **le spectre du champ électrique**.

### 2.2. Définition

On appelle **ligne de champ** électrique une courbe tangente en chacun de ses points au vecteur champ électrique  $\vec{E}$ . Par convention, elle est orientée dans le même sens que  $\vec{E}$ . Dans le cas d'une charge ponctuelle, les lignes de champ sont des demi droites issues du point où se trouve la charge.

Les grains de semoule s'électrisent par influence, il apparaît sur chaque grain deux pôles électriques de signes contraires ( figure 7).

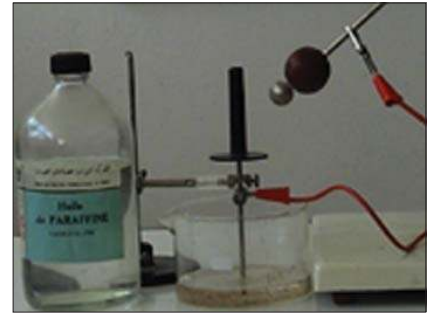
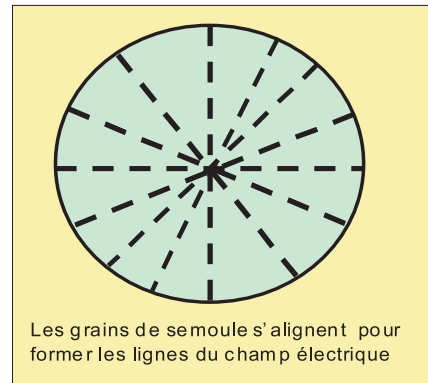


figure 5



Les grains de semoule s'alignent pour former les lignes du champ électrique

figure 6

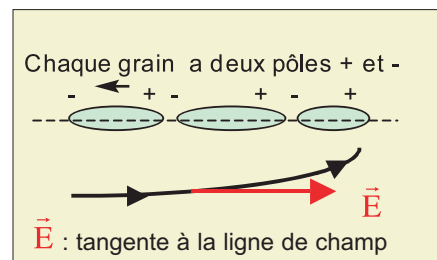


figure 7

#### Remarque :

Connaissant la ligne de champ et son orientation, on peut déterminer la direction et le sens du vecteur  $\vec{E}$  en tout point de cette ligne.

## 2.3. Expression du vecteur champ électrique

Considérons une charge ponctuelle électrique  $Q > 0$  placée en un point O. Nous nous proposons de déterminer le vecteur champ électrique qu'elle crée en un point M, tel que :

$$OM = r$$

Pour cela supposons qu'une charge  $q$  soit placée en M ; Elle sera alors soumise à une force électrique :

$$\vec{F} = q \cdot \vec{E}$$

Soit  $\vec{u}$  un vecteur unitaire orienté de O vers M (figure 8).

D'après la loi de Coulomb,  $\vec{F} = k \cdot \frac{Q \cdot q}{r^2} \vec{u}$

Donc, l'expression de  $\vec{E}$  est :

$$\vec{E} = k \cdot \frac{Q}{r^2} \vec{u}$$

Pour une charge  $Q$  positive,  $\vec{E}$  est toujours orienté de la charge vers l'extérieur (figure 8).

C'est un champ centrifuge (figure 9).

Si  $Q$  est négative,  $\vec{E}$  est toujours orienté vers la charge (figure 10).

C'est un champ centripète (figure 11).

La valeur de  $\vec{E}$  est :  $\|\vec{E}\| = k \cdot \frac{|Q|}{r^2}$

### Conséquences :

La valeur de  $\vec{E}$  est inversement proportionnelle au carré de la distance.  $\|\vec{E}\|$  diminue à mesure que l'on s'éloigne de O et inversement.

Pour une charge  $Q$  positive, le champ est centrifuge.

Alors que si la charge  $Q$  est négative, le champ est dit centripète.

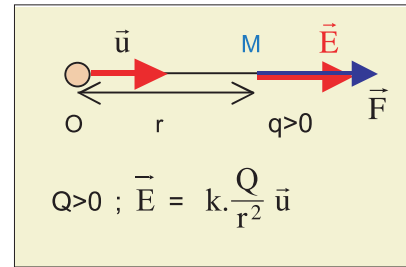


figure 8

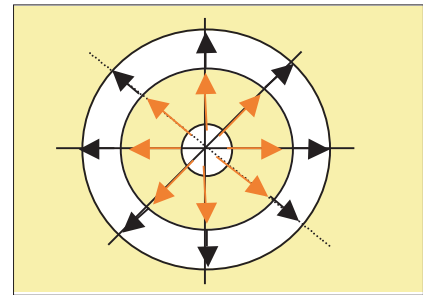


figure 9

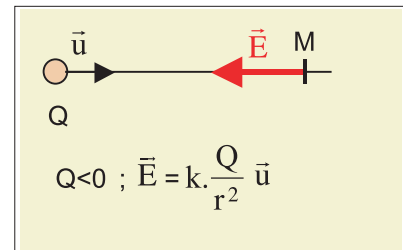


figure 10

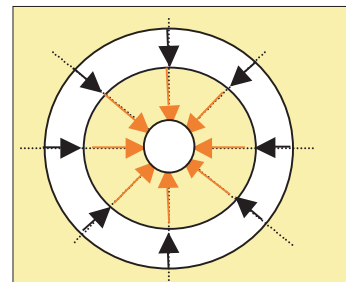


figure 11


### Remarque :

Le champ créé par la charge que porte la pointe O de l'aiguille ne se limite pas à la surface libre de l'huile de paraffine, mais il règne dans tout l'espace qui entoure O et les lignes de champ sont dans toutes les directions de l'espace.

### Exercice résolu n°1

Une charge ponctuelle  $q = 2 \cdot 10^{-6} \text{ C}$  est placée en un point M où règne un champ électrique  $\vec{E}$  créé par une autre charge  $Q_0$ . Elle est alors soumise à une force électrique  $\vec{F}$  horizontale, dirigée vers la gauche et de valeur  $\|\vec{F}\| = 6 \cdot 10^{-3} \text{ N}$ .

1. Préciser les caractéristiques du vecteur champ électrique au point M.
2. Représenter  $\vec{F}$  et  $\vec{E}$  en adoptant l'échelle suivante :  
 1cm représente  $10^{-3} \text{ N}$   
 1cm représente  $10^3 \text{ N.C}^{-1}$
3. Quel est le signe de  $Q_0$ , sachant qu'elle se trouve à droite de la charge  $q$  ?

Solution	Conseils
<p>1. On a la relation vectorielle <math>\vec{F} = q \cdot \vec{E}</math>                      Comme <math>q</math> est positive, alors <math>\vec{F}</math> et <math>\vec{E}</math> ont la même direction et le même sens.                      Les caractéristiques du vecteur <math>\vec{E}</math> sont :                      direction : horizontale                      sens : vers la gauche                      valeur : <math>\ \vec{E}\  = \frac{\ \vec{F}\ }{q}</math>                      A.N : <math>\ \vec{E}\  = 3 \cdot 10^3 \text{ N.C}^{-1}</math>.</p> <p>2. </p> <p>3. <math>\vec{F}</math> est répulsive. Donc <math>q</math> et <math>Q_0</math> sont de même signe.                      Or <math>q</math> est positive <math>\Rightarrow Q_0</math> est positive.</p>	<p>On écrit d'abord la relation vectorielle, puis la valeur du champ électrique                      Comme la charge est positive  <math> q  = q</math></p> <p>On peut mettre aussi  <math>\ \vec{E}\  = 3 \cdot 10^3 \text{ V.m}^{-1}</math>.</p>

## 3. Champ électrique créé par deux charges ponctuelles

### 3.1. Spectre et lignes de champ

#### Activité expérimentale 3

Réalisons l'expérience à l'aide de :  
 deux pointes, deux supports, un cristalliseur, de l'huile de paraffine, des fils de connexion et une machine électrostatique.

Mettons en contact les pointes A et B avec la surface de l'huile de paraffine, saupoudrée de grains de semoule.

Chargeons les pointes par la machine électrostatique (figure 12) de deux façons différentes :

- On les relie, au départ, aux deux pôles de signes contraires de la machine électrostatique ;
- Ensuite, on les relie au même pôle de la même machine.

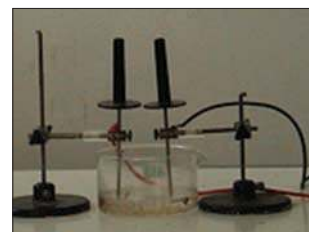


figure 12

### Activité documentaire

On dispose de deux documents (figures 13 et 14) qui représentent une coupe plane du spectre du champ électrique créé par deux charges ponctuelles  $q_1$  et  $q_2$ , de même signe et de signes contraires et de même valeur absolue.

#### Questions :

1. Recopier les deux graphes sur un papier calque ;
2. Identifier le spectre du champ électrique créé par deux charges de même signe et celui créé par deux charges de signes contraires.
3. Sachant que la valeur du champ au point P (et N) est de  $2 \cdot 10^4 \text{ N.C}^{-1}$ , représenter à l'échelle le vecteur champ et déterminer les vecteurs champ  $\vec{E}_1$  et  $\vec{E}_2$  dus respectivement aux charges  $q_1$  et  $q_2$ .
4. Préciser les sens des lignes de champ.

Deux charges électriques  $q_1$  et  $q_2$  placées en deux points créent un champ électrique en tout point de l'espace.

La forme du spectre dépend de la valeur et du signe de chacune des deux charges  $q_1$  et  $q_2$ .

- Si  $|q_1| = |q_2|$ , les lignes de champ présentent une symétrie par rapport à un plan perpendiculaire à l'axe passant par les deux charges (figures 13 et 14).

- Si  $|q_1| \neq |q_2|$ , les lignes de champ ne présentent pas de symétrie (figure 15).

### 3.2. Vecteur champ électrique

On considère deux charges ponctuelles  $q_1 > 0$  et  $q_2 < 0$  placées respectivement aux points A et B (figure 16).

Déterminer le vecteur champ électrique créé en un point M tel que :  $AM = r_1$  et  $BM = r_2$

Le vecteur champ électrique  $\vec{E}_1$  créé par  $q_1$  au point M est dirigé suivant AM, de même sens que  $\overrightarrow{AM}$  ( $q_1 > 0$ ) et de valeur :

$$\|\vec{E}_1\| = k \cdot \frac{|q_1|}{r_1^2}$$

Le vecteur champ électrique  $\vec{E}_2$  créé par  $q_2$  au point M est dirigé suivant BM, de même sens que  $\overrightarrow{MB}$  ( $q_2 < 0$ ) et de valeur :

$$\|\vec{E}_2\| = k \cdot \frac{|q_2|}{r_2^2}$$

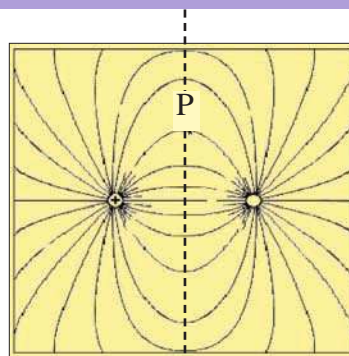


figure 13

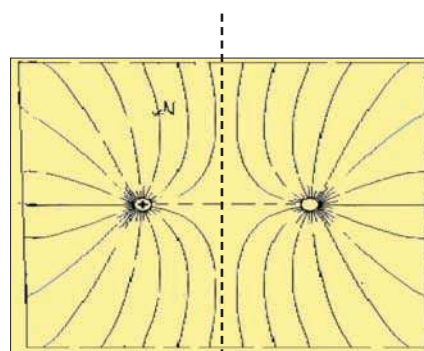


figure 14

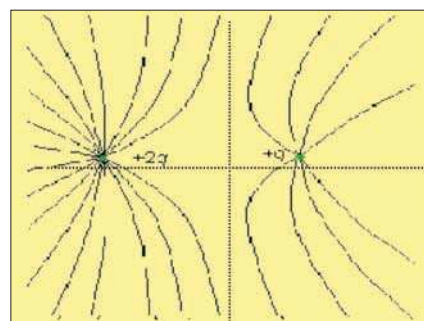


figure 15  
spectre créé par q et 2q

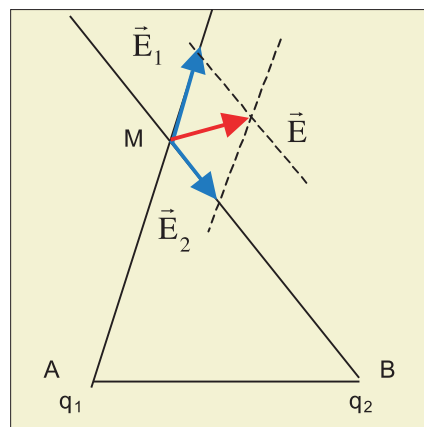


figure 16

Le champ électrique qui règne au point M résulte de la superposition de deux champs  $\vec{E}_1$  et  $\vec{E}_2$  créés en ce point par  $q_1$  et  $q_2$ .

$$\vec{E} = \vec{E}_2 + \vec{E}_1$$

**Remarque :**

Il s'agit d'une somme vectorielle et non d'une somme de valeurs de vecteurs champs.

## 4. Champ électrique uniforme

### 4.1. Spectre et lignes de champ

Activité expérimentale 4

Réalisons l'expérience ci-contre (figure 17).

Deux armatures conductrices P et N, planes, parallèles et verticales sont partiellement trempées dans de l'huile de paraffine et reliées respectivement aux pôles positif et négatif d'une machine électrostatique.

Saupoudrons la surface libre de l'huile avec des grains de semoule et faisons fonctionner la machine.

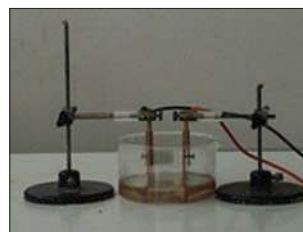


figure 17

**Questions :**

1. Suivre l'alignement des grains dans la région située entre les deux armatures. Schématiser le résultat de l'expérience.
2. Expliquer ce résultat.
3. Placer un petit pendule électrique entre les armatures. S'incline-t-il avec la verticale ? L'angle varie-t-il lorsqu'on déplace le pendule entre P et N?

Les grains de semoule s'alignent dans l'espace compris entre les deux plaques conductrices, perpendiculairement à ces plaques (figure 18).

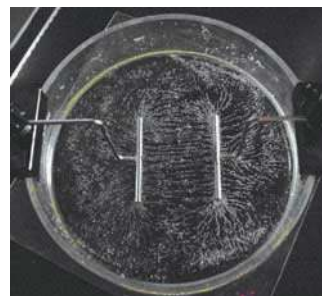


figure 18

Les lignes de champ sont donc des segments de droites parallèles entre eux et perpendiculaires aux deux plaques. Elles sont orientées de la borne (+) vers la borne (-).

Le spectre du champ électrique est constitué par l'ensemble de ces lignes.

### 4.2. Vecteur champ électrique

Le vecteur champ électrique  $\vec{E}$  est dit constant, si ses caractéristiques (direction, sens et valeur) sont identiques en tout point de l'espace où règne ce champ.

Entre les plaques, le vecteur champ électrique  $\vec{E}$  a la même direction, le même sens et la même valeur en tout point entre les deux plaques.

Donc le champ électrique est uniforme (figure 19).

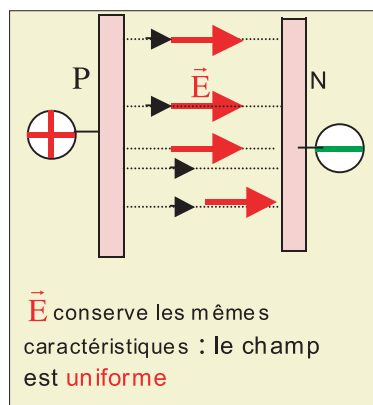
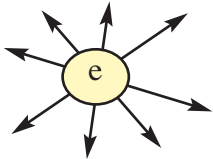
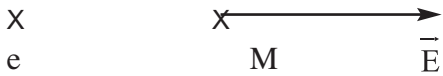
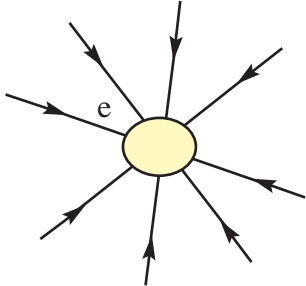


figure 19

### Exercice résolu n°2

1. Représenter les lignes du champ électrique créé par le proton du noyau d'hydrogène.
  2. Calculer l'intensité du vecteur champ électrique en un point M situé à la distance  $r = 0,5 \cdot 10^{-10}$  m du proton.
  3. Représenter le vecteur champ électrique  $\vec{E}$  au point M.
  4. Représenter le spectre de l'électron de l'atome d'hydrogène.
- On donne la charge du proton  $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$  C.

Solution	Conseils
<p>1. Les lignes de champ sont centrifuges car la charge du proton est positive.</p>  <p>2. On a : <math>\ \vec{E}\  = k \cdot \frac{e}{r^2}</math>            A.N: <math>\ \vec{E}\  = 5,76 \cdot 10^{11} \text{C} \cdot \text{N}^{-1}</math>.</p> <p>3.</p>  <p>4.</p> 	<p>Le vecteur champ <math>\vec{E}</math> est confondu avec les lignes de champ .</p> <p>Les lignes de champ sont centripètes car la charge de l'électron est négative.</p>

## L'essentiel

- Tout corps chargé, crée dans l'espace qui l'entoure un champ électrique.
- Une charge  $q$  placée en un point  $M$  de l'espace où règne un champ électrique subit une force électrique  $\vec{F}$ , telle que :

$$\vec{F} = q \cdot \vec{E}$$

$\vec{E}$  est appelé vecteur champ électrique.

La valeur  $\|\vec{E}\| = \frac{\|\vec{F}\|}{|q|}$  s'exprime en  $N.C^{-1}$  ou mieux en  $V.m^{-1}$ .

- Une ligne de champ est une courbe telle que en chacun de ses points le vecteur champ électrique  $\vec{E}$  lui est tangent.
- Par convention, chaque ligne de champ est orientée dans le même sens que  $\vec{E}$ .
- L'ensemble des lignes de champ forme le spectre du champ électrique.
- Le vecteur champ électrique  $\vec{E}$  créé par une charge ponctuelle  $q$  en un point  $M$  a :
  - une direction radiale ;
  - un sens centripète si la charge  $q$  est négative et un sens centrifuge si  $q$  est positive ;

- une valeur  $\|\vec{E}\| = k \cdot \frac{|q|}{r^2}$

- Le vecteur champ électrique  $\vec{E}$  créé par deux charges ponctuelles  $q_1$  et  $q_2$  en un point  $M$  est la somme des deux vecteurs champ électriques  $\vec{E}_1$  et  $\vec{E}_2$  créés respectivement par ces deux charges :

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$$

- Un champ électrique est dit uniforme, si les caractéristiques du vecteur  $\vec{E}$  sont maintenues constantes ;  $\vec{E}$  garde la même direction, le même sens et la même valeur en tout point de l'espace où existe le champ.

# Exercices

## Je vérifie mes connaissances

**Q.C.M.** (questions à choix multiples)

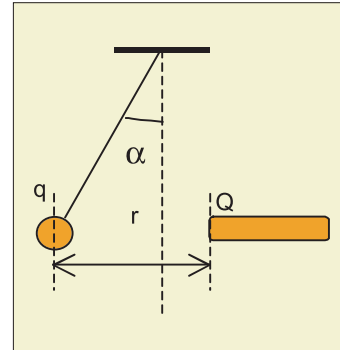
Choisir la (ou les) bonne(s) réponse(s) :

- Une charge ponctuelle placée au point O crée autour d'elle un champ électrique de vecteur  $\vec{E}$ . Sa valeur est la même pour tous les points situés sur:
  - une droite passant par O ;
  - un cercle de centre O ;
  - un carré de centre O ;
  - une sphère de centre O.
- Pour un point M, situé à la distance d de O où est placée une charge q, le vecteur champ électrique a une valeur  $\|\vec{E}\|$ .  
Si le point M se trouve à une distance  $\frac{d}{2}$ , la nouvelle valeur du champ électrique est :
  - $\|\vec{E}\|$  ;
  - $2 \cdot \|\vec{E}\|$  ;
  - $4 \cdot \|\vec{E}\|$  ;
  - $\frac{\|\vec{E}\|}{2}$ .
- L'unité de la valeur du champ électrique est :
  - N.C ;
  - C/N ;
  - $C \cdot N^{-1}$  ;
  - $N \cdot C^{-1}$ .
- Choisir la relation correcte parmi les quatre suivantes:
  - $\|\vec{F}\| = q \cdot \|\vec{E}\|$  ;
  - $\vec{E} = q \cdot \vec{F}$  ;
  - $\vec{F} = q \cdot \vec{E}$  ;
  - $\vec{F} = q \cdot \|\vec{E}\|$ .
- Une charge électrique ponctuelle q entre dans le champ électrique  $\vec{E}$  créé par une autre charge q', le sens de  $\vec{E}$  dépend du :
  - signe de q ;
  - signe de q' ;
  - signe de q et de q' ;
  - la valeur de q.
- Un champ électrique de vecteur  $\vec{E}$  est dit uniforme si :
  - sa valeur est constante au cours du temps ;
  - toutes les caractéristiques sont constantes ;
  - le sens de  $\vec{E}$  ne varie pas au cours du temps.
- Les lignes de champ dans le cas d'un champ électrique uniforme créé entre deux plaques métalliques parallèles sont :
  - parallèles aux plaques ;
  - perpendiculaires aux plaques ;
  - obliques par rapport aux plaques.

## Je sais appliquer ; je sais raisonner

1. Un pendule électrique, dont la boule a une masse  $m = 0,1 \text{ g}$ , portant une charge  $q$ , est placé dans une région de l'espace où se trouve une charge ponctuelle  $Q = 2.10^{-8} \text{ C}$ .
- En approchant la charge  $Q$  du pendule, on constate que l'inclinaison à l'équilibre du pendule augmente. Expliquer le phénomène.
  - L'inclinaison du pendule à l'équilibre correspond à un angle  $\alpha = 10^\circ$ , comme l'indique la figure ci-contre

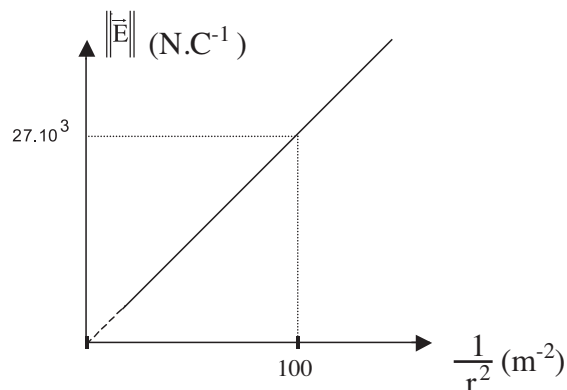
- Déterminer le signe de  $q$ .
  - Quelle est la valeur de la force électrique  $\vec{F}$  à laquelle est soumis le pendule ?
  - c. Sachant que  $q = 3.10^{-8} \text{ C}$ , quelle est la valeur  $\|\vec{E}\|$  du vecteur champ électrique en ce point ?
  - d. En utilisant la loi de Coulomb, retrouver la valeur de  $\vec{E}$  pour une distance  $r = 17,7 \text{ cm}$  séparant les deux charges.
- On donne  $\|\vec{g}\| = 9,8 \text{ N.kg}^{-1}$ .



2. Une charge ponctuelle  $q$  placée en un point  $O$  crée en tout point  $M$  situé à la distance  $r$  de  $O$  un champ électrique de vecteur  $\vec{E}$ .

On donne la courbe  $\|\vec{E}\| = f\left(\frac{1}{r^2}\right)$ .

- Quelle est la valeur de la force électrique exercée sur une charge  $q' = 3.10^{-8} \text{ C}$  placée à une distance  $r = 10 \text{ cm}$  de  $O$  ?
- Déterminer la valeur de  $q$ .



3. Une première charge ponctuelle crée en un point  $A$  un vecteur champ électrique  $\vec{E}_1$  de valeur  $15.10^5 \text{ N.C}^{-1}$ , une deuxième charge ponctuelle crée au même point  $A$  un champ électrique de vecteur  $\vec{E}_2$  de valeur égale à  $20.10^5 \text{ N.C}^{-1}$ . Sachant que  $\vec{E}_1$  et  $\vec{E}_2$  sont orthogonaux :
- trouver la valeur du vecteur champ électrique résultant ;
  - faire une construction à l'échelle et retrouver graphiquement le même résultat ;
  - quelle est la valeur de la force électrique à laquelle est soumise une particule de charge  $q = 10^{-6} \text{ C}$  placée en  $A$  ?

4. On place en un point A une charge ponctuelle  $q_A = 4.10^{-6}$  C et en un point B une charge ponctuelle  $q_B = - 8.10^{-6}$  C.
- Trouver la valeur du vecteur champ électrique résultant en un point P appartenant à la médiatrice du segment AB et situé à 5 cm de son milieu O. On donne  $AB = 10$  cm.
  - Déterminer par rapport à A, la position du point M pour lequel le vecteur champ électrique résultant est nul.
5. Une particule chargée supposée ponctuelle de masse  $m_e$  et portant une charge  $(-e)$ , est maintenue immobile dans le champ de pesanteur grâce à un champ électrique uniforme de vecteur  $\vec{E}$ .
- Déterminer les caractéristiques de  $\vec{E}$ .
- On donne  $\|\vec{g}\| = 9,8 \text{ N.kg}^{-1}$  ;  $e = 1,6.10^{-19} \text{ C}$  et  $m_e = 9,1.10^{-31} \text{ kg}$ .
6. Expérience de Millikan
- Une goutte d'huile électrisée négativement est introduite entre deux plaques métalliques parallèles et horizontales A et B entre lesquelles règne un champ électrique de vecteur  $\vec{E}$  dont la valeur est réglable.
- Représenter les forces qui agissent sur la goutte d'huile.
  1. Indiquer laquelle des deux plaques est liée à la borne positive, pour que la goutte puisse s'immobiliser dans le champ électrique sachant que A est la plaque supérieure.
  2. En déduire la valeur de la charge  $q$  portée par la goutte.
- On donne  $\|\vec{E}\| = 18,75.10^3 \text{ N.C}^{-1}$  ;  $\|\vec{g}\| = 10 \text{ N.kg}^{-1}$  ; masse de la goutte  $m = 0,3.10^{-10} \text{ kg}$ .
7. En deux points A et B, on place respectivement les deux charges électriques  $q$  et  $q'$ . Soit O le milieu du segment AB. La charge  $q = 10 \mu\text{C}$  placée en A crée en O le champ électrique d'intensité  $\|\vec{E}_A\| = 9.10^6 \text{ N.C}^{-1}$
- Déterminer l'intensité du vecteur champ électrique en O lorsque :
- $q' = q = 10 \mu\text{C}$ .
  - $q' = - q = -10 \mu\text{C}$ .
8. Il existe dans une région de l'espace D, deux champs électriques uniformes de vecteurs  $\vec{E}_1$  et  $\vec{E}_2$  orthogonaux de valeurs  $\|\vec{E}_1\| = 3.10^4 \text{ N.C}^{-1}$  et  $\|\vec{E}_2\| = 4.10^4 \text{ N.C}^{-1}$ .
- Une charge électrique  $q = 2 \mu\text{C}$  est placée dans un point de l'espace D.
- Quelle est la valeur de la force électrique  $\vec{F}$  à laquelle est soumise la charge  $q$ ?
  - Calculer en degrés, la valeur de l'angle  $\alpha$  entre les directions du vecteur champ  $\vec{E}_1$  et de la force  $\vec{F}$ .

9. Des gouttes d'huile électrisées peuvent se déplacer entre deux plaques métalliques horizontales et distantes de 1 cm où règne un champ électrique de vecteur  $\vec{E}$ .

L'une des gouttes s'immobilise lorsque  $\|\vec{E}\| = 3,5 \cdot 10^4 \text{ N.C}^{-1}$ , la plaque de dessus étant chargée positivement.

Déterminer la charge de la goutte et la comparer à la charge élémentaire  $e$ .

On donne : masse de la goutte  $m = 2,24 \cdot 10^{-15} \text{ kg}$  ;  $\|\vec{g}\| = 10 \text{ N.kg}^{-1}$  et  $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ .

10. Une boule sphérique de centre C est attachée au point O par un fil isolant de masse négligeable et de longueur  $l = 40 \text{ cm}$ . La boule de masse  $m = 0,05 \text{ g}$  porte la charge électrique  $q$ .

a. On la soumet à un champ électrique uniforme, horizontal, orienté vers la droite et d'intensité  $\|\vec{E}\| = 10^3 \text{ V.m}^{-1}$ . Le fil s'incline alors d'un angle  $\alpha = 10^\circ$  par rapport à la verticale.

En déduire la valeur de la charge électrique  $q$ .

b. On superpose au champ électrique précédent un autre champ électrique uniforme de vecteur  $\vec{E}'$  horizontal. Quels doivent être le sens et l'intensité de  $\vec{E}'$  pour que le fil s'incline de  $\alpha' = 20^\circ$  par rapport à la verticale ?

c. Quelle serait l'inclinaison  $\alpha''$  du fil si l'on changerait le sens de  $\vec{E}'$  sans modifier son intensité ?

# Interaction magnétique



**Sélecteur magnétique**

*Un sélecteur magnétique est un dispositif utilisé pour la séparation automatique des matériaux ferreux et non ferreux.*

# Prérequis

## Savoirs

- Je sais que, parmi les forces à distance, il existe des forces magnétiques ;
- Je sais que l'un des effets du courant électrique est l'effet magnétique ;
- Je sais que l'aimant attire de la limaille de fer.

## Savoir faire

- Je sais réaliser une expérience mettant en évidence l'effet magnétique du courant électrique;
- Je sais projeter les forces suivant deux axes ( $x'x$ ) et ( $y'y$ ) d'un repère plan orthonormé.

# Chapitre 3

## MISE EN EVIDENCE DES INTERACTIONS MAGNETIQUES



Photo Researchers, Inc./Jack Finch/Science Source

*Un phénomène lumineux spectaculaire se forme aux pôles terrestres et dans la couche de la haute atmosphère, c'est l'aurore boréale. Comment se forme-t-elle ?*

### Objectifs

Mettre en évidence expérimentalement une interaction magnétique entre :

- deux aimants,
- un aimant et un courant,
- deux courants.

# 1. Les aimants

## 1.1. Aimants naturels

Dans la nature, certains corps comme l'oxyde de fer  $Fe_3O_4$  nommé magnétite ou oxyde magnétique, attirent certains objets (figure 1) ; ce sont des aimants naturels et le phénomène est appelé magnétisme.



figure 1

## 1.2. Aimants artificiels

Il existe plusieurs formes d'aimants artificiels ; on cite :

- aimants droits ou barreaux aimantés (figure 2) ;
- aimants en U (figure 2) ;
- aiguilles aimantées (figure 3).



figure 2  
un aimant en U  
et deux aimants droits



figure 3  
aiguille aimantée

Actuellement, plusieurs appareils utilisés dans la vie courante ont un fonctionnement basé sur des aimants artificiels :

- boussole
- moteur électrique
- haut-parleur
- dynamo

## 1.3. Pôles d'un aimant

Approchons un aimant de la limaille de fer, elle se fixe aux extrémités de l'aimant (figure 4). L'aimant a donc deux pôles.



figure 4

Suspendons par son milieu un aimant droit à un fil sans torsion (figure 5).

L'une des extrémités se dirige sensiblement vers le nord géographique : on l'appellera " le pôle nord " de l'aimant. L'autre extrémité sera appelée " pôle sud ".

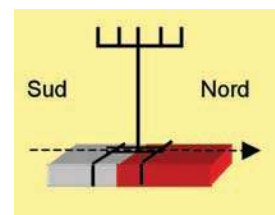


figure 5

## 1.4. Expérience de l'aimant brisé

Peut-on isoler le pôle nord d'un côté et le pôle sud de l'autre, si on brise un barreau aimanté en son milieu ?

Coupons un barreau aimanté en son milieu. Chaque tronçon constitue à son tour un aimant avec un pôle Nord et un pôle Sud.

Coupons de nouveau chacun de ces deux tronçons en son milieu ; nous obtenons alors quatre nouveaux aimants. Et si on continue la division le résultat est toujours le même: il est impossible d'isoler le pôle nord d'un côté et le pôle sud de l'autre, donc l'aimant n'est qu'un assemblage de petits aimants élémentaires juxtaposés (figure 6).

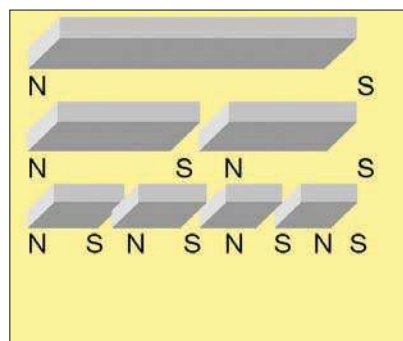


figure 6

## 1.5. Aiguille aimantée

L'aiguille aimantée est un aimant constitué d'une fine lame en acier montée sur un pivot vertical.

Placée n'importe où sur la Terre, elle reprend toujours, au même endroit, la même direction.

L'une de ses extrémités pointe sensiblement vers le nord.

On l'appelle " extrémité nord " ( ou pôle nord : N).

L'autre est l'extrémité sud (ou pôle sud : S) (figure 7).

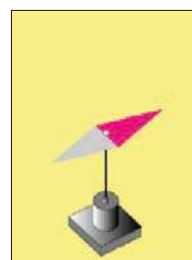


figure 7

Aiguille aimantée placée sur un pivot

## 2. Interaction aimant-aimant

### Activité expérimentale 1

Réaliser l'expérience avec deux aimants droits (A) et (B), dont la nature des extrémités est connue.

On suspend deux aimants droits (A) et (B) à des fils sans torsion.

Approchons du pôle nord de l'aimant (A), le pôle sud de l'aimant (B) (figure 8).

Reprenons l'expérience en approchant le pôle nord de l'aimant (B) du pôle nord de l'aimant (A) (figure 9).

Enfin, approchons le pôle sud de l'aimant (A) du pôle sud de l'aimant (B).

### Question :

Récapituler les résultats de l'expérience dans le tableau ci-dessous, en précisant s'il s'agit d'une interaction attractive ou répulsive.

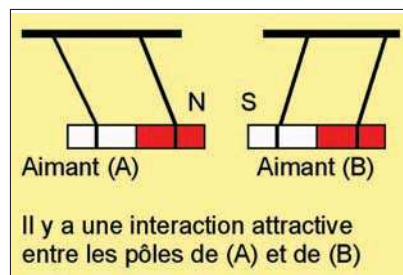


figure 8

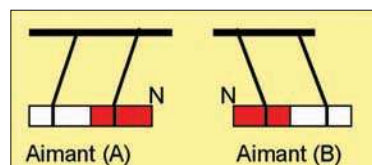


figure 9

	Pôle nord de (A)	Pôle sud de (A)
Pôle nord de (B)		
Pôle sud de (B)		

## Conclusion

Il y'a une interaction magnétique entre les pôles de deux aimants placés à proximité l'un de l'autre. L'aimant A exerce une force magnétique sur l'aimant B, de même l'aimant B exerce une force sur l'aimant A ; ces forces sont d'autant plus intenses que la distance qui sépare les pôles est plus petite.

- deux pôles de même nom se repoussent ;
- deux pôles de noms différents s'attirent.

## 3. Interaction aimant-courant

### 3.1. Action d'un courant électrique sur un aimant

#### Activité expérimentale 2

Réalisons un circuit électrique comportant en série un générateur de tension, un rhéostat, un ampèremètre, un interrupteur K et un fil MN.

Le fil conducteur MN est disposé horizontalement au dessus d'une aiguille aimantée placée sur son pivot vertical (figure 10).

En l'absence de courant électrique, la direction du fil MN est parallèle à celle de l'aiguille.

#### Questions :

1. L'aiguille aimantée subit-elle une déviation quand on ferme l'interrupteur K?
2. Le sens de déviation dépend-t-il du sens du courant électrique ?
3. Quelle est la cause de la déviation de l'aiguille ?

Fermons l'interrupteur K, l'aiguille aimantée subit une déviation au voisinage de la portion MN du circuit parcouru par un courant électrique d'intensité  $I$  (figure 11). Invertissons le sens du courant dans le circuit électrique, l'aiguille aimantée dévie en sens inverse du précédent.

Donc, le courant électrique a un effet magnétique qui dépend du sens du courant.

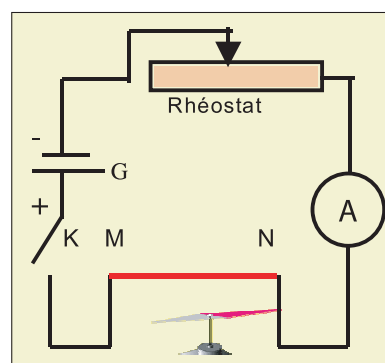


figure 10  
Expérience d'Oersted

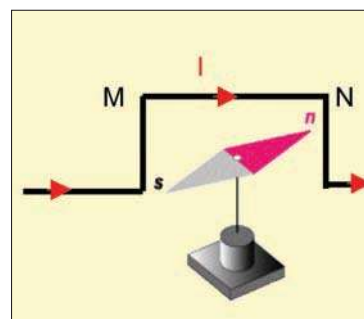


figure 11

### 3.2. Action d'un aimant sur un courant électrique

#### Activité expérimentale 3

Réalisons un circuit électrique comportant en série un générateur, un ampèremètre, un interrupteur et une bobine. La bobine est suspendue verticalement à un fil sans torsion. Fermons le circuit et approchons de la bobine le pôle nord d'un aimant droit, puis le pôle sud (figure 12).

Refaire la même expérience en inversant le sens du courant



figure 12

#### Questions :

1. La bobine se déplace-t-elle sous l'action de l'aimant ?
2. Le sens de déplacement de la bobine dépend-t-il du pôle de l'aimant ?
3. La bobine se comporte-t-elle comme un aimant ? Déterminer sa face nord et sa face sud.

Une face de la bobine, suspendue à un fil souple, est repoussée par le pôle nord de l'aimant droit (figure 13-a).

La même face de la bobine face est attirée par le pôle sud de l'aimant droit (figure 13.b).

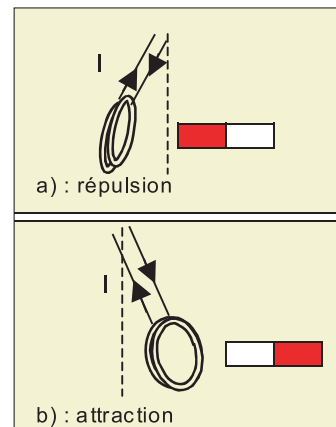


figure 13

- La même face de la bobine est :
- a) repoussée par le pôle nord de l'aimant ;
  - b) attirée par le pôle sud de l'aimant .

L'autre face de la bobine est repoussée par le pôle sud de l'aimant droit (figure 14.a), mais elle est attirée par le pôle nord du même aimant (figure 14.b).

Donc la bobine se comporte comme un aimant, avec une face nord et une face sud, selon le sens du courant qui y circule. La face nord de la bobine et le pôle nord de l'aimant se repoussent; la face sud et le pôle nord de l'aimant s'attirent.

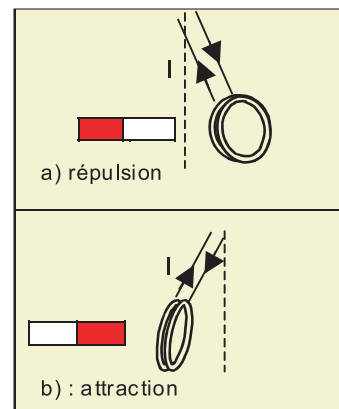


figure 14

- L'autre face de la bobine est :
- a) repoussée par le pôle sud de l'aimant ;
  - b) attirée par le pôle nord de l'aimant .

Pour reconnaître rapidement les faces nord et sud de la bobine, on se place devant la face considérée et on suit le sens du courant: si on peut écrire un " N " avec des flèches qui sont dans le sens du courant, la face est une **face nord**, si c'est un " S " que l'on peut écrire, la face est une **face sud** (figure 15).

## Conclusion

Un circuit parcouru par un courant électrique agit sur un aimant, et vice versa. Il s'agit d'actions réciproques.

Les interactions magnétiques se manifestent entre des conducteurs parcourus par des courants électriques et entre des aimants.

La bobine parcourue par un courant se comporte comme un aimant, elle possède une face nord et une face sud.

## 4. Interaction courant-courant

### Activité expérimentale 4

Réalisons deux circuits électriques comportant chacun un générateur, un ampèremètre, un interrupteur et une bobine plate suspendue à un fil souple.

Fermons les deux circuits et approchons de la face sud de la bobine  $B_1$  la face nord de la bobine  $B_2$  (figure 16).

Invertissons le sens du courant électrique dans la bobine  $B_1$ , puis approchons sa face sud de la face sud de  $B_2$  (figure 17).

### Questions :

1. Y a-t-il des interactions courant-courant ?
2. Les interactions sont-elles attractives ou répulsives quand nous approchons deux faces de noms différents des deux bobines ?
3. Les interactions sont-elles attractives ou répulsives quand nous approchons deux faces de même nom des deux bobines ?

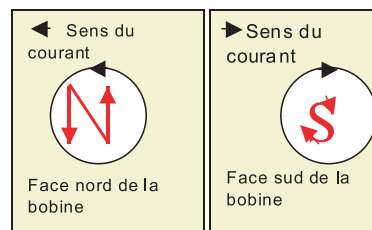


figure 15  
Face nord et face sud d'une bobine

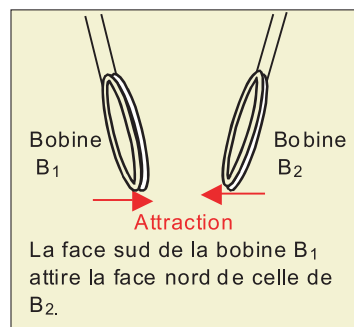


figure 16

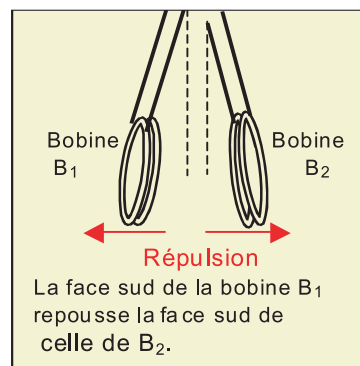


figure 17

Approchons de la face sud de la bobine  $B_1$  la face nord de la bobine  $B_2$ , il y a attraction.  
Par contre si nous approchons la face sud de la bobine  $B_1$  de la face sud de la bobine  $B_2$ , il y aura répulsion ; une bobine peut tourner sur elle-même et présenter sa face nord et elle sera alors attirée par l'autre bobine.

### **Conclusion**

Deux bobines plates suspendues par des fils sans torsion parcourues par des courants électriques subissent des interactions attractives ou répulsives :

- deux faces de même nom se repoussent ;
- deux faces de noms différents s'attirent.

## L'essentiel

- Un aimant possède deux pôles: un pôle nord et un pôle sud.
- Deux pôles de même nom se repoussent tandis que deux pôles de noms différents s'attirent.
- Loin de toutes interactions magnétiques ou électriques, l'extrémité d'une aiguille aimantée montée sur pivot qui pointe vers le Nord est appelée pôle nord (N) de l'aiguille. L'autre extrémité est le pôle sud (S).
- Une bobine parcourue par un courant continu se comporte comme un aimant; elle est caractérisée par une face nord et une face sud.
- Entre deux éléments de courant se produit une interaction magnétique.
- Une interaction magnétique peut se produire entre :
  - deux aimants ;
  - un aimant et un courant électrique ;
  - deux courants électriques.

# Exercices

## Je vérifie mes connaissances

**Q.C.M.** (questions à choix multiples)

Choisir la bonne réponse :

1. Un aimant droit placé sur une plaque de liège flottant sur l'eau :
  - a. garde sa position initiale ;
  - b. subit un mouvement de translation ;
  - c. tourne sur lui-même ;
  - d. tourne sur lui-même et s'oriente dans un sens déterminé.
2. Quand on approche un aimant de la limaille de fer, celle-ci :
  - a. se fixe sur toute la surface ;
  - b. ne se fixe que sur le pôle nord ;
  - c. se fixe sur les deux pôles ;
  - d. ne se fixe que sur le pôle sud.
3. Une aiguille aimantée placée au dessous d'un conducteur subit une déviation maximale si sa direction est :
  - a. parallèle à celle du conducteur ;
  - b. perpendiculaire à celle du conducteur ;
  - c. quelconque.
4. Pour un courant suffisamment intense, l'aiguille aimantée, dans l'expérience d'Ørsted, dévie pratiquement d'un angle égal à :
  - a.  $90^\circ$
  - b.  $45^\circ$
  - c.  $180^\circ$
5. Un observateur regarde la face nord d'une bobine, il voit le courant circuler dans le sens :
  - a. des aiguilles d'une montre ;
  - b. inverse des aiguilles d'une montre ;
  - c. direct.

## Je sais appliquer ; je sais raisonner

1. Deux bobines plates ( $B_1$ ) et ( $B_2$ ) légères sont suspendues chacune par deux fils conducteurs longs et fins. Chacune est montée en série avec un générateur, un résistor et un interrupteur comme l'indique la figure ci-contre.

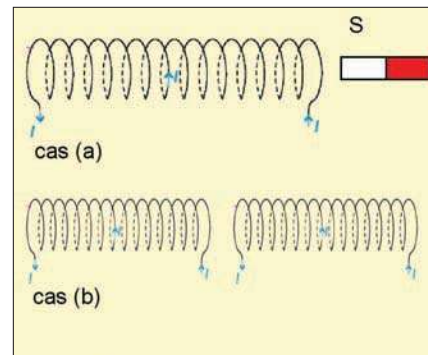
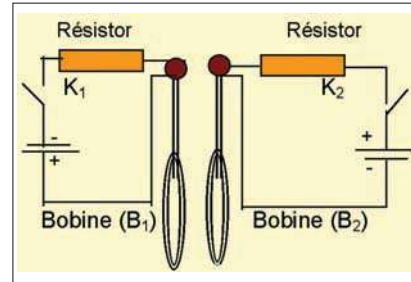
a. On ferme l'interrupteur  $K_1$  et on maintient  $K_2$  ouvert, y-a-t-il une interaction entre les deux bobines ?

Justifier la réponse.

b. On ferme les interrupteurs  $K_1$  et  $K_2$ , les deux bobines se repoussent.

-Peut-on identifier les faces nord et sud de la bobine ( $B_1$ ) ?

-Proposer une méthode qui détermine les deux faces de la bobine ( $B_1$ ).



2. Dans chacun des cas (a) et (b) de la figure ci-contre :

a. Préciser s'il s'agit d'une attraction ou d'une répulsion ;

b. Indiquer le nom des pôles de chaque bobine.

3. Une aiguille aimantée, mobile sur un pivot vertical, est placée sous un fil conducteur, rectiligne et horizontal. En absence de courant le fil est disposé de telle sorte qu'il soit parallèle à l'aiguille.

a.1. Faire un schéma " vue de dessus " du dispositif considéré ;

a.2. De quelle expérience s'agit-il ?

b. Le fil se trouve dans un circuit série avec un ampèremètre, un interrupteur et un rhéostat; l'ensemble est alimenté par un générateur de tension continue.

Pour différentes valeurs de l'intensité du courant  $I$ , on relève à l'aide d'un dispositif approprié, l'angle de la déviation de l'aiguille par rapport à sa position initiale.

On obtient les résultats suivants :

I (A)	0	0,2	0,5	1,0	2,0	3,0	4,0	5,0
$\alpha$ (degrés)	0	5	14	26	45	56	63	68

b.1. Faire le schéma du montage utilisé pour une valeur quelconque du courant;

b.2. Indiquer, vers quelle valeur tendrait l'angle  $\alpha$  si l'on augmentait l'intensité  $I$ .

b.3. Quel est le type d'interaction mis en évidence par cette expérience? De quoi dépend son importance?

# Chapitre 4

## Le champ magnétique



Imagerie par résonance magnétique (IRM).

*Son principe consiste à réaliser des images du corps humain en utilisant le magnétisme. Dans quel autre domaine exploite-t-on le magnétisme ?*

### Objectifs

- Mettre en évidence expérimentalement l'existence d'un champ magnétique.
- Réaliser une expérience qui matérialise les lignes de champ.
- Déterminer les caractéristiques d'un vecteur champ magnétique.
- Utiliser un teslamètre.
- Reconnaître un champ magnétique uniforme à partir de la forme de son spectre.

# 1. Mise en évidence du champ magnétique

## Activité expérimentale 1

On dispose d'un aimant et d'une aiguille aimantée (pour l'aiguille aimantée voir la figure 1).

Plaçons l'aimant sur une table horizontale selon une direction quelconque.

Approchons l'aiguille aimantée de l'aimant (figure 2).

Recommençons l'expérience en remplaçant le barreau aimanté par une bobine longue parcourue par un courant électrique (figure 3).

### Questions :

1. L'aiguille aimantée prend-elle, au voisinage d'un barreau aimanté, la même orientation ?
2. Comment se manifestent les interactions magnétiques entre l'aiguille aimantée et l'aimant ?
3. Comment se manifestent les interactions entre une aiguille aimantée et une bobine longue traversée par un courant électrique ?

\* Cas du barreau et de l'aiguille aimantée :

Nous constatons que l'aiguille prend une nouvelle orientation stable sous l'effet de forces magnétiques dues à la présence de l'aimant.

Déplaçons l'aiguille en différents points de la région entourant l'aimant, nous observons que son orientation varie d'une position à l'autre.

Les propriétés de l'espace entourant l'aiguille ont été modifiées par la présence de l'aimant.

On dit alors que cet espace est le siège d'un champ magnétique.

\* Cas de la bobine et de l'aiguille aimantée :

Nous constatons que lorsque la bobine est traversée par un courant électrique, l'aiguille subit une déviation et s'oriente vers la face en regard de la bobine.

Dans ce cas, le champ magnétique est dû à la bobine parcourue par le courant électrique.

## Conclusion

La déviation de l'aiguille dans les deux expériences précédentes, est due à la présence dans l'espace d'un champ magnétique créé par l'aimant (1ère expérience) et par la bobine parcourue par un courant (2ème expérience).

Si dans une région de l'espace, une aiguille aimantée est soumise à l'action de forces magnétiques, dans cette région règne un **champ magnétique**.

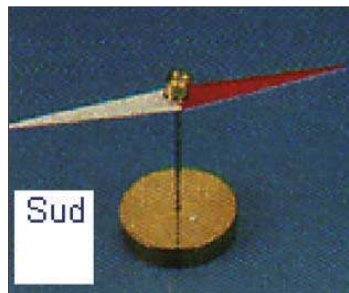


figure 1

Une aiguille aimantée mobile autour d'un axe vertical prend une position d'équilibre stable en s'orientant sensiblement suivant la direction Sud-Nord géographique, loin de tout aimant et de tout matériau pouvant interagir avec un aimant.

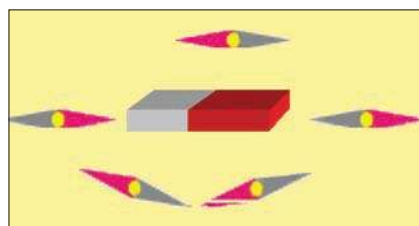


figure 2

L'aiguille aimantée est placée en différentes positions autour de l'aimant.

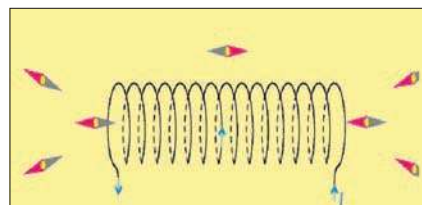


figure 3

L'aiguille aimantée est placée en différentes positions autour de la bobine.

## 2. Vecteur champ magnétique

Par analogie avec le champ électrique qui est caractérisé en chacun de ses points par un vecteur champ électrique  $\vec{E}$ , un champ magnétique est caractérisé en chacun de ses points par un vecteur champ magnétique  $\vec{B}$ .

Les caractéristiques du vecteur  $\vec{B}$  sont :

### \* direction de $\vec{B}$ :

La direction du vecteur champ magnétique  $\vec{B}$  en un point M de l'espace est celle de la position d'équilibre stable d'une aiguille aimantée placée en ce point (figure 4).

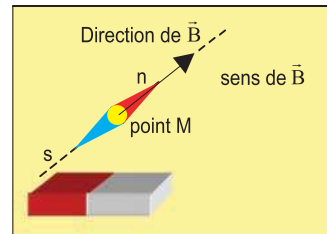
### \* sens de $\vec{B}$

Le sens de  $\vec{B}$  en un point M va du pôle sud de l'aiguille vers son pôle nord.

### \* valeur du champ magnétique :

Dans le système international, l'unité de la valeur d'un champ magnétique est le tesla (T).

La valeur du champ magnétique est mesurée à l'aide d'un teslamètre (figure 5).



En un point M, la direction et le sens de  $\vec{B}$  sont donnés par l'orientation de l'aiguille (sn).

figure 4

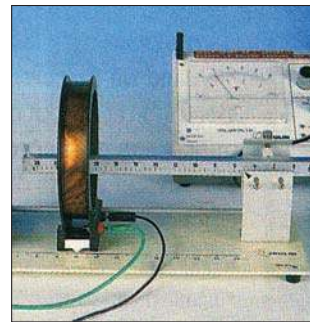


figure 5

## 3. Lignes de champ – spectre

### Activité expérimentale 2

Saupoudrons de la limaille de fer sur une plaque de verre. Constatons que les grains de fer sont orientés dans toutes les directions.

Amenons la plaque de verre sur un aimant droit, en la tapotant légèrement nous observons que les grains de fer sautillent et se répartissent suivant des lignes allant d'un pôle à l'autre.

L'ensemble des grains de fer ainsi orientés matérialisent des courbes appelées lignes du champ magnétique de l'aimant (figure 6).

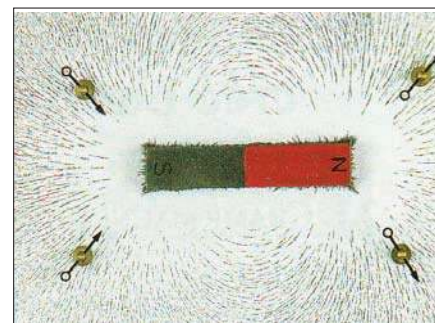


figure 6

Spectre magnétique d'un barreau aimanté

Une ligne de champ est une courbe telle qu'en chacun de ses points le vecteur champ lui est tangent (figure 7). Une aiguille aimantée, placée en un point M d'une région de l'espace où règne un champ magnétique, prend une direction et un sens bien déterminé.

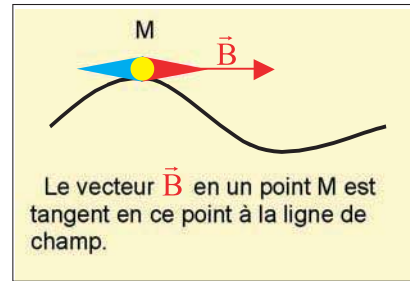


figure 7

L'ensemble des lignes de champ est appelé spectre magnétique. Ces lignes sont orientées du pôle nord vers le pôle sud de l'aimant droit (figure 8).

Elles ne se coupent pas mais elles se resserrent au niveau des pôles, indiquant que le champ y est plus intense.

**Remarques :**

- Les lignes de champ existent dans tout l'espace où règne le champ magnétique.
- Il existe une ligne de champ particulière du spectre magnétique d'un aimant droit, celle qui est confondue avec l'axe de l'aimant.

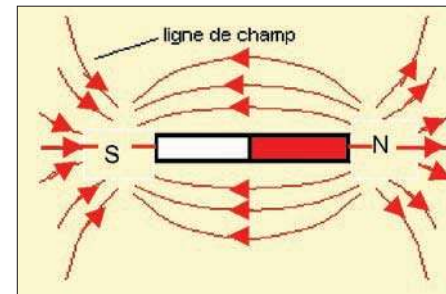


figure 8

Lignes de champ d'un aimant droit

## 4. Superposition de deux champs magnétiques

Une aiguille aimantée sn placée en un point A subit l'action simultanée de deux aimants droits  $S_1N_1$  et  $S_2N_2$  dont les directions sont perpendiculaires.

L'aimant (1) crée en A un champ magnétique de vecteur champ  $\vec{B}_1$  et l'aimant (2) crée au même point un champ magnétique de vecteur champ  $\vec{B}_2$ .

On constate que l'aiguille aimantée s'oriente suivant la direction du vecteur somme  $\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$  qui fait un angle  $\alpha$  avec  $\vec{B}_1$ .

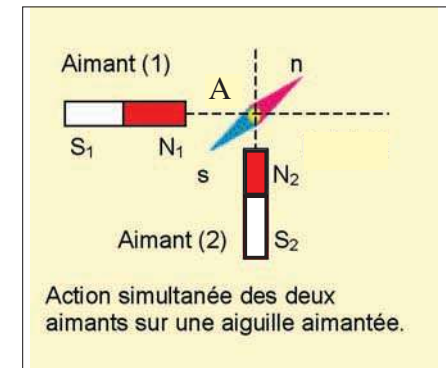


figure 9

## Conclusion

Soit un point de l'espace où existe un champ magnétique de vecteur  $\vec{B}_1$  créé par un aimant, un deuxième champ magnétique de vecteur  $\vec{B}_2$  créé par un autre aimant...; le champ magnétique total de vecteur  $\vec{B}$  s'obtient en faisant la somme vectorielle de tous les champs.

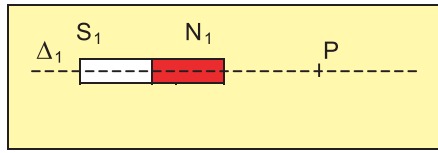
Les champs magnétiques se composent vectoriellement :

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \dots = \sum \vec{B}_i$$

### Exercice résolu n°1

On place une aiguille aimantée  $sn$  en un point  $P$  situé sur l'axe  $\Delta_1$  d'un aimant droit  $S_1N_1$ ,

Le point  $P$  est très proche de l'aimant (voir la figure).



1. Représenter l'aiguille aimantée en équilibre dans le champ de l'aimant  $S_1N_1$  et préciser ses pôles ainsi que le vecteur champ magnétique  $\vec{B}_1$  créé par ce dernier.

2. Que se passe-t-il si on approche de l'ensemble un deuxième aimant droit  $S_2N_2$  identique à  $S_1N_1$  d'axe  $\Delta_2$  perpendiculaire à  $\Delta_1$  et passant par  $P$  ?

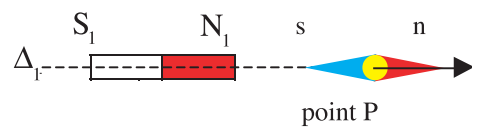
3. Comment et où doit-on placer l'aimant  $S_2N_2$  pour que l'aiguille aimantée tourne de  $45^\circ$  dans le sens inverse des aiguilles d'une montre par rapport à l'axe de l'aimant  $S_1N_1$  ?

### Solution

1. La ligne de champ qui passe par le point  $P$  est confondue avec l'axe de l'aimant  $S_1N_1$ .

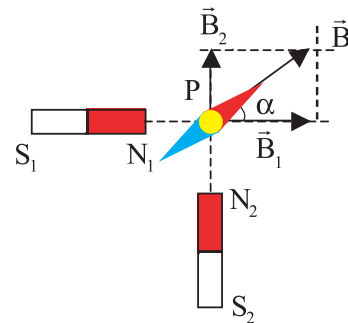
L'axe de l'aiguille est le même que celui de l'aimant.

La direction de  $\vec{B}$  est celle de l'axe de l'aimant droit  $S_1N_1$ .

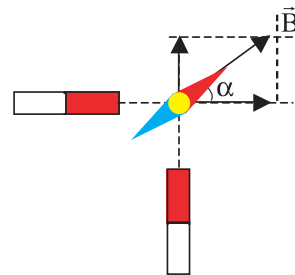


2. Au point  $P$ , l'aimant  $S_2N_2$  crée un deuxième champ magnétique de vecteur  $\vec{B}_2$ .

L'aiguille aimantée s'oriente alors suivant le vecteur somme  $\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$  ; elle doit donc tourner d'un angle  $\alpha$ .



3. Pour avoir une rotation dans le sens inverse des aiguilles d'une montre et à  $45^\circ$ , il faut placer l'aimant  $S_2N_2$  à égale distance de l'aiguille que  $S_1N_1$  et comme l'indique les schémas (1et 2)

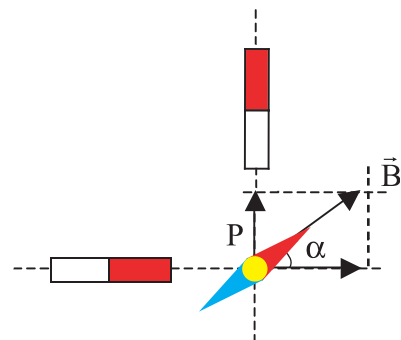


1<sup>ère</sup> possibilité :

2<sup>ème</sup> possibilité :

Dans les deux cas précédents, l'aiguille se stabilise en tournant d'un angle de  $45^\circ$  dans le sens voulu, donc

$$\|\vec{B}_1\| = \|\vec{B}_2\| .$$



## 5. Champ magnétique uniforme

### Activité expérimentale 3

Saupoudrons de la limaille de fer sur une plaque de verre. Aménons la plaque de verre sur un aimant en U et tapotons-la.

Nous observons entre les deux branches de l'aimant que les grains de fer sautillent et se répartissent suivant des lignes droites parallèles allant d'une branche à l'autre (figure 10). Les lignes de champ, entre les branches d'un aimant en U, sont des droites parallèles, on les oriente du pôle nord vers le pôle sud (figure 11).

Entre les branches, en chaque point, le vecteur champ magnétique  $\vec{B}$  a :

- même direction (celle des lignes de champ) ;
- même sens ( du pôle nord vers le pôle sud) ;
- même valeur ( d'après la mesure avec un teslamètre).

Un tel champ est dit un **champ magnétique uniforme**.

En général, un champ magnétique est **uniforme** dans une zone de l'espace si, en tout point de cette zone, le vecteur champ magnétique  $\vec{B}$  conserve même **direction**, même **sens** et même **valeur** (figure 12).

Un champ magnétique est **uniforme** si son vecteur champ  $\vec{B}$  possède les mêmes caractéristiques en tous ses points.

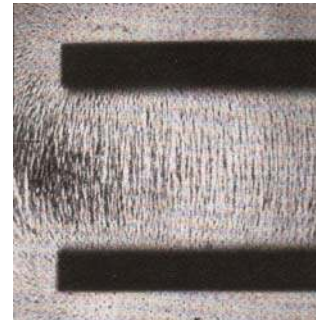


figure 10  
Spectre magnétique d'un aimant en U.

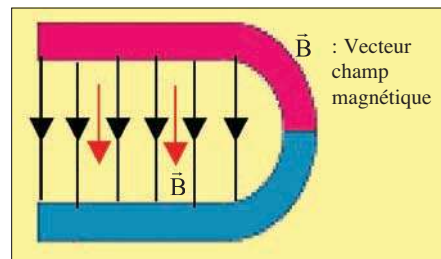


figure 11  
Champ uniforme entre les branches d'un aimant en U

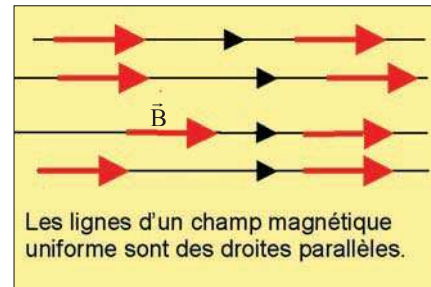


figure 12

## 6. Champ magnétique terrestre

### Activité expérimentale 4

#### 6.1. Mise en évidence

Plaçons dans une zone éloignée de tout aimant, de tout courant électrique et de tout objet en fer, une aiguille aimantée mobile autour d'un axe vertical et autour d'un axe horizontal passant tous les deux par son centre d'inertie (figure 13).

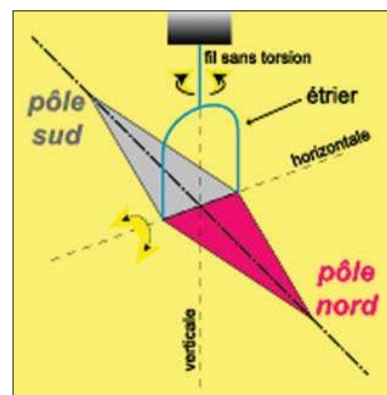


figure 13

Plaçons maintenant des aiguilles aimantées, identiques à celle de la figure 13, en différentes positions suffisamment éloignées l'une de l'autre et en l'absence de toute interaction magnétique.

### Questions :

1. Peut-on attribuer l'orientation Nord-Sud de l'aiguille aimantée à l'existence d'un champ magnétique terrestre au voisinage de la Terre ?

2. Pourquoi les aiguilles aimantées, dans une zone peu étendue, s'orientent-elles dans la même direction ?

L'aiguille aimantée prend toujours la même direction (Nord-Sud) et elle revient à cette direction si on l'en écarte, cela révèle l'existence, autour de l'aiguille, d'un champ magnétique qui est le **champ magnétique terrestre**.

Les aiguilles aimantées s'orientent toutes dans la même direction et le même sens.

Cela prouve que le champ magnétique terrestre est **uniforme** dans une région limitée de l'espace (figure 14).

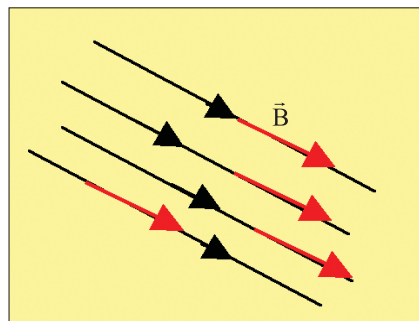


figure 14

Uniformité du champ magnétique terrestre dans une zone limitée.

## Conclusion

Le champ magnétique terrestre est uniforme dans une région limitée de l'espace ; l'aiguille aimantée pointe vers le Nord.

## 6.2. Vecteur champ magnétique terrestre

### Activité expérimentale 5

Considérons deux aiguilles aimantées éloignées l'une de l'autre. L'une est mobile dans un plan horizontal autour d'un axe vertical alors que l'autre est suspendue à un étrier par un fil sans torsion mobile autour d'un axe horizontal et d'un axe vertical. Les aiguilles sont placées loin de tout aimant et de tout courant (figure 15).

### Questions :

1. Les deux aiguilles s'orientent-elles dans la même direction? Pointent-elles vers le même point ?

2. Tracer sur une feuille les directions prises par les deux aiguilles; mesurer l'angle  $\hat{I}$  entre ces directions.

3. Comment peut-on caractériser le vecteur champ magnétique?

Le vecteur champ magnétique  $\vec{B}$  est incliné par rapport à l'horizontale d'un angle  $\hat{I}$  appelé inclinaison.

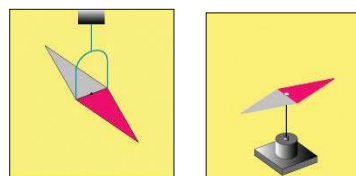


figure 15

A droite : une aiguille aimantée sur un pivot vertical.

A gauche : une aiguille aimantée suspendue à un étrier.

## Activité documentaire

L'orientation d'une aiguille aimantée, placée en un point O, puis aux points M, N et P, au voisinage de la Terre montre l'existence d'un champ magnétique terrestre (figure 16) ; ce champ est équivalent à celui créé par un gigantesque aimant droit placé à l'intérieur de notre planète. L'axe de cet aimant ne correspond pas à l'axe des pôles Nord et Sud géographiques, il est actuellement incliné d'un angle  $\hat{D}$  par rapport à l'axe de rotation de la Terre.

A la surface de la Terre, les deux points de l'axe sont les pôles Nord et Sud magnétiques terrestres.

Actuellement le pôle Nord magnétique est situé vers le Groënland mais il n'en a pas toujours été ainsi ; des études sur des roches prouvent que le champ magnétique terrestre s'est inversé plusieurs fois au cours des ères géologiques.

### Questions :

1. Représenter l'orientation d'une aiguille aimantée placée en différents points M, N et P. Indiquer l'angle  $\hat{D}$  dans chacun des cas. Conclure.
2. De quoi dépend la variation de l'angle  $\hat{D}$  ?
3. Préciser sur un schéma les noms des pôles de l'aimant droit produisant un champ magnétique équivalent à celui de la Terre.

Constatons que l'aiguille montée sur un pivot vertical reste dans le plan horizontal et son pôle nord se dirige vers le pôle Nord magnétique de la Terre, alors que l'aiguille suspendue à un étrier par un fil tourne librement autour de l'axe vertical et l'axe horizontal et s'immobilise suivant une direction inclinée d'un angle  $\hat{I}$  par rapport à l'horizontale.

Grâce à cette aiguille, on connaît la direction et le sens du vecteur champ magnétique  $\vec{B}$ .

Les caractéristiques du vecteur champ terrestre  $\vec{B}$  sont :

### direction et sens :

Une aiguille aimantée, suspendue à un étrier, est placée en un point A (fig.17). Son pôle nord pointe vers le sol.

Le fil de suspension matérialisant la verticale et l'axe sn de l'aiguille définissent un plan vertical appelé plan du **méridien magnétique** au point A. Ce plan contient le vecteur champ magnétique terrestre  $\vec{B}$  au point A.

Le fil de suspension, matérialisant la verticale du lieu, et le Nord géographique définissent le plan du **méridien géographique** au point A.

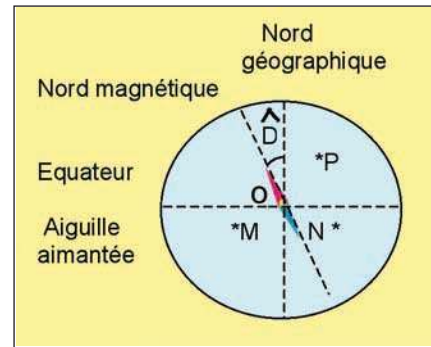


figure 16

Aiguille aimantée placée à la surface de la Terre.

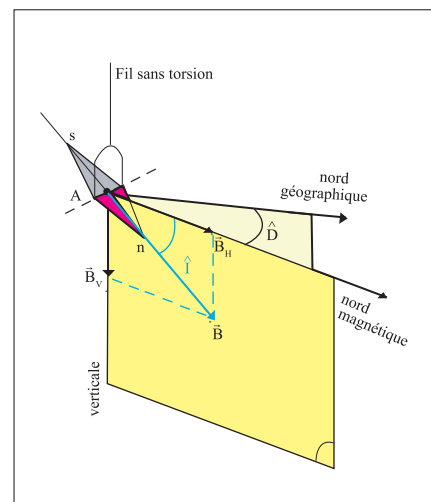


figure 17

## Définitions

- L'inclinaison magnétique d'un lieu est l'angle  $\hat{I}$  formé par le vecteur  $\vec{B}$  et le plan horizontal. La valeur de l'angle  $\hat{I}$  est algébrique, elle est positive lorsque le vecteur champ magnétique pointe vers le sol, et elle est négative dans le cas contraire.
- La déclinaison  $\hat{D}$  est l'angle formé par le plan méridien magnétique et le plan du méridien géographique. Elle est dite orientale lorsque le pôle nord de l'aiguille est à l'est du méridien géographique ; elle est dite occidentale dans le cas contraire.

### Valeur :

Le vecteur champ magnétique terrestre  $\vec{B}$  est la somme de deux composantes, une horizontale notée  $\vec{B}_H$  et l'autre verticale notée  $\vec{B}_V$  (figure 18).

La composante horizontale en un lieu donné peut être mesurée.

La connaissance de l'inclinaison  $\hat{I}$  en ce lieu permet de calculer la valeur  $\|\vec{B}\|$  du vecteur champ magnétique.

Comme  $\vec{B} = \vec{B}_H + \vec{B}_V$ , on a donc  $\|\vec{B}\| = \sqrt{\|\vec{B}_H\|^2 + \|\vec{B}_V\|^2}$  si les valeurs  $\|\vec{B}_V\|$  et  $\|\vec{B}_H\|$  sont connues.

Et si on connaît l'angle d'inclinaison  $\hat{I}$  on peut avoir la

valeur du vecteur champ magnétique terrestre  $\|\vec{B}\| = \frac{\|\vec{B}_H\|}{\cos \hat{I}}$

et aussi la valeur de la composante verticale  $\|\vec{B}_V\| = \|\vec{B}_H\| \operatorname{tg} \hat{I}$ .

En Tunisie, l'inclinaison  $\hat{I}$  est voisine de  $60^\circ$  et comme  $\|\vec{B}_H\|$  est proche de  $2.10^{-5}$  T, on en déduit :

$$\|\vec{B}\| = \frac{\|\vec{B}_H\|}{\cos \hat{I}} ; \text{ A.N: } \|\vec{B}\| = 4.10^{-4} \text{ T}$$

$$\text{et } \|\vec{B}_V\| = \|\vec{B}_H\| \operatorname{tg} \hat{I} ; \text{ A.N: } \|\vec{B}_V\| = 3,46.10^{-5} \text{ T.}$$

La valeur de la composante verticale  $\|\vec{B}_V\|$  est supérieure à celle de la composante horizontale  $\|\vec{B}_H\|$ .

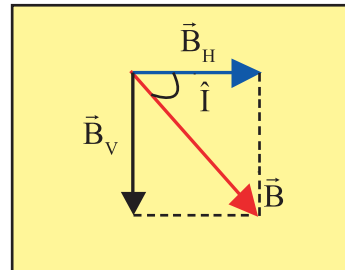


figure 18

### Remarques :

- L'inclinaison  $\hat{I}$ , la déclinaison  $\hat{D}$  et la valeur du vecteur champ magnétique terrestre sont variables en fonction du temps et du lieu.
- Dans une région limitée de la Terre, le champ magnétique terrestre est uniforme.

## L'essentiel

- Une région de l'espace où s'exercent des forces magnétiques sur une aiguille aimantée, est le siège d'un champ magnétique.
- Les sources de champs magnétiques sont les aimants et les courants.
- Les lignes d'un champ magnétique sont orientées du pôle nord vers le pôle sud, à l'extérieur d'un aimant.
- Un champ magnétique est caractérisé en un point de l'espace par un vecteur champ magnétique  $\vec{B}$ .
- La direction de l'aiguille aimantée, du pôle sud vers le pôle nord, définit la direction et le sens du vecteur champ magnétique  $\vec{B}$ .
- L'unité de la valeur du champ magnétique, dans le système international, est le tesla ; de symbole (T).
- La mesure de la valeur du vecteur champ magnétique s'effectue à l'aide d'un appareil appelé teslamètre.
- Si en tout point du champ, le vecteur champ magnétique est constant, on dit que le champ magnétique est uniforme. Entre les branches d'un aimant en U le champ est uniforme.
- Le champ magnétique terrestre est équivalent à celui créé par un gigantesque aimant droit placé à l'intérieur de la Terre. L'axe de cet aimant ne correspond cependant pas à l'axe des pôles Nord et Sud géographiques.
- Le vecteur champ magnétique terrestre  $\vec{B}$  est incliné par rapport à l'horizontale d'un angle appelé inclinaison ; dans l'hémisphère Nord, le vecteur  $\vec{B}$  est dirigé vers le sol.
- Le vecteur champ magnétique terrestre  $\vec{B}$  a une composante horizontale  $\vec{B}_H$  et une composante verticale  $\vec{B}_V$  :  $\vec{B} = \vec{B}_H + \vec{B}_V$ ,

$$\|\vec{B}\| = \frac{\|\vec{B}_H\|}{\cos \hat{I}} \quad \text{et} \quad \|\vec{B}_V\| = \|\vec{B}_H\| \operatorname{tg} \hat{I}.$$

# Exercices

## Je vérifie mes connaissances

**Q.C.M.** (questions à choix multiples)

Choisir la bonne réponse :

1. Une aiguille aimantée s'oriente :
  - a. vers le Nord géographique ;
  - b. vers le Nord magnétique ;
  - c. entre le Nord magnétique et le nord géographique.
2. Un champ magnétique est uniforme si :
  - a. les lignes de champ sont parallèles ;
  - b. les lignes de champ sont perpendiculaires ;
  - c. le vecteur champ magnétique est un vecteur constant.
3. Un champ magnétique uniforme règne :
  - a. autour d'un aimant droit ;
  - b. entre les branches d'un aimant en U ;
  - c. dans une région limitée de la surface de la Terre.
4. La direction et le sens du vecteur champ magnétique terrestre sont donnés par l'orientation :
  - a. d'une aiguille aimantée montée sur pivot ;
  - b. d'un barreau aimanté suspendu par un fil sans torsion ;
  - c. d'une aiguille aimantée suspendue à un étrier par un fil sans torsion.
5. L'aiguille d'une boussole s'oriente suivant :
  - a. la composante horizontale du vecteur champ magnétique terrestre ;
  - b. la composante verticale du vecteur champ magnétique terrestre ;
  - c. le vecteur champ magnétique terrestre.

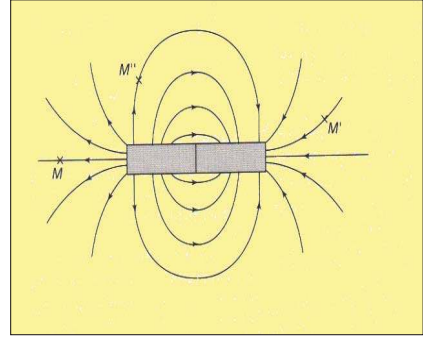
**Répondre par vrai ou faux.**

- a. Les lignes de champ magnétiques sont orientées du pôle nord d'un aimant vers le pôle sud.
- b. Un resserrement des lignes de champ indique que celui-ci devient moins intense.
- c. La valeur du vecteur champ magnétique terrestre est de l'ordre de 1 tesla.
- d. La composante horizontale du vecteur champ magnétique terrestre est dirigée vers le sol.
- e. La composante verticale du vecteur champ magnétique terrestre est plus intense que la composante horizontale.

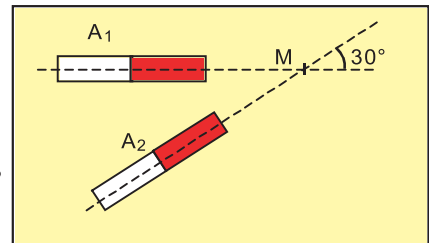
## Je sais appliquer ; je sais raisonner

1. Une aiguille aimantée est placée sur un pivot vertical, elle prend sa position d'équilibre.
  - a. Comment s'oriente-t-elle en Tunisie ?
  - b. Représenter la composante horizontale du vecteur champ magnétique terrestre.

2. Sur le schéma ci-contre on a représenté quelques lignes de champ d'un aimant droit  $S_0N_0$ .
  - a. Définir une ligne de champ.
  - b. Comment peut-on matérialiser les lignes de champ ? Nommer la figure obtenue.
  - c. Préciser sur le schéma la position du pôle nord de l'aimant.
  - d. On place une aiguille aimantée au point M, puis au point M'. Comment va-t-elle s'orienter ? Faire un schéma et préciser la disposition de ses pôles.



3. Deux aimants identiques  $A_1$  et  $A_2$  sont placés de manière que l'angle entre leurs axes soit  $\alpha = 30^\circ$  (voir figure ci-contre).
  - a. Représenter au point M le vecteur champ magnétique  $\vec{B}$  créé par les deux aimants.
  - b. Calculer la valeur de  $\vec{B}$  sachant que la valeur du vecteur champ magnétique créé en ce point par chacun des deux aimants est de  $5 \cdot 10^{-4} \text{ T}$ .



4. Une aiguille aimantée mobile autour d'un axe vertical se stabilise suivant une direction Nord-Sud magnétique. On approche perpendiculairement de son pôle nord, le pôle nord d'un aimant droit, l'aiguille dévie d'un angle de  $60^\circ$ .
  - a. Faire un schéma du dispositif et représenter le vecteur champ magnétique  $\vec{B}$  détecté par l'aiguille.
  - b. Calculer la valeur du vecteur champ magnétique créé par l'aimant droit.
  - c. En déduire la valeur de  $\vec{B}$ .

On donne  $\|\vec{B}_H\| = 2 \cdot 10^{-5} \text{ T}$ .

5. Dans une région A, le champ magnétique terrestre  $\vec{B}$  pointe vers le sol avec un angle d'inclinaison  $\hat{I} = 64,5^\circ$ . Sachant que la composante horizontale du champ magnétique terrestre est de  $2 \cdot 10^{-5} \text{ T}$ .
  - a. Calculer la composante verticale du champ magnétique terrestre dans la région A.
  - b. Calculer la valeur du champ magnétique terrestre.

6. a. On dispose une grande feuille de papier sur une table horizontale. On trace sur cette feuille deux axes perpendiculaires  $x'Ox$  et  $y'Oy$ . On place en O une petite aiguille aimantée mobile autour d'un axe vertical. Elle prend une position d'équilibre  $S_0N_0$ . On tourne la feuille de papier jusqu'à ce que  $y'Oy$  ait la direction et le sens de  $S_0N_0$ . On place ensuite un aimant droit sur l'axe  $x'x$ , assez loin de O. L'aiguille prend une nouvelle position d'équilibre  $S_1N_1$  qui fait l'angle  $\alpha_1 = 55^\circ$  avec  $y'Oy$ .

Evaluer le rapport  $\frac{\|\vec{B}_1\|}{\|\vec{B}_H\|}$  ( $\vec{B}_1$  étant le vecteur champ magnétique créé en O par l'aimant droit ;  $\vec{B}_H$  est la composante horizontale du vecteur champ magnétique terrestre ).

- b. L'aimant droit est situé maintenant plus près de O ( toujours suivant  $x'x$ ). L'aiguille prend une position d'équilibre  $S_2N_2$  qui fait l'angle  $\alpha_2 = 89^\circ$  avec  $y'y$ .

Evaluer le rapport  $\frac{\|\vec{B}_2\|}{\|\vec{B}_H\|}$  ( $\vec{B}_2$  est le vecteur du nouveau champ magnétique créé en O par l'aimant droit ).

- c. Calculer  $\|\vec{B}_1\|$  et  $\|\vec{B}_2\|$  sachant que le champ magnétique terrestre  $\vec{B}$  a pour valeur au lieu considéré,  $\|\vec{B}\| = 4,56 \cdot 10^{-5}$  T et que l'inclinaison  $\hat{I} = 64^\circ$ .

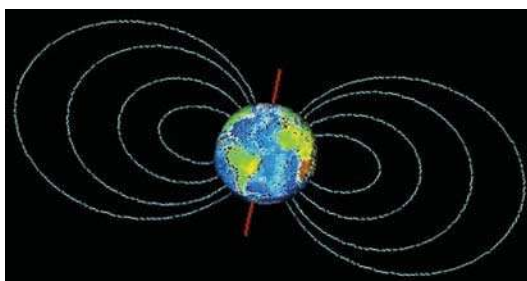
7. On considère deux aimants droits identiques  $A_1$  et  $A_2$  dont les axes sont perpendiculaires. Les deux pôles nord des aimants sont situés à la même distance d'un point O. Chaque aimant crée en O, un champ magnétique de valeur  $2,3 \cdot 10^{-2}$  T.
- Donner les caractéristiques du vecteur champ magnétique créé par le montage au point O.
  - Quelles seraient les caractéristiques du vecteur champ magnétique si on permute les pôles de l'aimant  $A_2$ ?

# Pour en savoir plus

## La belle aurore L'activité du champ géomagnétique

D'où proviennent les aurores ? Nous savons que, physiquement, une aurore est la manifestation des fluctuations du champ magnétique terrestre. Elle est produite par une décharge électrique dans un milieu de très faible densité, proche des phénomènes d'électroluminescences que nous connaissons bien par les tubes au néon. Mais nous allons devoir introduire des notions plus techniques pour comprendre comment ces décharges électriques se produisent. La structure différente des aurores n'est pas seulement liée au fait que des particules énergiques interagissent avec le champ géomagnétique. Leur apparition dépend avant tout du niveau d'énergie des particules et de l'interaction de celles-ci avec l'ionosphère.

La magnétosphère est une région très raréfiée, on y dénombre de 1 à 1000 particules par  $\text{cm}^3$  presque exclusivement composée d'électrons, protons et de noyaux atomiques (tel l'oxygène qui est transporté depuis la basse atmosphère). Ce milieu constitue un plasma qui est capturé par les lignes du champ magnétique. Une grande partie de ce plasma provient du vent solaire, le champ magnétique interplanétaire, tandis qu'une petite partie provient de l'ionosphère terrestre.



Ci-dessus, le champ magnétique terrestre est incliné de  $11.6^\circ$  par rapport au nord géographique.

La Terre agit comme un dipôle magnétique, attirant les particules chargées issues du Soleil. Les charges positives (protons) sont attirées vers la partie éclairée de la Terre, plus exactement sur le point du terminateur où le Soleil se lève, tandis que les particules chargées négativement (électrons) se retrouvent dans la partie crépusculaire.

internet

## Le fonctionnement d'une boussole

Une boussole est composée d'une aiguille aimantée et mobile, qui présente comme tous les aimants deux pôles magnétiques : un pôle " nord " et un pôle " sud " .

La Terre aussi se comporte comme un gigantesque aimant, dont le champ magnétique se fait sentir sur toute la surface du globe. Les champs magnétiques de deux aimants ont tendance à s'orienter dans une même direction ; de la même façon, le champ magnétique de la boussole s'aligne sur celui de la Terre (qui est bien plus fort) : l'aiguille aimantée s'oriente ainsi dans le sens nord-sud du champ magnétique terrestre, en pointant vers le pôle nord magnétique.

Pôle nord géographique et le pôle nord magnétique

Le pôle nord magnétique s'est beaucoup déplacé au cours de l'histoire, et il continue de se déplacer en fonction des variations du champ magnétique terrestre. En 2003, il était situé à plus de 1 500 km du pôle Nord géographique. Il est donc nécessaire de procéder à une correction des indications de la boussole pour trouver très précisément le Nord géographique terrestre.

De la boussole au compas

La rose des vents indique sur une carte marine la direction des huit vents principaux, ainsi que les quatre points cardinaux (nord, sud, est et ouest) placés sur un cercle gradué de 0 à 360 °.

Lorsque l'on associe une rose des vents à une boussole, on obtient un compas. Généralement la rose des vents et la boussole sont plongées dans un mélange d'alcool et d'eau qui permet au mécanisme de tourner plus librement, et donc d'être encore plus précis.

Encyclopédie (Encarta)



**Boussole**  
Encyclopédie (Encarta)

# Chapitre 5

## CHAMP MAGNETIQUE CREE PAR UN COURANT



**Electroaimant**

*il est utilisé au transport des objets ferreux (automobiles par exemple).*

### Objectifs

- Mettre en évidence le champ magnétique créé par un courant.
- Déterminer les caractéristiques du vecteur champ magnétique créé par un solénoïde parcouru par un courant.

# 1. Mise en évidence

## 1.1. Expérience d'Oersted (1820)

### Activité expérimentale 1

Un conducteur NM est disposé horizontalement au dessus d'une aiguille aimantée placée sur un pivot vertical. Il est monté en série avec un générateur de courant continu, un rhéostat, un ampèremètre et un interrupteur (figure 1).

Quand l'interrupteur est ouvert, aucun courant ne passe dans le circuit, on oriente le fil parallèlement à l'aiguille (figure 2). Fermons l'interrupteur, l'aiguille aimantée dévie d'un angle  $\alpha$  par rapport à l'horizontale et sa valeur varie avec l'intensité du courant I.

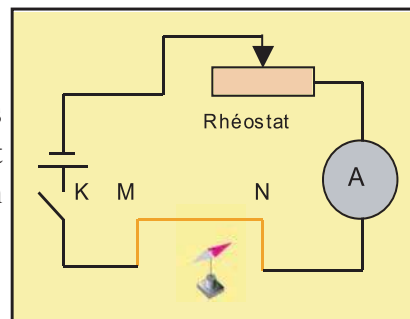


figure 1

### Questions :

1. Quelle est la cause de la déviation de l'aiguille aimantée ?
2. De quoi dépend le sens de la déviation de l'aiguille ?
3. De quoi dépend la valeur de l'angle de la déviation de l'aiguille ?
4. Comparer le sens du vecteur  $\vec{B}$  créé par le courant et l'orientation de l'aiguille aimantée.

Inversons le sens du courant électrique dans le circuit, l'aiguille dévie en sens inverse.

Le sens du vecteur champ magnétique  $\vec{B}$  créé par le courant dépend du sens de celui-ci.

Disposons maintenant le fil MN orthogonalement à l'axe de l'aiguille aimantée, fermons l'interrupteur, l'aiguille ne dévie pas, elle est donc orientée dans la même direction que  $\vec{B}$ .

La direction de  $\vec{B}$  en un point donné est perpendiculaire au plan formé par la direction du fil et le point considéré.

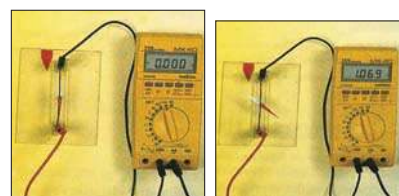


figure 2

A gauche : courant nul.  
A droite: courant non nul.

## 1.2. Spectre magnétique

### Activité expérimentale 2

Considérons un fil rectiligne très long qui perce en un point O un carton P qui lui est perpendiculaire.

Ce fil est parcouru par un courant de forte intensité I délivré par un générateur de courant continu.

Saupoudrons ce carton avec de la limaille de fer.

En tapotant légèrement sur le carton, nous observons que la limaille de fer se répartit suivant des cercles concentriques de centre O ( figure 3).

L'ensemble de ces cercles représente le spectre magnétique caractéristique du champ magnétique créé par un courant rectiligne.

Les cercles sont les lignes de champ correspondant à ce champ magnétique. Le sens des lignes de champ est le même que celui du vecteur champ magnétique  $\vec{B}$ . Plaçons une petite aiguille aimantée en un point M au voisinage du fil, elle prend une autre position d'équilibre ; sa direction est la tangente à la ligne de champ quand le fil est traversé par un courant I assez fort (figure 4).

Lorsqu'on change le sens du courant dans le fil, l'orientation de l'aiguille aimantée s'inverse.

Donc, l'axe sn de l'aiguille a même direction et même sens que le vecteur champ magnétique  $\vec{B}$ . Connaissant le sens du vecteur champ magnétique  $\vec{B}$ , en un point donné, On en déduit celui de la ligne de champ correspondante.



figure 3

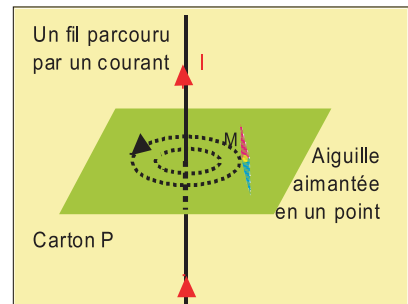


figure 4

### 1.3. Vecteur champ magnétique

#### \* direction

En un point M du champ se trouvant à la distance d du fil, le vecteur champ magnétique  $\vec{B}$  est porté par la tangente à la ligne de champ passant par ce point.

La direction du vecteur champ magnétique  $\vec{B}$  est :

- perpendiculaire à OM;
- orthogonale au fil.

Le vecteur champ magnétique  $\vec{B}$  est donc perpendiculaire au plan défini par OM et le fil (figure 5).

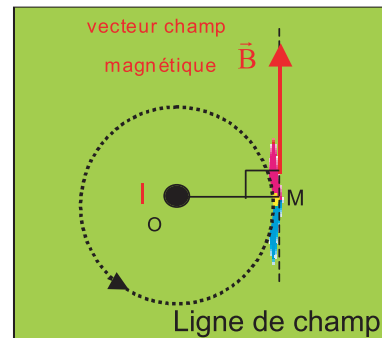


figure 5

### Conclusion

En un point M du champ magnétique, le vecteur champ magnétique  $\vec{B}$  est perpendiculaire au plan défini par le fil et ce point.

**\* sens**

Plaçons une aiguille aimantée en un point M au voisinage d'un fil (figure 5). Faisons passer dans ce fil un courant assez intense dans un sens choisi. L'aiguille prend une orientation bien déterminée. Lorsqu'on change le sens du courant dans le fil, l'orientation de l'aiguille est inversée.

Le sens du vecteur champ magnétique  $\vec{B}$  est donné par la règle de l'observateur d'Ampère (figure 6).

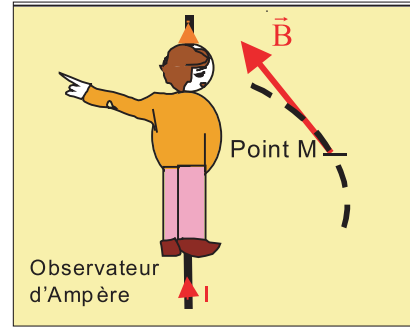


figure 6

**Règle de l'observateur d'Ampère**

L'observateur, placé sur le fil tel que le courant lui entre par les pieds et lui sorte par la tête, regarde le point M ; le sens de  $\vec{B}$  en ce point est donné par son bras gauche tendu.

**Conclusion**

Le sens du vecteur champ magnétique  $\vec{B}$  dépend de celui du courant traversant le fil. Il est donné par la règle de l'observateur d'Ampère.

Recommençons l'expérience d'Oersted pour étudier la variation de l'angle de déviation  $\alpha$  de l'aiguille aimantée en fonction de l'intensité du courant I (figure 7).

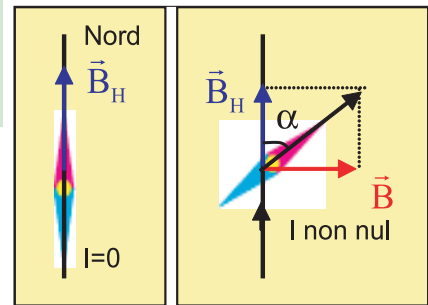


figure 7

Intensité I(A)	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0
Angle de déviation $\alpha$ en degré	14	27	37	45	51	56
valeur $\ \vec{B}\ $ en ( T)						

Une aiguille aimantée sn est placée à proximité d'un fil rectiligne très long.

Si on fait passer un courant d'intensité I dans le fil, on constate que l'aiguille dévie d'un angle  $\alpha$ . Elle s'oriente alors suivant la somme de deux vecteurs champ magnétique : la composante horizontale  $\vec{B}_H$  du vecteur champ magnétique terrestre et le vecteur champ magnétique  $\vec{B}$  créé par le courant.

On a :  $\|\vec{B}\| = \|\vec{B}_H\| \cdot \text{tg } \alpha$

La valeur de la composante horizontale  $\|\vec{B}_H\|$  est de l'ordre de  $2.10^{-5}$  T.

## 2. Champ magnétique créé par un solénoïde

### 2.1. Mise en évidence

Plaçons une aiguille aimantée montée sur pivot en un point M au voisinage d'un solénoïde (ou " bobine longue "), l'aiguille s'oriente suivant le Nord-Sud magnétique terrestre.

Faisons passer un courant assez fort dans la bobine dans un sens. L'aiguille prend une position d'équilibre, telle que en chaque point son axe s'oriente vers la bobine (figure 8).

L'orientation de l'aiguille s'inverse quand on change le sens du courant.

Un solénoïde parcouru par un courant crée donc un champ magnétique à l'intérieur et à l'extérieur.

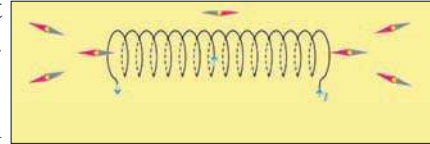


figure 8

### 2.2. Spectre magnétique

#### Activité expérimentale 3

Considérons un solénoïde parcouru par un courant électrique d'intensité  $I$ . L'aspect du spectre magnétique matérialisé par de la limaille de fer est représenté par la figure 9.

- A l'intérieur du solénoïde et assez loin des extrémités de la bobine, les lignes de champ sont des droites parallèles à l'axe du solénoïde : le champ magnétique dans cette région est uniforme.

- A l'extérieur, les lignes de champ sont analogues à celles d'un aimant droit ; ce sont des courbes fermées allant d'une face à l'autre du solénoïde.

On appelle face nord d'un solénoïde la face par laquelle sortent les lignes de champ, et face sud celle par laquelle entrent les lignes de champ (figure 10).

Le sens des lignes de champ peut être déterminé par la règle de l'observateur d'Ampère.



figure 9

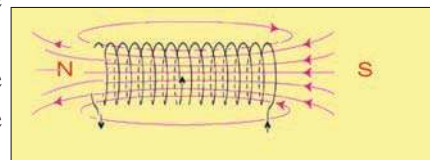


figure 10

### 2.3. Vecteur champ magnétique à l'intérieur du solénoïde

#### Activité expérimentale 4

Considérons un solénoïde de longueur  $L$  comportant  $N$  spires, parcouru par un courant d'intensité  $I$ .

Etudions le champ magnétique créé à l'intérieur de cette longue bobine et déterminons les caractéristiques du vecteur champ magnétique  $\vec{B}$ .

**\*Direction et sens**

Les lignes de champ étant parallèles à l'axe du solénoïde, la direction du vecteur champ magnétique  $\vec{B}$  est parallèle à ces lignes.

Une aiguille aimantée placée, en tout point, à l'intérieur du solénoïde indique la même direction et le même sens. Son orientation sn donne le sens de  $\vec{B}$  (figure11).

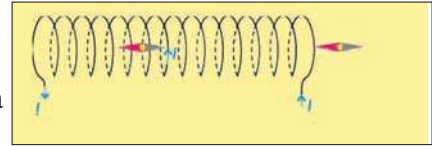


figure 11

Le sens du vecteur champ magnétique  $\vec{B}$  est donné par la règle de l'observateur d'Ampère (figure 12).

L'observateur est placé sur une spire, le courant lui entrant par les pieds et lui sortant par la tête, il regarde l'axe de la bobine et tend son bras gauche: c'est le sens de  $\vec{B}$ .

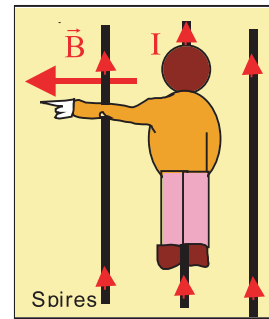


figure 12

**Remarque :**

On peut aussi utiliser la règle de la main droite pour déterminer le sens de  $\vec{B}$  (figure 13).

La main droite est placée sur le solénoïde, la paume est tournée vers l'axe de la bobine : le courant la traverse du poignet vers les doigts et le sens de  $\vec{B}$  est donné par le pouce tendu.

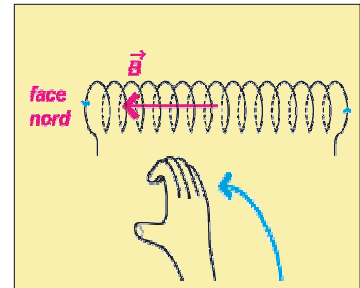


figure 13

**\* Valeur**

Mesurons la valeur du vecteur champ magnétique à l'intérieur et loin des extrémités d'un solénoïde parcouru par un courant d'intensité I à l'aide d'un teslamètre.

Introduisons la sonde, placée à l'extrémité d'une tige, à l'intérieur du solénoïde, puis lisons la valeur de  $\vec{B}$ .

La valeur est la même en tout point. Désignons par L la longueur du solénoïde et par N le nombre total de spires.

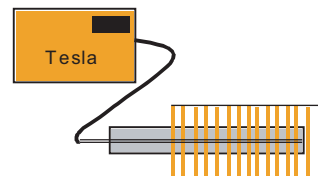


figure 14

Le solénoïde est placé en série avec un générateur, un ampèremètre et un rhéostat qui permet la variation de l'intensité du courant I.

La sonde du teslamètre est placée au centre du solénoïde pour mesurer la valeur du vecteur champ magnétique (figure 14).

Etudions la relation entre la valeur  $\|\vec{B}\|$  et l'intensité I du courant qui l'engendre.

Les résultats sont collectés dans le tableau suivant :

Intensité I en (A)	0,5	1,0	1,5	2,0	3,0
Valeur $\ \vec{B}\ $ en (T)	$3.10^{-4}$	$6.10^{-4}$	$9.10^{-4}$	$12.10^{-4}$	$18.10^{-4}$

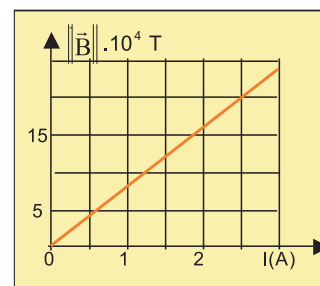


figure 15

La courbe de la figure 15 montre que la valeur du vecteur champ magnétique à l'intérieur du solénoïde est proportionnelle à l'intensité du courant qui le traverse.

La valeur du vecteur champ magnétique à l'intérieur du solénoïde et loin des extrémités est donnée par l'expression :

$$\|\vec{B}\| = a.I$$

Une étude expérimentale montre que la valeur du champ magnétique au centre d'un solénoïde est pratiquement indépendante de la longueur de celui-ci si la longueur totale est supérieure à six fois son diamètre (figure 16).

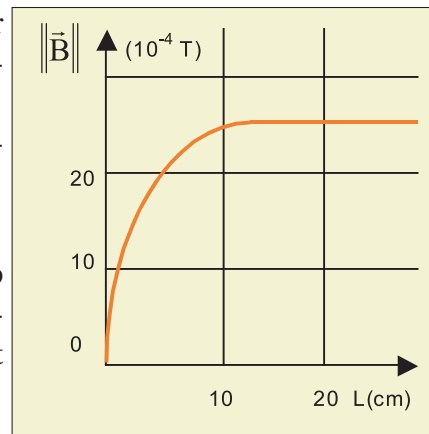


figure 16

Doublons le nombre de spires par unité de longueur à l'aide de deux solénoïdes, de même nombre de spires, placés en série.

Les extrémités des deux bobines coïncident.

Nous constatons que pour une intensité  $I$  du courant, la valeur du vecteur champ magnétique, au centre du solénoïde est multipliée par deux.

Donc, la valeur du vecteur champ magnétique dans un solénoïde est proportionnelle au nombre de spires par unité de longueur ( $n = \frac{N}{L}$  en  $\text{m}^{-1}$ ). Pour une longueur  $L$  du solénoïde, nous obtenons alors :

$$\|\vec{B}\| = b.n$$

Faisons la synthèse des résultats, nous pouvons écrire :

$\|\vec{B}\| = k.n.I$  ; où  $k$  est une constante qui dépend essentiellement du milieu dans lequel on mesure  $\|\vec{B}\|$ . On l'appelle perméabilité magnétique du milieu. Elle est notée  $\mu$ . Sa valeur dans le vide est :  $\mu_0 = 4\pi.10^{-7}$  u.S.I .

Nous retenons que, à l'intérieur d'un solénoïde placé dans le vide ou dans l'air, la valeur du vecteur champ magnétique est :

$$\|\vec{B}\| = \mu_0.n.I$$

Il est aussi possible d'écrire  $\|\vec{B}\|$  sous la forme :

$$\|\vec{B}\| = 4\pi.10^{-7}.n.I = 4\pi.10^{-7} \frac{N.I}{L}$$

$\mu_0 = 4\pi.10^{-7}$  est la perméabilité magnétique du vide (ou dans l'air).

Le rapport  $\frac{N}{L} = n$  représente le nombre de spires par unité de longueur de la bobine , il s'exprime en  $\text{m}^{-1}$ .

### Exercice résolu

On dispose d'une bobine, assimilable à un solénoïde de longueur  $L = 50\text{cm}$  et comportant 200 spires régulièrement réparties .

1. Calculer la valeur du vecteur champ magnétique à l'intérieur de ce solénoïde lorsque l'intensité du courant qui y circule vaut  $I = 0,2\text{A}$ .

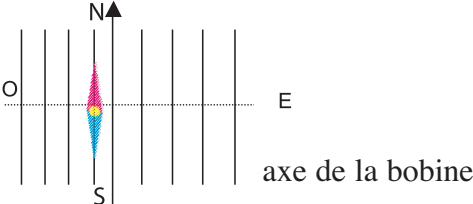
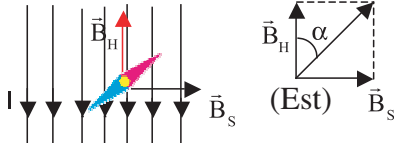
On donne la perméabilité du milieu  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ u.S.I.}$

2. L'axe de la bobine est placé horizontalement et perpendiculairement au méridien magnétique terrestre. Une petite aiguille aimantée, assujettie à tourner autour d'un axe vertical, est placée à l'intérieur de la bobine et au voisinage de son centre. Faire un schéma lorsque aucun courant ne circule dans la bobine; on figurera les points cardinaux et on distinguera les deux pôles de l'aiguille .

3. Un courant d'intensité  $I = 0,2\text{A}$  parcourt la bobine, l'aiguille aimantée dévie vers l'Est.

Indiquer, sur le dessin précédent, le sens du courant dans la bobine et calculer l'angle  $\alpha$  dont l'aiguille a dévié.

La valeur de la composante horizontale du champ magnétique terrestre :  $\|\vec{B}_H\| = 2,0 \cdot 10^{-5} \text{ T}$ .

Solution	Conseils
<p>1. La valeur du vecteur champ magnétique à l'intérieur du solénoïde est</p> $\ \vec{B}_s\  = \mu_0 n \cdot I$ <p>A.N : <math>\ \vec{B}_s\  = 10^{-4} \text{ T}</math></p> <p>2.</p>  <p>La composante <math>\vec{B}_H</math> du vecteur du champ magnétique terrestre est suivant l'axe Sud-Nord (vers le Nord) d'où la position initiale de l'aiguille aimantée.</p> <p>3. Quand un courant circule dans la bobine, il crée un champ magnétique <math>\vec{B}_s</math> et l'aiguille aimantée se place suivant la somme des deux vecteurs <math>\vec{B}_s</math> et <math>\vec{B}_H</math> .</p> <p>Pour que l'aiguille dévie vers l'est, il faut que le vecteur champ <math>\vec{B}_s</math> soit orienté vers la droite ; l'observateur d'Ampère nous fournit alors le sens du courant.</p>  <p>L'angle de déviation <math>\alpha</math> est :</p> $\text{tg } \alpha = \frac{\ \vec{B}_s\ }{\ \vec{B}_H\ } = 5 \Rightarrow \alpha \approx 78,7^\circ.$	

## L'essentiel

- Les caractéristiques du vecteur champ magnétique créé par un fil conducteur traversé par un courant d'intensité  $I$ , en un point  $M$  situé à une distance  $d$  de ce fil sont :
  - direction : la perpendiculaire au plan formé par le fil et le point  $M$  ;
  - sens : donné par la règle de l'observateur d'Ampère ;
  - valeur :  $\|\vec{B}\|$  exprimée en teslas (T);

- Le champ magnétique à l'intérieur d'un solénoïde est uniforme et possède les caractéristiques suivantes :
  - direction : l'axe du solénoïde.
  - Sens : donné par la règle de l'observateur d'Ampère.
  - valeur : donnée par la relation  $\|\vec{B}\| = \mu_0 \cdot n \cdot I$ ,

avec  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  u.S.I et  $n = \frac{N}{L}$  .

# Exercices

## Je vérifie mes connaissances

**Q.C.M.** (questions à choix multiples)

Choisir la bonne réponse. A chaque question peuvent correspondre une ou plusieurs propositions correctes.

1. La valeur du vecteur champ magnétique à l'intérieur d'un solénoïde est donnée par la relation  $\|\vec{B}\| = \mu_0 \cdot n \cdot I$  où  $n$  est le nombre de spires par mètre.  
Pour une valeur donnée de l'intensité  $I$ , la valeur  $\|\vec{B}\|$  augmente:
  - a. en augmentant le nombre de spires du solénoïde, sa longueur étant inchangée ;
  - b. en augmentant la longueur du solénoïde, le nombre de spires étant inchangé ;
  - c. en augmentant le nombre de spires par mètre ;
  - d. en diminuant la longueur du solénoïde, le nombre de spires étant inchangé.
2. La valeur du champ magnétique au centre d'un solénoïde serait le double si :
  - a. on doublait l'intensité du courant ;
  - b. on changeait le sens du courant ;
  - c. on divisait l'intensité du courant par deux.
3. On néglige le champ magnétique terrestre. Une petite aiguille aimantée, placée à l'intérieur d'un solénoïde parcouru par un courant, s'oriente :
  - a. parallèlement à l'axe du solénoïde ;
  - b. perpendiculairement à l'axe du solénoïde ;
  - c. suivant une direction, faisant un angle de  $45^\circ$  avec l'axe du solénoïde.

## Je sais appliquer ; je sais raisonner

1. Un solénoïde comporte  $N=2000$  spires ; ces spires sont jointives et identiques, séparées par un isolant d'épaisseur négligeable devant le diamètre  $d = 0,5$  mm du fil.  
Calculer la valeur du vecteur champ magnétique  $\vec{B}$  obtenu à l'intérieur du solénoïde quand celui-ci est parcouru par un courant d'intensité  $I = 2A$ .
2. Un fil de cuivre de longueur 314 m, est enroulé en forme d'un solénoïde de longueur 25 cm et de diamètre 10 cm. Le solénoïde est placé de telle sorte que son axe soit perpendiculaire au plan méridien magnétique.  
On place au centre O de ce solénoïde une aiguille aimantée mobile sur un pivot vertical. Calculer l'intensité du courant qui doit passer dans le solénoïde pour que l'aiguille dévie de  $30^\circ$ .  
On donne :  $\|\vec{B}_H\| = 2 \cdot 10^{-5}$  T.
3. Une bobine comporte 1000 spires de rayon moyen  $r = 2,5$  cm. Sa longueur est  $L = 50$  cm.
  - a. Calculer la valeur du vecteur champ magnétique créé à l'intérieur de cette bobine, lorsqu'elle est parcourue par un courant d'intensité  $I = 2,0$  A.
  - b. Quelle est la direction de ce champ ?
  - c. Sur un schéma clair, représenter la bobine, le sens du courant et le vecteur champ magnétique.On donne:  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  u.S.I.
4. Pour cet exercice, on négligera le champ magnétique terrestre. On rappelle que :  
 $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$   
On considère une bobine de longueur  $L = 12$  cm, de rayon moyen  $r = 1$  cm comprenant  $n = 2500$  spires par mètre. Cette bobine est un solénoïde long par rapport au rayon d'une spire.
  - a. La bobine est parcourue par un courant d'intensité  $I$ . Le valeur du vecteur champ magnétique  $\vec{B}_b$  au centre de cette bobine est de  $10^{-2}$  T ; calculer l'intensité  $I$  du courant qui crée ce champ.
  - b. Après avoir choisi un sens pour le courant, indiquer sur un schéma comment s'orienterait une petite aiguille aimantée placée au centre de la bobine.
  - c. La bobine, d'axe horizontal, toujours parcourue par le courant d'intensité  $I$ , est placée dans un champ magnétique uniforme horizontal de vecteur  $\vec{B}_0$ , perpendiculaire à l'axe de la bobine et de valeur  $10^{-2}$  T.  
Dessiner, dans un plan horizontal, les vecteurs représentatifs des vecteurs champs magnétiques  $\vec{B}_b$  et  $\vec{B}_0$ . Quelle est la valeur du vecteur champ magnétique total existant à l'intérieur de la bobine?

d. Par rapport à la position trouvée dans la 1ère question, de quel angle a tourné la petite aiguille aimantée placée au centre de la bobine?

5. Un solénoïde (bobine cylindrique d'axe horizontal  $\Delta$ ) de grande longueur  $L$  par rapport à son diamètre  $D$ , comporte une couche de fil, isolé par un vernis d'épaisseur négligeable, à spires jointives. Le diamètre du fil est  $d$ .

a. Exprimer, en fonction de l'intensité  $I$  du courant qui parcourt les spires, l'intensité  $\|\vec{B}\|$  du vecteur champ magnétique créé par le courant au centre de la bobine. Calculer  $\|\vec{B}\|$

On donne:  $L = 0,5 \text{ m}$  ;  $d = 0,5 \text{ mm}$  ;  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ u.S.I.}$

b. Représenter sur un schéma le sens du courant dans les spires, la direction et le sens du vecteur champ magnétique  $\vec{B}$  correspondant.

c. L'axe  $\Delta$  est perpendiculaire au méridien magnétique du lieu de l'expérience, la valeur de la composante horizontale du vecteur champ magnétique terrestre est  $\|\vec{B}_H\| = 2 \cdot 10^{-5} \text{ T}$ .

Une petite aiguille aimantée  $sn$ , mobile autour d'un axe vertical, et placée au centre de la bobine se stabilise dans une position d'équilibre telle que l'angle de la ligne  $sn$  et de l'axe  $\Delta$  soit  $\alpha = 60^\circ$ .

Quelle est l'intensité  $I$  du courant dans les spires ?

d. On remplace le solénoïde précédent par une autre bobine de mêmes dimensions, mais comportant deux couches de fil à spires jointives, bobinées avec le même fil isolé de diamètre  $d$ . L'axe  $\Delta'$  de cette nouvelle bobine est encore normal au méridien magnétique du lieu de l'expérience et la bobine est parcourue par un courant de même intensité  $I$  que celle calculée à la question c).

Quel angle d'équilibre  $\alpha'$  fait l'aiguille aimantée placée au centre de la bobine avec l'axe  $\Delta'$ ?

# Partie 2 2

## MOUVEMENTS

# Solide en translation

## Mouvements dans les champs

### Chapitre VI

**Cinématique de translation : généralités**

### Chapitre VII

**Mouvements rectilignes uniforme uniformément varié**

### Chapitre VIII

**Mouvement rectiligne sinusoïdal**

### Chapitre IX

**Dynamique de translation**

### Chapitre X

**Mouvement dan un champ électrique**

### Chapitre XI

**Mouvement dan un champ magnétique**

# Solide en translation



*Les skis glissent sur la glace, ils permettent au skieur d'effectuer un mouvement de translation qui peut être rectiligne ou curviligne.  
Comment peut-on définir le mouvement de translation ?*

# Prérequis

## Savoirs

- Je sais qu'un objet est en mouvement ou au repos par rapport à un objet de référence;
- Je sais définir la trajectoire d'un mobile ;
- Je sais que la trajectoire peut être rectiligne ou curviligne ;
- Je sais définir la vitesse moyenne et la vitesse instantanée d'un mobile ;
- Je sais que, dans le système international, l'unité de la valeur de la vitesse est le mètre par seconde ( $\text{m.s}^{-1}$ ) ;
- Je sais qu'il y a aussi une autre unité de la vitesse utilisée dans les compteurs des automobiles; le kilomètre par heure ( $\text{km.h}^{-1}$ ) ;
- Je sais que pour décrire le mouvement d'un mobile, il faut choisir un référentiel;
- Je sais qu'un mouvement peut être uniforme, accéléré ou décéléré ;

## Savoir faire

- Je reconnais l'état de mouvement ou de repos d'un objet par rapport à un objet de référence;
- Je sais déterminer la nature du mouvement d'un corps en exploitant un ensemble de positions associées à des dates sur sa trajectoire ;
- Je peux reconnaître qu'un mouvement est accéléré, décéléré ou uniforme ;
- Je sais projeter les vecteurs suivant les axes ( $x'x$ ) et ( $y'y$ ) d'un repère plan orthonormé ;

# Chapitre 6

## CINEMATIQUE DE TRANSLATION : GENERALITES

*La cinématique étudie les mouvements indépendamment des causes qui les engendrent ou les modifient.*

*Ce chapitre s'attache à l'étude de la trajectoire d'un mobile et définit les vecteurs vitesse et accélération.*



*Le motonautisme est un sport de compétition qui se pratique avec des embarcations propulsées généralement par des moteurs à combustion. C'est une course de vitesse qui se déroule sur des lacs, des rivières et en mer, en général sur un circuit fermé signalisé par des bouées ou repères.*

*Chaque compétiteur essaie d'acquérir une vitesse maximale en un temps court.*

*Comment peut-on étudier ce mouvement ?*

### Objectifs

- Reconnaître un solide en mouvement de translation ;
- Représenter les vecteurs position, vitesse et accélération d'un mobile.
- Connaissant l'expression d'une grandeur cinématique ( $x$ ,  $v$  ou  $a$ ) en fonction du temps ainsi que les conditions initiales, retrouver les expressions des deux autres.

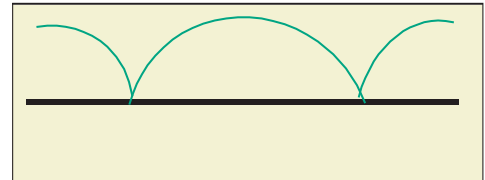
# 1. Repérage d'un mobile

## 1.1. Trajectoire (Rappel)

Pour décrire le mouvement d'un mobile, il faut préciser :  
- un repère d'espace  $R(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  orthonormé, lié au référentiel terrestre.  
- un repère temps.

La trajectoire d'un point matériel est l'ensemble des positions successives qu'il occupe au cours de son déplacement (par rapport à un repère d'espace donné).

Par exemple si une bicyclette roule de nuit, en ligne droite, avec une petite lampe fixée sur la valve d'une de ses roues, un observateur lié à la Terre constate que la valve décrit une courbe dite **cycloïde** (figure 1).

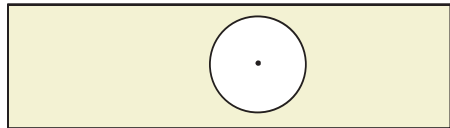


La valve décrit une cycloïde par rapport à la terre.

figure 1

Par rapport à l'axe de la roue, la valve décrit une circonférence autour du moyeu (figure 2).

Dans le premier cas, le repère d'espace est lié à la Terre, dans le second cas il est lié au moyeu de la roue.



La valve décrit une circonférence par rapport à l'axe de la roue.

figure 2

## Conclusion

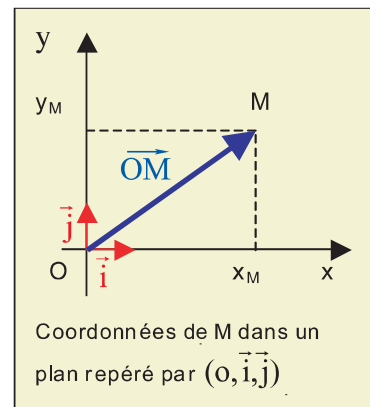
Dans l'étude d'une trajectoire, il importe toujours de préciser le repère d'espace choisi.

## 1.2. Vecteur position

Dans un référentiel choisi, muni d'un repère orthonormé  $R(O, \vec{i}, \vec{j})$ , à un instant de date  $t$ , la position d'un point mobile  $M$  est repérée par ses coordonnées  $x_M(t)$  et  $y_M(t)$  (figure 3).

Le vecteur position  $\overrightarrow{OM}$  est :

$$\overrightarrow{OM} = x_M(t) \vec{i} + y_M(t) \vec{j}$$



Coordonnées de M dans un plan repéré par  $(O, \vec{i}, \vec{j})$

figure 3

## 1.3. Coordonnées cartésiennes

### Activité expérimentale 1

On considère deux mobiles  $M_1$  et  $M_2$  respectivement : un chariot placé sur un banc à coussin d'air et un palet placé sur une table à coussin d'air.

**Questions :**

1. Préciser l'espace dans lequel se déplace chacun des deux mobiles.
2. Choisir le repère convenable pour chaque cas.

Le mobile  $M_1$  se déplace suivant une ligne droite (figure 4). Le repère qui lui est associé est  $R(O, \vec{i})$ . Désignons par  $x$  l'abscisse du point  $M$ , position de  $M_1$  à l'instant  $t$ , le vecteur position s'écrit sous la forme :

$$\vec{OM} = x \cdot \vec{i}$$

Le mobile  $M_2$  se déplace dans un plan (figure 5).

Le repère qui lui est associé est  $R(O, \vec{i}, \vec{j})$ .

$x$  et  $y$  étant les coordonnées cartésiennes du point  $M$ , position de  $M_2$  à l'instant  $t$ , le vecteur position s'écrit sous la forme :

$$\vec{OM} = x \cdot \vec{i} + y \cdot \vec{j}$$

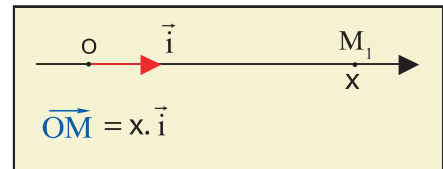


figure 4

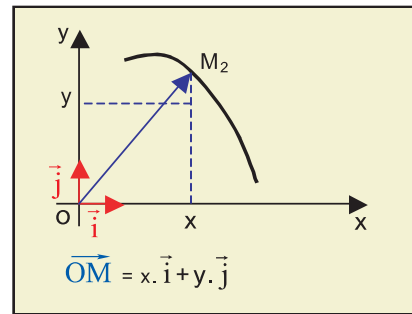


figure 5

### 1.4. Abscisse curviligne

Au cours du mouvement, le point matériel  $M$ , décrit une courbe  $(C)$  constituée par l'ensemble des positions successives occupées par ce point.

On choisit arbitrairement une origine  $O_0$  sur la courbe et un sens positif (figure 6).

Un point de la trajectoire est déterminé par la valeur algébrique de l'arc  $\widehat{O_0 M} = s$

$s$  constitue l'abscisse curviligne du point  $M$  sur la trajectoire.

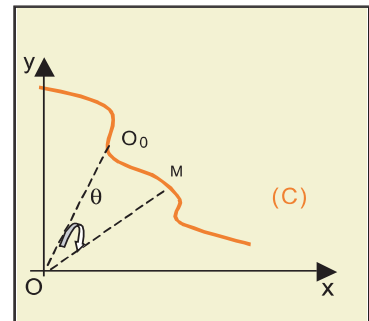


figure 6

Lorsque la trajectoire a comme support un cercle (figure 7),

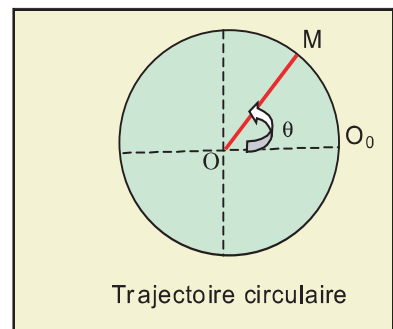
on note  $\theta = (\vec{OO_0}, \vec{OM})$

$O$  étant le centre du cercle et  $R$  son rayon. L'abscisse curviligne est dans ce cas :  $s = R \cdot \theta$  ;

l'angle  $\theta$  est exprimé en radian (rad);

$R$  est exprimé en mètre (m);

$s$  est exprimée en mètre (m).



Trajectoire circulaire

figure 7

## 2. Mouvement de translation

L'ascenseur se déplace dans un référentiel terrestre de bas en haut ou de haut en bas. La trajectoire de n'importe lequel des points de l'ascenseur est un segment de droite : c'est une trajectoire rectiligne.

Prenons maintenant deux points quelconques de cet ascenseur : le segment qui les relie conserve la même direction pendant tout le parcours : il en est de même pour n'importe quelle autre droite passant par deux points de l'ascenseur. Cette condition définit le **mouvement de translation**.

Un ascenseur qui monte a donc un mouvement de translation rectiligne de bas en haut (figure 8).

**Remarque :** les cabines d'une grande roue ont bien un mouvement de translation mais la trajectoire d'un point de chaque cabine est circulaire par rapport au sol. Il s'agit ici d'un mouvement de translation circulaire et non pas rectiligne.

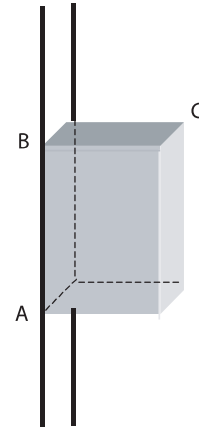


figure 8  
Translation d'un ascenseur

## 3. Vecteur vitesse

### 3.1. Définition

Dans un repère d'espace orthonormé  $R(O, \vec{i}, \vec{j})$ , un mobile  $M$  décrit une trajectoire  $(C)$ . Il occupe les positions  $M_1$  et  $M_2$  respectivement aux instants de dates  $t_1$  et  $t_2$  (figure 9).

Le quotient  $\frac{\overline{M_1M_2}}{t_2 - t_1}$  est le vecteur vitesse moyenne du mobile pendant la durée  $t_2 - t_1$  :

$$\vec{v}_m = \frac{\overline{OM_2} - \overline{OM_1}}{t_2 - t_1} = \frac{\overline{M_1M_2}}{t_2 - t_1}$$

C'est une grandeur vectorielle.

Par définition le vecteur vitesse  $\vec{v}$  du mobile en un point  $M$  à l'instant  $t$  (dit vecteur vitesse instantanée) est la limite de ce quotient lorsque  $t_2$  tend vers  $t_1$  :

$$\vec{v} = \lim_{t_2 \rightarrow t_1} \frac{\overline{M_1M_2}}{t_2 - t_1}$$

Le vecteur vitesse  $\vec{v}$  d'un mobile  $M$  est la dérivée par rapport au temps du vecteur position  $\overline{OM}$ .

$$\vec{v} = \frac{d\overline{OM}}{dt}$$

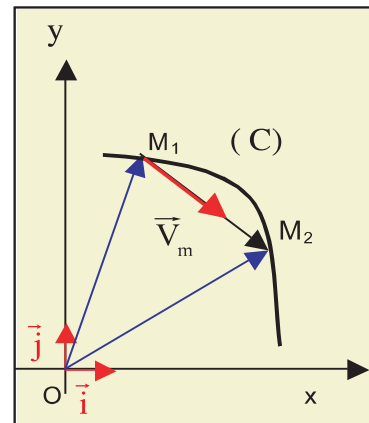


figure 9

### 3.2. Caractéristiques

Le vecteur vitesse  $\vec{v}$  est caractérisé par :

- sa **direction** : celle de la tangente en M à la trajectoire (figure 10) ;
  - son **sens** : celui du mouvement du mobile M.
  - sa **valeur**  $\|\vec{v}\|$  : celle de la vitesse instantanée à l'instant t.
- Dans le système international, son unité est le mètre par seconde ( $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ ).

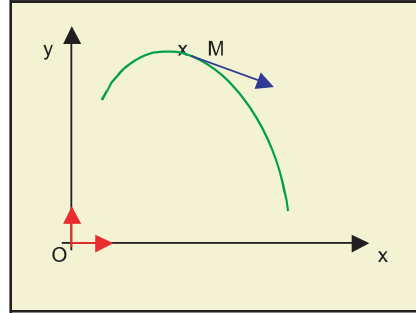


figure 10

### 3.3. Coordonnées du vecteur vitesse

Dans le repère  $R(O, \vec{i}, \vec{j})$ , le vecteur vitesse  $\vec{v}$  a pour coordonnées  $v_x$  et  $v_y$  telles que :

$$\vec{v} = v_x \vec{i} + v_y \vec{j}$$

La valeur de la vitesse est :

$$\|\vec{v}\| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$

D'après la définition, les coordonnées du vecteur vitesse  $\vec{v}$  sont les dérivées par rapport au temps des coordonnées du vecteur position  $OM$  soit :

$$v_x = \frac{dx}{dt} = \dot{x} \quad \text{et} \quad v_y = \frac{dy}{dt} = \dot{y}$$

$$\vec{v} = \frac{dx}{dt} \vec{i} + \frac{dy}{dt} \vec{j} = \dot{x} \cdot \vec{i} + \dot{y} \cdot \vec{j}$$

### 3.4. Cas d'une trajectoire curviligne

Lorsque la position M du mobile à l'instant t est repérée sur sa trajectoire orientée (C) par son abscisse curviligne  $s(t)$ , sa vitesse à l'instant t est définie par la limite, lorsque t' tend vers t, du quotient

$$\frac{\widehat{O_0 M'} - \widehat{O_0 M}}{t' - t} = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

soit :  $v = \lim_{t' \rightarrow t} \frac{\Delta s}{\Delta t}$ , avec M et M', positions du mobile respectivement aux instants de dates t et t' (figure 11).

Elle est donc la dérivée par rapport au temps de l'abscisse curviligne du mobile en M :

$$v = \frac{ds}{dt} = \dot{s}$$

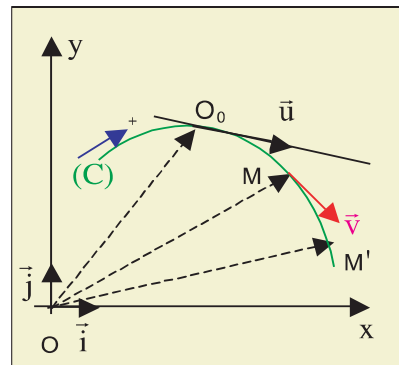


figure 11

Le vecteur vitesse du mobile en M est alors donné par l'expression :

$$\vec{v} = v \cdot \vec{u}$$

$\vec{u}$  est le vecteur unitaire porté par la tangente en M à la trajectoire orientée dans le sens positif de celle-ci.

**Remarque :**  $v$  est une grandeur algébrique.

### 3.5. Exemples de mouvements particuliers

**a. Mouvement uniforme :** le vecteur vitesse conserve une valeur constante, mais sa direction peut varier au cours du temps.

**b. Mouvement rectiligne :** le vecteur vitesse garde la même direction, mais son sens et sa valeur peuvent varier.

**c. Mouvement circulaire :** le vecteur vitesse, tangent à la trajectoire, est perpendiculaire au rayon du cercle.

Or  $s = R \cdot \theta$

donc 
$$\frac{ds}{dt} = R \cdot \frac{d\theta}{dt}$$

On a alors : 
$$\|\vec{v}\| = R \cdot \left| \frac{d\theta}{dt} \right| = R \cdot |\dot{\theta}|$$

$\dot{\theta}$  est la vitesse angulaire du mobile ; elle est exprimée en radian par seconde ( $\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$ ) (figure 12).

## 4. Vecteur accélération

**Situation :**

Au cours d'une compétition deux motocyclistes se suivent à la même vitesse. Dans quelles conditions, le motocycliste habillé en jaune ( figure 13), peut-il dépasser l'autre ?

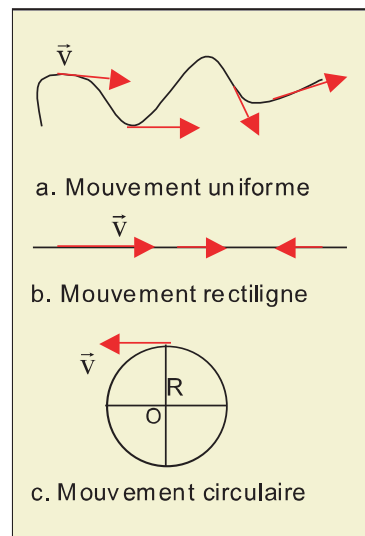


figure 12



figure 13

### 4.1. Définition

Si le vecteur vitesse du mobile M varie (en valeur et / ou en direction) au cours du temps, ce mobile subit une accélération.

Dans le repère  $R(O, \vec{i}, \vec{j})$  à l'instant  $t$ , le mobile passe par la position M, avec une vitesse  $\vec{v}$  et à l'instant  $t'$ , il passe par M' avec une vitesse  $\vec{v}'$  (figure 14).

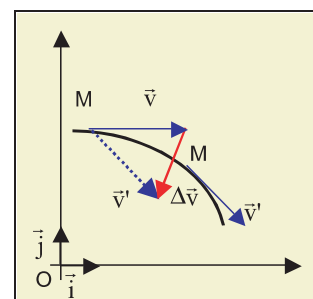


figure 14

On définit le vecteur accélération moyenne du mobile, pendant la durée  $t'-t$  par :

$$\vec{a}_m = \frac{\vec{v}' - \vec{v}}{t' - t} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

Le vecteur accélération  $\vec{a}$  du mobile M à l'instant de date  $t$ , est la limite de ce quotient lorsque  $t'$  tend vers  $t$ :

$$\vec{a} = \lim_{t' \rightarrow t} \frac{\vec{v}' - \vec{v}}{t' - t}$$

Le vecteur accélération  $\vec{a}$  est donc la dérivée par rapport au temps du vecteur vitesse  $\vec{v}$  (figure 15), soit:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

C'est aussi la dérivée seconde, par rapport au temps, du vecteur position:

$$\vec{a} = \frac{d^2 \overline{OM}}{dt^2}$$

## 4.2. Coordonnées du vecteur accélération

La position du mobile en un point M est repérée par ses coordonnées  $(x,y)$  dans un repère orthonormé  $R(O, \vec{i}, \vec{j})$  par  $\overline{OM} = x \cdot \vec{i} + y \cdot \vec{j}$ , le vecteur accélération  $\vec{a}$ , relatif à ce repère, a pour composantes  $a_x$  et  $a_y$  (figure 16),

et comme  $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2 \overline{OM}}{dt^2}$

alors  $\vec{a} = \frac{dv_x}{dt} \cdot \vec{i} + \frac{dv_y}{dt} \cdot \vec{j} = \frac{d^2x}{dt^2} \cdot \vec{i} + \frac{d^2y}{dt^2} \cdot \vec{j}$

d'où  $a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} = \ddot{x}$  et  $a_y = \frac{dv_y}{dt} = \frac{d^2y}{dt^2} = \ddot{y}$

La valeur de l'accélération est alors:

$$\|\vec{a}\| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{\left(\frac{d^2x}{dt^2}\right)^2 + \left(\frac{d^2y}{dt^2}\right)^2}$$

## 4.3. Composantes normale et tangentielle de l'accélération

Considérons un mobile, assimilé à un point matériel, animé d'un mouvement sur une trajectoire curviligne (C) plane relativement au repère  $R(O, \vec{i}, \vec{j})$ . A l'instant de date  $t$ , il est en M et son vecteur vitesse est  $\vec{v}$ .

On peut construire au point M une base  $(\vec{t}, \vec{n})$  où  $\vec{t}$  est le vecteur unitaire porté par la tangente en M à la courbe orientée et  $\vec{n}$  le vecteur unitaire porté par la normale en M à cette courbe orientée vers la concavité de celle-ci (figure 17).

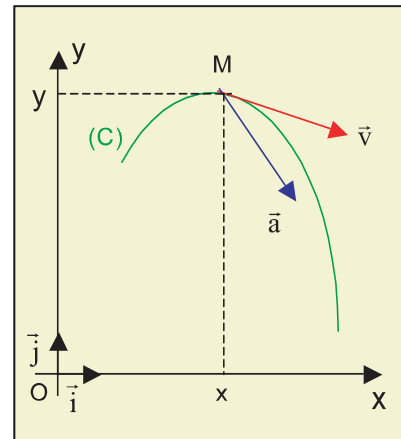


figure 15

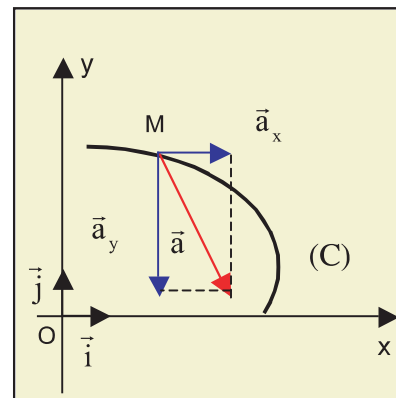


figure 16

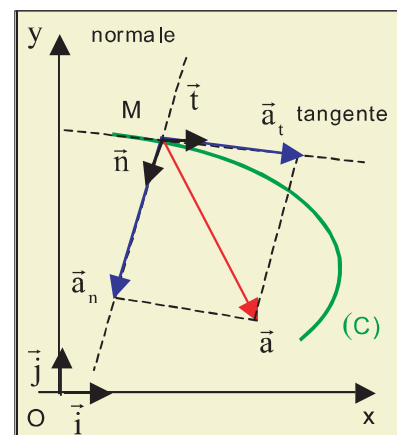


figure 17

Le vecteur accélération  $\vec{a}$  au point M a pour expression:

$$\vec{a} = a_t \vec{t} + a_n \vec{n}$$

où  $a_t$  est l'accélération tangentielle ;

$$a_t = \frac{dv}{dt}$$

et  $a_n$  l'accélération normale ;

$$a_n = \frac{v^2}{R}$$

R est le rayon de courbure de la trajectoire au point considéré.

#### 4.4. Caractéristiques du vecteur accélération

Le vecteur accélération  $\vec{a}$  du mobile ressort de l'étude précédente.

##### -Direction et sens

\*Si la trajectoire est rectiligne; le rayon de courbure est infini.

Par suite, l'accélération normale est nulle.

L'accélération  $\vec{a}$  n'a plus qu'une composante tangentielle:

$$\vec{a} = a_t \vec{t}$$

Les vecteurs vitesse et accélération ont donc même direction mais pas obligatoirement même sens.

\*Si la trajectoire est curviligne et plane; le vecteur accélération  $\vec{a}$  est toujours orienté vers la concavité de la courbe.

En effet, le vecteur vitesse donné par :  $\vec{v} = v \vec{t}$  et le vecteur accélération donné par :  $\vec{a} = a_t \vec{t} + a_n \vec{n}$

n'ont pas la même direction.

##### -Valeur

La valeur du vecteur accélération  $\vec{a}$  :  $\|\vec{a}\|$  exprimée en mètre par seconde carré ( m.s<sup>-2</sup>)

##### Remarques :

- Si l'accélération  $\vec{a} = \vec{a}_t$ , le mouvement est rectiligne ;
- Si l'accélération  $\vec{a} = \vec{a}_n$ , le mouvement est circulaire uniforme.

## 5. Lois horaires

Un mobile M évolue dans un plan relativement à un repère  $R(O, \vec{i}, \vec{j})$ , le vecteur position  $\overline{OM}$  s'écrit sous la forme.

$$\overline{OM} = x \cdot \vec{i} + y \cdot \vec{j}$$

Les lois horaires du mouvement sont :

$$x = f(t) \text{ et } y = g(t)$$

A l'instant  $t_0 = 0$  s, le mobile se trouve au point  $M_0$  de coordonnées  $x_0$  et  $y_0$ .

Ces fonctions permettent de décrire le mouvement et de tracer la trajectoire  $y=h(x)$ .

-Connaissant les équations horaires du mouvement on peut obtenir l'équation de la trajectoire en éliminant le temps ;

les expressions de  $v_x$  ;  $v_y$  ;  $a_x$  et  $a_y$  par la dérivée ;

-Connaissant les expressions de  $a_x$  et  $a_y$ , on peut retrouver  $v_x$  et  $v_y$  puis les lois horaires  $x(t)$  et  $y(t)$ .

### Exercice résolu n°1

Un mobile M est en mouvement par rapport à un repère  $R(O, \vec{i}, \vec{j})$ , les lois horaires sont :

$$x = 2t$$

$$y = 4t + 2.$$

1. a. Etablir l'équation de la trajectoire.  
b. Quelle est sa forme ? En faire une représentation dans le repère R.
  
2. a. Déterminer la vitesse  $\vec{v}$  du mobile en un point M quelconque.  
b. En déduire la nature de mouvement.

### Solution

1.a. L'équation de la trajectoire est de la forme  $y=f(x)$  ;  
il suffit d'éliminer le temps  $t$  des deux équations

$$x = 2t \text{ d'où } t = \frac{x}{2}$$

On remplace  $t$  par son expression dans l'équation  $y = 4t + 2$   
pour avoir  $y = 4 \cdot \frac{x}{2} + 2$  ;

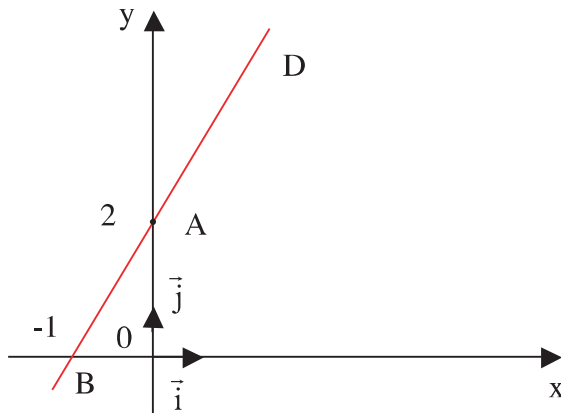
d'où l'équation de la trajectoire  $y = 2x + 2$

b. Il faut connaître les conditions initiales pour un tracé de  
la trajectoire.

La trajectoire est une droite  $D$  ne passant pas par  $O$ .

Pour  $x=0$  ;  $y = 2$ , le point  $A(0,2)$  ;

pour  $y=0$  ;  $x = -1$ , le point  $B(-1,0)$



2.a. Le vecteur position  $\overrightarrow{OM} = x \cdot \vec{i} + y \cdot \vec{j}$  .

autrement  $\overrightarrow{OM} = 2t\vec{i} + (4t+2)\vec{j}$

et  $\vec{v} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} = \frac{dx}{dt} \vec{i} + \frac{dy}{dt} \vec{j}$

$$\vec{v} = 2\vec{i} + 4\vec{j}$$

Comme le vecteur vitesse  $\vec{v}$  est tangent à la trajectoire en  
tout point, donc il est dirigé suivant la droite  $D$ .

Sa valeur est :  $\|\vec{v}\| = \sqrt{2^2 + 4^2} = \sqrt{20} = 4,47 \text{ m.s}^{-1}$

b. La valeur de la vitesse est une constante, la trajectoire  
est une droite, le mouvement du mobile est donc rectiligne  
uniforme.

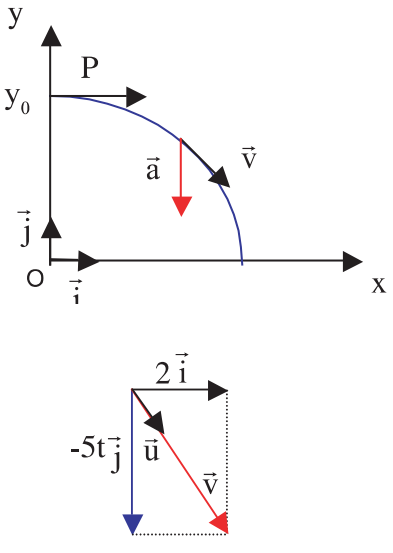
### Conseils

## Exercice résolu n°2

La vitesse d'un mobile M en mouvement relativement à un repère  $R(O, \vec{i}, \vec{j})$  est :  
 $\vec{v} = 2\vec{i} - 5t\vec{j}$  ; (les unités sont données dans le Système International).

Le mobile M part d'un point P de coordonnées (0,6), à l'instant de date  $t = 0$  s.

- Déterminer son accélération  $\vec{a}$ .
- Etablir les équations horaires du mouvement.
- Ecrire l'équation cartésienne de la trajectoire du mobile M. La représenter graphiquement.
- A  $t=1$ s, le mobile passe par un point N ; déterminer en ce point, les composantes normale et tangentielle de l'accélération  $\vec{a}$ . En déduire le rayon R de courbure de la trajectoire au point M.

Solution	Conseils
<p>1. L'accélération du mobile M est définie par <math>\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = -5\vec{j}</math>                      Le vecteur accélération <math>\vec{a}</math> a la même direction que le vecteur unitaire <math>\vec{j}</math>, mais de sens contraire.                      Sa valeur <math>\ \vec{a}\  = 5 \text{ m.s}^{-2}</math>.</p> <p>2. Les lois horaires sont :</p> $v_x = \frac{dx}{dt} = 2 \text{ m.s}^{-1}$ or la dérivée par rapport au temps de $2t+x_0$ donne 2, donc $x = 2t + x_0$ ; $x_0$ est déterminée par les conditions initiales $t = 0 \text{ s}$ , $x = x_0 = 0 \text{ m}$ . d'où $x = 2t$ de même pour $v_y = \frac{dy}{dt} = -5t$ Or la dérivée de $-\frac{5}{2}t^2 + y_0$ par rapport au temps est $-5t$ , donc $y = -\frac{5}{2}t^2 + y_0$ ; $y_0$ déterminé à $t=0 \text{ s}$ $y = y_0 = 6 \text{ m}$ ; d'où $y = -\frac{5}{2}t^2 + 6$ <p>3. Les lois horaires du mouvement sont : <math>x = 2t</math>  <math>y = -\frac{5}{2}t^2 + 6</math></p> on élimine t de l'équation $x(t)$ et on trouve $t = \frac{x}{2}$ puis on remplace t par $\frac{x}{2}$ dans $y(t)$ . $y = -\frac{5}{2} \left(\frac{x}{2}\right)^2 + 6$ $y = -\frac{5}{8}x^2 + 6$ : équation de la trajectoire. (représentation de la trajectoire).	

Solution	Conseils
<p>4. En tout point, la vitesse du mobile M a pour expression:</p> $\vec{v} = 2\vec{i} - 5t\vec{j} = v\vec{u}, \text{ avec } v = +\ \vec{v}\  \text{ si } \vec{v} \text{ a le même sens que } \vec{u} \text{ ( } \vec{u} \text{ étant un vecteur unitaire porté par la tangente à la trajectoire en un point donné).}$ $\vec{v} = \sqrt{2^2 + (-5t)^2} \cdot \vec{u}$ <p>et <math>\vec{a} = -5\vec{j} = \vec{a}_t + \vec{a}_n</math></p> <p>On dérive la valeur de la vitesse par rapport au temps,</p> <p>On aura : <math>a_t = \frac{25t}{\sqrt{2^2 + (-5t)^2}}</math></p> <p>En remplaçant le temps t par une seconde; on trouve l'accélération tangentielle au point M :</p> $a_t = \frac{25}{\sqrt{2^2 + (-5)^2}} = \frac{25}{\sqrt{29}} \approx 4,52 \text{ m.s}^{-2}$ <p>L'accélération tangentielle est portée par la tangente, elle a la même direction et le même sens que la vitesse.</p> <p>Comme l'accélération : <math>\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_n</math> et <math>a^2 = a_t^2 + a_n^2</math> on a :</p> $\ \vec{a}_n\  = \sqrt{a^2 - a_t^2} = \sqrt{5^2 - (4,52)^2}$ <p>A.N : <math>\ \vec{a}_n\  \approx 2,14 \text{ m.s}^{-2}</math></p> <p>Comme <math>a_n = \frac{\ \vec{v}\ ^2}{R}</math>, on a au point M, le rayon <math>R = \frac{\ \vec{v}\ ^2}{a_n}</math> et</p> <p>la valeur de la vitesse : <math>\ \vec{v}\  = \sqrt{2^2 + (-5t)^2} \approx 5,39 \text{ m.s}^{-1}</math></p> <p>d'où <math>R=13,55 \text{ m}</math> au point M.</p>	

## L'essentiel

- Pour étudier le mouvement d'un point M dans un plan, il faut choisir un repère d'espace  $R(O, \vec{i}, \vec{j})$  et un repère de temps.
- La trajectoire est l'ensemble des positions occupées au cours du mouvement par un point mobile.
- Dans un repère muni d'une origine O, la position d'un point M mobile, à l'instant t, est donnée par le vecteur  $\overline{OM}$  appelé vecteur position.
- Le vecteur position  $\overline{OM}$  varie en fonction du temps, il s'écrit  $\overline{OM}(t) = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j}$  ;  $x(t)$  et  $y(t)$  sont les lois horaires du mouvement, alors que  $y(x)$  est l'équation cartésienne de la trajectoire.
- Le vecteur vitesse  $\vec{v}$  d'un mobile M est la dérivée, par rapport au temps relativement à un

repère donné, de son vecteur position  $\overline{OM}$  :  $\vec{v} = \frac{d\overline{OM}}{dt}$ . Dans le Système International,

l'unité de la valeur du vecteur vitesse est le mètre par seconde ( $m \cdot s^{-1}$ ) ;

- Le vecteur vitesse  $\vec{v}$  est tangent à la trajectoire en un point M donné et de même sens que le mouvement.
- Dans un repère d'espace  $R(O, \vec{i}, \vec{j})$  les composantes du vecteur vitesse sont :

- sur l'axe Ox :  $v_x = \frac{dx}{dt}$  ou  $\dot{x}$

- sur l'axe Oy :  $v_y = \frac{dy}{dt}$  ou  $\dot{y}$

La valeur du vecteur vitesse :  $\|\vec{v}\| = \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2}$  et  $v = \frac{ds}{dt}$

- Le vecteur accélération  $\vec{a}$  est la dérivée du vecteur vitesse :  $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\overline{OM}}{dt^2}$  ;

l'unité dans le système international de la valeur du vecteur accélération est le mètre par seconde au carré ( $m \cdot s^{-2}$ ) ;

- Dans un repère d'espace  $R(O, \vec{i}, \vec{j})$  les composantes du vecteur accélération sont :

Sur l'axe Ox :  $a_x = \frac{d^2x}{dt^2}$  ou  $\ddot{x}$  ou  $\dot{v}_x$

Sur l'axe Oy :  $a_y = \frac{d^2y}{dt^2}$  ou  $\ddot{y}$  ou  $\dot{v}_y$

- Le vecteur accélération  $\vec{a}$  a une composante tangentielle  $a_t = \frac{dv}{dt}$  et une composante normale  $a_n = \frac{\|\vec{v}\|^2}{R}$  où R est le rayon de courbure de la trajectoire au point considéré.

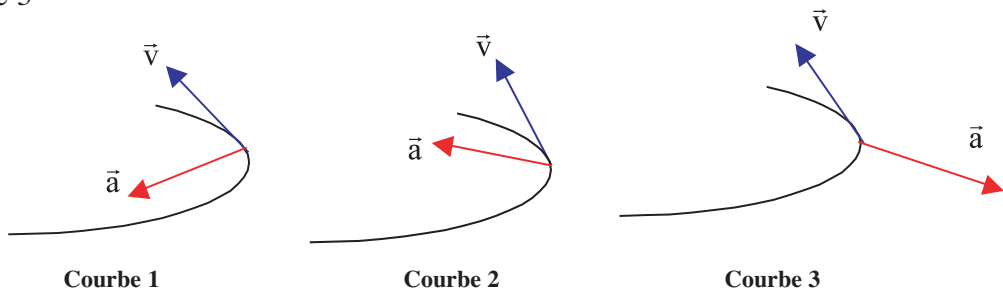
# Exercices

## Je vérifie mes connaissances

**Q.C.M.** (questions à choix multiples)

A chaque question peuvent correspondre une ou plusieurs propositions correctes.

1. La trajectoire du centre d'inertie  $G$  d'un solide est une courbe située dans un plan. La valeur de la vitesse est une constante. A un instant  $t$ , le vecteur accélération de  $G$  est :
  - a. de direction tout à fait quelconque ;
  - b. nul ;
  - c. perpendiculaire au vecteur vitesse de  $G$  à cet instant.
2. Le centre d'inertie  $G$  d'un solide décrit l'axe  $(x'x)$  à vitesse constante. Le vecteur accélération :
  - a. n'est pas nul, toujours dirigé perpendiculairement à la trajectoire de  $G$  ;
  - b. est nul ;
  - c. n'est pas nul mais de même direction et de même sens que le vecteur vitesse ;
  - d. n'est pas nul mais de même direction et de sens contraire que le vecteur vitesse.
3. On représente les deux vecteurs accélération  $\vec{a}$  et vitesse  $\vec{v}$  en un point  $M$ , de la trajectoire d'un mobile. La représentation correcte est celle de :
  - a. la courbe 1
  - b. la courbe 2
  - c. la courbe 3



4. Un corps est suspendu à l'extrémité inférieure d'un ressort. L'autre extrémité est fixée à un crochet. Le corps est abandonné sans vitesse, il descend puis remonte. Lorsque son centre d'inertie  $G$  est à son point le plus bas :
  - a. la vitesse de  $G$  est nulle;
  - b. la valeur de l'accélération de  $G$  est maximale;
  - c. la valeur de la vitesse de  $G$  est maximale.

## Je sais appliquer ; je sais raisonner

1. Dans un repère  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ , les lois horaires du mouvement d'un mobile sont :
 
$$x = 2t^3 + 4t + 2$$

$$y = t^3 + 2t$$
 (le temps  $t$  en secondes,  $x$  et  $y$  en mètres) ;
  - a. Déterminer les composantes du vecteur vitesse. Calculer la valeur de la vitesse à  $t = 1s$ .
  - b. Déterminer les composantes du vecteur accélération. Calculer la valeur de l'accélération à  $t = 1s$ .
  - c. Quelle est la trajectoire du mobile?
  - d. A l'instant  $t = 1s$ , le mobile passe par le point N; représenter les vecteurs vitesse et accélération en ce point.
  
2. Soit un mobile en mouvement dans un repère  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  dont le vecteur position est  $\vec{OM} = x\vec{i} + y\vec{j}$  avec  $x = 3t$  et  $y = 4t$  ( le mobile part de O à  $t = 0s$ ).
  - a. Donner l'équation de la trajectoire dans le repère  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ . En déduire sa nature.
  - b. Ecrire l'expression du vecteur position  $\vec{OM}$  dans le repère  $(O, \vec{u})$  avec  $\vec{u}$  un vecteur unitaire porté par la trajectoire et ayant le même sens que le mouvement. Donner l'équation horaire du mouvement.
  
3. Un mobile est en mouvement dans un repère  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ . Son vecteur position est :
 
$$\vec{OM} = (3t+4)\vec{i} + (2t^2 + 4t)\vec{j}$$
 On demande :
  - a. l'expression du vecteur vitesse du mobile.
  - b. les caractéristiques du vecteur vitesse à l'origine des temps.
  
4. Dans un repère  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ , le vecteur vitesse d'un mobile est :  $\vec{v} = 5\vec{i} + (3t^2 - 5)\vec{j}$ 
 On demande :
  - a. les caractéristiques du vecteur vitesse à l'origine des temps.
  - b. les lois du mouvement, si à l'origine des temps :
    - b.1. le mobile passe par l'origine O.
    - b.2. le mobile passe par le point A(2,3)
  
5. Dans un repère  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ , le vecteur accélération d'un mobile est  $\vec{a} = -5\vec{i}$ .
 On donne à l'instant de date  $t = 0s$  :  $\vec{OM}_0 = \vec{0}$  et  $\vec{v}_0 = 10\vec{i} + 5\vec{j}$ .
  - a. Quelle est la forme de la trajectoire du mobile ?
  - b. A quel instant la composante tangentielle de l'accélération est nulle ?

6. A l'origine des temps, un mobile de vecteur vitesse  $\vec{v}=2\vec{i}+(6t-12)\vec{j}$  passe par l'origine du repère  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .
- Déterminer les expressions des vecteurs position  $\vec{OM}$  et accélération  $\vec{a}$ .
  - A quel(s) instant(s), le vecteur vitesse aura une direction faisant un angle de  $45^\circ$  avec le vecteur unitaire  $\vec{i}$  ?
  - Par quel point le mobile passe-t-il à l'instant de date  $t = 2$  s ? Déterminer en ce point les composantes normale et tangentielle de l'accélération ainsi que le rayon de courbure de la trajectoire.
7. Un point mobile M se déplace dans un plan muni d'un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ . Les lois horaires du mouvement sont, en unités du système international :
- $$x = \frac{t^2}{2} \quad \text{et} \quad y = 1 - t^2$$
- Marquer quelques positions occupées par M pendant l'intervalle de temps  $[0 \text{ s} ; 1 \text{ s}]$ , l'échelle étant de 1 cm pour 2 m. Que remarque-t-on ?
  - Déterminer l'équation cartésienne de la trajectoire dans le repère  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .
  - Déterminer le vecteur vitesse et le vecteur accélération de M, à un instant quelconque. Que peut-on dire du vecteur accélération ? Représenter ces vecteurs sur le graphique, en précisant l'échelle choisie, à l'instant  $t = 0,5$  s.
8. Un point M se déplace dans un plan muni d'un repère  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ . On a choisi un instant origine. Les lois horaires du mouvement sont :  $x = t + 2$  ;  $y = t^2 + 4$  ; en unités uSI.
- Marquer quelques positions occupées par M pendant l'intervalle de temps  $[-3 \text{ s} ; 2 \text{ s}]$ . Echelle 1cm pour 1m.
  - Dessiner les vecteurs vitesse et accélération à l'instant  $t = 0$ , on précisera l'échelle choisie.
  - Que peut-on dire du vecteur accélération ?
  - Déterminer l'équation cartésienne de la trajectoire.

# Chapitre 7

## Mouvements rectilignes uniforme et uniformément varié



*Le 23 mars 2001, une date liée à la fin de mise en service de la navette spatiale russe «Mir » ; sa chute paraît rectiligne.  
A quelle loi horaire obéit cette chute ?*

### Objectifs

- Reconnaître la nature du mouvement d'un mobile par recours à l'expérience ;
- Connaissant l'expression d'une grandeur cinématique ( $x$ ,  $v$  ou  $a$ ) en fonction du temps ainsi que les conditions initiales, retrouver les expressions de deux autres ;
- Etablir, pour un mouvement rectiligne uniformément varié, la relation

$$v_2^2 - v_1^2 = 2a.(x_2 - x_1)$$

# 1. Mouvements rectilignes

## Activité documentaire

On considère trois particules identiques  $M_1, M_2$  et  $M_3$  dont les trajectoires sont respectivement  $C_1, C_2$  et  $C_3$  représentées sur les clichés de la figure 1.

### Questions :

1. Quelle est la nature du mouvement de chacune des trois particules ?
2. Quel est le mouvement le plus simple? Préciser ses propriétés ?

Les mouvements de  $M_1$  et  $M_2$  sont curvilignes alors que celui de  $M_3$  est rectiligne, indépendamment de la variation de la vitesse.

La trajectoire la plus simple est une droite qui correspond à un mouvement rectiligne.

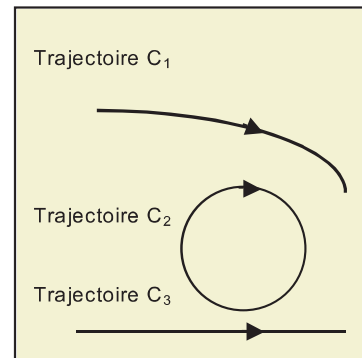


figure 1

## 1.1. Vecteur position

Considérons un chariot (C), assimilé à un point matériel, qui se déplace sur un rail rectiligne ; sa trajectoire est un segment de droite.

A cette trajectoire, on associe un repère  $R(O, \vec{i})$  constitué par l'origine O et le vecteur unitaire  $\vec{i}$ .

La position du mobile, supposé ponctuel, est définie par un point M d'abscisse x à un instant t (figure 2);

on peut écrire le vecteur position :

$$\overrightarrow{OM} = x \cdot \vec{i}$$

$x(t)$  est l'équation horaire du mouvement.

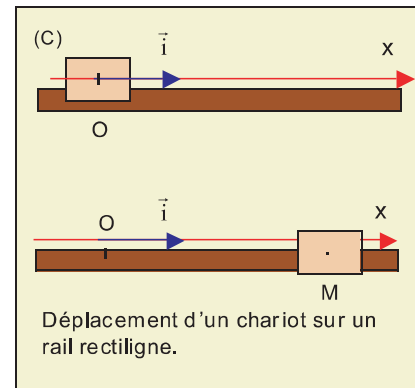


figure 2

## 1.2. Vecteur vitesse et vecteur accélération

Relativement au repère  $R(O, \vec{i})$ , le vecteur vitesse s'écrit :

$$\vec{v} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} = \frac{dx}{dt} \cdot \vec{i}$$

et le vecteur accélération s'écrit :  $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\overrightarrow{OM}}{dt^2} = \frac{d^2x}{dt^2} \cdot \vec{i}$ .

## Conclusion

Pour un mouvement rectiligne, les vecteurs position  $\overrightarrow{OM}$ , vitesse  $\vec{v}$  et accélération  $\vec{a}$  ont la même direction.

$$\overrightarrow{OM} = x \cdot \vec{i}; \vec{v} = \frac{dx}{dt} \cdot \vec{i} \text{ et } \vec{a} = \frac{d^2x}{dt^2} \cdot \vec{i}$$

## 2. Mouvement rectiligne uniforme

### Activité expérimentale 1

Un chariot de masse  $m$  est lancé sur un banc à coussin d'air horizontal. Deux capteurs  $C_1$  et  $C_2$  placés respectivement en A et B permettent de mesurer la durée  $\Delta t$  mise par le chariot pour parcourir la distance  $d = AB$  (figure 3).

On fait déplacer le capteur  $C_2$  placé en B et on mesure à chaque fois la durée  $\Delta t$ .

On dresse le tableau suivant :

Distance parcourue $d$ (m)	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35
Durée de parcours $\Delta t$ (s)						
$\frac{d}{\Delta t}$ ( $m.s^{-1}$ )						

On constate d'après le tableau, que le rapport  $\frac{d}{\Delta t}$  est constant.

### 2.1. Loi horaire du mouvement

La distance parcourue par le chariot est proportionnelle à la

durée  $\Delta t$ , soit  $\frac{d}{\Delta t} = \text{constante } v$ .

Le mouvement est rectiligne uniforme, donc la valeur de la vitesse est une constante (figure 4).

D'où  $d = v \cdot \Delta t$

On a :  $\frac{d}{\Delta t} = \frac{x - x_0}{t - t_0} = v$ . Donc,  $x = v \cdot t + x_0$  avec  $x = x_0$  à  $t_0 = 0$

### 2.2. Généralités

Un mobile M est animé d'un mouvement rectiligne uniforme si sa vitesse  $\vec{v}$  est constante.

Dans un repère  $R(O, \vec{i})$ , l'équation horaire du mouvement suivant l'axe des  $x$ , s'écrit sous la forme :

$$x = v \cdot t + x_0$$

où  $x_0$  est l'abscisse de la position du mobile à l'origine des temps ( $t_0 = 0$  s) (figure 5).

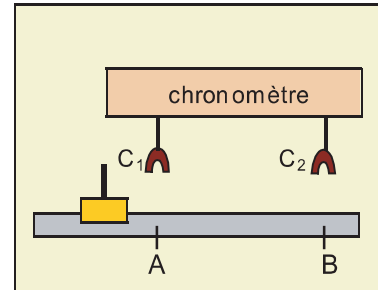


figure 3

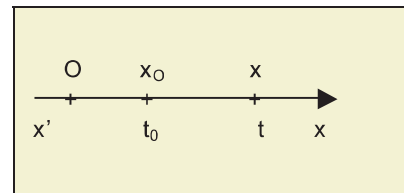


figure 4

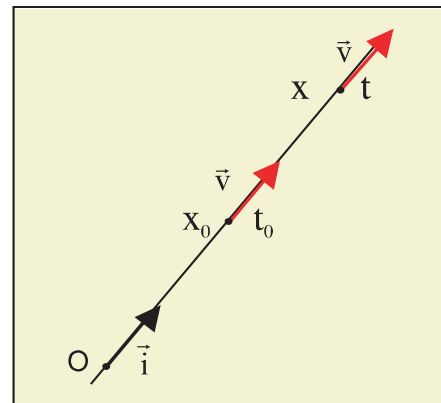


figure 5

**Remarque :** Les grandeurs  $x$ ,  $x_0$  et  $v$  sont des grandeurs algébriques.

### 3. Mouvement rectiligne uniformément varié

#### 3.1. Glissement d'un solide sans vitesse initiale sur un plan incliné

##### 3.1.1. Activité expérimentale 2

Exploitation de l'enregistrement du mouvement d'un chariot (C) abandonné sans vitesse initiale, sur un banc à coussin d'air incliné par rapport à l'horizontale (figure 6). La figure 7 représente l'enregistrement des positions occupées par le chariot lors de son mouvement.

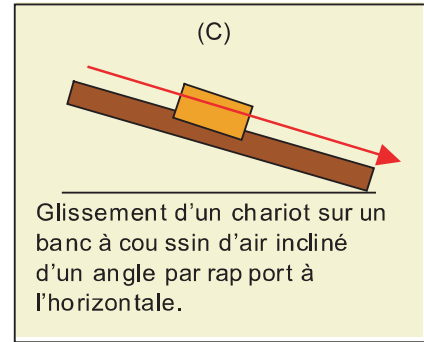


figure 6

##### Questions :

1. Dans quel repère l'étude du mouvement du chariot est-elle effectuée ?
2. D'après le cliché ci-contre quelle est la trajectoire du centre d'inertie G du chariot ?  
S'agit-il d'un mouvement rectiligne ?
3. Exploiter le cliché ci-contre pour remplir le tableau suivant et tracer les courbes  $x = f(t)$  et  $x = g(t^2)$ .

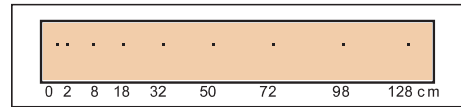


figure 7

temps t en (s)	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8
Abscisse x (m)	0	0,02	0,08	0,18	0,32	0,50	0,72	0,98	1,28
$t^2(s^2)$									

##### 3.1.2. Etude théorique

La courbe  $x = f(t)$  possède l'allure de la figure 8, c'est une branche de parabole et non une droite; donc le mouvement du chariot n'est pas uniforme.

Le chariot part du point  $O(0,0)$  à l'instant  $t=0s$  sans vitesse initiale.

La courbe  $x = g(t^2)$  est une droite passant par l'origine  $O(0,0)$  (figure 9); l'équation horaire du mouvement du chariot est de la forme :  $x = At^2$  ; où A est une constante qui représente la pente de la droite. Elle est déterminée à partir de la courbe par :

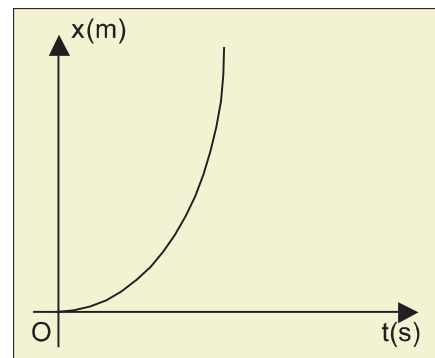


figure 8

$$A = \frac{x_2 - x_1}{t_2^2 - t_1^2} = 2 \text{ m.s}^{-2}.$$

La vitesse de chariot à l'instant  $t$  est :

$$v = \frac{dx}{dt} = 2.A.t = 4.t \text{ en m.s}^{-1}$$

L'accélération de chariot à l'instant  $t$  est :

$$a = \frac{dv}{dt} = 2.A = 4 \text{ m.s}^{-2}$$

Le mouvement est rectiligne, la valeur de l'accélération est une constante, le mouvement est donc rectiligne uniformément

varié d'équation :  $x = \frac{1}{2} a t^2$

### 3.2. Cas général

Un mouvement rectiligne uniformément varié, par rapport à un repère  $R(O, \vec{i})$ , est un mouvement rectiligne dont l'accélération  $\vec{a}$  est une constante.

Le vecteur accélération  $\vec{a} = a \cdot \vec{i} = \frac{dv}{dt} \cdot \vec{i}$ .

La vitesse  $v$  est de la forme :  $v = a.t + C_1$  ; à l'instant  $t=0s$ , sa valeur est  $C_1$ ;  $C_1 = v_0$  : vitesse initiale.

D'où  $v = a.t + v_0$ .

Or  $v = \frac{dx}{dt}$  ;  $x$  est de la forme  $x = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t + C_2$

A l'instant initial  $t = 0s$  ; le mobile se trouve en un point

d'abscisse  $x_0$ , on aura  $C_2 = x_0$  ; d'où  $x = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t + x_0$ .

### Conclusion

Les équations  $x(t)$  et  $v(t)$  d'un mouvement rectiligne uniformément varié sont :

$$x = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t + x_0$$

$$v = a.t + v_0$$

$$a = \text{constante.}$$

où  $x_0$  est l'abscisse de la position du mobile à  $t = 0$  et  $v_0$  est sa vitesse initiale.

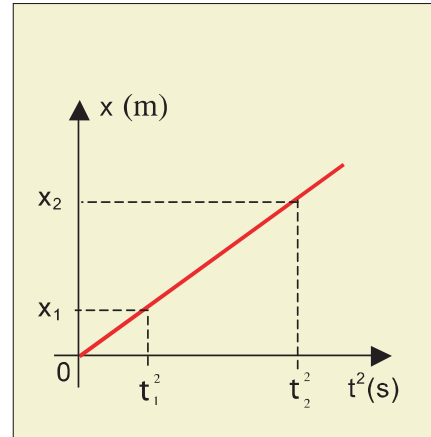


figure 9

### 3.3. Relation entre la vitesse et la distance parcourue

Dans un mouvement rectiligne uniformément varié, les équations de  $x(t)$  et  $v(t)$  sont :

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \quad (1)$$

$$v = a.t + v_0 \quad (2)$$

On déduit l'expression du temps  $t$  de l'équation (2) :

$t = \frac{v-v_0}{a}$  ; puis on l'introduit dans l'équation (1), pour trouver la relation entre  $v$  et  $x$  indépendante du temps  $t$ .

$$v^2 - v_0^2 = 2a.(x - x_0)$$

Soient  $v_1$  et  $v_2$  les vitesses au passage du mobile par les deux points A et B d'abscisses respectives  $x_1$  et  $x_2$  (figure 10). On a :

$$v_1^2 - v_0^2 = 2a.(x_1 - x_0)$$

$$v_2^2 - v_0^2 = 2a.(x_2 - x_0)$$

d'où la relation entre  $v_1$ ,  $v_2$ ,  $x_1$  et  $x_2$  est :

$$v_2^2 - v_1^2 = 2a.(x_2 - x_1)$$

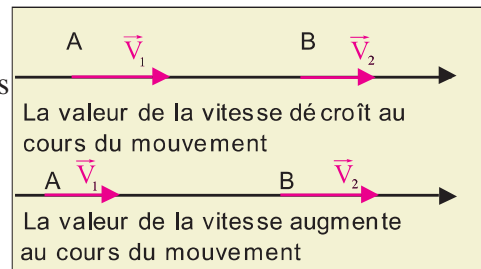


figure 10

### 3.4. Mouvement accéléré et mouvement décéléré

#### Activité

On étudie le mouvement d'une voiture le long d'un parcours AB. Elle part à  $t = 0$ , d'une position A qui coïncide avec l'origine O d'un axe  $x'x$  associé au mouvement. Des capteurs électroniques enregistrent directement la vitesse de la voiture.

Les résultats sont regroupés dans le tableau suivant :

temps t en (s)	0	10	20	30	40	50	60	70	80
Vitesse v (m.s <sup>-1</sup> )	0	20	40	40	40	30	20	10	0
Variation de la vitesse	X								
Accélération a (m.s <sup>-2</sup> )	X								

**Questions :**

1. Indiquer dans le tableau précédent la variation de la vitesse entre deux mesures successives et déterminer l'accélération correspondante.
2. Préciser les différentes phases du mouvement de la voiture.
3. Comparer les sens des deux vecteurs vitesse et accélération au cours de la phase de démarrage et au cours de la phase de freinage.
4. Dans quels cas le mouvement est-il accéléré ou décéléré? Les préciser sur une courbe  $v = f(t)$ .

Un mouvement est dit accéléré quand  $\|\vec{v}\|$  augmente au cours du temps, ce qui permet d'écrire:

$$\frac{d\|\vec{v}\|}{dt} > 0$$

Or, étudier le signe de variation de  $\|\vec{v}\|$  revient à étudier

celui de  $\|\vec{v}\|^2$ . Donc,  $\frac{d\|\vec{v}\|^2}{dt} > 0$

$$\|\vec{v}\|^2 = \vec{v} \cdot \vec{v}$$

$$\text{D'où } \frac{d\|\vec{v}\|^2}{dt} = \frac{d\vec{v}^2}{dt} = 2\vec{v} \cdot \frac{d\vec{v}}{dt}$$

$$\frac{d\|\vec{v}\|^2}{dt} = 2 \vec{a} \cdot \vec{v} > 0$$

Donc, on a :  $\vec{v} \cdot \vec{a} > 0$  (figure 11)

Un mouvement est dit décéléré quand  $\|\vec{v}\|$  diminue au cours du temps, ce qui permet d'écrire:

$$\frac{d\|\vec{v}\|}{dt} < 0$$

De la même façon, on montre que :

$$\frac{d\|\vec{v}\|^2}{dt} = 2\vec{a} \cdot \vec{v} < 0$$

Donc, on a :  $\vec{v} \cdot \vec{a} < 0$  (figure 12)

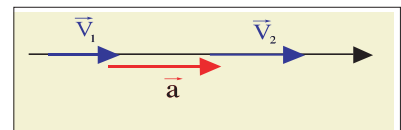


figure 11

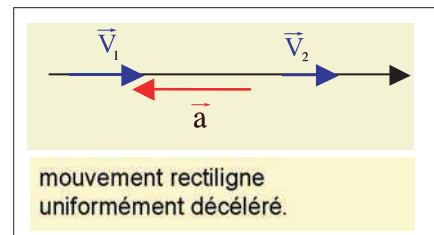


figure 12

## 4. Solide en mouvement de translation

Comment s'écrit la loi horaire du mouvement d'un solide S?

Le solide est considéré comme un système de points matériel tel que les distances entre ses différents points restent invariables au cours de son mouvement ( figure 13).

Quand tous les points  $M_1, M_2, M_3, \dots$ , du solide et en particulier son centre d'inertie G ont, à chaque instant, le même vecteur vitesse et le même vecteur accélération

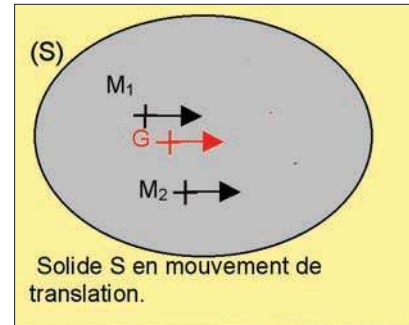


figure 13

$$\vec{V}_{M_1} = \vec{V}_{M_2} = \vec{V}_{M_3} = \dots = \vec{V}_G \text{ et } \vec{a}_{M_1} = \vec{a}_{M_2} = \vec{a}_{M_3} = \dots = \vec{a}_G$$

le solide est en mouvement de translation par rapport à un repère choisi.

### 4.1. Solide en mouvement de translation rectiligne uniforme

Un solide S, en mouvement sur un plan horizontal (figure14) est en translation rectiligne uniforme relativement à un repère  $R(O, \vec{i})$  si :

- les trajectoires de tout point matériel de ce solide et en particulier le point G, sont des droites parallèles.
- les vecteurs vitesses de tout point matériel de S et en particulier le vecteur vitesse  $\vec{v}_G$  de G, sont constants.

Dans le repère  $R(O, \vec{i})$ , l'équation horaire du mouvement du centre d'inertie G d'un solide S suivant l'axe des x, s'écrit sous la forme :

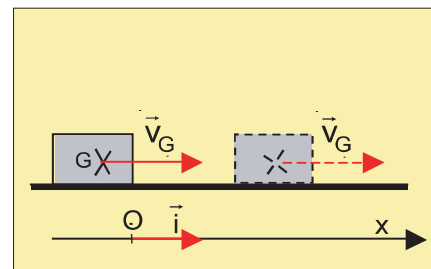


figure 14

$$x_G = v_G \cdot t + x_0$$

où  $x_0$  est l'abscisse de la position du centre d'inertie G du solide S à l'origine des temps ( $t_0 = 0$  s).

## 4.2. Solide en mouvement de translation rectiligne uniformément varié

Un solide S de centre d'inertie G est en mouvement rectiligne uniformément varié relativement à un repère  $R(O, \vec{i})$  si :

- les trajectoires des points matériels de S, en particulier le point G, sont des droites parallèles.
- les vecteurs accélérations des points matériels de S, en particulier  $\vec{a}_G$  du point G, sont constants.

Les équations du mouvement du point G sont de la forme :

$$x_G = \frac{1}{2} a_G t^2 + v_0 t + x_0$$

$$v_G = a_G \cdot t + v_0$$

$$a_G = \text{constante}$$

où  $v_0$  est la vitesse du centre d'inertie du solide S à l'origine des temps.

- si  $\vec{v}_G \cdot \vec{a}_G > 0$  le mouvement est accéléré,

- si  $\vec{v}_G \cdot \vec{a}_G < 0$  le mouvement est décéléré.

où  $\vec{v}_G$  et  $\vec{a}_G$  sont respectivement la vitesse et l'accélération d'un même point du solide à un instant donné t.

### Exercice résolu :

Un solide (S) assimilé à un point matériel glisse sur un banc à coussin d'air incliné par rapport à l'horizontale.

Ce solide reste sur la droite (D) orientée de  $x'$  vers  $x$ .

Il est lancé du point A avec une vitesse  $\vec{v}_A$  de même direction, de même sens que  $x'x$  et de valeur  $0,8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$  (figure 15).

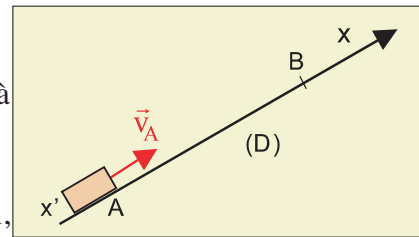


figure 15

1. Le solide est animé d'un mouvement rectiligne uniformément varié. Déterminer son accélération sachant qu'il rebrousse chemin en B situé à la distance  $d = 1,6 \text{ m}$  de A.
2. Quel est le temps mis pour aller de A à B ?
3. En quel endroit, le mobile se trouve-t-il, 5 s après le départ de A ?

Solution	Conseils
<p>1. Entre A et B, on a : <math>v_B^2 - v_A^2 = 2 a (x_B - x_A)</math> M rebrousse chemin en B, c'est-à-dire <math>v_B = 0</math> ; d'où <math>a = \frac{-v_A^2}{2(x_B - x_A)} = \frac{-v_A^2}{2AB}</math> AN : <math>a = -0,2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}</math>.</p> <p>2. on a : <math>v_B - v_A = a (t_B - t_A)</math> ; donc <math>t_B - t_A = \frac{v_B - v_A}{a} = \frac{-v_A}{a}</math> AN : <math>t_B - t_A = 4 \text{ s}</math>.</p> <p>3. La loi horaire est <math>x = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t + x_0 = -0,1t^2 + 0,8t</math> Après 5 s de mouvement, <math>t = 5 \text{ s}</math>, par suite <math>x = 1,5 \text{ m}</math> ; le mobile est à 1,5 m de A.</p>	<p>On écrit les expressions des vitesses en A et B.</p> <p>Connaissant l'accélération et la vitesse initiale, il suffit d'écrire l'équation horaire du mouvement.</p>

## L'essentiel

- Un solide est animé d'un mouvement rectiligne uniforme par rapport à un repère  $R(O, \vec{i})$  si tous ses points, y compris son centre d'inertie, ont le même vecteur vitesse  $\vec{v} = v \cdot \vec{i}$  où  $v$  est constante.

L'équation horaire du mouvement est :  $x = v \cdot t + x_0$

- Un solide est animé d'un mouvement rectiligne uniformément varié par rapport à un repère  $R(O, \vec{i})$  si tous ses points, y compris son centre d'inertie, ont le même vecteur accélération qui reste constant.

L'équation horaire est :

$$x = \frac{1}{2} a t^2 + v_0 t + x_0 ; \quad (a, v_0 \text{ et } x_0 \text{ sont des grandeurs algébriques}).$$

L'équation des vitesses est :

$$v = a \cdot t + v_0$$

Le mouvement est accéléré quand  $\vec{v} \cdot \vec{a} > 0$  et décéléré (retardé) si  $\vec{v} \cdot \vec{a} < 0$ .

- Lorsqu'un mobile se déplace d'une position  $M_1$  d'abscisse  $x_1$  à une position  $M_2$  d'abscisse  $x_2$  dans un mouvement rectiligne uniformément varié, la variation du carré de la vitesse est telle que :

$$v_2^2 - v_1^2 = 2 a \cdot (x_2 - x_1)$$

# Activité expérimentale

## Chute libre d'une bille

### But

Montrer que le mouvement de chute libre sans vitesse initiale est un mouvement rectiligne uniformément varié.

### Matériel

- dispositif de chute libre (règle graduée, électroaimant, deux capteurs)
- une bille en acier
- un chronomètre au un millième de seconde

### Protocole

A l'aide du chronomètre, on mesure les instants de passage de la bille par les positions d'abscisse  $z$ . On prend comme origine des temps l'instant de son départ et comme origine des espaces la position de départ.

On dresse le tableau suivant :

$z(\text{m})$	0,5	0,8	1,0	1,2	1,3	1,5
$t(\text{s})$						
$t^2(\text{s}^2)$						

- Constaté que le quotient  $\frac{z}{t}$  n'est pas constant.
- Représenter la courbe  $z = f(t^2)$ .
- Constaté que la courbe  $z = f(t^2)$  est une portion de droite qui passe par l'origine, déduire que :  $z = k.t^2$  où  $k$  est une constante positive qui représente la pente de la droite.
- Déterminer  $k$  et constater que  $k$  est de l'ordre  $4,9 \text{ m.s}^{-2}$ .
- Dégager ensuite que  $a = \|\vec{g}\| = 9,8 \text{ m.s}^{-2}$ .

$\|\vec{g}\|$  est appelée valeur de l'accélération de la pesanteur qui s'exprime dans le système international d'unités en  $\text{m.s}^{-2}$ .

### Conclusion

Le mouvement de chute libre de la bille est rectiligne, d'accélération constante : c'est un mouvement rectiligne uniformément varié.

# Exercices

## Je vérifie mes connaissances

### 1. Q.C.M.

A chaque question peuvent correspondre une ou plusieurs propositions correctes.

1.1 Un mobile M est animé d'un mouvement rectiligne uniforme si :

- sa trajectoire est une droite ;
- la valeur de sa vitesse est constante au cours du temps ;
- la trajectoire est une droite et la valeur de sa vitesse est constante.

1.2 Un solide en mouvement rectiligne uniformément varié est accéléré si :

- il part du repos ;
- la valeur de sa vitesse augmente au cours du temps ;
- les vecteurs vitesse et accélération ont la même direction ;
- les vecteurs vitesse et accélération sont de même direction et de même sens.

1.3. L'équation horaire du mouvement de chute libre sans vitesse initiale suivant l'axe Oz

s'écrit sous la forme  $z = -\frac{1}{2} \|\vec{g}\| t^2$

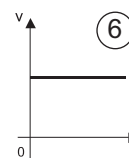
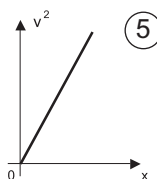
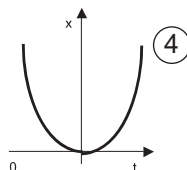
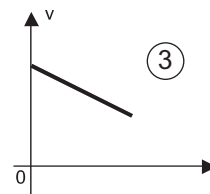
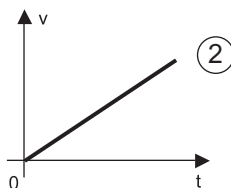
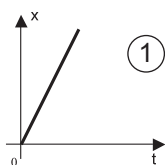
- dans tous les cas ;
- seulement si le sens de l'axe vertical est ascendant ;
- seulement si le sens de l'axe vertical est ascendant et l'origine de l'axe Oz est confondue avec le point de départ de la chute.

### 2. Répondre par vrai ou faux en justifiant la réponse

- La vitesse d'une automobile qui recule, est nécessairement négative.
- Lorsque l'accélération d'un mobile est négative, celui-ci est en train de ralentir.
- Si la valeur de la vitesse d'un mobile augmente, le mouvement de ce dernier est accéléré.

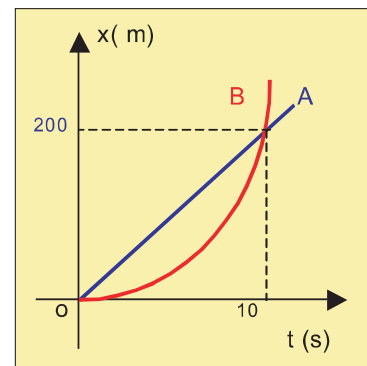
### 3. Chercher dans les représentations graphiques suivantes :

- celles qui correspondent à un mouvement uniforme.
  - celles qui correspondent à un mouvement uniformément accéléré.
  - celles qui correspondent à un mouvement uniformément retardé.
- x, v et t désignent respectivement l'abscisse, la vitesse et la date.



## Je sais appliquer ; je sais raisonner

1. Une voiture roule sur une portion de route rectiligne. A 200 m d'un virage, le conducteur accélère pour doubler un camion qui roule à  $60 \text{ km.h}^{-1}$ . La vitesse de la voiture passe de  $58 \text{ km.h}^{-1}$  initialement à  $96 \text{ km.h}^{-1}$  lorsqu'il le dépasse, sur une durée de 5,1 s.
  - a. Calculer la distance parcourue par le camion lors du dépassement de la voiture.
  - b. Chercher la valeur de l'accélération de la voiture supposée constante.
  - c. Le conducteur peut-il effectuer son dépassement avant d'aborder le virage ?
  - d. Le dépassement est-il légal sachant qu'un panneau d'interdiction se trouve à 150 m du virage?
  
2. Une voiture roule à  $108 \text{ km.h}^{-1}$  sur une autoroute rectiligne horizontale. En situation d'urgence, le conducteur freine brusquement jusqu'à l'arrêt du véhicule au bout de 90 m.
  - a. Calculer la valeur de son accélération supposée constante au cours du freinage.
  - b. Calculer la durée de la phase de décélération.
  - c. Ecrire l'équation horaire  $x(t)$  et l'équation des vitesses  $v(t)$  dans un repère  $(O, \vec{i})$ , en prenant pour origines des temps et des espaces respectivement le début du freinage et le point où commence le freinage.
  - d. Représenter  $x(t)$  pendant la phase de freinage.
  
3. Sur une route rectiligne horizontale, une voiture A vient de passer devant un observateur à une vitesse constante de  $72 \text{ km.h}^{-1}$ . 10 minutes plus tard, une deuxième voiture B passe devant le même observateur avec une vitesse constante de  $108 \text{ km.h}^{-1}$ .
  - a. Représenter dans le même système d'axes, les courbes représentant  $x(t)$  des centres d'inertie des deux voitures.
  - b. A quel instant et à quelle distance de l'observateur, la voiture B va-t-elle rattraper la voiture A (donner les solutions par une méthode graphique et une méthode analytique).
  
4. Deux voitures A et B sont en mouvement rectiligne relativement à un repère  $(O, \vec{i})$ .  
 Les courbes ci-contre représentent les diagrammes des mouvements de A et de B.  
 Le diagramme du mouvement de B a la forme d'un arc de parabole.
  - a. Déduire, des courbes, la nature du mouvement de A et celle du mouvement de B.
  - b. A quel instant  $t$  la voiture B va-t-elle dépasser la voiture A ?
  - c. Déterminer les équations du mouvement de A et de B.



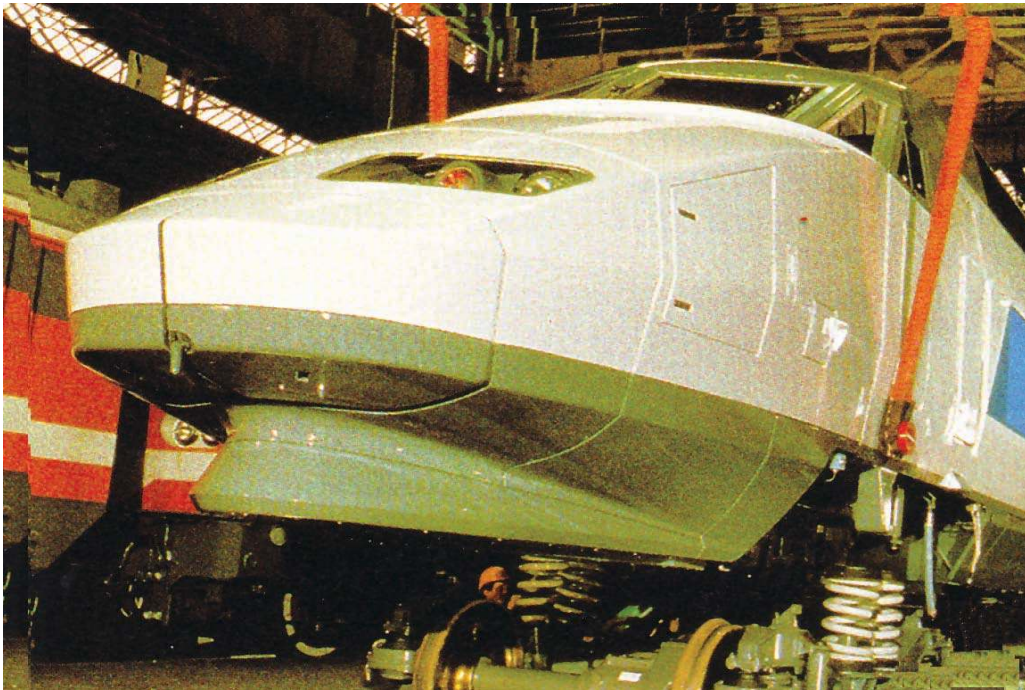
5. Une bille assimilée à un corps ponctuel, est abandonnée sans vitesse initiale sur une gouttière inclinée.

Dans le repère  $(O, \vec{i})$  descendant suivant sa trajectoire, elle occupe la position  $M_0(x_0=0,5\text{m})$  à l'instant  $t_0 = 0$  et sa vitesse est alors  $v_0 = 2 \text{ m.s}^{-1}$ . Elle est soumise à l'accélération  $\vec{a}=4\vec{i}$

- A quel instant  $t_1$  et en quel point  $M_1(x_1)$ , a-t-elle été abandonnée sans vitesse ?
  - A quel instant  $t_2$ , atteint-elle le point  $M_2(x_2 = 2 \text{ m})$  en bas de la gouttière ?
6. Un point mobile a un mouvement rectiligne uniformément décéléré. A l'instant  $t_0 = 0$ , sa vitesse est  $v_0 = 5 \text{ m.s}^{-1}$ .
- Quelle distance pourra-t-il parcourir jusqu'à son arrêt si son accélération est de  $-5 \text{ m.s}^{-2}$  ?
  - Quelle est la durée de la décélération ?
7. L'équation horaire d'un mouvement rectiligne est :  $x = 5(5 - t)$  ; avec  $x$  en (m) et  $t$  en (s).
- Quelle est la nature du mouvement ?
  - Calculer la valeur algébrique du vecteur vitesse.
  - Préciser la position du mobile à l'instant  $t = 0$  par rapport à l'origine O des abscisses.
8. Un mobile chemine sur un axe  $x'Ox$  orienté positivement de  $x'$  vers  $x$ , avec un vecteur vitesse de valeur algébrique constante  $v = -72 \text{ km.h}^{-1}$ .
- Représenter le vecteur vitesse à l'échelle de  $0,5 \text{ mm}$  pour  $1 \text{ m.s}^{-1}$ .
  - L'abscisse à l'instant  $t = 0$  étant  $x_0 = 50 \text{ m}$ , calculer les abscisses du mobile aux instants  $t = \pm 5 \text{ s}$  et à l'instant de passage par l'origine O des abscisses.
9. Une bille est lancée verticalement avec une vitesse initiale  $v_0 = 8 \text{ m.s}^{-1}$  depuis le point origine O du repère  $(O, \vec{i})$  (vertical ascendant). Elle possède une accélération  $\vec{a}=-10\vec{i}$
- Situer sur ce repère son point culminant C.
  - A quel instant repassera-t-elle au point O ?
  - Combien de temps après son lancement touchera-t-elle le sol situé à  $2 \text{ m}$  en dessous du point O ?

# Chapitre 8

## MOUVEMENT RECTILIGNE SINUSOÏDAL



*L'amortisseur est utilisé dans les automobiles, les motos, les trains,... C'est un dispositif permettant de réduire l'amplitude des oscillations engendrées lors d'un choc brutal.*

*Quelles sont les caractéristiques d'un mouvement d'oscillation ?*

### Objectifs

- Caractériser le mouvement rectiligne sinusoïdal par son amplitude  $X_m$  et sa période  $T$ .
- Etablir la relation entre l'accélération et l'élongation d'un mobile en mouvement rectiligne sinusoïdal.

# 1. Les mouvements périodiques

## 1.1. Définition et grandeurs caractéristiques

Un mouvement est dit périodique s'il se répète, identique à lui-même, à des intervalles de temps successifs de même durée  $T$ , c'est-à-dire que si  $t$  est un instant quelconque, le mouvement est exactement le même entre les instants :

$t$  et  $t+T$

$t + T$  et  $t + 2T$

$t + 2T$  et  $t + 3T$

.....

$t + nT$  et  $t + (n + 1)T$ ,  $n$  étant un nombre entier quelconque.

L'intervalle de temps constant  $T$  est la période du mouvement qui s'exprime dans le système international en seconde (s) ; c'est la durée d'une répétition.

Pour un mouvement de rotation uniforme, la période  $T$  est la durée d'un tour ; pour un mouvement oscillatoire (va et vient); c'est la durée d'une oscillation.

La période de certains mouvements étant une faible fraction de seconde, il est plus commode de les caractériser par leur fréquence  $N$ .

Par définition, la fréquence  $N$  est le nombre de répétitions par unité de temps ( une seconde).

## 1.2. Mouvements périodiques

Il y a plusieurs mouvements périodiques en mécanique ; on peut citer le mouvement du balancier d'une horloge, le mouvement de rotation de l'arbre d'un moteur tournant à vitesse constante ou encore celui du pendule à ressort spiral à l'extrémité duquel est accroché un solide.

Pour le dernier mouvement, la trajectoire est un segment de droite ; il est appelé mouvement rectiligne sinusoïdal qu'on va étudier dans la suite.

# 2. Le mouvement rectiligne sinusoïdal et ses grandeurs caractéristiques

### Activité expérimentale 1

Un pendule élastique est un système constitué par un ressort à spires non jointives de raideur  $k$  et de masse négligeable devant celle du solide accroché à son extrémité inférieure.

On relie le solide à un stylet dont l'extrémité touche une feuille de papier enroulée sur un cylindre enregistreur tournant à vitesse constante (figure 1).

On écarte le solide de sa position d'équilibre stable et on l'abandonne à lui-même sans vitesse initiale puis on fait tourner le cylindre enregistreur.

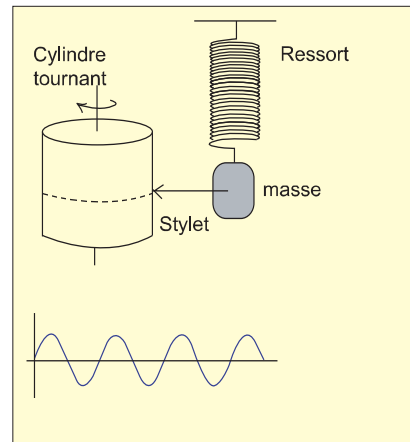


figure 1

**Questions :**

1. Mesurer, à l'aide d'un chronomètre, la période du pendule élastique.
2. Représenter les inscrits du stylet sur le papier et préciser les axes associés dans chacun des cas :
  - a. le pendule oscille et le cylindre est au repos ;
  - b. le cylindre tourne et le pendule est au repos.
3. Reproduire sur le cahier la courbe inscrite par le stylet ; que représente cette courbe ?
4. Déterminer à partir de la courbe, les grandeurs caractéristiques du mouvement.

Par définition, l'élongation est, à chaque instant, la valeur algébrique de la position du mobile par rapport à sa position d'équilibre.

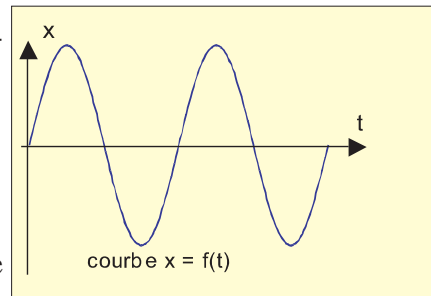


figure 2

Le solide décrit, au cours de son mouvement, un segment de droite. Son élongation  $x = \overline{OM}$  varie autour de sa position d'équilibre O en fonction du temps t, en décrivant une courbe ayant la forme d'une sinusoïde (figure 2).

Le mouvement est dit alors **rectiligne sinusoïdal**.

**2.1. Définition**

Un mobile M est animé d'un mouvement rectiligne sinusoïdal si son élongation x est une fonction sinusoïdale du temps.

L'élongation x représente le déplacement du mobile par rapport à sa position d'équilibre. C'est l'abscisse du mobile dans le repère  $(O, \vec{i})$ . L'abscisse x variable au cours du temps est appelée grandeur oscillante (figure 3).

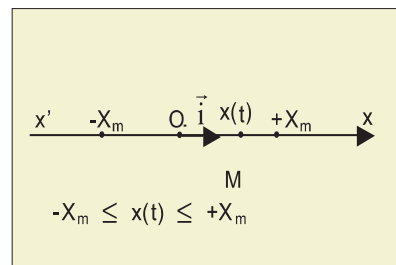


figure 3

**2.2. Période et fréquence**

Le mouvement rectiligne sinusoïdal est un mouvement périodique, il se répète identique à lui-même, à des intervalles de temps successifs de même durée T.

T est la période du mouvement, elle est exprimée dans le système international d'unités en seconde (s) et qui représente la durée d'une oscillation (va et vient) (figure 4).

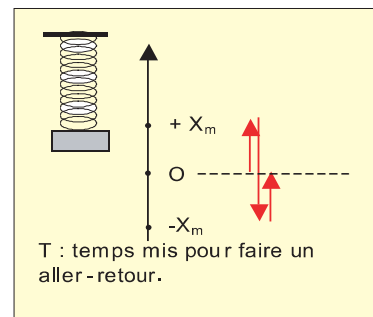


figure 4

Une oscillation représente deux passages successifs par la même position et dans le même sens du mouvement.

- Expérimentalement la période  $T$  d'un pendule élastique est déterminée à l'aide d'un chronomètre par mesure de la durée  $\Delta t$  de  $n$  oscillations,  $T = \frac{\Delta t}{n}$
- A partir d'une courbe  $x = f(t)$ , la période  $T$  représente la durée qui sépare deux maximums successifs ou deux minimums successifs.

C'est la durée qui sépare deux passages successifs par la même position et dans le même sens (figure 5).

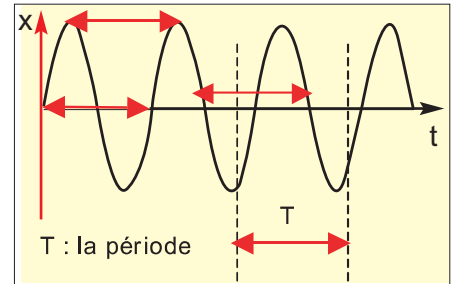


figure 5

La fréquence  $N$  est liée à la période  $T$  du mouvement par la relation :

$$N = \frac{1}{T}$$

Elle s'exprime dans le système international d'unités en hertz de symbole Hz.

Les multiples du hertz les plus utilisés sont :

- le kilohertz (kHz),  $1\text{kHz} = 10^3 \text{ Hz}$  ;
- le mégahertz (MHz),  $1\text{MHz} = 10^6 \text{ Hz}$  ;
- le gigahertz (GHz),  $1\text{GHz} = 10^9 \text{ Hz}$ .

### 3. Equation horaire du mouvement

Un mouvement est dit rectiligne sinusoïdal si l'élongation  $x$  du mobile est une fonction sinusoïdale du temps.

L'équation horaire du mouvement s'écrit :

$$x = X_m \sin(\omega.t + \varphi)$$

$x$  est l'élongation à l'instant  $t$ , elle est exprimée en mètre (m).

$\omega$  est la pulsation du mouvement, elle est exprimée en radian par seconde ( $\text{rad.s}^{-1}$ ).

La relation entre la pulsation et la période  $T$  du mouvement (ou sa fréquence  $N$ ) est :

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi.N \text{ (rad.s}^{-1}\text{)}$$

$\varphi$  est la phase initiale du mouvement ; elle s'exprime en radian (rad).

$(\omega t + \varphi)$  est la phase à l'instant  $t$ , elle s'exprime en radian (rad).

$X_m$  est l'amplitude du mouvement ; elle s'exprime en mètre (m).

Par définition, l'amplitude est la valeur maximale de la grandeur oscillante mesurant l'écart à l'équilibre, elle est toujours positive.

Pour le pendule élastique, la grandeur oscillante  $x$  varie entre  $+X_m$  et  $-X_m$  (figure 6).

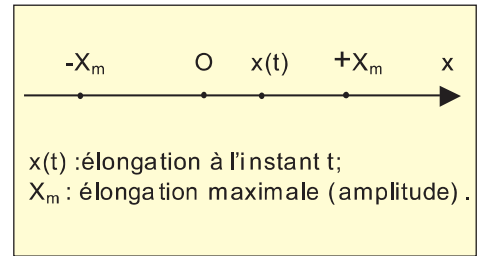


figure 6

**Remarque :**

L'équation horaire d'un mouvement rectiligne sinusoïdal peut aussi se mettre sous la forme :

$$x(t) = X_m \cos(\omega t + \varphi')$$

**Application**

L'enregistrement graphique d'un mouvement rectiligne sinusoïdal donne la courbe ci-contre (figure 7) :

1. Déterminer la période  $T$  et la fréquence  $N$  du mouvement.
2. Ecrire l'équation horaire du mouvement.

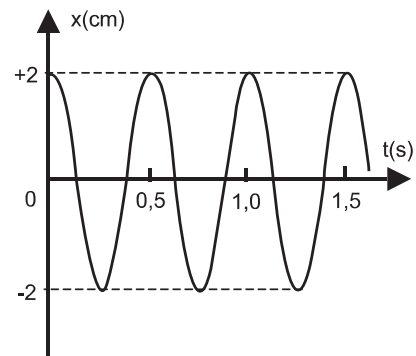


figure 7

**Solution :**

1. D'après la courbe, on a :  $T = 0,5$  s

d'où  $N = \frac{1}{T} = 2\text{Hz}$

2. Le mouvement est rectiligne sinusoïdal d'équation  $x = X_m \sin(\omega.t + \varphi)$  ; il suffit de déterminer  $\omega$ ,  $X_m$  et  $\varphi$ .

L'amplitude  $X_m = 2 \text{ cm} = 2.10^{-2} \text{ m}$  ;

la pulsation  $\omega = 2\pi N$ , A.N  $\omega = 4\pi \text{ rad.s}^{-1}$  ;

la phase initiale  $\varphi$  est déterminée à partir des conditions initiales, à  $t=0$  s, le mobile se trouve à la position d'abscisse  $x_0$  ;

d'après la courbe  $x_0 = 2 \text{ cm} = X_m$ .

Or d'après l'équation :  $x_0 = X_m \sin\varphi$  ;

d'où  $X_m \sin\varphi = X_m$  ; donc :  $\sin \varphi = 1 \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$

donc :  $x(t) = 2.10^{-2} \sin(4\pi t + \frac{\pi}{2})$  (en m).

## 4. Vitesse instantanée

### Activité expérimentale 2

Un pendule élastique vertical est constitué d'un ressort de raideur  $k = 10 \text{ N.m}^{-1}$  et de masse négligeable, son extrémité supérieure est fixe, alors que l'autre extrémité est attachée à un solide de masse  $m = 100 \text{ g}$ .

Le solide est écarté de sa position d'équilibre, puis il est abandonné sans vitesse initiale.

Des capteurs permettent de mesurer les vitesses instantanées du solide en des positions données et une règle graduée facilite la lecture de l'amplitude (figure 8).

#### Questions :

- Déterminer expérimentalement la période propre  $T$  du pendule.
- Pour des différentes valeurs de  $x$  ( $-X_m$ ,  $0$ ,  $+x$ ), mesurer la vitesse correspondante.

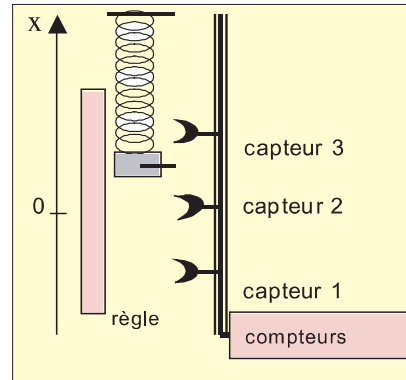


figure 8

Les résultats des mesures permettent de dresser le tableau suivant :

	Capteur 1	Capteur 2	Capteur 3
Elongation $x$ : ( $10^{-2}$ )m	-3	0	+2
Valeur de la vitesse ( $\text{m.s}^{-1}$ )	0	0,30	0,22

La durée de 10 oscillations est  $\Delta t = 6,3 \text{ s}$ , d'où la période  $T = 0,63 \text{ s}$  et la pulsation  $\omega \approx 10 \text{ rad.s}^{-1}$ ; connaissant l'amplitude  $X_m = 3.10^{-2} \text{ m}$ , on peut avoir  $\omega \cdot X_m = 0,30 \text{ m.s}^{-1}$ .

Constatons que :

- quand  $x$  est extremum ( $+X_m$  ou  $-X_m$ ) la vitesse est nulle ;
- la vitesse est maximale au passage par la position d'équilibre ( $x = 0 \text{ m}$ ) et sa valeur  $V_m$  est égale à  $\omega \cdot X_m$ .

L'équation horaire d'un mouvement rectiligne sinusoïdal suivant un axe ( $x'x$ ) est :

$$x = X_m \sin(\omega t + \varphi) ; \text{ et comme la vitesse } v = \frac{dx}{dt} ;$$

$$\text{donc : } v = \omega X_m \cos(\omega t + \varphi) \Rightarrow v = \omega \cdot X_m \sin(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2}) ;$$

$$\text{de la forme; } v = V_m \sin(\omega t + \varphi_v)$$

avec  $V_m = \omega \cdot X_m$ : la vitesse maximale qui s'exprime en mètre par seconde ( $\text{m.s}^{-1}$ )

et  $\varphi_v = \varphi + \frac{\pi}{2}$  ; la phase initiale de la vitesse qui s'exprime en radians (rad) ( figure 9).

Comme l'élongation  $x(t)$ , la vitesse  $v(t)$  est une fonction sinusoïdale du temps de même période  $T$  que l'élongation  $x(t)$ .

$v(t)$  est en avance de phase de  $\frac{\pi}{2}$  rad par rapport à  $x(t)$ , on dit que  $v(t)$  est en quadrature avance.

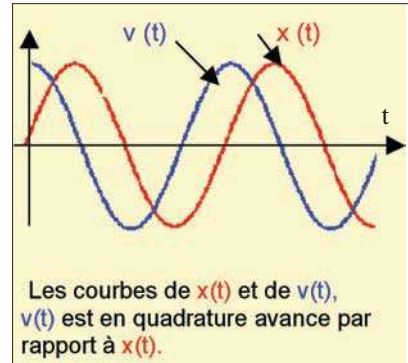


figure 9

## 5. Accélération instantanée

Le mouvement étant rectiligne sinusoïdal, son accélération  $a$  est égale à la dérivée par rapport au temps de la vitesse  $v$ ,  $v = V_m \sin(\omega t + \varphi_v)$ .

$$D'où : a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} = \omega \cdot V_m \cos(\omega t + \varphi_v) = \omega^2 X_m \sin(\omega t + \varphi_v + \frac{\pi}{2})$$

Donc,  $a$  est une fonction sinusoïdale du temps, elle est de la forme :  $a = a_m \sin(\omega t + \varphi_a)$  avec :

$$a_m = \omega^2 X_m = \omega \cdot V_m : \text{l'accélération maximale en (m.s}^{-2}\text{)}$$

$\varphi_a = \varphi_v + \frac{\pi}{2} = \varphi + \pi$ : la phase initiale de l'accélération en (rad).

Comme la vitesse  $v$  et l'élongation  $x$ , l'accélération  $a$  est une fonction sinusoïdale du temps de même période  $T$ .

L'accélération  $a(t)$  est en quadrature avance par rapport à  $v(t)$  (figure 10), mais elle est en opposition de phase par rapport à  $x(t)$  ( figure 11).

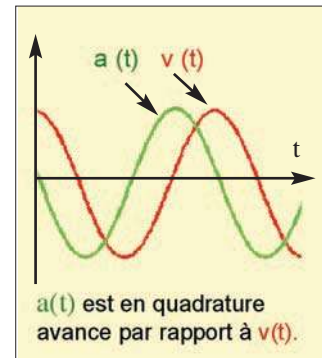


figure 10

## 6. Relation entre l'élongation et l'accélération

$$\text{On a vu que : } a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 X_m \sin(\omega t + \varphi)$$

$$\text{et comme } x(t) = X_m \sin(\omega t + \varphi),$$

$$\text{donc } a = -\omega^2 \cdot x.$$

$$D'où \frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 \cdot x = 0 ;$$

cette équation est appelée équation différentielle du mouvement.

### Conclusion

Un mobile  $M$  est animé d'un mouvement rectiligne sinusoïdal, si et seulement si son élongation  $x$  vérifie l'équation:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 \cdot x = 0 \quad \text{avec } \omega^2 \text{ une constante.}$$

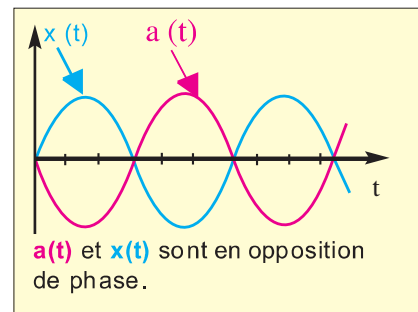


figure 11

### Exercice résolu

Un mobile M est animé d'un mouvement rectiligne sinusoïdal d'équation horaire:

$$x = X_m \sin(4\pi t + \varphi)$$

1. Chercher la pulsation  $\omega$ , la période T et la fréquence N de ce mouvement.
2. Déterminer l'amplitude  $X_m$  et la phase  $\varphi$  à l'origine des temps sachant qu'à la date  $t = 0$  s le mobile se trouve en un point d'abscisse  $x_0 = 0$  m avec une vitesse  $v_0 = 0,5$  m.s<sup>-1</sup>.

Solution	Conseils
<p>1. L'équation d'un mouvement rectiligne sinusoïdal est de la forme : <math>x = X_m \sin(\omega t + \varphi)</math>.</p> <p>La pulsation <math>\omega</math> est déterminée directement à partir de l'équation horaire.</p> <p>- La pulsation est <math>\omega = 4\pi</math> rad.s<sup>-1</sup>.</p> <p>On en déduit :</p> <p>- La période <math>T = \frac{2\pi}{4\pi} = 0,5</math> s.</p> <p>- La fréquence <math>N = \frac{1}{T} = 2</math> Hz.</p> <p>2. Déterminons l'amplitude <math>X_m</math> et la phase <math>\varphi</math> à l'origine des temps sachant qu'à la date <math>t = 0</math> s, on a :  <math>x_0 = 0</math> m et <math>v_0 = 0,5</math> m.s<sup>-1</sup>.</p> <p>D'après l'équation horaire : <math>x = x_0 = X_m \sin \varphi = 0</math>,  donc <math>\sin \varphi = 0</math> d'où <math>\varphi = 0</math> ou <math>\pi</math> rad ; il faut voir le signe de la vitesse.</p> <p>La position du mobile est, à chaque instant, donnée par :  <math>x = X_m \sin (4\pi t + \varphi)</math> (1)</p> <p>En dérivant par rapport au temps t la relation (1) on obtient l'expression de la vitesse :</p> $v = 4\pi X_m \cos (4\pi t + \varphi)$ (2) <p>Ecrivons les relations (1) et (2) à la date <math>t = 0</math> s sachant que:  <math>x_0 = 0</math> m et <math>v_0 = 0,5</math> m.s<sup>-1</sup>.</p> $v_0 = 4\pi X_m \cos (\varphi)$ (3) <p>Comme <math>v_0 &gt; 0</math> ; donc <math>\cos (\varphi) &gt; 0 \Rightarrow \varphi = 0</math> rad.</p> <p>D'après la relation (3) , <math>v_0 = 4\pi X_m</math> d'où</p> $X_m = \frac{v_0}{4\pi}, \text{ AN : } X_m = \frac{0,5}{4\pi} = 3,98.10^{-2} \text{ m.}$ <p>Donc : <math>x(t) = 3,98.10^{-2} \sin(4\pi t)</math> (en m).</p>	<p>1. Ne pas oublier les unités de <math>\omega, T</math> et <math>N</math>: sans unité un résultat numérique est sans signification.</p> <p>Utiliser les unités du système international.</p> <p>2. La valeur algébrique <math>v_0</math> étant positive, son signe nous renseigne sur le sens du mouvement du mobile qui se déplace dans le sens positif de l'axe des x.</p> <p>Autrement :</p> <p><math>X_m</math> et <math>\varphi</math> sont déterminées à partir des conditions initiales.</p> <p>A <math>t = 0</math>s, on a :</p> $x = X_m \sin \varphi = x_0 \Rightarrow \sin \varphi = \frac{x_0}{X_m}$ (1) <p>et <math>v = X_m \cos \varphi = v_0 \Rightarrow \cos \varphi = \frac{v_0}{\omega X_m}</math> (2)</p> <p>Le rapport de (1) par (2)</p> <p>donne : <math>\text{tg } \varphi = \frac{v_0}{\omega X_m}</math></p> <p>A.N : <math>\text{tg } \varphi = 0</math> donc <math>\varphi = 0</math> rad.</p> <p>Faisons la somme des carrés de (1) et (2)</p> $\sin^2 \varphi + \cos^2 \varphi = 1$ $\left(\frac{x_0}{X_m}\right)^2 + \left(\frac{v_0}{\omega X_m}\right)^2 = 1$ <p>d'où <math>X_m = \sqrt{\left(x_0\right)^2 + \left(\frac{v_0}{\omega}\right)^2}</math></p> <p>A.N : <math>X_m = 3,98.10^{-2}</math> m.</p>

## L'essentiel

- Un mobile M est animé d'un mouvement rectiligne sinusoïdal si son élongation x est une fonction sinusoïdale du temps de la forme :  $x = X_m \sin(\omega t + \varphi)$

$X_m$  est l'amplitude du mouvement, exprimée en mètres (m) ;

$\varphi$  est la phase initiale, exprimée en radians (rad) ;

$\omega$  est la pulsation du mouvement, elle s'exprime en radians par seconde ( $\text{rad.s}^{-1}$ )

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi.N$$

- Les grandeurs caractéristiques d'un mouvement rectiligne sinusoïdal sont : la période, la fréquence et l'amplitude.
- La fréquence N du mouvement rectiligne sinusoïdal est le nombre d'oscillations par unité de temps, elle est exprimée en hertz (Hz) ; sa relation avec la période est :

$$N = \frac{1}{T} ;$$

- La vitesse v d'un mobile en mouvement rectiligne sinusoïdal est une fonction sinusoïdale du temps, en quadrature avance par rapport à l'élongation x ;

$$v(t) = \frac{dx}{dt} = V_m \sin(\omega t + \varphi_v) \text{ en m.s}^{-1} ; V_m = X_m \omega : \text{la vitesse maximale.}$$

- L'accélération a(t) est aussi sinusoïdale de même période que x(t) et v(t) ;

a(t) est en quadrature avance par rapport à v(t) ;

a(t) est en opposition de phase par rapport à x(t) ;

$$a(t) = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} = a_m \sin(\omega t + \varphi_a)$$

l'accélération maximale  $a_m = \omega \cdot V_m = \omega^2 \cdot X_m$ .

- L'équation horaire d'un mouvement rectiligne sinusoïdal vérifie la relation entre l'accélération a(t) et l'élongation x(t) :

$$a + \omega^2 \cdot x = 0 \quad \text{ou} \quad \frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 \cdot x = 0 \quad \text{avec } \omega^2 \text{ une constante.}$$

# Exercices

## Je vérifie mes connaissances

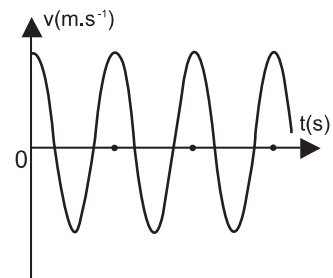
**Q.C.M.** (questions à choix multiples)

Choisir la bonne réponse. A chaque question peuvent correspondre une ou plusieurs propositions correctes.

1. Un mobile M est animé d'un mouvement rectiligne sinusoïdal si son élongation  $x$  est :
  - a. une fonction sinusoïdale du temps
  - b. une fonction linéaire du temps
  - c. une fonction croissante
2. Les grandeurs physiques caractérisant un oscillateur sont :
  - a. la vitesse et l'élongation ;
  - b. l'amplitude, la période et la fréquence ;
  - c. l'accélération et la période.
3. Le centre d'inertie G d'un solide animé d'un mouvement rectiligne sinusoïdal :
  - a. a un mouvement périodique ;
  - b. a un mouvement rectiligne uniforme ;
  - c. a un mouvement périodique autour d'une position d'équilibre stable.
4. Dans l'équation horaire  $x(t) = A\cos(\omega t + \varphi)$  d'un pendule élastique, la grandeur  $\varphi$  :
  - a. dépend de la vitesse initiale du solide ;
  - b. est la phase à l'origine des temps ;
  - c. ne dépend que du ressort.
5. La vitesse  $v(t)$  d'un mobile en mouvement rectiligne sinusoïdal suivant  $x(t)$  est :
  - a. en phase avec  $x(t)$  ;
  - b. en opposition de phase avec  $x(t)$  ;
  - c. en quadrature retard par rapport  $x(t)$  ;
  - d. en quadrature avance par rapport à  $x(t)$ .
6. Si la relation entre l'accélération  $a$  et l'élongation  $x$  est :  $a + 81x = 0$ , l'équation du mouvement peut être :
  - a.  $x(t) = A\sin(9t + \varphi)$
  - b.  $x(t) = A\sin(81t + \varphi)$
  - c.  $x(t) = 81\sin(9t + \varphi)$
  - d.  $x(t) = 9\sin(9t + \varphi)$

## Je sais appliquer ; je sais raisonner

1. Un mobile est animé d'un mouvement rectiligne sinusoïdal d'amplitude  $X_m = 3 \text{ cm}$  et de période  $T = 0,5 \text{ s}$ . On suppose qu'à l'origine des temps, l'élongation  $x$  est maximale.
  - a. Déterminer l'équation horaire du mouvement.
  - b. Calculer l'élongation  $x$ , la vitesse  $v$  et l'accélération  $a$  du mobile à l'instant  $t = 0,25 \text{ s}$ .
  
2. Un mouvement rectiligne sinusoïdal de période  $T = 0,04 \text{ s}$ , a une amplitude de  $4 \text{ cm}$ . Donner son équation horaire  $y = f(t)$  :
  - a. Si à  $t = 0 \text{ s}$  ; sa vitesse est nulle et  $y_0 > 0$ .
  - b. Si à  $t = 0 \text{ s}$  ; sa vitesse est minimale.
  
3. Un mobile ponctuel  $M$  est animé d'un mouvement rectiligne sinusoïdal de période  $T = 0,314 \text{ s}$  de part et d'autre d'un point  $O$ .
  - a. En choisissant comme origine le point  $O$ , déterminer l'équation horaire du mouvement du point  $M$ , sachant qu'à l'origine des temps, son abscisse est égale à  $2 \text{ cm}$  et sa vitesse est nulle.
  - b. Quelle est la vitesse maximale du mobile ? En quel point le mobile acquiert cette vitesse ?
  - c. Quelle est la vitesse du mobile quand son abscisse vaut  $0,5 \text{ cm}$  ?
  - d. Calculer la vitesse du mobile à l'instant de date  $t = 1 \text{ s}$ .
  - e. Chercher l'accélération du mobile à l'instant  $t = 1 \text{ s}$ .
  
4. Un point  $M$  décrit un segment de droite  $AB$  d'un mouvement rectiligne sinusoïdal. La longueur de  $AB$  est  $4 \text{ cm}$ . A l'instant  $t = 0$ , le mobile part de  $A$  sans vitesse initiale, il repasse pour la première fois par  $A$ , au bout de  $0,5 \text{ s}$ .
  - a. Avec quelle vitesse repasse-t-il en  $A$  ?
  - b. Quelle est la pulsation du mouvement sinusoïdal ?
  - c. Déterminer l'amplitude du mouvement.
  - d. Ecrire l'équation horaire du mouvement.
  - e. Au bout de combien de temps, après  $t = 0$ , le mobile passe-t-il pour la troisième fois par le point  $P$  situé sur le segment  $AB$ , à  $1,1 \text{ cm}$  de  $A$  ?
  
5. Le graphique ci-contre donne l'allure des variations de la vitesse d'un pendule élastique au cours du temps  $v(\text{m.s}^{-1})$ . En déduire, sur une même échelle des temps, l'allure des graphes représentant les variations de l'élongation  $y$  et de l'accélération au cours du temps.



6. Un mobile ponctuel M se déplace sur un axe ( $x'x$ ) d'origine O. Il est repéré par son abscisse  $x = \overline{OM}$ .

L'équation horaire de son mouvement est :  $x = 2 \cdot 10^{-2} \sin(40\pi t + \frac{\pi}{2})$

- Préciser l'amplitude, la pulsation, la période, la fréquence et la phase initiale du mouvement.
- Quelle est la longueur du segment décrit par M ?
- Déterminer la vitesse de M à l'instant t. En déduire :
  - la vitesse maximale de M ;
  - la vitesse de M à l'instant  $t = 1\text{s}$ .
- Déterminer l'accélération de M lorsque le mobile passe par le point d'abscisse  $x = -10^{-2}\text{m}$ .

7. Un point matériel M est animé d'un mouvement rectiligne sinusoïdal. La durée de 10 oscillations est  $\theta = 8\text{s}$ .

- Quelle est la fréquence du mouvement ?
- Soit O le milieu du segment décrit par M. On repère le mobile, sur la trajectoire orientée, par  $\overline{OM} = x$  ; déterminer l'équation horaire du mouvement sachant qu'à l'instant  $t = 0$ , le mobile passe par O dans le sens positif à la vitesse de  $0,25 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ .
- Chercher l'accélération du mouvement.

# Chapitre 9

## DYNAMIQUE DE TRANSLATION



*L'échappement gazeux propulse la fusée en exerçant une force de poussée de sens contraire à la vitesse d'éjection des gaz .*

*Quelle est la relation entre la nature du mouvement de la fusée et sa cause ?*

### Objectifs

- Appliquer la relation fondamentale de la dynamique ;
- Appliquer le théorème du centre d'inertie.

# 1. Loi fondamentale de la dynamique ( 2ème Loi de Newton )

On sait qu'une force peut mettre un solide en mouvement, l'accélérer ou le freiner, modifier sa trajectoire.

Le mouvement d'un solide dépend des forces qu'il subit.

On va étudier la relation qui existe entre la force et la variation de la vitesse.

## 1.1. Force et variation de vitesse

### Activité expérimentale 1

On étudie le mouvement d'un chariot de masse  $m$ , lâché d'un point O d'un banc à coussin d'air incliné d'un angle  $\alpha = 5^\circ$  par rapport à l'horizontale.

On fait varier la masse  $m$  en ajoutant à chaque fois une surcharge collée au chariot.

Un dynamomètre dont l'une des extrémités est fixée au point O et l'autre au chariot en équilibre, mesure la valeur de la force  $\vec{F}$  qui communique à ce dernier un mouvement de translation rectiligne, parallèle aux lignes de plus grande pente du plan incliné.

A partir de sa position initiale O, le chariot est lancé vers le bas sans vitesse initiale.

Des capteurs, placés en différentes positions A, B, C et D du parcours du chariot, sont liés au chronomètre électronique permettant de mesurer :

- dans une première expérience, les valeurs des vitesses instantanées en A, B, C et D ;
- puis dans une deuxième expérience, la durée  $\Delta t$  que met le chariot pour parcourir la distance entre deux capteurs successifs (figure 1).

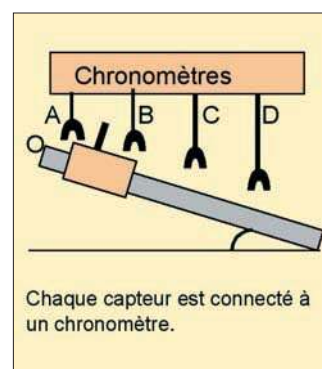


figure 1

### Questions :

1. Déterminer pour différentes valeurs de la masse  $m$  du chariot le rapport  $\frac{\|\vec{F}\|}{m}$  et conclure.

2. Déterminer les variations des vitesses puis calculer le rapport  $\frac{\Delta v}{\Delta t}$ .

3. Quelle conclusion peut-t-on tirer des deux rapports

$$\frac{\|\vec{F}\|}{m} \text{ et } \frac{\Delta v}{\Delta t} ?$$

	Capteur 1	Capteur 2	Capteur 3	Capteur 4
Valeur de la vitesse (m.s <sup>-1</sup> )				
Durée Δt (en s)				
$\frac{\Delta v}{\Delta t}$ (m.s <sup>-2</sup> )				

L'étude est faite dans le laboratoire, considéré comme immobile. C'est un repère lié à la Terre.

On constate que les deux rapports sont égaux, aux erreurs expérimentales près.

$$\frac{\|\vec{F}\|}{m} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = 0,77 \text{ m.s}^{-2}.$$

Lorsque Δt tend vers zéro, le rapport  $\frac{\Delta v}{\Delta t}$  est donc une accélération instantanée  $\|\vec{a}\|$  du chariot et la relation s'écrit sous la forme :  $\|\vec{F}\| = m \cdot \frac{\Delta v}{\Delta t} = m \cdot \|\vec{a}\|$  ;

or la force est une grandeur vectorielle, la relation est de la forme :  $\vec{F} = m \cdot \vec{a}$

## 1.2. Enoncé de la 2ème loi de Newton

Si, à un instant quelconque, un point matériel M, de masse m est soumis à une force quelconque  $\vec{F}$ , il est animé d'un mouvement dont l'accélération à cet instant est un vecteur  $\vec{a}$  (figure 2) :

- de même direction et de même sens que la force  $\vec{F}$  ;
- de valeur  $\|\vec{a}\|$  proportionnelle à la valeur  $\|\vec{F}\|$  de la force.

Cet énoncé se résume par la relation vectorielle suivante appelée relation fondamentale de la dynamique (RFD) :

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

Dans le système international,  $\|\vec{F}\|$  s'exprime en Newton (N), m en kilogramme (kg) et  $\|\vec{a}\|$  en mètre par seconde carré (m.s<sup>-2</sup>).

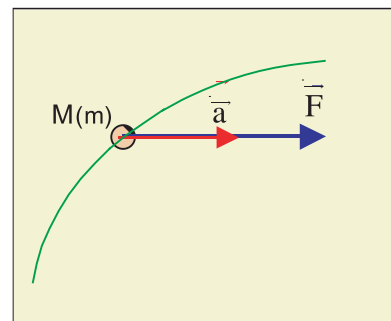


figure 2

### 1.3. Cas particulier

Un point matériel de masse  $m$  est en chute libre, sous l'action de son poids  $\vec{P}=m \cdot \vec{g}$  ( $\vec{g}$  le vecteur champ de pesanteur dont la valeur est exprimée en  $N.kg^{-1}$ ).

La relation fondamentale de la dynamique ( $\vec{F}=m \cdot \vec{a}$ ) qui s'écrit :  $\vec{P}=m \cdot \vec{a}$ , permet de déduire l'accélération  $\vec{a}=\vec{g}$  (figure 3).

( $\vec{g}$  : le vecteur accélération de pesanteur dont la valeur est exprimée en  $m.s^{-2}$ ).

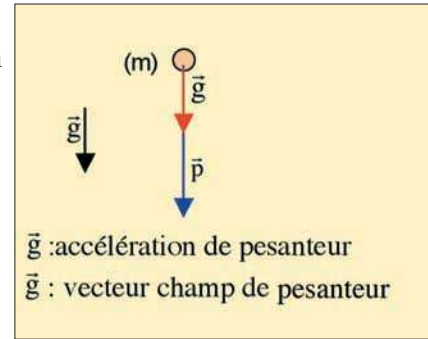


figure 3

### 1.4. Repères galiléens

#### Définition

Un repère qui est en translation rectiligne et uniforme par rapport au repère de Copernic est dit **galiléen**.

- **Le repère de Copernic** : C'est un repère qui a une origine au centre d'inertie du système solaire et dont les axes sont dirigés vers des étoiles fixes par rapport au Soleil.

C'est un repère qualifié de galiléen dans lequel les lois de la dynamique sont vérifiées.

Il facilite l'étude des mouvements des planètes, par exemple, celui de la Terre qui tourne autour du Soleil et autour d'elle même (figure 4).

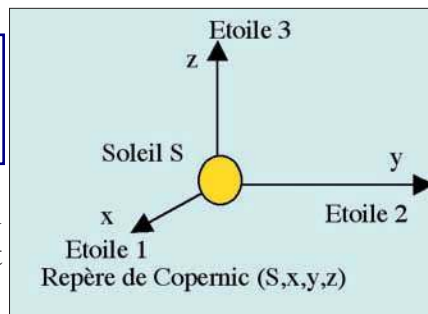


figure 4

- **Le repère géocentrique** : c'est un repère dont l'origine est au centre de la Terre, mais les axes gardent des directions fixes par rapport au repère de Copernic. Pendant une durée assez courte, la Terre décrit une courbe assimilée à une portion de droite ; le repère  $(T,x,y,z)$  est en translation par rapport au repère de Copernic et se comporte pratiquement comme un repère galiléen (figure 5).

On utilise le repère géocentrique pour étudier les mouvements des satellites naturels ou artificiels autour de la Terre.

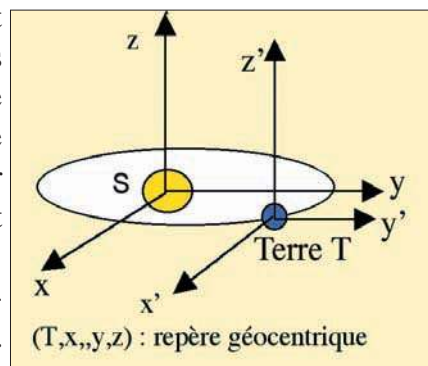


figure 5

**Le repère terrestre** : C'est un repère lié à la Terre, considéré comme immobile ; il est le plus commode et le plus utilisé pour étudier les mouvements à la surface de la Terre.

La relation fondamentale de la dynamique  $\vec{F} = m \cdot \vec{a}$  n'est rigoureusement valable que dans les repères galiléens, mais elle reste vérifiée, avec une bonne approximation, dans le repère terrestre ainsi que dans tout repère en mouvement rectiligne uniforme par rapport au repère terrestre.

## 2. Théorème du centre d'inertie

### 2.1. Centre d'inertie d'un système

#### 2.1.1. Définition d'un système (rappel)

Un système matériel est un ensemble fini de points matériels. Il peut être déformable ou indéformable (solide).

Définir un système, c'est faire l'inventaire des parties qui le forment (figure 6).

L'énumération des forces extérieures agissant sur un système ne peut se faire que si le système est préalablement défini.

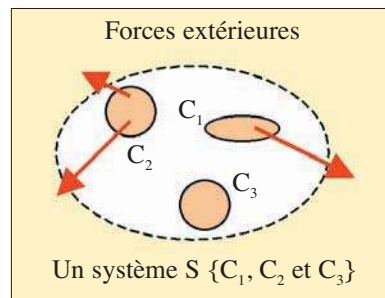


figure 6

#### 2.1.2. Centre d'inertie G d'un système

Soit un système formé par deux boules B<sub>1</sub> et B<sub>2</sub> de masses respectives m<sub>1</sub> et m<sub>2</sub> = 2 m<sub>1</sub> et une tige. Le point G est son centre d'inertie;

Soient G<sub>1</sub> le centre d'inertie de la boule (B<sub>1</sub>) et G<sub>2</sub> celui de (B<sub>2</sub>).

On a :  $m_1 \overrightarrow{GG_1} + m_2 \overrightarrow{GG_2} = \vec{0}$

$$\overrightarrow{G_1G} + \overrightarrow{GG_2} = \overrightarrow{G_1G_2} \text{ et } \overrightarrow{G_1G} = -\overrightarrow{GG_1}$$

$$-m_1 \overrightarrow{G_1G} + m_2 (\overrightarrow{G_1G_2} - \overrightarrow{G_1G}) = \vec{0}$$

$$(m_1 + m_2) \overrightarrow{G_1G} = m_2 \overrightarrow{G_1G_2}$$

$$\overrightarrow{G_1G} = \frac{m_2 \overrightarrow{G_1G_2}}{m_1 + m_2} \text{ et comme } m_2 = 2 m_1$$

d'où

$$\overrightarrow{G_1G} = \frac{2}{3} \overrightarrow{G_1G_2} \Rightarrow \|\overrightarrow{G_1G}\| = \frac{2}{3} \|\overrightarrow{G_1G_2}\|$$

Le centre d'inertie G du système est donc situé sur le segment G<sub>1</sub>G<sub>2</sub> à une distance  $\frac{2}{3} \|\overrightarrow{G_1G_2}\|$  du point G<sub>1</sub>.

Seul le point G possède la trajectoire la plus simple, quand le système est lancé d'une manière quelconque (figure 7).

Lorsqu'un système est composé de plusieurs parties, son centre d'inertie G est le barycentre relatif à sa masse. Il est appelé aussi centre de masse.

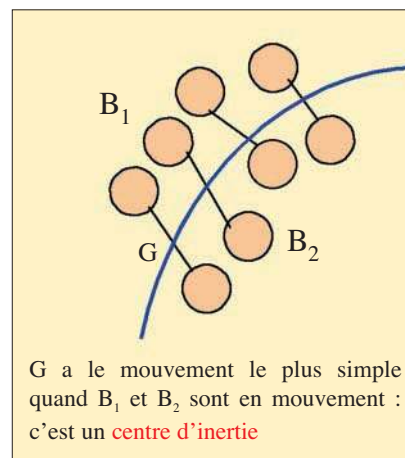


figure 7

La position de G dépend de la masse  $m_i$  et de la position du centre d'inertie  $G_i$  de chacune des parties. Par rapport à une origine quelconque, elle est définie par :

$$\overline{OG} = \frac{\sum m_i \overline{OG}_i}{\sum m_i}$$

**Remarque :**

Si le système S est un point matériel de position M, G est confondu avec M.

Si le système S est un corps homogène, G est situé au centre géométrique de ce corps ( figure 8).

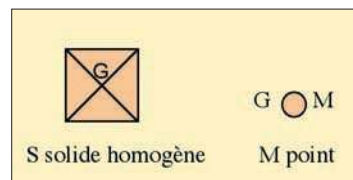


figure 8

### 2.1.3. Vecteurs vitesse et accélération du centre d'inertie G

Dans le référentiel d'étude, le vecteur vitesse instantanée  $\vec{v}_G$  du centre d'inertie G est la dérivée, par rapport au temps, du vecteur  $\overline{OG}$  :

$$\vec{v}_G = \frac{d\overline{OG}}{dt} = \frac{\sum m_i \frac{d\overline{OG}_i}{dt}}{\sum m_i}$$

$$\vec{v}_G = \frac{\sum m_i \vec{v}_i}{\sum m_i}$$

Il est de même pour le vecteur accélération instantanée  $\vec{a}_G$  de centre d'inertie G ; C'est la dérivée, par rapport au temps, du vecteur vitesse

$$\vec{a}_G = \frac{d\vec{v}_G}{dt} = \frac{\sum m_i \frac{d\vec{v}_i}{dt}}{\sum m_i}$$

d'où  $\vec{a}_G = \frac{\sum m_i \vec{a}_i}{\sum m_i}$

### 2.2. Théorème du centre d'inertie

Soit un repère galiléen  $\mathfrak{R}$ . A l'instant t, un système matériel de centre d'inertie G, se déplace à la vitesse  $\vec{v}_G$  et avec une accélération  $\vec{a}_G$ .

Si le système est formé de n points matériels  $P_1, P_2, \dots, P_n$  de masses respectives  $m_1, m_2, \dots, m_n$ , subissant respectivement des forces  $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n$  et ayant pour accélérations respectives  $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \dots, \vec{a}_n$  ; il est alors soumis à la force extérieure équivalente  $\vec{F}$ .

$$\vec{F} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_{\text{ext}} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n.$$

$$\text{Donc } \vec{F} = m_1 \vec{a}_1 + m_2 \vec{a}_2 + \dots + m_n \vec{a}_n = \sum_{i=1}^n m_i \vec{a}_i = \sum_{i=1}^n m_i \cdot \vec{a}_G$$

$$\text{Comme } M = m_1 + m_2 + \dots + m_n = \sum_{i=1}^n m_i$$

$$\text{D'où : } \sum \vec{F}_{\text{ext}} = M \vec{a}_G$$

### Enoncé du théorème

Dans un repère galiléen, la somme vectorielle des forces extérieures appliquées à un système est égale au produit de la masse de ce système par le vecteur accélération de son centre d'inertie.

La relation fondamentale de la dynamique s'écrit :  $\sum \vec{F}_{\text{ext}} = M \vec{a}_G$ .

#### Remarque :

Si le système est un solide de masse  $M$ , animé d'un mouvement de translation, tous les points matériels ont même vitesse et même accélération.  $\vec{v}_1 = \vec{v}_2 = \dots = \vec{v}_G$  et  $\vec{a}_1 = \vec{a}_2 = \dots = \vec{a}_G$ .

#### Exercice résolu

Un solide  $S$  de masse  $m = 400 \text{ g}$  peut glisser sur une table horizontale. Il est relié, par un fil inextensible et fin, à un autre solide  $S_1$  de masse  $m_1 = 100 \text{ g}$ . Le fil passe dans la gorge d'une poulie de masse négligeable, pouvant tourner sans frottement autour de son axe (figure ci-contre).

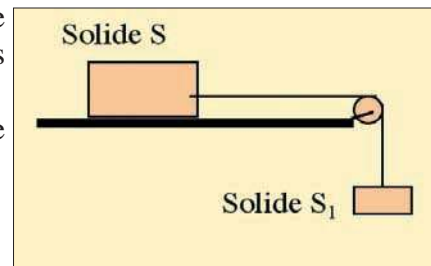
1. En supposant que les frottements du solide  $S$  avec la table sont négligeables :

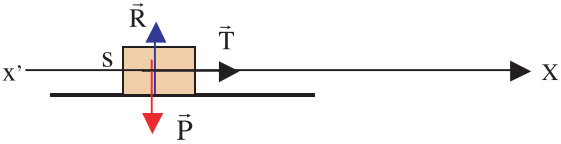
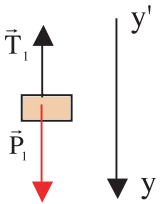
- Déterminer la nature du mouvement du solide  $S$  ;
- Ecrire l'équation horaire du mouvement de  $S$ , sachant qu'il part de l'origine  $O$  sans vitesse initiale.
- Exprimer la tension du fil en fonction de  $m$ ,  $m_1$  et  $\|\vec{g}\|$ . Calculer sa valeur.

2. Une étude expérimentale montre que l'accélération de ce solide est  $a_{\text{exp}} = 1,4 \text{ m.s}^{-2}$ .

- Justifier l'écart entre la valeur théorique et la valeur expérimentale.
- En admettant qu'il existe des frottements équivalents à une force  $\vec{f}$ , montrer que  $\vec{f}$  est constante. Déterminer sa valeur.

On donne :  $\|\vec{g}\| = 9,8 \text{ m.s}^{-2}$ .



Solution	Conseils
<p>1.a. On considère d'abord le solide S</p>  <p>Bilan des forces extérieures s'exerçant sur S :  Le poids <math>\vec{P}</math>, la réaction <math>\vec{R}</math> de la table et la tension <math>\vec{T}</math> du fil.  La relation fondamentale de la dynamique s'écrit :  <math>\vec{P} + \vec{R} + \vec{T} = m \vec{a}</math>, or le poids et la réaction sont directement opposées ; <math>\vec{P} + \vec{R} = \vec{0}</math>  et la relation précédente devient : <math>\vec{T} = m \cdot \vec{a}</math> .  par projection sur <math>(x'x)</math>, on aura <math>\ \vec{T}\  = m \cdot a</math> (1).</p> <p>Pour le solide <math>S_1</math>, le bilan des forces extérieures appliquées est :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>-le poids <math>\vec{P}_1</math></li> <li>-la tension <math>\vec{T}_1</math> du fil</li> </ul> <p>On applique la RFD  <math>\vec{P}_1 + \vec{T}_1 = m_1 \cdot \vec{a}_1</math>.</p>  <p>Par projection sur l'axe <math>(y'y)</math>, on aura :</p> $\ \vec{P}_1\  - \ \vec{T}_1\  = m_1 \cdot a_1 \Rightarrow \ \vec{T}_1\  = \ \vec{P}_1\  - m_1 \cdot a_1$ (2). Comme le fil est inextensible, les deux solides se déplacent de la même distance ; leurs accélérations possèdent la même valeur : $a_1 = a$ . <p>La poulie et le fil sont de masse négligeable, ils conservent la valeur des tensions : <math>\ \vec{T}_1\  = \ \vec{T}\ </math>  (1) et (2) <math>\Rightarrow \ \vec{P}_1\  - m_1 \cdot a_1 = m \cdot a</math> ;  donc : <math>a \cdot (m + m_1) = m \cdot \ \vec{g}\ </math> d'où <math>a = \frac{m_1 \ \vec{g}\ }{m_1 + m}</math> ;  sa valeur est <math>a = 1,96 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}</math> .  L'accélération est constante ; le mouvement est alors rectiligne uniformément varié.</p> <p>b. Comme le mouvement de S est uniformément varié, son équation horaire est :</p>	<p>Suivre les consignes suivantes pour résoudre un exercice de dynamique :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Choisir le repère d'étude.</li> <li>- faire le schéma ;</li> <li>- préciser le système considéré ;</li> <li>- représenter toutes les forces extérieures appliquées au système ;</li> <li>- appliquer la relation fondamentale de la dynamique, puis faire sa projection sur les axes du repère choisi.</li> </ul> <p>Si, on précise que le solide part du repos et l'accélération est une constante, on peut affirmer que le mouvement est rectiligne uniformément accéléré.</p>

Solution	Conseils
<p> <math>x = \frac{1}{2} a \cdot t^2</math> puisque S part de O sans vitesse initiale.  D'où <math>x = \frac{1}{2} \cdot 1,96 \cdot t^2 = 0,98 \cdot t^2</math>. </p> <p>c. La tension du fil</p> <p>On a : <math>\ \vec{T}\  = \ \vec{T}_1\  = m \cdot a</math> et <math>a = \frac{m_1 \ \vec{g}\ }{m_1 + m}</math> ;</p> $\ \vec{T}\  = \frac{m}{m + m_1} \cdot m_1 \ \vec{g}\  ;$ <p>A.N : <math>\ \vec{T}\  = 0,784 \text{ N}</math>.</p> <p>2.a. La différence entre les valeurs théorique et expérimentale est due à l'existence des forces de frottement car la table n'est pas parfaitement lisse.</p> <p>b. Les forces extérieures qui s'exercent maintenant sur le système S sont : le poids <math>\vec{P}</math>, la composante normale <math>\vec{R}_n</math> de la réaction <math>\vec{R}</math> du plan, la tension du fil <math>\vec{T}'</math> et la force de frottement <math>\vec{f}</math> (composante tangentielle de <math>\vec{R}</math>).</p> $\vec{P} + \vec{R}_n + \vec{f} + \vec{T}' = m \cdot \vec{a}_{\text{exp}} ; \text{ or } \vec{P} + \vec{R}_n = \vec{0}$ <p>La RFD s'écrit :</p> <p>la relation vectorielle devient : <math>\vec{f} + \vec{T}' = m \cdot \vec{a}_{\text{exp}}</math> par projection sur l'axe des x, on obtient :</p> $\ \vec{T}'\  - \ \vec{f}\  = m \cdot a_{\text{exp}}$ <p>et d'après 1.a. on a :</p> $\ \vec{P}_1\  - \ \vec{T}_1\  = m_1 \cdot a_{\text{exp}} \text{ et } \ \vec{T}_1\  = \ \vec{T}'\  = \ \vec{P}_1\  - m_1 \cdot a_{\text{exp}}$ $\ \vec{f}\  = \ \vec{T}'\  - m \cdot a_{\text{exp}} = m_1 \ \vec{g}\  - (m + m_1) \cdot a_{\text{exp}}$ <p>A.N : <math>\ \vec{f}\  = 0,28 \text{ N}</math>.</p>	<p>On note la tension du fil <math>\vec{T}'</math> pour la distinguer de <math>\vec{T}</math> utilisée en 1. a.</p> <p>Utiliser la valeur algébrique de l'accélération a au lieu de son module <math>\ \vec{a}\ </math>.</p> <p>On peut toujours exploiter l'étude similaire déjà faite sur <math>S_1</math>.</p> <p>On rappelle que :</p> $\vec{R} = \vec{R}_n + \vec{R}_t$ <p>avec <math>\vec{R}_t</math> est la composante tangentielle de <math>\vec{R}</math> .</p>

### 3. Applications

#### 3.1. Glissement d'un solide sur un plan incliné

Etudier le mouvement d'un solide qui glisse sur un plan incliné.

##### 3.1.1. Plan incliné parfaitement lisse

Le solide S, de masse m, glisse sur un plan parfaitement lisse incliné d'un angle  $\alpha$  avec l'horizontale (figure 9).

Il n'y a donc pas de frottement entre le plan et le solide ; celui-ci est donc soumis à :

- son poids  $\vec{P}$ , vertical et dirigé vers le bas
- la réaction normale  $\vec{R}$ , perpendiculaire au plan incliné.

Dans le repère  $\mathcal{R}(O, \vec{i}, \vec{j})$ , appliquons la relation fondamentale de la dynamique au solide S :

$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m \vec{a}_G \text{ où } \vec{a}_G \text{ est le vecteur accélération de G.}$$

$$\text{d'où } \vec{P} + \vec{R} = m \vec{a}_G$$

Projetons cette relation vectorielle sur l'axe  $(O; \vec{i})$

parallèle au plan incliné :

$$\|\vec{P}\| \sin \alpha + 0 = m \cdot a_G$$

$$m \|\vec{g}\| \sin \alpha = m \cdot a_G$$

L'accélération du centre d'inertie d'un solide qui glisse sur un plan incliné sans frottement vaut donc :

$$a_G = \|\vec{g}\| \sin \alpha$$

L'accélération  $\vec{a}_G$  est une constante. Donc, le mouvement le long du plan incliné est uniformément varié.

##### 3.1.2. Plan incliné rugueux

Le solide S, de masse m, glisse sur un plan incliné d'un angle  $\alpha$  avec l'horizontale.

Les frottements entre le solide S et le plan se manifestent par une force de frottement  $\vec{f}$  supposée constante (figure 10).

Bilan des forces extérieures appliquées sur le solide S :

- son poids  $\vec{P}$ , vertical et dirigé vers le bas
- la réaction normale  $\vec{R}_n$ , perpendiculaire au plan incliné.
- la force de frottement  $\vec{f}$  de sens inverse que la vitesse.

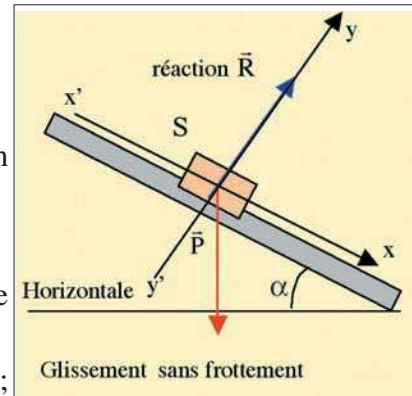


figure 9

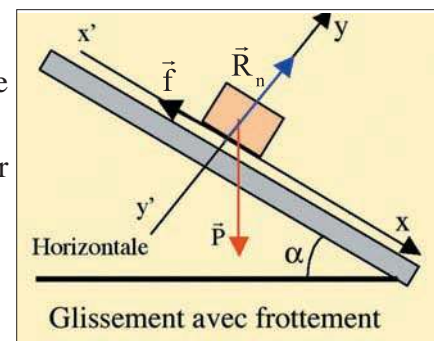


figure 10

Appliquons la relation fondamentale de la dynamique :

$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m \vec{a}_G \text{ où } \vec{a}_G \text{ est le vecteur accélération de G.}$$

$$\text{d'où } \vec{P} + \vec{R}_n + \vec{f} = m \vec{a}_G$$

Projetons cette relation vectorielle sur deux axes :

\* sur l'axe  $(O; \vec{i})$  parallèle au plan incliné :

$$\|\vec{P}\| \sin \alpha + 0 - \|\vec{f}\| = m \cdot a_G$$

$$\text{d'où } m \|\vec{g}\| \sin \alpha - \|\vec{f}\| = m \cdot a_G$$

L'accélération du centre d'inertie d'un solide qui glisse sur un plan incliné avec frottement vaut :

$$a_G = \|\vec{g}\| \sin \alpha - \frac{\|\vec{f}\|}{m}$$

L'accélération  $a_G$  est une constante. Donc le mouvement le long du plan incliné est uniformément varié.

Si la vitesse initiale est nulle, le solide ne peut glisser que lorsque  $\|\vec{f}\| < m \|\vec{g}\| \sin \alpha$ .

\* sur l'axe  $(O, \vec{j})$  perpendiculaire au plan incliné :

$$-\|\vec{P}\| \cos \alpha + \|\vec{R}_n\| = 0$$

$$\text{d'où } \|\vec{R}_n\| = \|\vec{P}\| \cos \alpha$$

### 3.2. Solide isolé ou pseudo isolé

#### Activité expérimentale 2

Un chariot de masse  $m$  est placé sur un banc à coussin d'air horizontal. Trois capteurs  $C_1, C_2$  et  $C_3$  espacés de 20 cm permettent de mesurer les vitesses instantanées du chariot quand il passe à leur niveau (figure 11).

#### Questions :

1. Lancer le chariot avec une vitesse  $\vec{v}$  et noter les indications des capteurs. Faire des essais avec différentes vitesses.
2. Le système { chariot } est-il isolé ou pseudo isolé ?
3. Justifier, par la relation fondamentale de la dynamique, les résultats récapitulés dans le tableau ci-dessous.

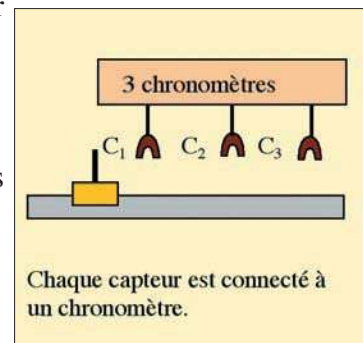


figure 11

	Vitesse en $C_1$ (m.s <sup>-1</sup> )	Vitesse en $C_2$ (m.s <sup>-1</sup> )	Vitesse en $C_3$ (m.s <sup>-1</sup> )
Essai 1			
Essai 2			
Essai 3			

Pour chacun des essais, les vitesses du chariot en  $C_1$ ,  $C_2$  et  $C_3$  sont pratiquement les mêmes. Son mouvement est donc rectiligne uniforme.

Le vecteur vitesse  $\vec{v}$  conserve ses caractéristiques.

Pour justifier ce résultat, on a recours au principe d'inertie.

- le système S étudié : { chariot }

- le bilan de forces extérieures appliquées sur S :

le poids  $\vec{P}$  du chariot et la réaction  $\vec{R}$  du banc.

Comme les deux forces restent constamment opposées, il en résulte :  $\vec{P} + \vec{R} = \vec{0}$  (1).

D'après le principe d'inertie, S est en mouvement rectiligne uniforme.

D'autre part, d'après la relation fondamentale de la dynamique  $\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m \vec{a}_G$ , donc  $\vec{P} + \vec{R} = m \vec{a}_G$  (2).

Par comparaison de (1) et (2), On déduit que le vecteur accélération  $\vec{a}_G$  est nul ( $\vec{a}_G = \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{0}$ ).

Le vecteur vitesse  $\vec{v}$  est par conséquent constant ou nul, ce qui vérifie le principe d'inertie.

Le système S est dit pseudo-isolé car il est soumis à des forces extérieures dont la somme vectorielle est nulle. Un système qui n'est soumis à aucune force extérieure, est dit isolé (figure 12).

### Conclusion (3ème loi de Newton)

Si, à tout instant, la somme des forces agissant sur un solide est nulle, le centre d'inertie de ce solide est, dans un repère galiléen, en mouvement rectiligne uniforme ou immobile.

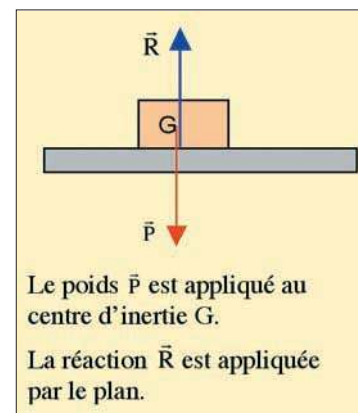


figure 12

## L'essentiel

- Le repère de Copernic est galiléen ;
- Un repère qui est en translation rectiligne par rapport au repère de Copernic est dit galiléen.
- le repère géocentrique, est galiléen .
- Le repère terrestre est approximativement galiléen ;
- Dans un repère galiléen, un point matériel de masse  $m$ , soumis à une force  $\vec{F}$  possède une accélération  $\vec{a}$  telle que :  $\|\vec{F}\| = m \cdot \|\vec{a}\|$

on peut écrire :

$$\|\vec{F}\| = m \cdot \|\vec{a}\|, \text{ avec } \|\vec{F}\| \text{ en newton (N), } m \text{ en kilogramme (kg)}$$

et  $\|\vec{a}\|$  en mètres par seconde carré ( $\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$ ).

- Le centre d'inertie  $G$  d'un système est le barycentre du système relatif à la masse.  $G$  est appelé aussi centre de masse; sa position est déterminée par la relation :

$$\overrightarrow{OG} = \frac{\sum m_i \overrightarrow{OG}_i}{\sum m_i} \text{ où } O \text{ est un point quelconque et } G_i \text{ est le centre d'inertie d'une partie}$$

du système de masse  $m_i$  .

- Théorème du centre d'inertie :

Dans un repère galiléen, la somme vectorielle des forces extérieures à un solide est égale au produit de sa masse  $M$  par le vecteur accélération de son centre d'inertie  $G$ .

$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = M \vec{a}_G$$

- Lorsqu'un système n'est soumis à aucune force extérieure, il est isolé. Un système est dit pseudo-isolé lorsqu'il est soumis à des forces extérieures dont la somme est nulle ;

# Activité expérimentale

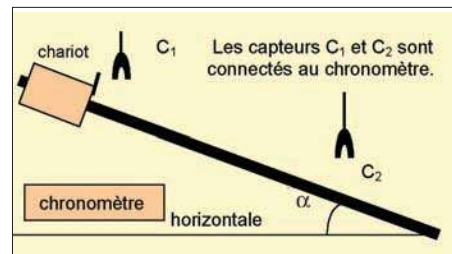
## Application de la RFD : translation d'un solide sur un plan incliné rugueux

### But

- Déterminer expérimentalement l'accélération d'un chariot en mouvement de translation sur un plan incliné ;
- Appliquer la relation fondamentale de la dynamique et déterminer la valeur de la force de frottement.

### Matériel

- banc avec supports, noix de serrage et rapporteur ;
- chariot de masse  $m$
- chronomètre électronique
- deux capteurs
- fils de connexion



### Manipulation

- chaque groupe d'élèves choisit une inclinaison  $\alpha$  faible ( $10^\circ$ ,  $12^\circ$ ,  $15^\circ$ ,.....)
- on lâche le chariot sans vitesse initiale à partir d'une position O choisie comme origine des espaces
- L'un des capteurs est placé en O et l'autre à la distance  $x$  de O. On mesure les dates  $t$  de passage par les différentes positions et on remplit le tableau de mesures suivant :

$x(m)$	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,8	1
$t(s)$							
$t^2(s^2)$							

### Exploitation des résultats

- Tracer la courbe  $x = f(t^2)$ .
- Déterminer la valeur de l'accélération du mouvement, la comparer à  $\|\vec{g}\|$ .
- Chercher la valeur de la force de frottement par application de la relation fondamentale de la dynamique.

# Exercices

## Je vérifie mes connaissances

**Q.C.M.** (questions à choix multiples)

Choisir la bonne réponse. A chaque question peuvent correspondre une ou plusieurs propositions correctes.

1. L'ensemble d'un cycliste actionnant sa bicyclette, forme :
  - a. un système indéformable ;
  - b. un système déformable ;
  - c. deux systèmes indéformables.
2. Un mobile est animé d'un mouvement rectiligne uniforme car il est soumis à :
  - a. une seule force de même sens que le mouvement ;
  - b. aucune force ;
  - c. plusieurs forces, dont leur somme vectorielle est nulle.
3. Un solide de masse  $m$  est au repos sur une table horizontale parfaitement lisse. Une force constante lui est appliquée, de direction parallèle à la table. Dans le référentiel de la table, le solide prend un mouvement :
  - a. rectiligne uniforme ;
  - b. uniformément varié ;
  - c. uniformément accéléré ;
  - d. rectiligne uniformément varié.
4. Un solide repose sur une table. Parmi les énoncés suivants, lequel décrit cette situation :
  - a. aucune force n'agit sur lui ;
  - b. le solide est au repos dans tous les référentiels possibles ;
  - c. le solide n'exerce aucune force sur la table ;
  - d. deux forces agissent sur le solide, mais elles s'équilibrent.
5. La deuxième loi de Newton peut s'appliquer :
  - a. dans un référentiel galiléen ;
  - b. dans un référentiel terrestre, mais il faut que le système étudié soit un solide ;
  - c. dans un référentiel liée à une voiture qui accélère sur une route horizontale.
6. Dans un mouvement de chute ralentie sans vitesse initiale sur plan incliné, le mouvement est :
  - a. uniforme ;
  - b. uniformément accéléré ;
  - c. uniformément retardé.

**Répondre par vrai ou faux :**

1. La seule force qui s'exerce sur un solide en chute libre est son poids ;
2. Le mouvement d'un solide glissant sur un plan lisse incliné est un mouvement de chute libre.
3. La relation fondamentale de la dynamique est la 2ème loi de Newton.

## Je sais appliquer ; je sais raisonner

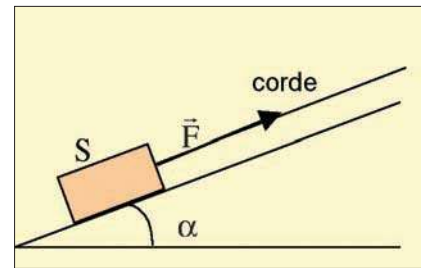
1. Un solide supposé ponctuel, de masse  $m = 2 \text{ kg}$ , est placé sur un plan horizontal. Il est soumis à une force constante  $\vec{F}$  horizontale de valeur égale à  $3\text{N}$ .
  - a. Énoncer la relation fondamentale de la dynamique ;
  - b. Déterminer la valeur de l'accélération du solide ;
2. Une caisse, de masse  $M = 20 \text{ kg}$ , est tirée sur un sol horizontal supposé parfaitement lisse. Le câble de traction fait un angle  $\alpha = 60^\circ$  avec l'horizontale. La force de traction  $\vec{F}$  a pour valeur  $10 \text{ N}$ .
  - a. Faire l'inventaire des forces exercées sur la caisse ; les représenter.
  - b. Calculer l'accélération de la caisse ;
3. Un sac de masse  $m = 12 \text{ kg}$  est posé sur le sol ; il est tiré par la main à l'aide d'une force verticale constante dirigée vers le haut. La vitesse du centre d'inertie du sac passe de zéro à  $1,8 \text{ m.s}^{-1}$  au bout de  $0,8 \text{ s}$ .
  - a. Déterminer l'accélération du centre d'inertie du sac.
  - b. Chercher la valeur de la force appliquée sur la main.
4. Un solide S, supposé ponctuel, de masse  $m = 100 \text{ g}$ , est abandonné sans vitesse initiale d'un point A et glisse sur un plan incliné d'un l'angle  $\theta = 30^\circ$  avec l'horizontale. Après un parcours  $AB = 1\text{m}$ , il passe sur un plan horizontal  $BC = 0,8 \text{ m}$ . Tous les mouvements s'effectuent sans frottement. On prend  $\|\vec{g}\| = 10 \text{ m.s}^{-2}$ .
  - a. Déterminer la valeur de l'accélération sur le parcours AB ;
  - b. Calculer la vitesse du solide aux points B et C.
  - c. Chercher le temps nécessaire pour parcourir la distance AC.
5. Sur une route, horizontale et rectiligne, une voiture de masse  $M = 1 \text{ tonne}$  roule à une vitesse constante de  $72 \text{ km.h}^{-1}$ . A l'instant  $t = 0\text{s}$ , le conducteur actionne les freins pour s'arrêter à un panneau "stop" ; les forces de frottement sont équivalentes à une force  $\vec{f}$  constante, horizontale, opposée au vecteur vitesse et de valeur  $\|\vec{f}\| = 2000 \text{ N}$ .
  - a. Faire l'inventaire des forces qui s'exercent sur la voiture ;
  - b. Déterminer les caractéristiques du vecteur accélération  $\vec{a}$  pendant le freinage ;
  - c. Calculer la distance parcourue par la voiture lors du freinage ;
  - d. En déduire le temps du freinage avant l'arrêt de la voiture.

6. Un chariot de masse  $M = 0,5 \text{ kg}$  peut glisser sur un plan horizontal. Il est attaché à l'extrémité d'un fil fin, inextensible qui passe à travers la gorge d'une poulie de masse négligeable. A l'autre extrémité du fil se trouve suspendu un solide  $S_2$  de masse  $m_2 = 0,1 \text{ kg}$ . A l'instant  $t = 0 \text{ s}$ , le chariot démarre du point O, sous l'action du solide d'entraînement de masse  $m_2$  qui reste suspendu pendant tout le mouvement. Un capteur relié à un ordinateur permet d'afficher les résultats suivants :

instant (s)	0,174	0,231	0,315	0,365	0,410	0,417	0,424	0,444
Abscisse s(m)	0,021	0,037	0,069	0,093	0,117	0,121	0,125	0,137

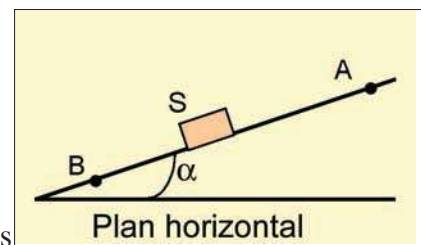
- A l'aide du tableau de mesures, tracer la courbe représentant la distance  $s$  en fonction du temps au carré  $s = f(t^2)$ .
- Déduire, de la courbe précédemment tracée, l'accélération du chariot ainsi que son équation horaire.
- En négligeant les forces de frottement, représenter les forces appliquées sur le chariot.
- Déterminer la valeur de la force de traction appliquée au chariot par le fil.

7. Un solide S de masse  $M = 80 \text{ kg}$  est placé sur un plan incliné d'un angle  $\alpha = 15^\circ$  par rapport à l'horizontale. Une corde actionnée par un moteur exerce sur S une force de traction  $\vec{F}$  constante de manière que le solide acquière une accélération égale à  $2 \text{ m.s}^{-2}$ . Au cours du déplacement, la valeur de la composante tangentielle de la réaction  $\vec{R}$  du plan est égale 0,2 fois celle de la composante normale.



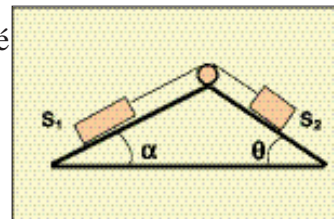
- Représenter toutes les forces appliquées sur le solide S ;
- Que représente la composante tangentielle de la réaction  $\vec{R}$ , calculer sa valeur.
- Déterminer la valeur de force de traction  $\vec{F}$

8. Un solide ponctuel S de masse  $m = 100 \text{ g}$  glisse le long de la ligne de plus grande pente d'un plan incliné avec l'horizontale d'un angle  $\alpha = 20^\circ$  (figure ci-contre).



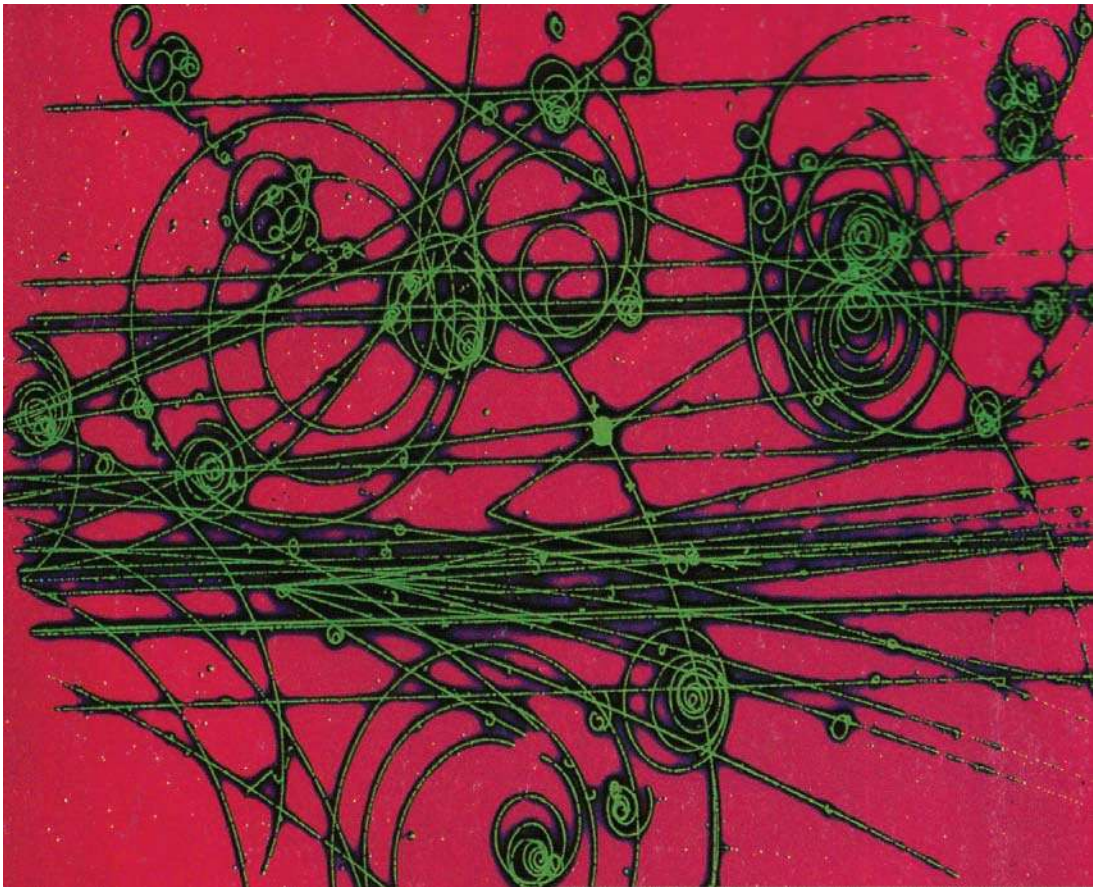
- Le solide S est abandonné en un point A sans vitesse initiale.
  - En négligeant les frottements, déterminer la nature du mouvement du solide et calculer la durée de parcours AB, tel que  $AB = 1 \text{ m}$ .
  - En réalité, cette durée est égale 1,22 s. En admettant l'existence d'une force de frottement  $\vec{f}$  constante est opposée au vecteur vitesse, déterminer la valeur de cette force.
- Le solide est lancé maintenant de B vers A avec une vitesse  $\vec{v}_B$  de valeur  $2 \text{ m.s}^{-1}$ . En admettant que la valeur de la force de frottement reste constamment égale à  $0,1 \text{ N}$  ; déterminer la position C du mobile où la vitesse s'annule. On prendra  $\|\vec{g}\| = 9,8 \text{ N.kg}^{-1}$ .

9. Deux Corps  $S_1$  et  $S_2$  de masses respectives  $m_1 = 2 \text{ kg}$  et  $m_2 = 3 \text{ kg}$  peuvent glisser sans frottement sur deux plans inclinés avec l'horizontale des angles respectivement  $\alpha = 20^\circ$  et  $\theta = 30^\circ$ . Un fil inextensible de masse négligeable, passe sur la gorge d'une poulie de dimensions négligeables, est attaché par une extrémité au solide  $S_1$  et par l'autre extrémité au solide  $S_2$  (voir figure ci-contre).



- Quel est le solide d'entraînement qui va imposer le sens du mouvement ? Le solide  $S_1$  va-t-il monter ou descendre ?
- Déterminer la nature du mouvement de  $S_1$  ;
- Calculer la valeur de la tension du fil à son extrémité tenant  $S_1$ .  
On prendra  $\|\vec{g}\| = 9,8 \text{ N.kg}^{-1}$ .

# MOUVEMENTS DANS LES CHAMPS

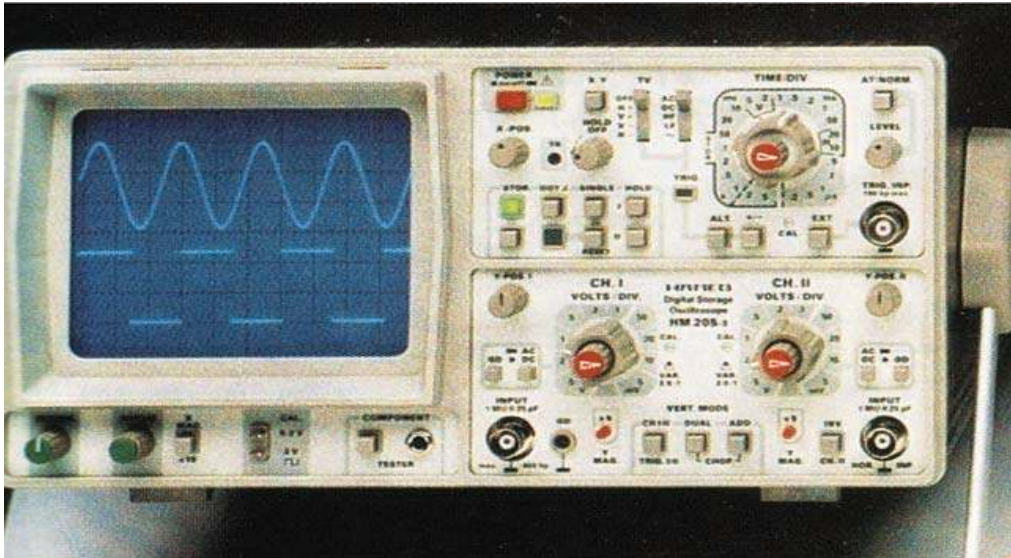


*La photo ci-dessus montre des traces de particules accélérées et déviées dans des accélérateurs de particules.*

*Comment accélérer et dévier une particule électriquement chargée ?*

# Chapitre 10

## MOUVEMENT DANS UN CHAMP ELECTRIQUE



*L'oscilloscope est un instrument électronique qui permet de visualiser les variations de tension aux bornes d'un dipôle électrique ou électronique au cours du temps.*

*Un faisceau d'électrons émis par un tube cathodique arrive sur un écran fluorescent, il forme un spot lumineux.*

*Comment obtient-on des oscillogrammes avec un faisceau d'électrons?*

### Objectifs

- Calculer le travail d'une force électrique.
- Appliquer l'expression du travail d'une force électrique
$$W = q \cdot (V_A - V_B).$$
- Appliquer la relation fondamentale de la dynamique au mouvement d'une particule chargée dans un champ électrique uniforme.
- Mettre en évidence la déviation de particules chargées par des champs électriques.

# 1. Travail d'une force électrique dans un champ uniforme

Lors de la mise en évidence du champ électrique uniforme entre deux plaques P et N planes et parallèles ( chapitre 2), on a constaté que les grains de semoule se déplacent pour s'orienter en lignes, quand on a appliqué une tension constante entre les armatures.

Une particule M de masse m portant une charge q positive est déplacée d'un point A à un point B du champ électrique (figure 1).

## Questions :

1. Préciser la direction et le sens de la force électrique s'exerçant sur la charge q.
2. Déterminer le travail de la force  $\vec{F}$  s'exerçant sur la particule M qui se déplace de A vers B.

Considérons, un corps supposé ponctuel, portant une charge q positive qui pénètre, en un point O, dans une région où règne un champ électrique uniforme de vecteur  $\vec{E}$ .

Nous nous proposons de déterminer le travail de la force électrique  $\vec{F}$  qui agit sur ce corps quand il est déplacé de la position A(x<sub>1</sub>, y<sub>1</sub>) à la position B(x<sub>2</sub>, y<sub>2</sub>) suivant le chemin (1) dans le repère (O,  $\vec{i}$ ,  $\vec{j}$ ) ( figure 2).

Comme la force électrique  $\vec{F} = q\vec{E}$  est constante, le travail W qu'elle effectue au cours du déplacement de A à B est :

$$W_{A \rightarrow B}(\vec{F}) = \vec{F} \cdot \overline{AB} = q \vec{E} \cdot \overline{AB}$$

Comme  $\vec{E} = E\vec{i}$  et  $\overline{AB} = (x_2 - x_1)\vec{i} + (y_2 - y_1)\vec{j}$  ; alors :

$$W_{A \rightarrow B}(\vec{F}) = q \cdot E \cdot \vec{i} \cdot (x_2 - x_1)\vec{i} = q \cdot E \cdot (x_2 - x_1)$$

Dans le système international d'unités SI :

- $W_{A \rightarrow B}(\vec{F})$  est exprimé en joule (J) si :
- E en newton par coulomb (N.C<sup>-1</sup>)
- (x<sub>2</sub> - x<sub>1</sub>) en mètre (m)
- q en coulomb (C)

La force électrique  $\vec{F}$  étant constante, le résultat trouvé serait le même si on déplaçait la particule chargée de A à B suivant un autre chemin quelconque (2) :

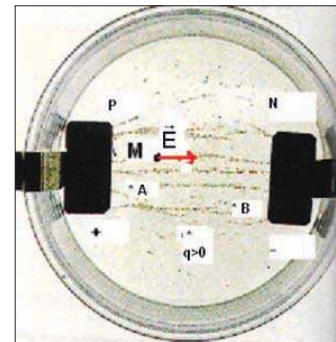


figure 1

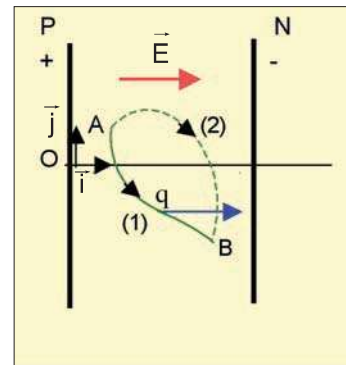


figure 2

## Conclusion

Dans un champ électrique uniforme, le travail de la force électrique s'exerçant sur une particule chargée est indépendant du chemin suivi ; il ne dépend que des positions initiale et finale de la particule.

$$W_{A \rightarrow B}(\vec{F}) = q \vec{E} \cdot \overline{AB}$$

## 2. Notion de différence de potentiel

### 2.1. Expression de la différence de potentiel

On a vu que dans un champ électrique uniforme, le travail de la force électrique ne dépend que de la valeur de la charge  $q$  et des positions  $A$  de départ et  $B$  d'arrivée de cette charge.

On montre qu'il en est de même dans un champ électrique quelconque :  $W_{A \rightarrow B}(\vec{F}) = q \cdot \vec{E} \cdot \overline{AB}$

Le travail de la force électrique pour un déplacement de  $A$  à  $B$  s'écrit :

$$W_{A \rightarrow B}(\vec{F}) = q (V_A - V_B)$$

où  $(V_A - V_B) = \vec{E} \cdot \overline{AB}$  est la différence de potentiel électrique (d.d.p.) entre les points  $A$  et  $B$  du champ électrique.

\*  $V_A$  est le potentiel électrique du point de départ  $A$ .

\*  $V_B$  est le potentiel électrique du point d'arrivée  $B$ .

La d.d.p.  $(V_A - V_B)$  représente la tension  $U_{AB}$ .

Dans le système international d'unités SI, l'unité de la différence de potentiel est le volt (V).

### Définition du volt :

La d.d.p. entre deux points d'un champ électrique est de 1 volt, lorsqu'une force électrique s'exerçant sur un corps électrisé portant une charge de 1 coulomb, effectue un travail de 1 joule au cours d'un déplacement entre ces deux points.

**Remarque :**

Si on adopte comme unité de la charge électrique, la charge élémentaire  $e = 1,6.10^{-19}C$ , le travail de la force électrique sera exprimé en électron-volt (eV), la d.d.p. étant exprimée en volt.

$$1 \text{ eV} = 1,6.10^{-19} \text{ J}$$

Cette unité est utilisée pour exprimer un travail de faible valeur, d'une force électrique.

## 2.2. Surfaces équipotentielles

### Activité expérimentale 1

Deux armatures P et N en cuivre sont placées contre deux bords opposés d'une cuve transparente. La cuve qui contient une solution diluée de sulfate de cuivre est placée sur une feuille de papier millimétré.

Relions la plaque P à la borne (+) et la plaque N à la borne (-) d'un générateur de tension continue de 6 V.

La borne « com » d'un voltmètre est placée en N, alors que la sonde est placée à la borne (+). Déplaçons la sonde en différents points de la solution (figure 3).

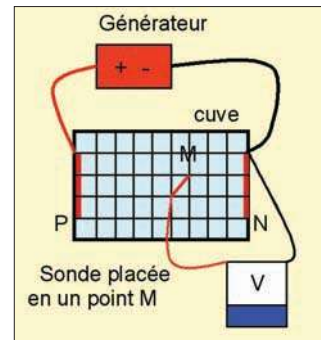


figure 3  
Vue de dessus

### Questions :

1. Existe-t-il une tension  $U_{MN}$  quand la sonde est placée en un point M différent de N ?
2. Y-a-t-il une variation de la tension quand on éloigne la sonde de la plaque N suivant la perpendiculaire à N?
3. Vérifier que la tension ne varie pas en déplaçant la sonde parallèlement à la plaque N. Expliquer.

En déplaçant la sonde parallèlement aux plaques P et N, la valeur de la tension donnée par le voltmètre ne varie pas.

Les points situés dans un plan parallèle aux plaques ont même potentiel. Ils appartiennent donc à une même surface équipotentielle.

Les points  $M_1, M_2, M_3, \dots$  se trouvent sur le même plan parallèle à la plaque N, on a :

$$V_{M_1} - V_N = V_{M_2} - V_N = V_{M_3} - V_N = \dots = \text{constante}$$

$$\text{d'où } V_{M_1} = V_{M_2} = V_{M_3} = \dots$$

## 2.3. Relation entre la d.d.p. et la valeur du vecteur champ électrique

Considérons le champ électrique uniforme existant entre deux plaques parallèles P et N distantes de  $d$  comme l'indique la figure 4.

La d.d.p. entre ces plaques est alors  $(V_P - V_N)$ .

Un corps portant une charge  $q > 0$  est soumis dans ce champ à une force électrique  $\vec{F}$ . Le travail de cette force pour un déplacement de  $q$ , de la plaque P à la plaque N est :

$$W_{P \rightarrow N}(\vec{F}) = q \cdot (V_P - V_N)$$

Puisque le travail  $W_{P \rightarrow N}(\vec{F})$  est moteur (le déplacement a le sens de la force), la d.d.p.  $(V_P - V_N)$  est positive ;  $V_P > V_N$ .

Si la charge  $q$  est négative, le corps électrisé se déplace en sens inverse ( de la plaque N à la plaque P ).

Le travail de cette force est :  $W_{N \rightarrow P}(\vec{F}) = q \cdot (V_N - V_P)$

Ce travail est aussi moteur puisque le déplacement a encore le sens de la force ; donc :  $V_P > V_N$ .

Dans le repère  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ ,

$$\vec{E} \Big|_0 ; \vec{F} \Big|_0$$

$$P \Big|_{\substack{x_P \\ y_P}} ; N \Big|_{\substack{x_N \\ y_N}}$$

Comme :

$$W_{P \rightarrow N}(\vec{F}) = F \cdot (x_N - x_P) = q \cdot E(x_N - x_P)$$

$$W_{P \rightarrow N}(\vec{F}) = q \cdot (V_P - V_N)$$

donc  $V_P - V_N = E(x_N - x_P)$

Dans le cas particulier traité :

$$V_P - V_N = \|\vec{E}\| \cdot d, \text{ avec } d = (x_N - x_P) > 0.$$

Comme la d.d.p. s'exprime en volt et le déplacement  $d$  en mètre, la valeur du vecteur champ électrique s'exprime en volts par mètre ( $V \cdot m^{-1}$ ).

### Remarque :

Le vecteur champ électrique est toujours dirigé du potentiel le plus élevé vers le potentiel le moins élevé.

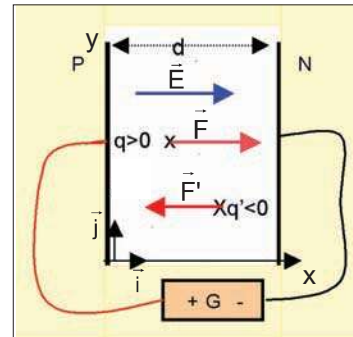


figure 4

### Exercice résolu n°1

On considère deux plaques conductrices A et B, parallèles, distantes de  $d = 2 \text{ cm}$  ; l'une A porte une charge électrique positive, l'autre B porte une charge négative. La d.d.p. entre les deux plaques est  $V_A - V_B = 4000 \text{ V}$ .

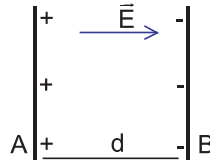
1. Représenter le vecteur champ électrique entre les deux plaques et calculer sa valeur en un point du champ.
2. un corps électrisé placé dans ce champ se déplace de la plaque B vers la plaque A sous l'action de la force électrique.
  - a. Indiquer le signe de la charge électrique  $q$  portée par le corps.
  - b. Calculer la valeur de la force électrique sachant que la valeur absolue de la charge est  $6.10^{-7} \text{ C}$ .
  - c. Calculer le travail effectué par cette force.

#### Solution

1. Le vecteur champ électrique est dirigé de la plaque chargée positivement vers celle chargée négativement.

$$\text{On a : } \|\vec{E}\| = \frac{V_A - V_B}{d}$$

$$\text{AN : } \|\vec{E}\| = \frac{4000}{0,02} = 2.10^5 \text{ V.m}^{-1}$$



2.a. La force électrique  $\vec{F}$  et le vecteur champ électrique  $\vec{E}$  ont des sens contraires ; donc la charge  $q$  est négative.

$$\text{b. on a : } \|\vec{F}\| = |q| \cdot \|\vec{E}\|$$

$$\text{AN : } \|\vec{F}\| = 0,12 \text{ N.}$$

$$\text{c. On a : } W_{B \rightarrow A}(\vec{F}) = q.(V_B - V_A)$$

$$\text{AN : } W_{B \rightarrow A}(\vec{F}) = 2,4.10^{-3} \text{ J.}$$

### 3. Accélération d'une particule chargée par un champ électrique uniforme

Considérons une particule portant une charge électrique  $q$  positive qui pénètre, en un point O, dans une région de l'espace où règne un champ électrique uniforme de vecteur  $\vec{E}$ , avec une vitesse  $\vec{v}_0$  parallèle à  $\vec{E}$  (figure 5).

Cette particule est soumise à deux forces :

- la force électrique  $\vec{F} = q \vec{E}$
- le poids  $\vec{P} = m \cdot \vec{g}$

En fait, la valeur du poids est pratiquement dans tous les cas négligeable par rapport à celle de la force électrique.

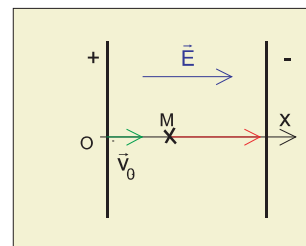


figure 5

La relation fondamentale de la dynamique s'écrit :

$$\vec{F} = m \vec{a} \Rightarrow q\vec{E} = m \vec{a} \text{ d'où l'accélération } \vec{a} = \frac{q}{m} \vec{E} .$$

Comme l'accélération  $\vec{a}$  est constante et le produit  $\vec{a} \cdot \vec{v}_0 > 0$  , le mouvement de la particule est rectiligne uniformément accéléré.

Au point M on peut écrire :  $v_M^2 - v_0^2 = 2a \cdot x = 2 \frac{q}{m} \cdot E \cdot x$  ;

$$\text{donc } v_M^2 = v_0^2 + \frac{2q}{m} \cdot E \cdot x \Rightarrow v_M = \sqrt{v_0^2 + \frac{2q}{m} \cdot E \cdot x} .$$

$$\text{Or } E \cdot x = U ; \text{ donc : } v_M = \sqrt{v_0^2 + \frac{2q}{m} \cdot U}$$

Comme  $U = V_0 - V_M > 0$  et  $q > 0$ , par suite la vitesse  $v_M > v_0$  ; d'où le mouvement est accéléré.

### Exercice résolu n°2

Un électron de masse  $m$  et de charge  $q = -e$  pénètre sans vitesse initiale, en O dans un champ électrique uniforme créé entre deux plaques  $P_1$  et  $P_2$  telle que :  $V_2 - V_1 = U$  (figure 6)

1. Montrer que le mouvement de l'électron entre les deux plaques est uniformément accéléré.
2. Déterminer la vitesse de l'électron lorsqu'il atteint le point M.

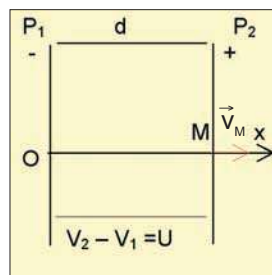


figure 6

### Solution

1. L'électron est soumis à la force électrique  $\vec{F} = q \cdot \vec{E}$

avec  $q = -e$  donc  $F = q \cdot E = -e \cdot E$

comme  $E = -\frac{U}{d}$  ,  $F = \frac{e \cdot U}{d}$  ,

La valeur du poids étant négligeable devant celle de la force  $\vec{F}$  , la R.F.D. S'écrit :

$$\vec{F} = m \vec{a} , \text{ d'où } F = m \cdot a$$

Donc  $a = \frac{e \cdot U}{m \cdot d} = \text{constante}$

Entre les deux plaques, la tension  $U$  est constante, la particule part du repos le mouvement est donc rectiligne uniformément accéléré.

2. Le mouvement de l'électron étant uniformément varié, on écrit :  $v_M^2 - v_0^2 = 2 \cdot a \cdot d$  avec  $v_0 = 0$

$$\text{Donc : } v_M = \sqrt{2 \cdot \frac{e}{m} \cdot U}$$

### Remarque :

Au-delà du point M, il n'y a plus de force appliquée sur l'électron ( en négligeant l'effet du poids) et le mouvement devient rectiligne uniforme d'après le principe d'inertie.

### Application : le canon à électrons

C'est un dispositif émetteur et accélérateur d'électrons.

Il comporte une cathode C, chauffée par un filament à incandescence assurant l'émission d'électrons par effet thermoélectronique, et plusieurs anodes cylindriques  $A_1, A_2, \dots$  d'axe commun (figure 7).

Des tensions de plus en plus élevées sont établies entre la cathode et les anodes. Les électrons quittent la cathode avec une vitesse négligeable, puis subissent une accélération et décrivent une trajectoire rectiligne dans le canon à électrons.

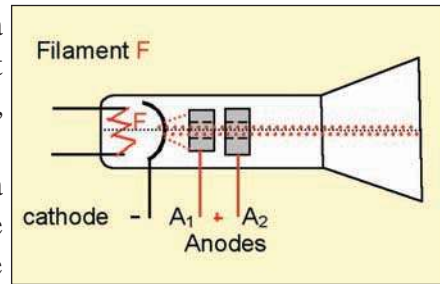


figure 7

## 4. Déviation d'une particule chargée par un champ électrique uniforme

### Expérience préliminaire

Réalisons les expériences suivantes à l'aide d'un oscilloscope qui fonctionne sans balayage horizontal.

(On prendra soin de ne pas laisser le spot fixe pour éviter de détériorer l'écran).

1ère expérience

Approchons un bâton d'ébonite frotté du spot lumineux.

2ème expérience

Appliquons une tension  $U$  continue entre l'une des entrées de l'oscilloscope et la masse (figure 8).

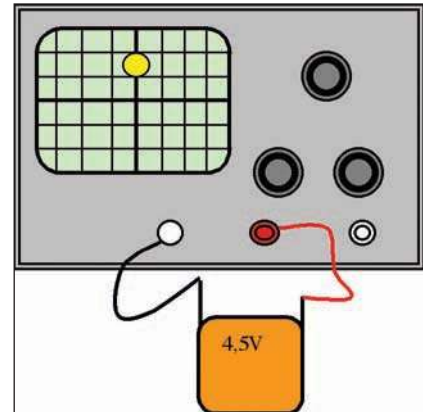


figure 8

### Questions :

1. Le spot lumineux conserve-t-il sa position dans les deux expériences ?
2. Les résultats sont-ils similaires pour ces deux expériences ? Expliquer comment ?

Pour la première expérience le bâton d'ébonite, portant une charge négative, provoque un déplacement du spot lumineux dans un sens répulsif.

Ce qui montre qu'il s'agit d'un faisceau de particules chargées négativement : C'est un faisceau d'électrons.

Dans la deuxième expérience, le spot ( ou la trace ) lumineux subit un déplacement vers le haut si la tension appliquée  $U$  est positive et vers le bas si la tension  $U$  est négative ( figure 9).

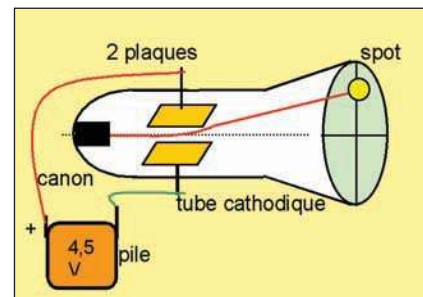


figure 9  
Le faisceau d'électrons se déplace vers le haut.

## Activité expérimentale 2

Dans une ampoule en verre où règne le vide et entre deux plaques métalliques, on crée un champ électrique uniforme. Des électrons sortant d'un canon à électrons pénètrent dans ce champ uniforme avec une vitesse horizontale (figure 10).

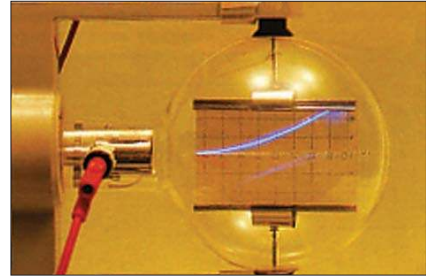


figure 10

### Questions :

1. Quelle est la forme de la trajectoire des électrons entre les deux plaques ?
2. A quoi est due cette déviation ?
3. Déduire le signe de la charge portée par chacune des deux armatures.
4. Que se passe-t-il si on augmente la différence de potentiel entre les deux plaques ?

On se propose de déterminer la forme de la trajectoire d'une particule chargée qui pénètre dans un champ électrique uniforme  $\vec{E}$  avec une vitesse initiale  $\vec{v}_0$

perpendiculaire à  $\vec{E}$ .

Soit une particule portant une charge  $q$  négative qui pénètre en  $O$ , avec une vitesse  $\vec{v}_0$  horizontale dans une région de l'espace où règne un champ électrique uniforme de vecteur  $\vec{E}$  (figure 11).

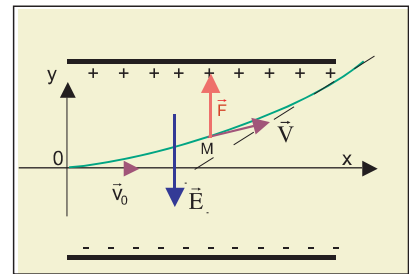


figure 11

Elle est en un point  $M$  à l'instant de date  $t$  et sa vitesse est  $\vec{v}$ .

La particule est soumise à la force électrique  $\vec{F}$  et à son poids  $\vec{P}$  dont la valeur est négligée devant celle de  $\vec{F}$ .

Appliquons à cette particule la R.F.D.

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a} \text{ avec } \vec{F} = q \cdot \vec{E} \text{ d'où } \vec{a} = \frac{q \cdot \vec{E}}{m}$$

donc le vecteur accélération est de même direction et de sens inverse de celui de  $\vec{E}$ .

Avec le système d'axes choisi, les coordonnées

des vecteurs accélération  $\vec{a}$  et vitesse  $\vec{v}$  sont :

$$a_x = 0 \quad \text{et} \quad v_x = v_0$$

$$a_y = -\frac{q \cdot \|\vec{E}\|}{m} \quad \text{et} \quad v_y = a_y \cdot t + v_{0y}$$

$$\text{Donc } \vec{v} \begin{cases} v_x = v_0 \\ v_y = -\frac{q \cdot \|\vec{E}\|}{m} \cdot t \end{cases}$$

En tenant compte des conditions initiales,  
les coordonnées du vecteur position  $\overline{OM}$  sont :

$$x = v_0 \cdot t$$

$$y = -\frac{1}{2} \frac{q \cdot \|\vec{E}\|}{m} \cdot t^2$$

En éliminant t entre x et y, on obtient :

$$y = -\frac{1}{2} \frac{q \cdot \|\vec{E}\|}{m \cdot v_0^2} \cdot x^2$$

Cette trajectoire est un arc de parabole.

**Cas général :** la vitesse initiale est quelconque

Une particule portant une charge q positive pénètre en O, avec une vitesse  $\vec{v}_0$  faisant un angle  $\alpha$  avec l'horizontale dans une région de l'espace où règne un champ électrique uniforme de vecteur  $\vec{E}$  (figure 12).

Quelle serait la forme de sa trajectoire ?

Appliquons à cette particule la R.F.D.

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a} \quad \text{avec} \quad \vec{F} = q \cdot \vec{E} \quad \text{d'où} \quad \vec{a} = \frac{q \cdot \vec{E}}{m}$$

Les coordonnées des vecteurs accélération et vitesse sont :

$$a_x = 0 \quad \text{et} \quad v_x = v_0 \cdot \cos \alpha.$$

$$a_y = -\frac{q \cdot \|\vec{E}\|}{m} \quad \text{et} \quad v_y = a_y \cdot t + v_0 \cdot \sin \alpha$$

$$\text{donc} \quad v_x = v_0 \cos \alpha.$$

$$v_y = -\frac{q \cdot \|\vec{E}\|}{m} \cdot t + v_0 \cdot \sin \alpha$$

En tenant compte des conditions initiales

les coordonnées du vecteur position  $\overline{OM}$  sont :

$$x = (v_0 \cdot \cos \alpha) \cdot t$$

$$y = -\frac{1}{2} \frac{q \cdot \|\vec{E}\|}{m} \cdot t^2 + (v_0 \cdot \sin \alpha) \cdot t$$

En éliminant t entre x et y, on obtient :

$$y = -\frac{1}{2} \frac{q \cdot \|\vec{E}\|}{m \cdot v_0^2 \cdot \cos^2 \alpha} \cdot x^2 + x \cdot \text{tg} \alpha$$

La trajectoire des particules chargées est un arc de parabole.

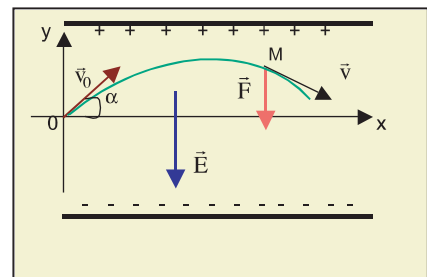


figure 12

## Application : déflexion d'un faisceau d'électrons, oscilloscope

### Déflexion d'un faisceau d'électrons.

Soit une particule chargée, par exemple un électron de charge  $q = -e$ , qui pénètre en O dans un champ électrique uniforme, avec une vitesse initiale  $\vec{v}_0$  orthogonale au vecteur champ  $\vec{E}$  et en ressort en S.

La trajectoire de la particule, de O en S, est parabolique . Au-delà elle est rectiligne, puisque après S, le champ électrique est nul, donc la force électrique est aussi nulle.

La particule prend alors la tangente en S à la parabole.

Du fait de l'importance de la vitesse  $\vec{v}_s$  de la particule et de la faible distance parcourue, le temps de vol de l'électron est très faible. La hauteur de chute due à son poids n'est pas détectée. L'angle  $\beta$ , entre les tangentes en O et en S à la trajectoire, détermine la déviation subie par la particule chargée (figure 13).

Cet angle  $\beta$  est donné par :

$$\operatorname{tg}\beta = \left( \frac{dy}{dx} \right)_S$$

$$\text{Soit : } \operatorname{tg}\beta = \frac{q \cdot E}{m \cdot v_0^2} \cdot x_S$$

$$\text{avec } E = \frac{U}{y_{P2} - y_{P1}} \text{ sachant que } U = V_{P1} - V_{P2}$$

en posant  $x_S = l$  ( longueur des plaques ),

$$\text{on obtient : } \operatorname{tg}\beta = \frac{q \cdot l}{m \cdot v_0^2 \cdot (y_{P2} - y_{P1})} \cdot U$$

On constate que  $\operatorname{tg} \beta$  est proportionnelle à la tension U entre les plaques de déviation.

### L'oscilloscope électronique

L'appareil est constitué d'un tube en verre contenant un canon à électrons et deux paires de plaques déflectrices.

Un vide poussé a été réalisé à l'intérieur du tube, afin que les électrons sortant du canon parviennent à l'écran, sans être déviés par suite de chocs avec les molécules de gaz résiduel. L'écran, en face du canon, est recouvert intérieurement d'une fine couche d'une substance luminescente, permettant la visualisation du point d'impact ( spot ) des électrons.

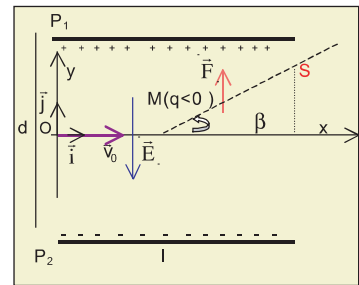


figure 13

Le mince faisceau électronique qui sort du canon à électrons, traverse l'espace entre les plaques disposées comme l'indique la figure 14, et arrive sur l'écran : un spot est alors visible.

Les plaques horizontales provoquent une déflexion verticale tandis que les plaques verticales provoquent une déflexion horizontale.

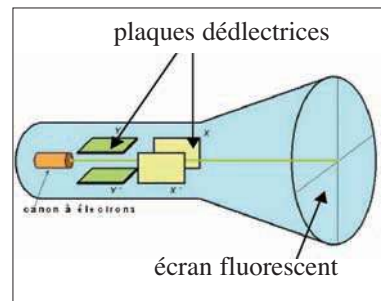


figure 14

Le spot subit sur l'écran le déplacement vertical

$O'S' = Y$  ( figure 15) tel que :

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{O'S'}{OI} = \frac{Y}{L_y}, \text{ d'où : } Y = L_y \cdot \operatorname{tg} \beta$$

donc  $Y = L_y \frac{q \cdot L}{m \cdot v_0^2 \cdot (y_{p2} - y_{p1})} \cdot U$   
avec  $q = -e$

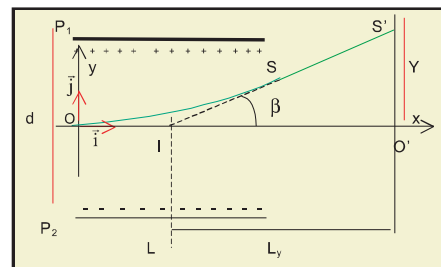


figure 15

## Conclusion

La déflexion Y (déplacement du spot sur l'écran) est proportionnelle à la tension U.

### Remarque

L'oscilloscope peut être considéré comme un voltmètre. La sensibilité verticale de l'appareil est définie par le quotient  $\frac{U}{Y}$ . Elle s'exprime en  $V \cdot \text{cm}^{-1}$  (ou en volt par division).

## Exercice résolu n°3

Un proton animé d'une vitesse  $\vec{v}_0$  horizontale, suivant l'axe Ox, pénètre en O, entre les plaques AB et A'B' où règne un champ électrique uniforme de vecteur  $\vec{E}$ , vertical dirigé vers le haut (figure 16).

1. Ecrire l'équation horaire de la trajectoire du proton dans le repère Oxy.
2. Déterminer la position du point de BB' où le proton sort du champ électrique.
3. Calculer la déviation de la trajectoire du proton par le champ électrique uniforme.
4. Déterminer le point d'impact du proton sur un écran vertical situé à la distance D du milieu de OO'.

Application numérique : proton ( $m = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ ,  $q = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ ).

$$L = 10 \text{ cm} ; D = 25 \text{ cm} ; \|\vec{E}\| = 2000 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1} ; \|\vec{v}_0\| = 10^6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

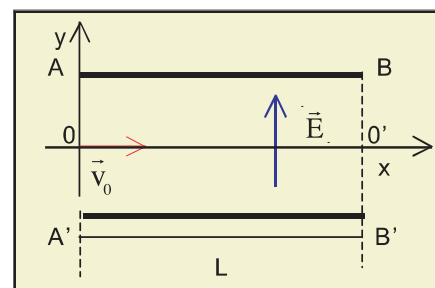


figure 16

### Solution

axe	accélération	Vitesse au point O	Nature et équation du mouvement
Ox	$a_x=0$	$v_{0x}=v_0$	$x=v_0 \cdot t$ uniforme
Oy	$a_y = \frac{q \cdot E}{m}$	$v_{0y}=0$	$y = \frac{1}{2} \frac{q \cdot E}{m} \cdot t^2$ Uniformément accéléré

L'origine des temps est, l'instant où le proton pénètre en O dans le champ électrique.

1. trajectoire :  $t = \frac{x}{v_0} \Rightarrow y = \frac{1}{2} \frac{q \cdot E}{m \cdot v_0^2} \cdot x^2$

**AN :**  $y = 9,6 \cdot 10^{-2} \cdot x^2$  ; arc de parabole

2. sortie du champ :  $x = L \Rightarrow y = \frac{1}{2} \frac{q \cdot E}{m \cdot v_0^2} \cdot L^2$

**AN :**  $y = 0,96 \text{ mm}$ .

3. déviation électrique :  $\text{tg} \alpha = \left( \frac{q \cdot E}{m \cdot v_0^2} \cdot x \right)_{x=L} = \frac{q \cdot E}{m \cdot v_0^2} \cdot L$

**AN :**  $\text{tg} \alpha = 1,92 \cdot 10^{-2}$  donc  $\alpha = 1,92 \cdot 10^{-2} \text{ rad}$ .

d. déflexion : la tangente au point de sortie passe par le milieu de OO' ; donc  $Y = D \cdot \text{tg} \alpha$  .

**AN :**  $Y = 4,8 \text{ mm}$ .

## L'essentiel

- Une particule chargée qui entre dans un champ électrique subit l'action d'une force électrique qui peut dévier sa trajectoire ou modifier sa vitesse.
- Le travail de la force électrique est indépendant du chemin suivi, il dépend seulement des positions initiale et finale de la particule chargée ;
- La différence de potentiel est égale au quotient du travail de la force électrique par la valeur de la charge électrique  $q$ .

$$V_A - V_B = \frac{W}{q} \quad ; \text{ cette relation est algébrique}$$

- Toute particule chargée qui pénètre entre deux plaques où règne un champ électrique uniforme  $\vec{E}$ , avec une vitesse initiale  $\vec{v}_0$  parallèle à  $\vec{E}$  prend un mouvement rectiligne uniformément varié.
- Une particule de charge  $q$  qui pénètre dans une région où règne un champ électrique uniforme avec une vitesse  $\vec{v}_0$  faisant un angle  $\alpha$  avec  $\vec{E}$ , suit une trajectoire parabolique.
- La déflexion  $Y$  est proportionnelle à la tension  $U$  entre les plaques de déviation.

# Exercices

## Je vérifie mes connaissances

**Q.C.M.** (questions à choix multiples)

Choisir la ( ou les) bonne(s) réponse(s). A chaque question peuvent correspondre une ou plusieurs propositions correctes.

1. Un électron pénètre dans une région de l'espace où règne un champ électrique uniforme de vecteur  $\vec{E}$  avec une vitesse  $\vec{v}_0$  tel que  $\vec{v}_0 // \vec{E}$ . Son mouvement est :
  - a. uniforme;
  - b. accéléré;
  - c. dépend du sens de  $\vec{E}$ .
2. Un proton pénètre dans une région de l'espace où règne un champ électrique uniforme de vecteur  $\vec{E}$  avec une vitesse  $\vec{v}_0$  tel que  $\vec{v}_0$  est perpendiculaire à  $\vec{E}$ ; sa trajectoire est :
  - a. rectiligne ;
  - b. parabolique ;
  - c. circulaire.
3. La déflexion d'un faisceau de particules est :
  - a. proportionnelle à la tension U appliquée entre les plaques;
  - b. inversement proportionnelle à U;
  - c. indépendante de la tension U.

## Je sais appliquer ; je sais raisonner

1. Un électron, initialement au repos, est placé à la date  $t = 0$  s, dans un champ électrique uniforme tel que  $\|\vec{E}\| = 2 \cdot 10^6 \text{ V.m}^{-1}$ . ( On néglige l'effet du poids ).
  - a. Quelle est la nature du mouvement de l'électron ?
  - b. A quel instant l'électron atteint une vitesse de  $3 \cdot 10^7 \text{ m.s}^{-1}$ .On donne : la masse de l'électron  $m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$  et  $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ .
2. Un proton animé d'une vitesse  $\vec{v}_0$  tel que  $\|\vec{v}_0\| = 5000 \text{ m.s}^{-1}$ , pénètre par l'orifice O dans un champ électrique uniforme créé entre deux plaques parallèles  $P_1$  et  $P_2$ . Préciser les signes des charges portées par les plaques et calculer la valeur absolue  $|U|$  de la tension établie entre elles lorsque :
  - a. le proton atteint la plaque  $P_2$  avec une vitesse de valeur  $\|\vec{v}\| = 10 \cdot \|\vec{v}_0\|$ .
  - b. le proton rebrousse chemin au point A, situé à égale distance des deux plaques.  
On donne la masse du proton  $m = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ .

3. Une boule de masse  $m = 20 \text{ mg}$ , est suspendue à un fil isolant de longueur  $l = 30 \text{ cm}$ . Elle porte une charge électrique  $q = 2 \cdot 10^{-10} \text{ C}$ .

On place le pendule ainsi constitué, entre deux plaques métalliques P et N verticales, parallèles entre elles, et distantes de  $d = 20 \text{ cm}$ . On établit entre ces plaques une d.d.p. égale à  $6000 \text{ V}$ .

- Calculer la valeur de l'angle  $\alpha$  que fait le fil avec la verticale, et le déplacement  $x$  du centre de la boule lorsqu'on établit la d.d.p. entre les plaques.
- Calculer le travail de la force électrique au cours du déplacement  $x$ ; l'exprimer en joule et en électron-volt.
- En déduire la d.d.p. qui existe entre la position initiale A de la boule et sa position finale B.

4. Un point matériel, de masse  $m$ , initialement au repos, est soumis à l'action d'une force  $\vec{F}$  constante. On prend comme origine des temps, l'instant où débute le mouvement et comme origine des abscisses, la position de départ.

- Ecrire l'équation du mouvement du point matériel et donner l'expression de sa vitesse.
- Le point matériel est un proton dont le poids est négligeable devant les autres forces. La force qui agit sur le proton est créée par un champ électrique uniforme de vecteur  $\vec{E}$ . Déterminer ;

b.1. la durée  $t$  que met le proton pour parcourir une longueur  $l$ .

b.2. la vitesse  $v$  acquise à la fin de ce parcours.

On donne : masse du proton  $m = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$  ;

charge du proton  $q = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$  ;

valeur du champ électrique  $\|\vec{E}\| = 2 \cdot 10^5 \text{ V.m}^{-1}$

longueur du parcours  $l = 1 \text{ cm}$ .

5. Des électrons pénètrent en O, avec une vitesse horizontale de  $2 \cdot 10^7 \text{ m.s}^{-1}$ , entre deux plaques horizontales  $P_1$  et  $P_2$ , séparées par une distance  $d = 2 \text{ cm}$ , et entre lesquelles est appliquée une tension constante  $U = 140 \text{ V}$ . On admettra que le champ électrique qui en résulte agit sur les électrons, sur une distance horizontale  $L = 10 \text{ cm}$  mesurée à partir du point O.

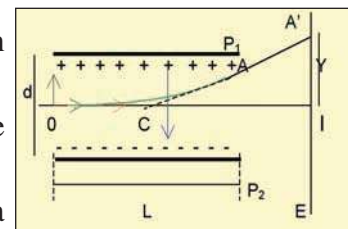
a. Comparer les valeurs du poids d'un électron et de la force électrique qu'il subit à l'intérieur du champ électrique et conclure.

b. 1. Donner les équations horaires  $x(t)$  et  $y(t)$  du mouvement d'un électron dans le repère  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  entre les plaques  $P_1$  et  $P_2$ .

b.2. Etablir l'équation de la trajectoire d'un électron dans le repère  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .

c. De quelle distance verticale les électrons sont-ils déviés à la sortie au point A des plaques ?

d. Ces électrons forment un spot sur un écran E placé perpendiculairement et la distance  $D = 20 \text{ cm}$ , du centre C des plaques. Quelle est la distance Y de ce spot au centre I de l'écran ?



# Chapitre 11

## MOUVEMENT DANS UN CHAMP MAGNETIQUE



*Le tube cathodique d'un récepteur de télévision est constitué essentiellement d'une ampoule de verre vide d'air contenant un canon à électrons produisant un faisceau homocinétique d'électrons, d'un écran luminescent et de deux paires de bobines placées sur le col du tube. Quel est l'effet de ces bobines sur le faisceau d'électrons balayant l'écran ?*

### Objectifs

- Mettre en évidence la déviation de particules chargées par des champs magnétiques ;
- Appliquer la relation fondamentale de la dynamique au mouvement d'une particule chargée dans un champ magnétique uniforme ;
- Calculer la force de Lorentz.

# 1. Mise en évidence expérimentale de la déviation d'une particule chargée par un champ magnétique uniforme

## Activité expérimentale 1

### 1ère expérience

Réalisons les expériences suivantes à l'aide d'un oscilloscope qui fonctionne sans balayage horizontal.

(On prendra soin de ne pas laisser le spot fixe pour éviter de détériorer l'écran).

Approchons lentement, d'abord le pôle nord d'un aimant droit du spot lumineux, puis le pôle sud (figure 1).

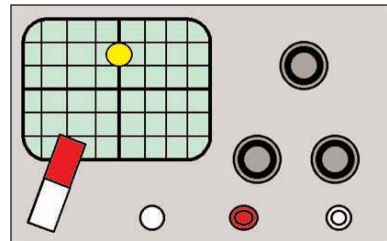


figure 1

### Questions :

1. Qu'observe-t-on sur l'écran?
2. Interpréter les observations faites.

### 2ème expérience

Le dispositif de la figure 2 est constitué de :

- une ampoule de verre contenant de la vapeur de mercure sous une très faible pression;
- un canon à électrons produisant un faisceau homocinétique d'électrons qui rencontrent des atomes de mercure à l'état gazeux à l'intérieur de l'ampoule.

Les chocs se produisant entre les électrons et les atomes de mercure provoquent l'émission d'une lumière bleue qui matérialise la trajectoire des électrons ;

- deux bobines plates de même rayon, parallèles entre elles et parcourues par le même courant, dans le même sens. Ces bobines délimitent un espace où le champ magnétique qu'elles produisent est sensiblement uniforme de vecteur  $\vec{B}$  parallèle à l'axe commun des deux bobines. Elles constituent ce que l'on appelle bobines de Helmholtz.



figure 2

### Questions :

1. Comment peut-on modifier la direction de la vitesse initiale  $\vec{v}_0$  des électrons par rapport au vecteur champ magnétique  $\vec{B}$  ?
2. Indiquer la forme de la trajectoire du faisceau d'électrons dans les cas où  $\vec{B}$  et  $\vec{v}_0$  sont parallèles, perpendiculaires et quelconques.
3. Comment modifie-t-on la trajectoire des électrons dans le cas où  $\vec{v}_0$  et  $\vec{B}$  sont perpendiculaires ?

La direction de la vitesse des électrons à la sortie du canon peut être modifiée en tournant l'ampoule horizontalement autour de son support.

Les électrons peuvent ainsi être émis dans toutes les directions d'un plan vertical.

La valeur de la vitesse de sortie du canon des électrons est réglable en jouant sur la tension accélératrice dans le canon.

Par contre la valeur du champ magnétique uniforme entre les bobines peut être modifiée en jouant sur l'intensité du courant qui parcourt les bobines de Helmholtz, source du champ magnétique.

Dans la première expérience, le spot lumineux subit un déplacement, montrant ainsi l'influence d'un champ magnétique sur le faisceau d'électrons.

Le sens du déplacement dépend de la nature du pôle de l'aimant, autrement dit du sens du vecteur champ magnétique  $\vec{B}$ .

- si les électrons sont lancés dans l'ampoule orthogonalement au vecteur champ magnétique, leur trajectoire est **circulaire** ( figure 3).
- si les électrons sont lancés dans l'ampoule parallèlement au vecteur champ magnétique, leur trajectoire reste **rectiligne** et ne subit aucune déviation (figure 4 -a).
- si les électrons sont lancés avec une vitesse initiale quelconque, la trajectoire est une **hélice** ( figure 4-b).

Dans le cas où la trajectoire est circulaire, c'est-à-dire quand la vitesse initiale des électrons est orthogonale au vecteur champ magnétique :

- si la vitesse initiale des électrons augmente, le rayon du cercle augmente ;
- si la valeur du champ magnétique augmente, le rayon du cercle diminue.

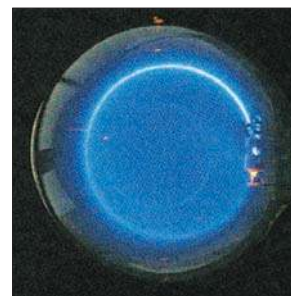


figure 3 :  
 $\vec{v} \perp \vec{B}$  trajectoire circulaire

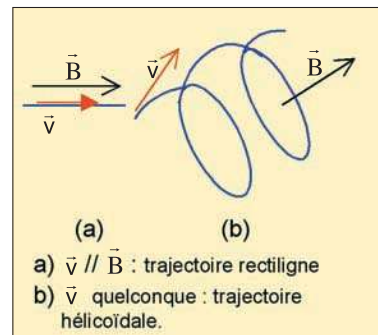


figure 4

## 2. Force de Lorentz

Les expériences précédentes réalisées montrent que les particules chargées lancées dans un champ magnétique, peuvent subir une déviation et prendre des trajectoires circulaires ou hélicoïdales.

La force responsable de ce phénomène est une force magnétique appelée force de Lorentz.

- \* La direction de la force est orthogonale au plan défini par les vecteurs  $\vec{v}$  et  $\vec{B}$ .
- \* Son sens est tel que le trièdre formé par les vecteurs  $q\vec{v}$ ,  $\vec{B}$  et  $\vec{F}$  soit direct.

Ce sens est obtenu par la règle des trois doigts de la main droite ( figure 5 ) :

- le pouce est placé suivant le vecteur  $q\vec{v}$  ;
- l'index est suivant le vecteur champ magnétique  $\vec{B}$  ;
- le sens de la force  $\vec{F}$  est donné par le majeur.

- \* Si  $\alpha$  désigne l'angle formé par les vecteurs  $q\vec{v}$  et  $\vec{B}$ , la valeur de la force de Lorentz est :

$$\|\vec{F}\| = |q| \cdot \|\vec{v}\| \cdot \|\vec{B}\| \cdot \sin\alpha$$

Dans le système international d'unités SI :

$$|q| \text{ en (C)}; \|\vec{v}\| \text{ en (m.s}^{-1}\text{)}; \|\vec{B}\| \text{ en (T) et } \|\vec{F}\| \text{ en (N)}$$

Cas particuliers :

- Si  $\vec{v}$  et  $\vec{B}$  sont parallèles, cette force est nulle ; elle est aussi nulle si la particule est au repos.
- Si  $\vec{v}$  et  $\vec{B}$  sont constamment perpendiculaires (figure 6),

$$\|\vec{F}\| = |q| \cdot \|\vec{v}\| \cdot \|\vec{B}\|$$

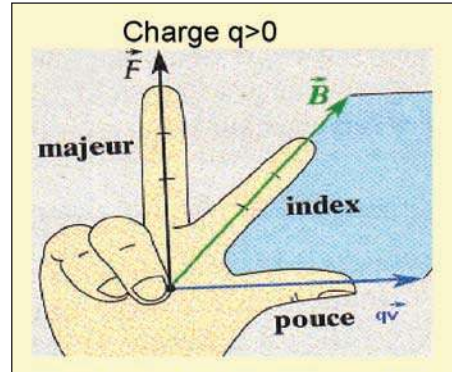


figure 5

Le sens de la force est donné par le majeur qui est perpendiculaire au plan formé par le pouce et l'index

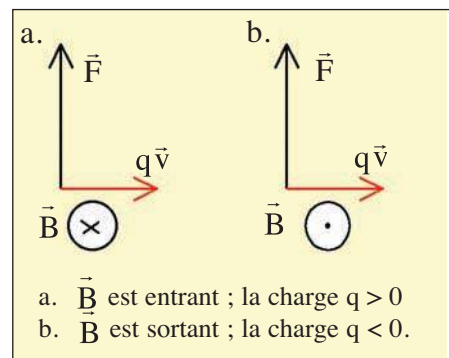


figure 6

### Remarque :

La force de Lorentz ne peut s'exercer sur une particule chargée que lorsque celle-ci est en mouvement.

### 3. Mouvement d'une particule chargée dans un champ magnétique uniforme : étude théorique

Considérons une particule, de masse  $m$  et de charge  $q$  qui pénètre en  $O$  à  $t = 0$ , dans un champ magnétique uniforme de vecteur  $\vec{B}$ , avec une vitesse horizontale  $\vec{v}_0 \perp \vec{B}$  (figure 7).

Dans l'espace où règne le champ magnétique, la particule est soumise à la force magnétique  $\vec{F}$  et à son poids dont la valeur est négligeable devant celle de la force magnétique.

On a d'après la 2<sup>ème</sup> loi de Newton :  $\vec{F} = m \cdot \vec{a}$  ; d'où  $\|\vec{F}\| = m \cdot \|\vec{a}\|$

Comme la force magnétique est de valeur :  $\|\vec{F}\| = |q| \cdot \|\vec{v}\| \cdot \|\vec{B}\| \cdot \sin\alpha$

$\alpha$  est l'angle entre  $\vec{v}$  et  $\vec{B}$ , donc  $\|\vec{a}\| = \frac{|q|}{m} \cdot \|\vec{v}\| \cdot \|\vec{B}\| \cdot \sin\alpha$

On a :  $\vec{F} \perp \vec{B}$ , d'où  $\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} \perp \vec{B}$ , ce qui veut dire que la composante de l'accélération suivant l'axe des  $z$  :  $a_z = 0$ .

Donc,  $v_z = \text{constante}$  ; or  $v_{z0} = 0$ , alors  $v_z = 0$

donc  $z = \text{constante} = z_0 = 0$ , ce qui signifie que le mouvement se fait dans le plan du repère  $(O, \vec{i}, \vec{j})$

$\Leftrightarrow \vec{v}$  reste perpendiculaire à  $\vec{B}$ , il vient :  $\|\vec{a}\| = \frac{|q|}{m} \cdot \|\vec{v}\| \cdot \|\vec{B}\|$ .

Puisque la force de Lorentz  $\vec{F}$  est perpendiculaire au plan formé par les vecteurs vitesse  $\vec{v}$  et champ magnétique  $\vec{B}$ , le vecteur accélération  $\vec{a}$  est également perpendiculaire au vecteur vitesse  $\vec{v}$ .

Donc le vecteur accélération  $\vec{a}$  est porté par la normale à la trajectoire ; par conséquent l'accélération tangentielle est nulle, donc  $\|\vec{v}\| = \text{cte}$  ; d'où le mouvement est uniforme.

On a :  $\|\vec{a}\| = \frac{v^2}{R} = \frac{|q| \cdot \|\vec{v}\| \cdot \|\vec{B}\|}{m}$  ; donc :  $R = \frac{m \cdot \|\vec{v}\|}{|q| \cdot \|\vec{B}\|}$

Dans le système international d'unités :  $R$  en (m) ;  $m$  en (kg) ;  $\|\vec{B}\|$  en (T) ;  $q$  en (C) ;  $\|\vec{v}\|$  en ( $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ ).

Comme  $R$  est constant, la trajectoire plane est un cercle de rayon  $R$ .

#### Conclusion

Une particule chargée, lancée dans un champ magnétique uniforme, perpendiculairement à  $\vec{B}$  a un mouvement circulaire uniforme.

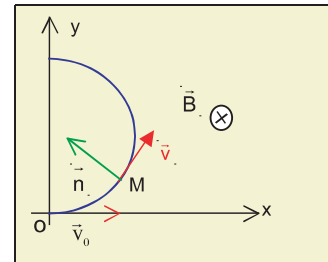


figure 7

**Remarque :**

A la différence d'un champ électrique ; un champ magnétique ne peut modifier la valeur de la vitesse d'une particule chargée, il peut éventuellement la dévier.

**Exercice résolu n°1**

Un proton de masse  $m$ , portant une charge  $e$ , se déplace à la vitesse  $\vec{v}$ . Il pénètre dans un champ magnétique uniforme de vecteur  $\vec{B}$  perpendiculaire à la vitesse  $\vec{v}$ .

a. Montrer que le mouvement du proton dans le champ magnétique est uniforme. Donner le rayon de courbure de sa trajectoire.

b. Calculer  $\|\vec{v}\|$  pour  $R=0,5\text{m}$ , avec  $\|\vec{B}\| = 0,4\text{T}$ .

On donne : - la masse du proton  $m = 1,67 \cdot 10^{-27}\text{kg}$

- la charge électrique élémentaire  $e = 1,6 \cdot 10^{-19}\text{C}$ .

**Solution**

a. En un point quelconque de la trajectoire, la force magnétique  $\vec{F}$  est perpendiculaire à la vitesse  $\vec{v}$  qui est portée par la tangente à la trajectoire.

$$\text{Donc } \vec{F}_T = \vec{0} \text{ et } \vec{F} = \vec{F}_N ;$$

$$\text{avec } \|\vec{F}_N\| = e \cdot \|\vec{v}\| \cdot \|\vec{B}\|.$$

$$\text{Comme } a_T = \frac{dv}{dt} = \frac{F_T}{m} = 0 ;$$

$$\frac{dv}{dt} = 0 \Rightarrow v = \text{constante} ; \text{ donc le mouvement est uniforme;}$$

$$\text{par suite } \vec{a} = \vec{a}_N$$

Comme la trajectoire est plane; donc c'est un arc de cercle de rayon  $R$ .

$$\text{On a } \|\vec{a}_N\| = \frac{v^2}{R} = \frac{\|\vec{F}_N\|}{m} = \frac{e \cdot \|\vec{v}\| \cdot \|\vec{B}\|}{m} \Rightarrow R = \frac{m \cdot \|\vec{v}\|}{e \cdot \|\vec{B}\|}$$

$$\text{b. Comme } R = \frac{m \cdot \|\vec{v}\|}{e \cdot \|\vec{B}\|};$$

$$\text{alors } \|\vec{v}\| = \frac{R \cdot e \cdot \|\vec{B}\|}{m}; \text{ AN: } \|\vec{v}\| = 1,92 \cdot 10^7 \text{m.s}^{-1}$$

## 4. Applications

### 4.1. Spectrographe de masse

Le spectrographe de masse est un appareil qui permet de trier des ions de masses différentes et, donc, de séparer des isotopes d'un élément.

Il est constitué par trois parties (figure 8) :

- une chambre d'ionisation où l'on produit, avec une vitesse sensiblement nulle, des ions de masses différentes, mais de même charge ;
- une chambre d'accélération où, entre les plaques accélératrices  $P_1$  et  $P_2$ , les ions sont accélérés par un champ électrique ;
- une chambre de déviation où les ions, dans un champ magnétique uniforme, ont pour trajectoire un demi cercle de rayon  $R$  qui dépend de la masse de la particule. Deux ions de masses différentes viennent alors se rassembler en deux points différents de la plaque photographique où ils sont recueillis séparément.

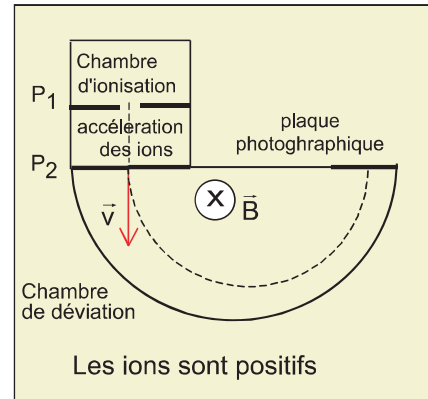


figure 8

On considère des ions de même charge  $q$  dont on veut déterminer la masse  $m$ . Ils sont émis pratiquement sans vitesse initiale, par une source  $S$ . Ils acquièrent entre les plaques accélératrices  $P_1$  et  $P_2$  une vitesse  $\vec{v}$

$$\text{telle que : } \|\vec{v}\| = \sqrt{\frac{2 \cdot |q| \cdot |U|}{m}} \quad (1)$$

Ils pénètrent dans un champ magnétique uniforme ; leur trajectoire devient circulaire de rayon  $R$  tel que :

$$R = \frac{m \cdot \|\vec{v}\|}{|q| \cdot \|\vec{B}\|} \Rightarrow \|\vec{v}\| = \frac{R \cdot |q| \cdot \|\vec{B}\|}{m} \quad (2)$$

En identifiant les relations (1) et (2), on aura :

$$\sqrt{\frac{2 \cdot |q| \cdot |U|}{m}} = \frac{R \cdot |q| \cdot \|\vec{B}\|}{m} \Rightarrow \frac{2 \cdot |q| \cdot |U|}{m} = \frac{R^2 \cdot q^2 \cdot \|\vec{B}\|^2}{m}$$

$$\text{donc : } m = \frac{1}{2} \frac{|q| \cdot R^2 \cdot \|\vec{B}\|^2}{|U|} \Rightarrow R = \sqrt{\frac{2|U|}{|q| \cdot \|\vec{B}\|^2}} \cdot m$$

Le rayon de courbure  $R$  est mesuré directement à l'aide de la position d'impact sur la plaque photographique.

Les masses peuvent ainsi être déterminées avec précision. C'est avec des dispositifs de ce genre que les isotopes ont été mis en évidence, en constatant l'existence d'impacts voisins sur les plaques photographiques.

## 4.2. Cyclotron

Les cyclotrons sont des accélérateurs de particules chargées. Leur constitution est indiquée sur la figure 9.a.

Deux boîtes métalliques demi-cylindriques, appelées dees baignent dans un champ magnétique uniforme de valeur :

$$\|\vec{B}\| = 1 \text{ T.}$$

Une source d'ions, positifs dans le cas de la figure 9.b, est placée dans la région centrale  $O$ . L'ensemble est maintenu dans un vide poussé.

Une tension alternative ( $U_m = 10 \text{ kV}$ ) est appliquée aux dees. L'effet de cette tension est d'accélérer régulièrement, pendant une très courte durée, les ions quand ils se trouvent entre les deux cavités. Ils entrent ensuite dans un dee où règne le champ magnétique qui incurve leur trajectoire selon un demi-cercle. Quand les ions sortent d'un dee, l'autre est devenu attracteur.

La période de la tension alternative est égale à la période du mouvement des ions dans les dees.

Quand le rayon de courbure de la trajectoire devient pratiquement égal au rayon  $R$  des dees, les particules atteignent une région où le champ magnétique est rendu localement nul. Leurs trajectoires ne sont plus alors incurvées et elles sortent tangentiellement de la cavité.

## 4.3. Déflexion magnétique

### 4.3.1. Calcul d'une petite déflexion

Pénétrant en  $O$  avec une vitesse  $\vec{v}$  orthogonale au champ magnétique uniforme de vecteur  $\vec{B}$ , des particules chargées décrivent à vitesse constante un arc de cercle  $OS$ , tant qu'elles sont sous l'influence du champ uniforme.

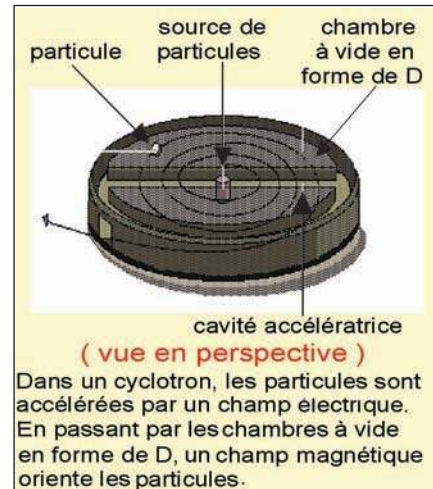


figure 9.a

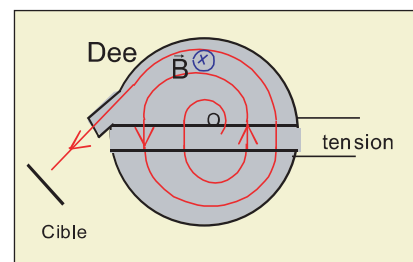


figure 9.b

A la sortie en S du champ, elles retrouvent en l'absence d'actions une trajectoire rectiligne ST' qui semble provenir du point I, centre de la zone d'influence du champ ( I étant l'intersection de la droite ST' avec la droite OT ). Dans ce cas , le vecteur champ magnétique est entrant (figure 10). Soit L la largeur du domaine où règne le champ magnétique. Dans le cas d'une déviation faible  $L = \widehat{OS}$  . Si R est le rayon de l'arc de cercle ; on peut écrire :

$L = R \cdot \alpha$  ; avec  $\alpha$  en radian.

Sur l'écran, placé à la distance d de I, l'impact du pinceau passe de T (en l'absence du champ) à T'. TT' est la déflexion D.

on a  $\text{tg} \alpha = \frac{D}{d}$  .

Si la déviation est petite,  $\text{tg} \alpha \approx \alpha \approx \frac{D}{d}$  .

alors,  $\alpha = \frac{D}{d} = \frac{L}{R} = \frac{L \cdot |q| \cdot \|\vec{B}\|}{m \cdot \|v_0\|}$  d'où :

$$D \approx d \cdot L \cdot \frac{|q|}{m} \cdot \frac{\|\vec{B}\|}{\|v_0\|} . \quad \text{comme } \|\vec{B}\| \text{ est proportionnelle à } I,$$

la déflexion D l'est aussi.

## Conclusion

La déflexion D est proportionnelle à l'intensité I du courant créant le champ magnétique de vecteur  $\vec{B}$  .

### 4.3.2. Déflexions magnétiques dans un téléviseur

Le tube cathodique d'un récepteur de télévision est constitué principalement d'une ampoule de verre vide d'air contenant un canon à électrons et d'un écran fluorescent.

Dès sa sortie du canon à électrons, le pinceau électronique homocinétique pénètre dans deux champs magnétiques orthogonaux, l'un pour la déflexion magnétique horizontale, l'autre pour la déflexion verticale.

Ces deux champs sont créés par un ensemble de bobines situées à l'arrière du tube de l'appareil récepteur appelé déflecteur (figure11).

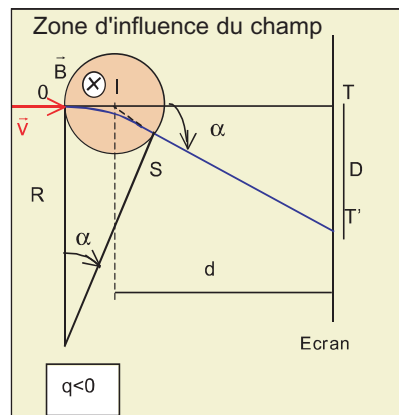


figure 10

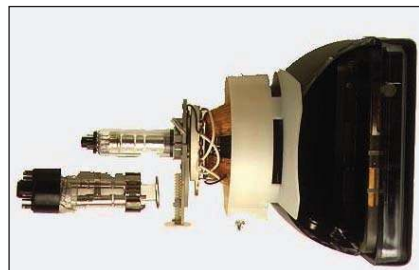


figure 11

## L'essentiel

- Une particule chargée en mouvement dans un champ magnétique, subit l'action d'une force magnétique appelée force de Lorentz ;
- Le champ magnétique peut dévier une particule chargée en mouvement mais n'a aucune action sur la valeur de sa vitesse qui reste constante ;
- La valeur de la force magnétique s'exerçant sur une particule chargée en mouvement dans un champ magnétique est :  $\|\vec{F}\| = |q| \cdot \|\vec{v}\| \cdot \|\vec{B}\| \cdot \sin\alpha$  ;
- Dans un champ magnétique uniforme tel que  $\vec{B} \perp \vec{v}_0$ , une particule chargée a un mouvement circulaire uniforme de rayon  $R = \frac{m \cdot \|\vec{v}_0\|}{|q| \cdot \|\vec{B}\|}$
- Le spectrographe de masse permet grâce à l'action d'un champ magnétique, d'analyser un mélange isotopique et de séparer ses isotopes.
- La déflexion magnétique est proportionnelle à l'intensité du courant dans la bobine déflexrice.

# Exercices

## Je vérifie mes connaissances

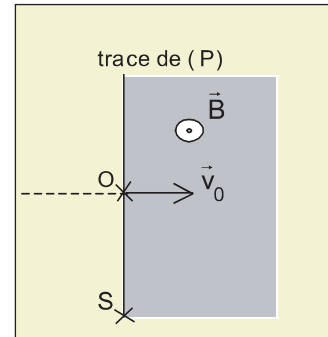
**Q.C.M.** (questions à choix multiples)

Choisir la ( ou les) bonne(s) réponse(s). A chaque question peuvent correspondre une ou plusieurs propositions correctes.

1. Une particule de charge  $q$ , de masse  $m$ , se trouvant dans un champ magnétique, subit une force magnétique quand elle est :
  - a. au repos ;
  - b. en mouvement ;
  - c. au repos ou en mouvement.
2. Un ion d'hélium  $\text{He}^{2+}$  pénètre dans un champ magnétique à la vitesse  $\vec{v}$  parallèle au vecteur champ magnétique  $\vec{B}$ , il est soumis uniquement à :
  - a. son poids ;
  - b. une force électrique ;
  - c. une force magnétique et à son poids.
3. Le champ magnétique de vecteur  $\vec{B}$  agit sur une particule chargée ayant une vitesse  $\vec{v}$  perpendiculaire à  $\vec{B}$  en modifiant :
  - a. toutes les caractéristiques de  $\vec{v}$  ;
  - b. seulement la valeur de  $\vec{v}$  ;
  - c. seulement la direction et le sens de  $\vec{v}$  .
4. Un électron pénètre dans une région de l'espace où règne un champ magnétique uniforme de vecteur  $\vec{B}$  avec une vitesse  $\vec{v}_0$ , sa trajectoire est circulaire si :
  - a.  $\vec{v}_0$  est parallèle à  $\vec{B}$  ;
  - b.  $\vec{v}_0$  est orthogonal à  $\vec{B}$  ;
  - c.  $\vec{v}_0$  fait un angle quelconque avec  $\vec{B}$  .

## Je sais appliquer ; je sais raisonner

1. L'espace où règne un champ magnétique est limité par un plan (P) vertical. Le champ est uniforme,  $\vec{B}$  est vertical, orienté vers le haut. Un proton  $H^+$  pénètre dans l'espace champ en O, avec le vecteur vitesse  $\vec{v}_0$  perpendiculaire à (P). Il ressort du champ par le plan (P) en un point S comme indiqué sur la figure ci-contre..



(vue de dessus du dispositif)

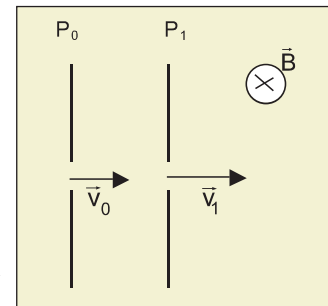
a. Exprimer la distance OS en fonction de la charge élémentaire  $e$ , de la masse  $m$  du proton,  $\|\vec{B}\|$  et de  $\|\vec{v}_0\|$

b. Comparer les vecteurs vitesse  $\vec{v}_0$  et  $\vec{v}_s$

2. Une particule de masse  $m = 6,64 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$  et de charge  $q = 3,2 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ , passe à travers une plaque  $P_0$  avec une vitesse très faible. Elle est accélérée entre  $P_0$  et  $P_1$  et traverse  $P_1$  avec une vitesse  $\vec{v}_1$  telle que  $\|\vec{v}_1\| = 10^6 \text{ m.s}^{-1}$ .

a. Calculer la tension :  $U = V_{P_1} - V_{P_0}$ .

b. A la sortie de  $P_1$ , la particule pénètre dans un champ magnétique uniforme de vecteur  $\vec{B}$  perpendiculaire à  $\vec{v}_1$  ; orienté comme l'indique la figure et de valeur  $\|\vec{B}\| = 10^{-2} \text{ T}$ . Montrer que le mouvement de la particule est circulaire et uniforme. Calculer le rayon de sa trajectoire.



c. La particule sort du champ, quelle est alors la nature de son mouvement ?

On suppose que le poids de la particule est négligeable devant les forces électrique et magnétique.

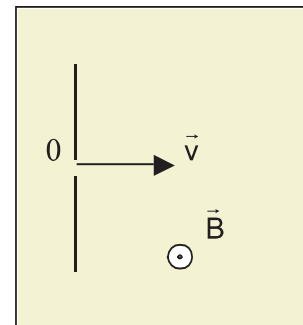
3. Un proton de charge  $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$  et de masse  $m = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$  pénètre avec une vitesse de valeur  $\|\vec{v}\| = 10^6 \text{ m.s}^{-1}$  dans un champ magnétique uniforme de valeur  $\|\vec{B}\| = 1 \text{ T}$ .

A l'entrée O du champ, le vecteur  $\vec{v}$  est perpendiculaire à  $\vec{B}$ .

a. Montrer que le poids du proton est négligeable devant la force magnétique.

b. Montrer qu'à chaque instant, le vecteur accélération est confondu avec sa composante normale.

c. Montrer que le mouvement de la charge est circulaire et uniforme. Calculer le rayon de la trajectoire.



4. Un faisceau électronique horizontal arrive dans un espace où règne un champ magnétique uniforme, de vecteur  $\vec{B}$  vertical. Les électrons ont tous la même vitesse  $\vec{v}_0$ .

a. Montrer que la trajectoire d'un électron est circulaire. Evaluer son rayon R.

On donne :  $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$  ; masse de l'électron  $m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$  ;

$$\|\vec{v}_0\| = 1,6 \cdot 10^7 \text{ m.s}^{-1}; \|\vec{B}\| = 10^{-3} \text{ T}$$

- b. L'espace où règne le champ magnétique traversé par le faisceau électronique est pratiquement un parallélépipède rectangle. Les faces d'entrée et de sortie, perpendiculaires à  $\vec{v}_0$  sont distantes de  $L=2 \text{ cm}$ . Soit I le centre de la région d'espace où règne le champ magnétique, un écran est placé à la distance  $D=10 \text{ cm}$  de I, perpendiculairement à  $\vec{v}_0$ .
- b.1. Quelle est la déviation du faisceau électronique lorsque  $\|\vec{B}\| = 10^{-3} \text{ T}$  ?
- b.2. Quelle est la déflection correspondante du spot sur l'écran ?  
(On notera que la déviation est faible).

5. Dans un spectrographe de masse, des ions  $^{68}\text{Zn}^{2+}$  et  $^{70}\text{Zn}^{2+}$  initialement immobiles, sont accélérés par une tension  $U = 5000 \text{ V}$ . Ils pénètrent ensuite dans un champ magnétique de valeur  $\|\vec{B}\| = 10^{-2} \text{ T}$ .

- a. Faire un schéma du dispositif en y représentant les signes des charges des plaques accélératrices et le sens du vecteur champ magnétique.
- b. Quelle est la vitesse des ions à leur entrée dans le champ magnétique ? Lors de leur impact sur la plaque photographique après un demi-tour ?
- c. Quelle est la distance qui sépare, sur la plaque photographique, les impacts des deux types d'ions ?

Les masses des ions  $^{68}\text{Zn}^{2+}$  et  $^{70}\text{Zn}^{2+}$  seront prises égales respectivement à  $1,129 \cdot 10^{-25} \text{ kg}$  et  $1,162 \cdot 10^{-25} \text{ kg}$ .

6. Des ions positifs  $X^+$  sortent d'une chambre d'ionisation, pratiquement sans vitesse initiale. Ils sont accélérés par une tension électrique U.

a. Etablir la relation donnant la valeur de la vitesse qu'ils acquièrent en fonction de leur masse m, leur charge q et la tension accélératrice U.

b. Les ions pénètrent dans un champ magnétique uniforme, orthogonal à la vitesse acquise.

b.1. Exprimer le rayon de courbure R de la trajectoire en fonction de m, U, q et  $\|\vec{B}\|$ .

b.2. On donne  $\|\vec{B}\| = 0,12 \text{ T}$  ;  $U = 3470 \text{ V}$ .

Calculer m sachant que l'impact des ions sur la plaque photographique du spectrographe est situé à 125,7 cm de la fente d'entrée.

c. A 1,6 cm de la trace précédente, on observe un autre impact, plus lointain de la fente d'entrée.

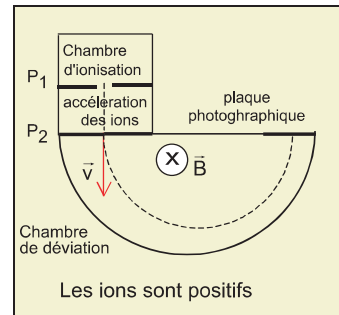
c.1. Quelle est la masse de l'isotope correspondant ?

c.2. On trouve dans les tables que la masse atomique moyenne de X vaut 80 u. En admettant que deux isotopes de 79 u et 81 u soient les seuls à prendre en compte, dans quelles proportions ces isotopes existent-ils ?

On donne :  $1 \text{ u} = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$

$$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

7. Une particule de masse  $m$  et de charge  $q$  pénètre par l'orifice  $O$ , avec une vitesse négligeable. Dans un accélérateur formé par les deux plaques  $P_1$  et  $P_2$  entre lesquelles est établie une tension  $U$ , la particule est accélérée et pénètre dans une région où règne un champ magnétique uniforme de vecteur  $\vec{B}$  perpendiculaire au plan de la figure ci-contre.



a. Déterminer l'expression de la vitesse en  $O'$  de la particule.

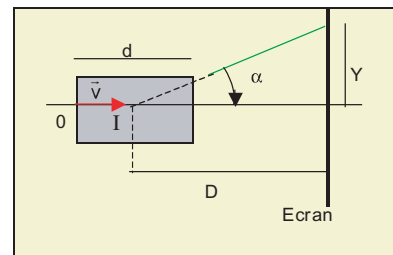
b. Exprimer le rayon  $R$  de la trajectoire de la particule dans le champ déviateur en fonction de  $m$ ,  $q$ ,  $U$  et  $\|\vec{B}\|$ .

c. L'arrivée des particules a lieu uniquement en deux points  $A$  et  $B$  tels que  $O'A = 14,1$  cm et  $O'B = 10$  cm. Montrer que le mélange isotopique est formé de deux isotopes. Calculer le

rapport  $\frac{m_A}{m_B}$ .

d. Sachant que l'élément hydrogène comporte trois isotopes ( $^1_1\text{H}$ ;  $^2_1\text{H}$  et  $^3_1\text{H}$ ), donner les symboles des deux isotopes qui arrivent en  $A$  et  $B$ .

8. Un pinceau d'électrons de même vitesse pénètre en  $O$  à la vitesse  $\vec{v}$  dans une région où règne un champ magnétique uniforme, de vecteur  $\vec{B}$  orthogonal à  $\vec{v}$ , qui est nul à l'extérieur de la région colorée .



On prend  $d = 2$  cm ;  $D = 20$  cm et  $Y = 2,5$  cm.

a. Le pinceau est dévié vers le haut. Quel est le sens du vecteur champ ?

b. Exprimer en fonction de la charge  $q$ , de la masse  $m$ , de  $\|\vec{v}\|$  et  $\|\vec{B}\|$  le rayon de courbure  $R$  de la trajectoire.

c. A sa sortie du champ, le pinceau semble provenir d'un point  $I$  très proche de la région centrale d'influence du champ. Le champ magnétique s'exerce sur un trajet de longueur très voisine de  $d$ .

Exprimer l'angle  $\alpha$  de déflexion en fonction de  $d$ ,  $q$ ,  $m$ ,  $\|\vec{v}\|$  et  $\|\vec{B}\|$ .

d. On observe une distance de déflexion  $Y = 2,5$  cm. Déterminer la valeur du vecteur champ magnétique.

On donne :

$$\|\vec{v}\| = 10^7 \text{ m.s}^{-1}.$$

# Partie 3

# 3

**CIRCUITS  
ELECTRIQUE ET  
ELECTRONIQUE**

# Circuits électrique et électronique

## Circuits électrique et électronique

### Chapitre XII

**Dipôles électrocinétiques 1**

### Chapitre XIII

**Dipôles électrocinétiques 2**

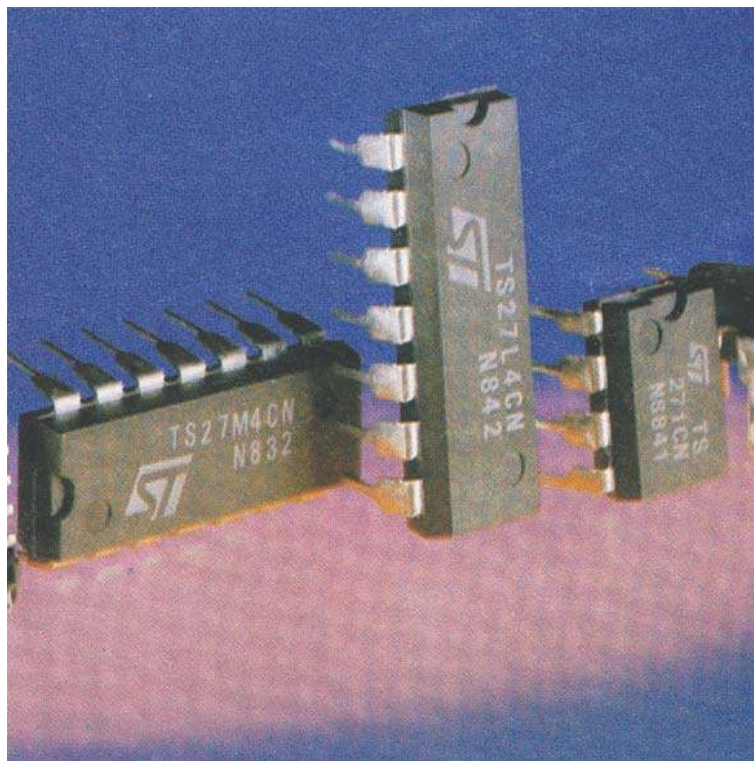
### Chapitre VIX

**L'amplificateur opérationnel**

### Chapitre XII

**Les portes logiques**

# CIRCUITS ELECTRIQUES ET ELECTRONIQUES



*Ces petits boîtiers parallélépipédiques ( ou cylindriques dans certains cas ) en matière isolante, comportant un certain nombre de broches de liaisons (8, 14, 16...) sont appelés des circuits intégrés.*

*Ces petites « bêtes à 8, 14, 16, ...pattes » sont constituées par une intégration extrêmement poussée d'un nombre de composants de base (résistances, diodes, transistors, ...).*

*Comment fonctionnent ces circuits intégrés ?*

*Dans quels montages peut-on les utiliser ?*

# Prérequis

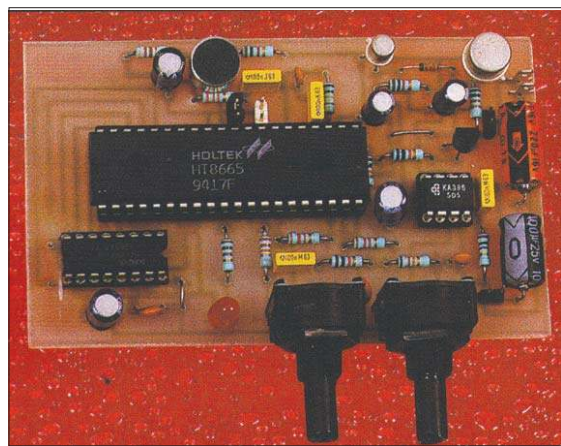
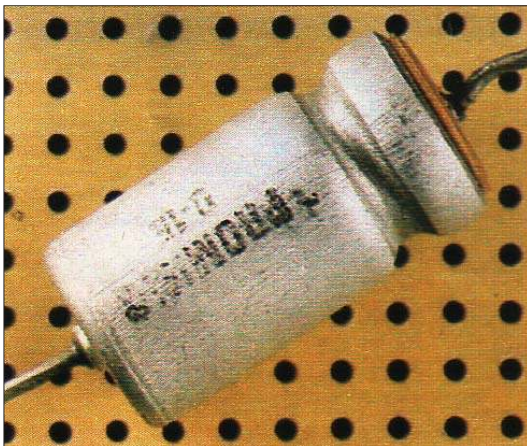
## Savoirs

- Je peux citer des exemples de dipôles et de quadripôles ;
- Je peux énoncer la loi des nœuds et la loi des mailles ;
- Je sais qu'il y a deux types de transistors NPN et PNP ;
- Je connais l'effet transistor ;
- Je sais qu'un transistor peut être monté en émetteur commun, en collecteur commun ou en base commune ;
- Je sais que la tension électrique peut être continue ou variable ;
- Je sais qu'une tension périodique peut être sinusoïdale, triangulaire, carrée, ...
- Je sais que tout dipôle possède un point de fonctionnement dans un état donné.

## Savoir faire

- Je sais distinguer le dipôle électrocinétique du quadripôle ;
- Je sais faire le schéma normalisé des composants électroniques tel que la diode, la résistance, le transistor,...
- Je sais appliquer la loi des nœuds et la loi des mailles ;
- Je sais distinguer un transistor NPN d'un transistor PNP ;
- Je sais réaliser un montage en émetteur commun ;
- Je sais tracer la caractéristique de transfert  $I_c=f(I_b)$  d'un transistor en émetteur commun ;
- Je sais utiliser correctement les appareils de mesure de grandeurs électriques : ampèremètre, voltmètre, ohmmètre, ... ;
- Je sais reconnaître la tension sinusoïdale parmi les tensions alternatives ;
- Je sais déterminer le point de fonctionnement.

## DIPÔLES ELECTRODINAMIQUES (1)



*Le dipôle électrodynamique se trouve pratiquement dans tous les circuits électriques et électroniques, il existe en nombreuses formes et dimensions afin de répondre aux multiples applications.*

*Comment caractérise-t-on le fonctionnement d'un dipôle électrodynamique ?*

### Objectifs

- Reconnaître un dipôle symétrique à partir de sa caractéristique .
- Distinguer un dipôle actif d'un dipôle passif.
- Appliquer la convention générateur et la convention récepteur au calcul des puissances électriques mises en jeu dans des dipôles électrodinamiques.

# 1. Généralités sur les dipôles électrocinétiques

Les composants fondamentaux des circuits électriques et électroniques sont des dipôles. Ils sont très utilisés dans les circuits d'appareils électroniques divers: horloges électroniques, émetteurs et récepteurs radio, générateurs de tension et de courant,...

## 1.1. Rappels sur le dipôle électrocinétique

On appelle dipôle électrocinétique  $D$  tout composant électrique ou toute association de composants électriques s'insérant dans un circuit électrique par deux bornes comme : lampe, diode, pile, conducteur ohmique,...

Si le dipôle électrocinétique est un récepteur, il peut être :

- passif : s'il transforme l'énergie reçue uniquement en énergie thermique ;
- actif : s'il transforme l'énergie reçue en d'autres formes d'énergie en plus de l'énergie thermique.

Le branchement du dipôle dans un circuit électrique se fait en série ou en dérivation par les deux bornes.

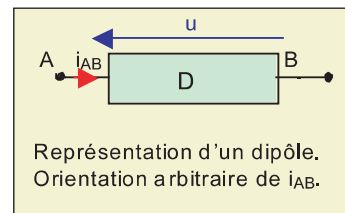


figure 1

## 1.2. Convention récepteur et convention générateur

Considérons un dipôle électrocinétique  $D$ , notons l'une de ses bornes  $A$  et l'autre  $B$ . Le comportement du dipôle  $AB$  est caractérisé par deux grandeurs électriques : une tension et une intensité de courant.

Pour le dipôle  $AB$  les choix d'orientation de la tension  $u$  et du courant d'intensité  $i$  sont indépendants et arbitraires (figure 1).

On dit que le dipôle est étudié en convention récepteur lorsque  $u$  et  $i$  sont orientés en sens contraires.

On dit que le dipôle est étudié en convention générateur lorsque  $u$  et  $i$  sont orientés dans le même sens (figure 2).

Pour des raisons de commodité le fléchage des courants est le plus souvent choisi de façon qu'ils soient positifs en intensité. Mais nous allons rencontrer des situations où l'on ne connaît pas a priori le sens du courant ou des situations où le sens du courant varie au cours du temps. Dans ces cas, les flèches seront placées tout à fait arbitrairement, et c'est le signe de l'intensité du courant qui précise le sens réel du courant.

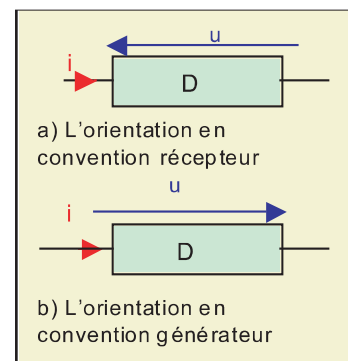


figure 2

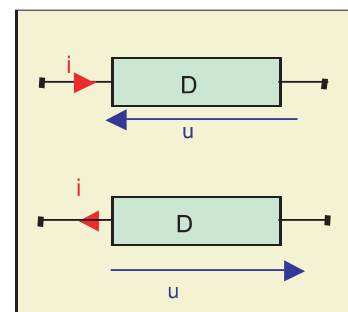


figure 3.a  
Convention récepteur

Il y a quatre possibilités pour orienter un dipôle : deux conventions d'orientation récepteur et deux conventions d'orientation générateur ( figures 3.a et 3.b).

Les courants et les tensions sont des grandeurs algébriques. Leurs signes dépendent de l'orientation arbitrairement choisie pour leurs fléchages sur le schéma.

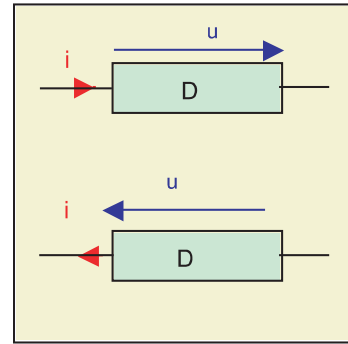


figure 3.b  
Convention générateur

## 2. Dipôles symétriques et dipôles non symétriques électriques

### 2.1. Caractéristique d'un dipôle ( rappel)

En 2ème année, on a vu que pour un dipôle donné, il existe une relation entre la tension  $U$  entre ses bornes et l'intensité  $I$  du courant qui le traverse.

Si le dipôle est une petite lampe à incandescence ; la courbe représentative  $I = f(U)$  possède l'allure donnée par la figure 4.

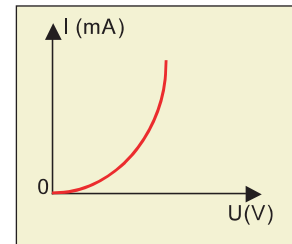


figure 4

Le tracé de la caractéristique de ce dipôle traversé par un courant dans un sens puis dans l'autre a l'allure de la figure 5.

La courbe obtenue est appelée caractéristique tension-intensité ; elle est symétrique par rapport à l'origine  $O$  : on dit que la lampe est un dipôle symétrique.

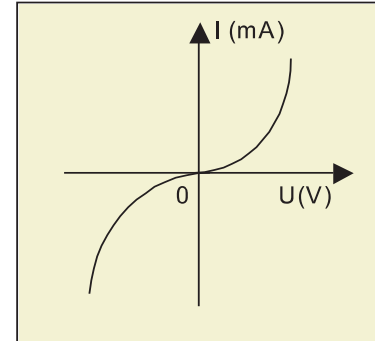


figure 5

### 2.2. Dipôles symétriques

Un dipôle est dit symétrique si son comportement est le même quel que soit le sens du courant qui le traverse.

Il n'a pas de sens de branchement.

Exemples : résistor, lampe à incandescence, électrolyseur...

### 2.3. Dipôles dissymétriques

Contrairement à la lampe à incandescence, la caractéristique de la diode LED possède l'allure donnée par la figure 6.

Elle présente deux parties dissymétriques ; donc la diode LED est un dipôle dissymétrique.

Exemples : diode, pile, batterie, .....

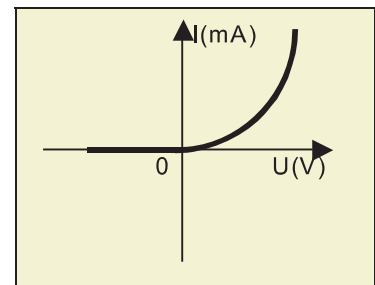


figure 6

**Remarque :**

Si la caractéristique d'un dipôle est rectiligne dans le domaine d'utilisation choisi, alors le dipôle est dit linéaire

### 3. Dipôles actifs et dipôles passifs

#### 3.1. Dipôles actifs

Activité expérimentale 1 (Rappel)

Réalisons le montage de la figure 7 comprenant un générateur G (pile), un rhéostat, un ampèremètre et un interrupteur K.

Le voltmètre est branché en dérivation aux bornes du générateur.

On ferme l'interrupteur K et on étudie la variation de la tension  $U = V_P - V_N$  aux bornes du générateur en fonction de l'intensité du courant qu'il débite.

La caractéristique intensité-tension possède l'allure suivante représentée sur la figure 8.

La courbe obtenue est une droite affine de pente négative. Ce résultat s'applique pour tout générateur de résistance interne non négligeable devant les résistances du circuit extérieur.

Un tel générateur ne transfère pas toute l'énergie qu'il produit au circuit extérieur, il en consomme lui-même une partie par effet Joule.

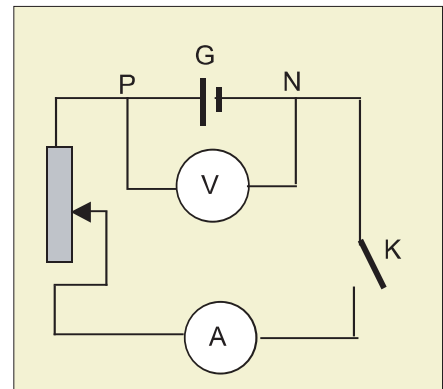


figure 7

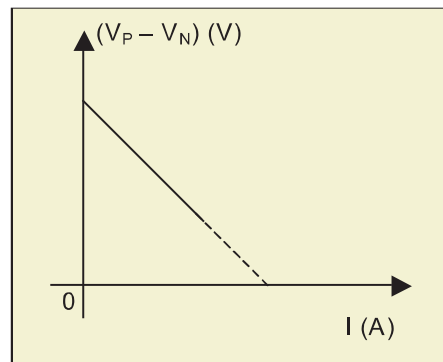


figure 8

Activité expérimentale 2 (Rappel)

Réalisons le montage de la figure 9 comprenant un générateur G, un rhéostat, un ampèremètre, un interrupteur K et un électrolyseur.

Le voltmètre est branché en dérivation aux bornes P et N de l'électrolyseur.

On ferme l'interrupteur K et on étudie la variation de la tension  $U = V_P - V_N$  aux bornes de l'électrolyseur en fonction de l'intensité du courant qui le traverse.

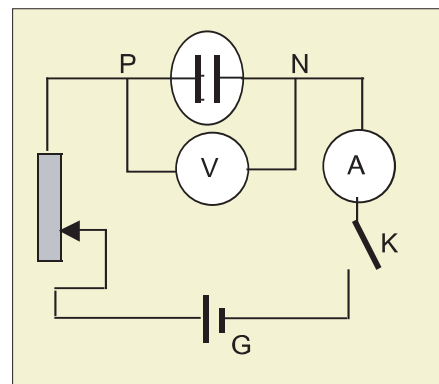


figure 9

La caractéristique intensité-tension possède l'allure suivante représentée sur la figure 10.

La courbe obtenue est une droite affine de pente positive.

Un tel récepteur est dit récepteur actif.

De tels dipôles comme la pile et l'électrolyseur ne transforment pas toute l'énergie électrique mise en jeu en énergie thermique sont qualifiés comme étant des dipôles actifs.

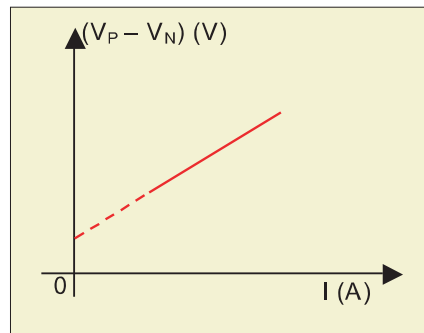


figure 10

### Définition

Un dipôle actif est un dipôle qui ne transforme pas l'énergie électrique mise en jeu seulement en énergie thermique.

## 3.2. Mise en évidence

### Activité expérimentale 3 (Rappel)

Réalisons le montage de la figure 11 comprenant un générateur G, un rhéostat, un ampèremètre, un interrupteur K et un résistor de résistance R.

Le voltmètre est branché en dérivation aux bornes A et B du résistor.

On ferme l'interrupteur K et on étudie la variation de la tension  $U = (V_A - V_B)$  aux bornes du résistor en fonction de l'intensité du courant qui le traverse.

Les résultats des mesures permettent de tracer la courbe de la figure 12.

La courbe obtenue est une droite linéaire. Un tel récepteur est dit passif.

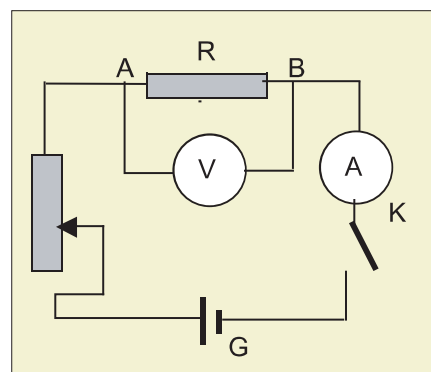


figure 11

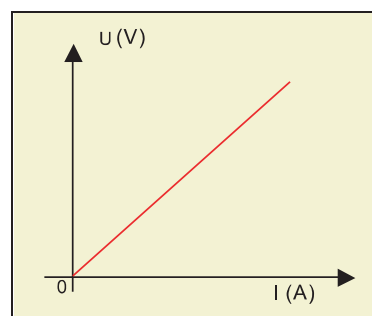


figure 12

### Définition

- Un dipôle passif est un dipôle électrocinétique qui transforme toute l'énergie électrique mise en jeu en énergie thermique.
- Par conséquent, un dipôle passif ne peut être qu'un récepteur, et plus précisément un récepteur qui transforme l'énergie électrique en énergie thermique. Exemples : réchauds électriques, lampes à incandescences,...

# 4. Puissance électrique mise en jeu par un dipôle

## 4.1. Dipôle générateur et dipôle récepteur

### Activité expérimentale 4

On réalise le circuit de la figure 13 comportant un dipôle  $D_1$  qui est une lampe à incandescence, et un dipôle  $D_2$  qui est un générateur (une pile plate).

Lorsqu'on ferme l'interrupteur  $K$ , l'ampèremètre indique le passage d'un courant de  $A$  vers  $B$  dans le dipôle  $D_1$ .

Le voltmètre  $V_1$  indique que la tension  $u_{AB}$  est positive. Le voltmètre  $V_2$  indique que la tension  $u_{DC}$  est positive.

On choisit arbitrairement comme sens de courant celui avec lequel le courant traverse le dipôle  $D_1$  de  $A$  vers  $B$  (figure 14).

D'après l'expérience, le courant circule dans le circuit dans le sens choisi ; donc l'intensité  $i$  est positive.

- Pour le dipôle  $D_1$ , avec la convention récepteur,  $u_1 = u_{AB} > 0$  d'après l'expérience.
- Pour le dipôle  $D_2$ , avec la convention récepteur,  $u_2 = u_{CD} < 0$  car d'après l'expérience  $u_{DC}$  est positive.

Avec la convention générateur (figure 15) ;

- pour le dipôle  $D_1$ ,  $u_1 = u_{BA} < 0$  d'après l'expérience ;
- pour le dipôle  $D_2$ ,  $u_2 = u_{DC} > 0$  d'après l'expérience.

### Définition

- Avec la convention récepteur, le produit  $u.i$  est négatif pour le générateur et positif pour la lampe.
- Inversement, avec la convention générateur, le produit  $u.i$  est négatif pour la lampe et positif pour le générateur.

### Remarques :

- On choisit comme sens du courant le sens inverse du précédent ; dans ce cas l'intensité  $i$  est négative ; la tension  $u_1$  est négative alors que la tension  $u_2$  est positive.
- Pour un dipôle donné, avec la convention générateur ou récepteur, le choix du signe de l'intensité  $i$  du courant qui le traverse influe sur le signe de la tension  $u$  entre ses bornes mais ne modifie pas le signe du produit  $u.i$ .

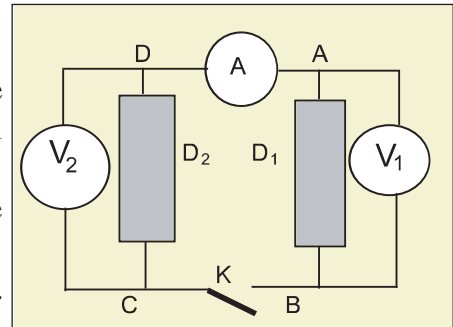


figure 13

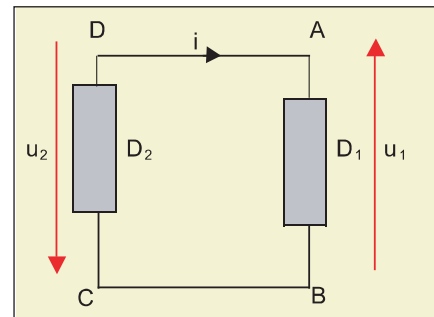


figure 14

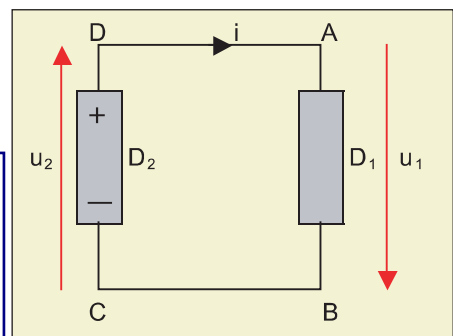


figure 15

## 4.2. Expression de la puissance électrique d'un dipôle

On a vu en 2<sup>ème</sup> année que la puissance électrique cédée ou reçue par un dipôle AB traversé par un courant d'intensité  $i_{AB}$ , quand il est sous une tension  $u_{AB}$  est :

$$p = u_{AB} \cdot i_{AB}$$

Dans le système international d'unités SI, la puissance  $p$  s'exprime en watt (W),  $u_{AB}$  en volt (V) et  $i_{AB}$  en ampère (A).

Pour distinguer une puissance reçue d'une puissance cédée, on comptera la première positive tandis que la deuxième négative.

A cette fin, on procèdera pour le calcul de la puissance d'un dipôle électrocinétique comme suit :

- avec la convention récepteur :  $p = + u.i.$
- avec la convention générateur :  $p = - u.i.$

## 4.3. Conclusion

Conformément à la convention récepteur :

- pour un dipôle récepteur, le produit  $u_{AB} \cdot i_{AB} > 0$  ;  
donc  $p_{AB} = + u_{AB} \cdot i_{AB} > 0$
- pour un dipôle générateur, le produit  $u_{AB} \cdot i_{AB} < 0$  ;  
donc  $p_{AB} = + u_{AB} \cdot i_{AB} < 0$ .

Conformément à la convention générateur :

- pour un dipôle récepteur, le produit  $u_{AB} \cdot i_{AB} < 0$  ;  
donc  $p_{AB} = - u_{AB} \cdot i_{AB} > 0$
- pour un dipôle générateur, le produit  $u_{AB} \cdot i_{AB} > 0$  ;  
donc  $p_{AB} = - u_{AB} \cdot i_{AB} < 0$ .

### Remarque :

Quelle que soit la convention utilisée, la puissance cédée par un générateur est négative tandis que celle reçue par un récepteur est positive.

## L'essentiel

- Un dipôle électrocinétique est tout élément de circuit relié aux autres éléments par deux bornes.
- Un dipôle est symétrique si sa caractéristique intensité-tension est symétrique par rapport à l'origine O (0,0). Dans le cas contraire, il est dit dissymétrique .
- Un dipôle passif ne peut être un générateur, c'est un récepteur qui consomme de l'énergie électrique que par effet Joule.
- Un dipôle actif est un dipôle qui ne transforme pas l'énergie électrique mise en jeu seulement en énergie thermique.
- Il existe une convention récepteur et une convention générateur.
  - Avec la convention récepteur, la puissance s'écrit :  $p = u.i$ .
  - Avec la convention générateur, la puissance s'écrit :  $p = - u.i$ .
- Avec la convention récepteur ou la convention générateur :
  - la puissance électrique est négative pour un générateur.
  - la puissance électrique est positive pour un récepteur.

# Exercices

## Je vérifie mes connaissances

**A. Q.C.M.** : Choisir la ( ou les) bonne(s) réponse(s).

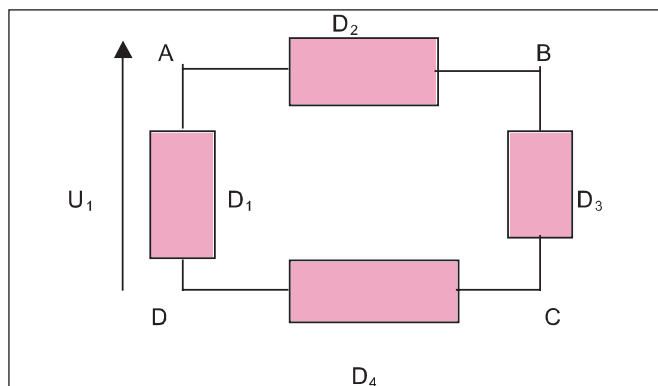
1. Un dipôle passif est un dipôle qui transforme l'énergie électrique :
  - a. en énergie chimique ;
  - b. en énergie thermique ;
  - c. en énergies thermique et mécanique.
2. Un dipôle actif est :
  - a. un dipôle qui transforme l'énergie électrique reçue seulement en énergie thermique;
  - b. un générateur;
  - c. un dipôle qui consomme de l'énergie électrique et la transforme en énergie mécanique.
3. Un dipôle est symétrique si sa caractéristique intensité-tension :
  - a. présente deux parties distinctes ;
  - b. est symétrique par rapport à l'origine O ;
  - c. est linéaire.

## B. Répondre par vrai ou faux.

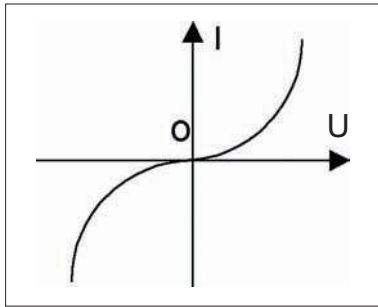
- a. Une diode LED est un récepteur passif symétrique ;
- b. Toutes les caractéristiques des dipôles passifs passent par le point (0,0) ;
- c. Un dipôle actif a toujours une tension entre ses bornes ; il n'est jamais traversé par un courant.

## Je sais appliquer ; je sais raisonner

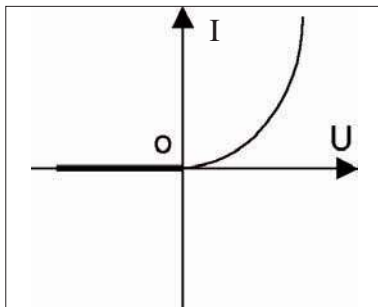
1. Choisir un sens de courant et utiliser la convention récepteur pour définir la tension aux bornes de chacun des dipôles du circuit. Les représenter.



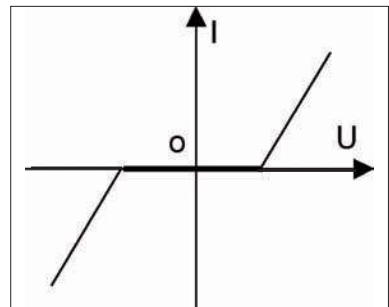
2. En utilisant les caractéristiques tension-intensité, déterminer si le dipôle est symétrique ou dissymétrique.



(a)



(b)



(c)

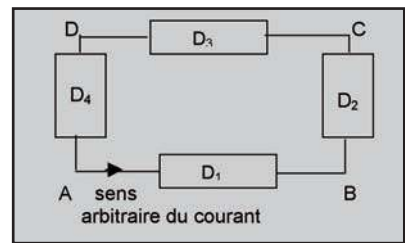
3. Un circuit électrique est constitué par quatre dipôles  $D_1$ ,  $D_2$ ,  $D_3$  et  $D_4$  montés en série comme l'indique la figure ci-contre.

L'intensité du courant qui circule dans le circuit est  $i = -0,3$  A.

On donne :  $u_{AB} = 12$  V ;  $u_{CB} = 4$  V ;  $u_{CD} = -5$  V.

a. A l'aide de la convention récepteur, déterminer les tensions  $u_1$ ,  $u_2$ ,  $u_3$  et  $u_4$  respectivement aux bornes des dipôles  $D_1$ ,  $D_2$ ,  $D_3$  et  $D_4$ .

b. Déterminer pour chaque dipôle la puissance électrique mise en jeu, et en déduire s'il s'agit d'un dipôle récepteur ou générateur.



4. On considère le circuit de la figure ci-contre.

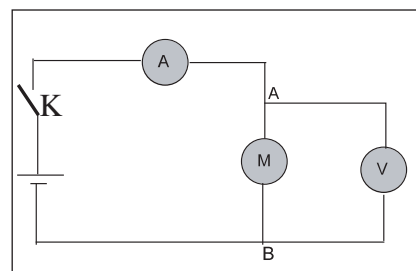
Lorsqu'on ferme l'interrupteur K, l'ampèremètre indique 80 mA et le voltmètre 7,5 V.

D'après la convention récepteur, quelle est la tension  $u$  aux bornes du moteur et quelle est l'intensité  $i$  du courant qui le traverse dans chacun des cas suivants :

a. on choisit comme sens arbitraire du courant celui qui va de A vers B à travers le moteur ;

b. on choisit comme sens arbitraire du courant celui qui va de B vers A à travers le moteur.

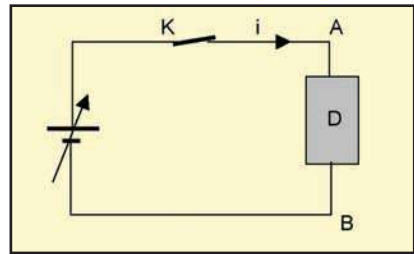
En déduire que dans chacun des cas, le moteur est un dipôle récepteur.



5. Un dipôle D est alimenté par un générateur de tension variable. On choisit arbitrairement comme sens de courant celui avec lequel le courant traverse le dipôle D de A vers B.

La tension  $u$  aux bornes du dipôle D est définie à l'aide de la convention récepteur, elle est égale à  $u_{AB}$ .

Une étude expérimentale fournit le tableau de mesures suivant :



$i$ (mA)	0	0,06	0,20	0,50	0,80	1,1
$u_{BA}$ (V)	0	- 2	- 2,5	- 3	- 3,5	- 4

- S'agit-il d'un dipôle générateur ou d'un dipôle récepteur ?
- Tracer la caractéristique intensité -tension du dipôle D.
- Ce dipôle est-il linéaire ? Si non, donner les couples  $(i, u)$  qui limitent le domaine où il peut être considéré comme linéaire.

# Chapitre 13

## DIPÔLES ELECTROCINEQUES (2)



*C'est une alimentation stabilisée avec une tension réglable. Une fois réglée, la tension entre ses bornes est une constante.*

*Cette valeur reste-t-elle la même pour tout courant débité dans un circuit électrique ?*

### Objectifs

- Retrouver à partir de la caractéristique  $U = f(I)$  d'un générateur, le modèle équivalent de Thévenin;
- Retrouver à partir de la caractéristique  $I = f(U)$  d'un générateur, le modèle équivalent de Norton;
- Retrouver pour un générateur donné l'équivalence entre le modèle équivalent de Thévenin et le modèle équivalent de Norton;
- Déterminer les grandeurs caractéristiques du générateur équivalent d'une association de :
  - générateurs de tension en série,
  - générateurs de courant en parallèle.
- Idéaliser un générateur de tension;
- Idéaliser un générateur de courant;
- Appliquer le théorème de Thévenin;
- Appliquer le théorème de Norton;
- Réaliser un diviseur de tension;
- Réaliser un diviseur de courant;

# 1. Modélisation d'un dipôle actif linéaire

Il est commode de décrire un dipôle générateur, dont la caractéristique  $U=f(I)$  ou  $I=g(U)$  est une droite affine (figures 1.a et 1.b), au moyen de modèles équivalents. Pour que ces modèles soient effectivement équivalents à cette source, il faut qu'ils vérifient la même relation  $U=f(I)$  ou  $I=g(U)$  en utilisant les mêmes orientations (ici en convention générateur) (figure 2).

## 1.1. Modèles équivalents

On peut associer à un générateur  $G(E,r)$  un modèle équivalent série dit de "Thévenin" constitué d'un générateur maintenant entre ses bornes une tension  $U_0$  constante (égale à la f.e.m.  $E$ ), en série avec un résistor de résistance  $R_0$  (figure 3), un tel modèle est appelé générateur de tension.

Exprimons la relation  $U=f(I)$  caractérisant ce dipôle.

En déduisons la valeur de  $R_0$  en fonction de la tension à vide  $U_0$  et l'intensité  $I_0$  du courant de court-circuit.

$$R_0 = \frac{U_0}{I_0} \text{ avec } U_0 = E, \text{ donc } R_0 = r.$$

- On peut associer aussi au même générateur  $G(E,r)$  un modèle équivalent parallèle dit de "Norton" constitué d'un générateur débitant un courant d'intensité constante  $I_0$  en parallèle avec un résistor de conductance  $G_0$  (figure 4), un tel modèle est appelé générateur de courant.

Exprimons la relation  $I=f(U)$  caractérisant ce dipôle.

En déduisons la valeur de la conductance  $G_0$  en fonction de  $U_0$  et  $I_0$ .

$$G_0 = \frac{I_0}{U_0}$$

## 1.2. Equivalence entre les deux modèles

Pour le modèle équivalent de Thévenin d'un générateur  $G$ , on a  $R_0 = \frac{U_0}{I_0}$ .

Pour le modèle équivalent de Norton du même générateur, on a  $G_0 = \frac{I_0}{U_0}$ .

Donc, les deux modèles sont équivalents entre eux ; ils sont tels que :

$$G_0 = \frac{1}{R_0}$$

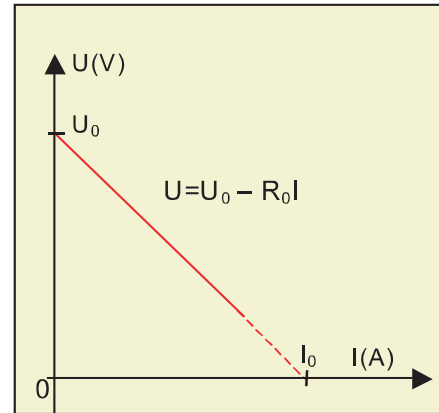


figure 1.a

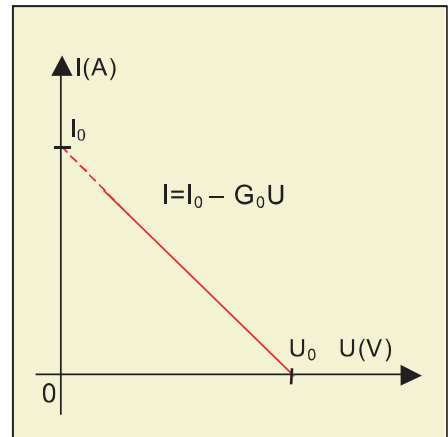


figure 1.b

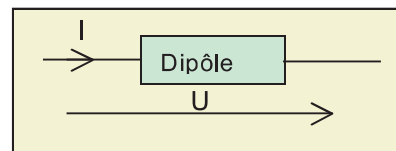


figure 2

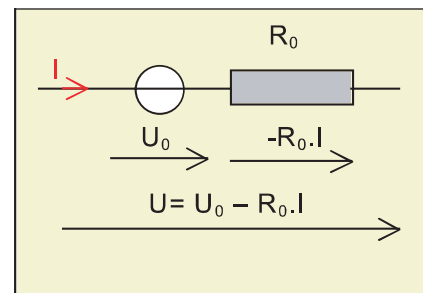


figure 3

# 1.3. Associations de générateurs

## 1.3.1. générateurs en série

Deux générateurs électriques  $G_1(E_1, r_1)$  et  $G_2(E_2, r_2)$  sont dits associés en série lorsque le pôle positif de l'un est relié au pôle négatif de l'autre (figure 5).

On applique la loi d'Ohm relative à un générateur à chacun des deux modèles de Thévenin parcourus par le même courant d'intensité  $I$  (figure 6).

On a :  $U_{CB} = E_1 - r_1 \cdot I$  et  $U_{BA} = E_2 - r_2 \cdot I$  ;  
 donc :  $U_{CA} = U_{CB} + U_{BA} = (E_1 + E_2) - (r_1 + r_2) \cdot I$  qui est de la forme  $U_{CA} = E - r \cdot I$  avec  $E = E_1 + E_2$  et  $r = r_1 + r_2$ .

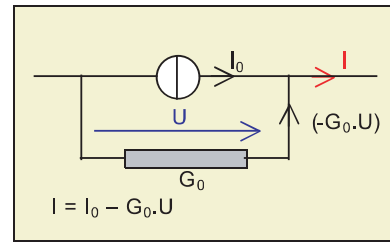


figure 4

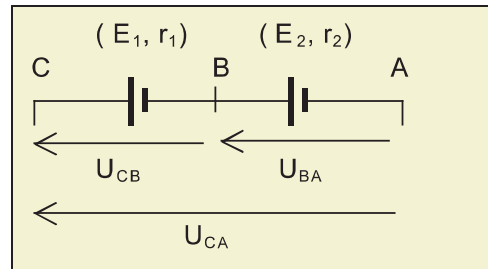


figure 5

### Conclusion

L'association de deux générateurs  $G_1(E_1, r_1)$  et  $G_2(E_2, r_2)$  en série est équivalente à un générateur de tension  $E$  unique caractérisé par une f.e.m.  $E = E_1 + E_2$  (ou tension à vide  $U_0 = E_1 + E_2$ ) et une résistance interne  $r = r_1 + r_2$ .

### Généralisation

$n$  générateurs réels associés en série, de f.e.m. respectives  $E_1, E_2, \dots, E_n$ , et de résistances internes respectives  $r_1, r_2, \dots, r_n$  sont équivalents à un générateur de tension unique de f.e.m.  $E$  et de résistance interne  $r$  tels que :

$$E = E_1 + E_2 + \dots + E_n$$

$$\text{et } r = r_1 + r_2 + \dots + r_n.$$

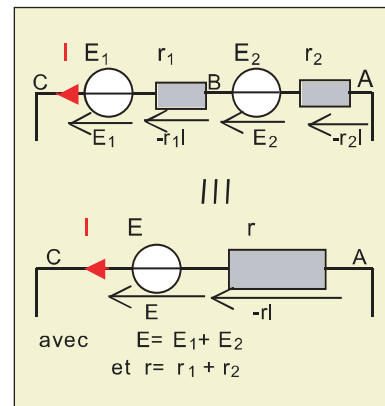


figure 6

### Remarques :

Des générateurs montés en série permettent d'avoir une f.e.m plus grande .

### 1.3.2. Générateurs en parallèle

Montons deux générateurs  $G_1(E_1, r_1)$  et  $G_2(E_2, r_2)$  en parallèle; c'est-à-dire que leurs pôles positifs sont reliés à un même point P et leurs pôles négatifs à un même point N du circuit (figure 7).

Pour calculer l'intensité I du courant débité par chaque générateur dans le circuit extérieur, appliquons la loi des nœuds respectivement aux points  $P_1$  et  $P_2$  des deux modèles équivalents de Norton des deux générateurs utilisés (figure 8) :

- au point  $P_1$  :  $I_1 = I_{01} - g_1 U$  avec  $U = V_p - V_N$  ;
- en  $P_2$  :  $I_2 = I_{02} - g_2 U$ .

Au niveau du point P :  $I = I_1 + I_2$ .

Remplaçons  $I_1$  et  $I_2$  par leur expression :

$I = (I_{01} - g_1 U) + (I_{02} - g_2 U)$  et on trouve enfin :

$$I = (I_{01} + I_{02}) - (g_1 + g_2)U$$

qui est de la forme  $I = I_0 - g \cdot U$

avec  $I_0 = I_{01} + I_{02}$

et  $g = g_1 + g_2$  ou  $g = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}$

### Conclusion

L'association de deux générateurs  $G_1(E_1, r_1)$  et  $G_2(E_2, r_2)$  en parallèle est équivalente à un générateur de courant unique caractérisé par un courant de court circuit  $I_0 = \frac{E_1}{r_1} + \frac{E_2}{r_2}$  et une conductance interne  $g = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}$ .

### Généralisation

n générateurs associés en parallèle, de f.e.m. respectives  $E_1, E_2, \dots, E_n$ , et de résistances internes respectives  $r_1, r_2, \dots, r_n$  sont équivalents à un générateur de courant unique caractérisé par :

- un courant de court circuit d'intensité

$$I_0 = \frac{E_1}{r_1} + \frac{E_2}{r_2} + \dots + \frac{E_n}{r_n}$$

- une conductance  $g = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \dots + \frac{1}{r_n}$

### Remarque :

Des générateurs montés en parallèle permettent d'avoir une résistance interne plus faible mais un courant plus intense.

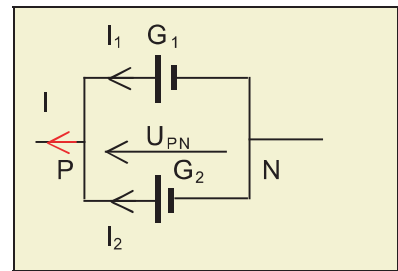


figure 7

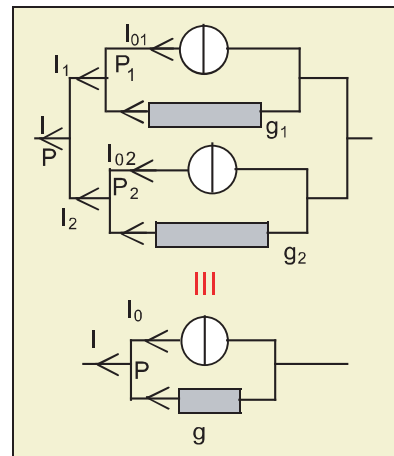


figure 8

## 2. Dipôles idéalisés

### 2.1. Générateur de tension idéal

Un générateur de tension idéal est un générateur de tension de résistance interne nulle .

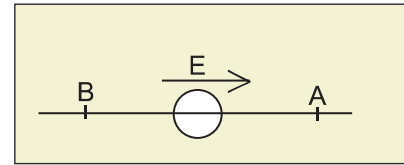


figure 9

Il a le symbole de la figure 9.

La résistance interne étant nulle, la tension  $U$  entre ses bornes est indépendante de la valeur de l'intensité du courant qu'il débite dans un circuit extérieur.

Cette tension est la force électromotrice (f.e.m.) du générateur ( figure 10).

$U = E$  , pour toute intensité  $I$  du courant.

$$U = E , \forall I$$

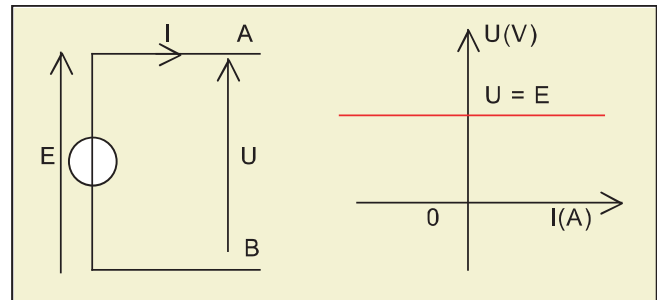


figure 10

Dans la pratique, un générateur réel a une résistance interne  $r$  non nulle .

Cherchons les conditions dans lesquelles il peut être modélisé par un générateur de tension idéal lorsque le circuit extérieur est résistif de résistance  $R_u$ .

En convention générateur, la tension aux bornes du générateur de tension s'écrit :  $U = E - r.I$  (1) ( figure 11).

D'autre part  $U = R_u.I$  (2), d'où  $I = \frac{U}{R_u}$ .

Remplaçons  $I$  par  $\frac{U}{R_u}$  dans la relation (1), nous obtenons

$$U = \frac{E}{1 + \frac{r}{R_u}}$$

Lorsque  $r$  est très inférieure à  $R_u$ , le quotient  $\frac{r}{R_u}$  devient négligeable devant 1 et on a  $U \approx E$ , ce qui signifie que dans ces conditions, le générateur utilisé peut être assimilé à un générateur de tension idéal.

Exemple : la pile de 1,5 V est une source de tension presque idéale si elle débite un faible courant. Si le courant devient d'intensité élevée le modèle idéal n'est plus valable.

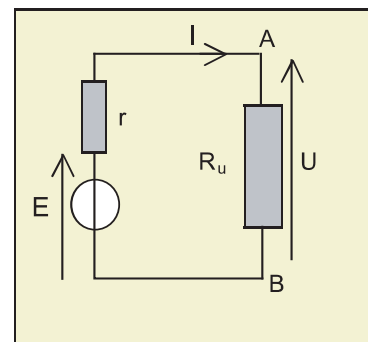


figure 11

## 2.2. Générateur de courant idéal

Un générateur de courant idéal est un générateur de courant dont l'intensité du courant qu'il débite dans un circuit extérieur est indépendante de la tension entre ses bornes.

$$I = I_0 = \text{constante}, \forall U$$

Il a le symbole de la figure 12.

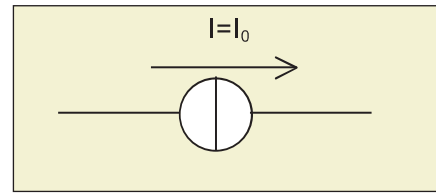


figure 12

La caractéristique intensité-tension est représentée sur la figure 13.

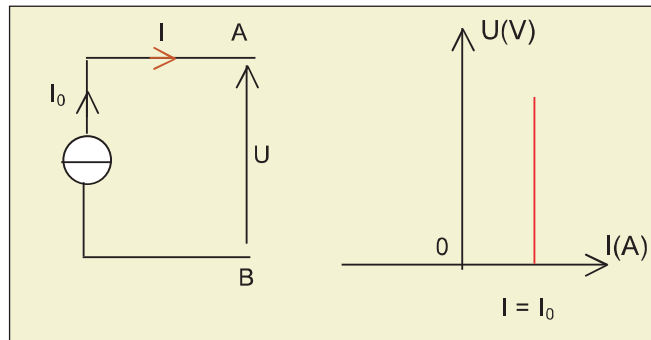


figure 13

En convention générateur, la caractéristique

$I=g(U)$  d'un générateur de courant réel est de la

$$\text{forme : } I = I_0 - \frac{U}{r} \quad (1)$$

Or  $U = R_u I$  (2) (figure 14),

Remplaçons  $U$  dans la relation (1), nous obtenons :

$$I = \frac{I_0}{1 + \frac{R_u}{r}}$$

Si  $r$  est très grande devant  $R_u$ , le quotient  $\frac{R_u}{r}$  devient très inférieur à 1 et on a  $I \approx I_0 \forall U$ .

La source de courant est un modèle simple qui décrit le comportement de certains dipôles dans certaines limites.

On peut réaliser par des moyens électroniques des sources de courant presque idéales si la tension à ses bornes ne dépasse pas certaines valeurs.

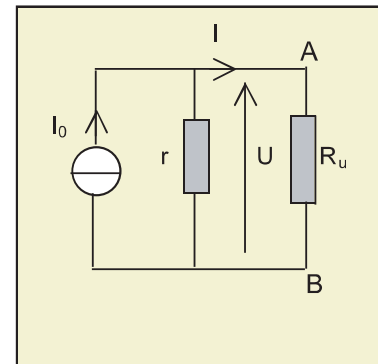


figure 14

## 2.3. Alimentation stabilisée

### Activité expérimentale

Une alimentation stabilisée est un générateur qui met en jeu la même forme d'énergie électrique en entrée et en sortie . Elle est alimentée par le secteur mais elle fournit une tension  $U$  continue et un courant continu d'intensité  $I$  à un dipôle récepteur.

On réalise le circuit de la figure 15 et on utilise comme générateur une alimentation stabilisée.

Lorsque l'interrupteur  $K$  est ouvert , la tension mesurée est égale à la f.e.m.  $E$ .

Lorsqu'on ferme l'interrupteur  $K$ , l'ampèremètre indique le passage d'un courant d'intensité  $I$  et le voltmètre une tension  $U = V_p - V_N$ .

On constate que  $U = E$ .

On fait varier l'intensité  $I$  du courant dans le circuit, afin de prendre les valeurs de  $U$  et  $I$ , et de tracer la courbe  $U=f(I)$ .

La caractéristique intensité-tension  $U(I)$  est représentée sur la figure 16. Elle comporte deux parties :

- une partie horizontale  $U_0$  qui correspond à une tension constante ( réglable dans certains appareils par l'action d'un bouton; par exemple de 0 à 30 volts ).
- une partie verticale d'abscisse  $I_0$  qui correspond à un courant constant d'intensité  $I_0$  réglable ( par exemple de 0,1 A à 2 A) par l'action d'un bouton.

Quel que soit le dipôle branché aux bornes de ce générateur, ce dernier maintient une tension pratiquement constante. Donc l'alimentation stabilisée, peut être considérée comme un générateur de tension idéal.

Le fonctionnement de ce générateur idéal, n'est en fait possible que dans un intervalle limité par une intensité maximale  $I_{\max} = I_0$ .

Lorsque le résistor de résistance  $R$  est branché aux bornes d'une alimentation stabilisée, caractérisée par une f.e.m.  $E$  et une résistance interne  $R_0$  (ou conductance  $G_0$ ), on obtient la relation  $U = RI$  ( ou  $I = GU$ ). Deux cas peuvent se présenter ( figure 17 ):

-si  $R > R_0$ , l'alimentation stabilisée impose une tension  $U = U_0$ , et se règle à  $I = \frac{U_0}{R}$ , ce qui est en accord avec la condition  $r \ll R_u$  du générateur de tension idéal (paragraphe 2.1) .

-si  $R < R_0$ , l'alimentation stabilisée impose un courant d'intensité  $I = I_0$ , et la tension  $U$  devient  $U = R \cdot I_0$ , ce qui est en accord avec la condition  $r \gg R_u$  du générateur de courant idéal ( paragraphe 2.2.).

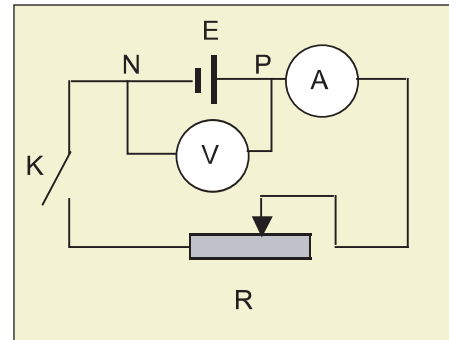


figure 15

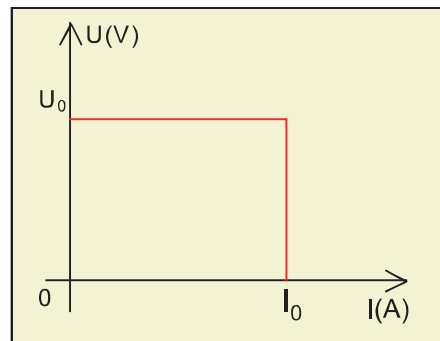


figure 16

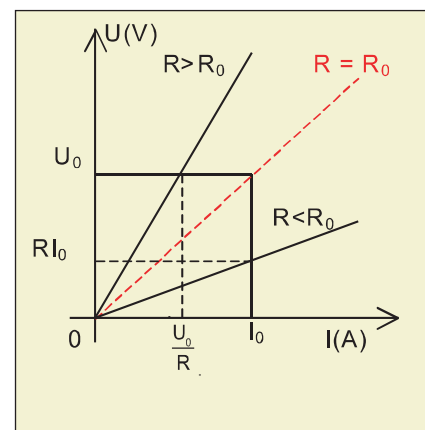


figure 17

### 3. Etude d'un circuit électrique

#### Situation :

On se propose de déterminer l'intensité du courant  $I$  qui parcourt la charge résistive de résistance  $R_u$  du montage de la figure 18 .

Données :

$$E_1 = 20 \text{ V} ; R_1 = 1 \text{ k}\Omega ;$$

$$E_2 = 10 \text{ V} ; R_2 = 1 \text{ k}\Omega ; R_u = 100 \Omega .$$

#### 3.1. Résolution par les lois du courant continu

La loi des nœuds au point A :  $I_1 + I_2 = I$  (1)

La loi des mailles donne :

$$\text{Maille } (E_1, R_1, R_u) \quad U = E_1 - R_1 I_1 \quad (2)$$

$$\text{Maille } (E_2, R_2, R_u) \quad U = E_2 - R_2 I_2 \quad (3)$$

Loi d'Ohm aux bornes de  $R_u$  :  $U = R_u I$  (4)

Il faut donc résoudre un système de quatre équations à quatre inconnues ( $I_1, I_2, I, U$ ).

C'est une méthode longue et présente des difficultés de calculs.

Peut-on procéder autrement afin d'aboutir plus rapidement à la bonne solution ?

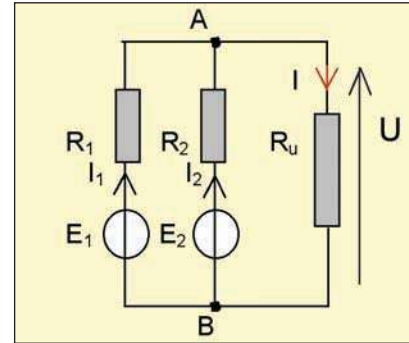


figure 18

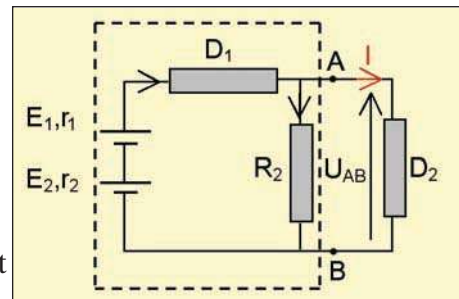


figure 19.a

#### 3.2. Théorèmes de Thévenin et de Norton

Les théorèmes de Thévenin et de Norton sont la base d'une méthode théorique très utilisée en électronique, pour réduire les réseaux ou portions de circuit renfermant uniquement des dipôles linéaires actifs et passifs (dipôle AB de la figure 19.a) en un seul dipôle actif linéaire (dipôle D de la figure 19.b).

##### 3.2.1. Théorème de Thévenin

###### -Enoncé du théorème :

Toute portion de circuit électrique ne comportant que des dipôles actifs et passifs linéaires peut être modélisée par un dipôle actif linéaire équivalent à un générateur de tension unique ( $E_0, R_0$ ).

-Détermination des grandeurs caractéristiques  $E_0$  et  $R_0$  du modèle équivalent de Thévenin :

si on remplace le dipôle AB par son modèle équivalent de Thévenin (générateur de tension idéal de f.é.m.  $E_0$  en série avec une résistance  $R_0$ ) (figure 20), la tension  $U_{AB}$  est égale à :

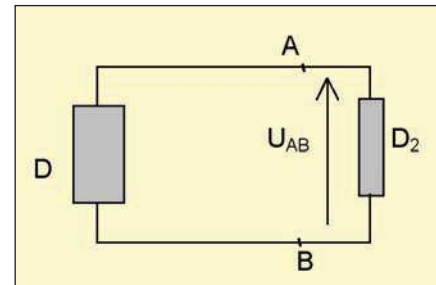


figure 19.b

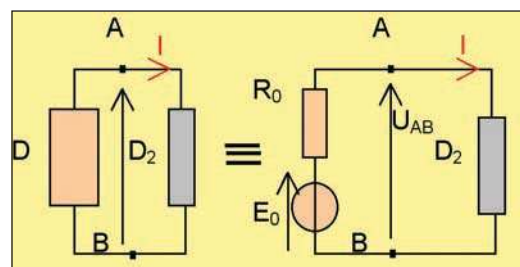


figure 20

$$U_{AB} = E_0 - R_0 I$$

La détermination des grandeurs caractéristiques ( $E_0, R_0$ ) du générateur de Thévenin équivalent s'opère de la façon suivante :

- On isole le dipôle AB dont on veut chercher le modèle équivalent de Thévenin, le circuit est alors ouvert et l'intensité du courant devient nulle ( $I=0$ ) dans  $D_2$ . La tension aux bornes de AB en circuit ouvert est la tension de Thévenin  $U_0 = E_0$  (figure 21).
- Pour déterminer la résistance interne  $R_0$  du dipôle équivalent, on éteint toutes les sources du dipôle AB la résistance «vue» entre les bornes AB est égale à la résistance  $R_0$ .

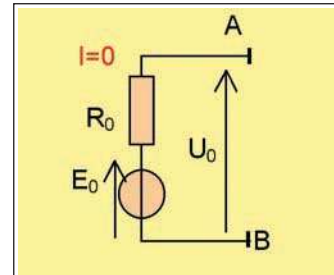


figure 21

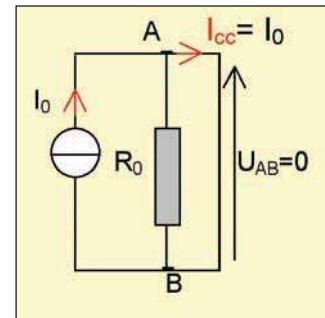


figure 22

### 3.2.2. Théorème de Norton

#### Enoncé du théorème :

Toute portion de circuit électrique ne renfermant que des dipôles actifs et passifs linéaires, peut être modélisée par un dipôle actif linéaire équivalent à un générateur de courant unique ( $I_0, G_0$ ).

- Détermination de  $I_0$  et  $G_0$  :

Dans ce cas, il s'agit de remplacer le dipôle AB par son modèle équivalent de Norton (générateur de courant ( $I_0, G_0$ )).

- Pour déterminer  $I_0$ , il faut simplement constater que lorsque l'on court-circuite les bornes A et B du dipôle AB, la tension  $U_{AB}$  est nulle et le courant de court-circuit  $I_{cc}$  est égal à  $I_0$  ( $I_{cc} = I_0$ ) (figure 22).
- Pour déterminer la conductance du dipôle équivalent, on éteint toutes les sources du dipôle AB, la conductance « vue » entre les bornes AB est égale  $G_0$  (figure 23).

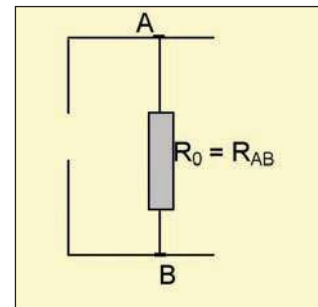


figure 23

### 3.3. Applications des théorèmes de Thévenin et de Norton

#### 3.3.1. Association d'un dipôle actif et des dipôles passifs

Considérons un circuit formé d'un générateur  $G(E, R)$  fermé sur un résistor de résistance  $R'$ . L'ensemble est en parallèle avec une charge (résistor de résistance  $R_u$ ) (figure 24). On se propose de déterminer l'intensité  $I$  du courant qui traverse  $R_u$  et la tension  $U$  à ses bornes.

#### Résolution par le théorème de Thévenin

Il s'agit de déterminer les grandeurs  $E_0$  et  $R_0$  du générateur équivalent à la portion AB.

Pour déterminer  $R_0$ , éteignons le générateur de tension et calculons la résistance équivalente du dipôle AB. Les résistances  $R$  et  $R'$  étant associées en parallèle, la résistance équivalente  $R_0$  est donnée par :

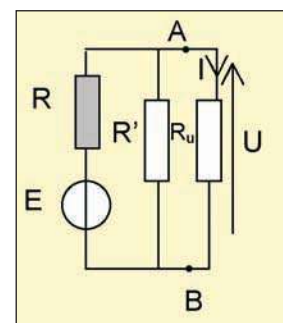


figure 24

$$R_0 = \frac{R.R'}{R + R'}$$

Pour déterminer la f.e.m de Thévenin  $E_0$ , il suffit d'ouvrir la branche AB (portion de circuit du côté de  $R_u$ ) et d'exprimer la tension à vide  $U_0$ .

$$U_0 = E - R.I = R'.I, \text{ soit } I = \frac{E}{R+R'}$$

$$\text{D'où } U_0 = E \left(1 - \frac{R}{R+R'}\right).$$

$$\text{En conséquence } E_0 = U_0 = \frac{R'}{R+R'} \cdot E$$

Maintenant, si on remplace le dipôle AB associé à la charge  $R_u$  par le générateur équivalent de Thévenin (figure 25), on peut déduire facilement les expressions de I et U :

$$\begin{cases} I = \frac{E_0}{R_u + R_0} = \frac{R'}{(R+R')R_u + RR'} \cdot E \\ U = R_u I = \frac{R_u R'}{(R+R')R_u + RR'} \cdot E \end{cases}$$

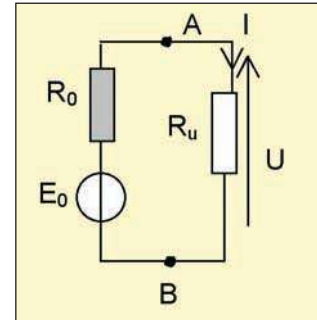


figure 25

### Résolution par le théorème de Norton

Cherchons le générateur de Norton équivalent au dipôle AB.

Pour déterminer  $R_0$ , éteignons le générateur et calculons la résistance équivalente du dipôle.

On constate que les résistances R et R' sont associées en parallèle .

$$\text{Donc la résistance de Norton : } R_0 = \frac{R.R'}{R+R'}$$

Pour déterminer  $I_0$ , considérons le dipôle AB en court-circuit et exprimons l'intensité du courant de court-circuit  $I_{cc}$ .

Il vient :

$$U_0 = E - R I_0 \text{ et } I_{cc} = I_0 = \frac{E}{R}$$

Maintenant, si considère le générateur de Norton équivalent du dipôle AB associé à la charge  $R_u$ , on trouve :

$$\begin{cases} U = \frac{R_u R_0}{R_u + R_0} I_0 = \frac{R_u R'}{(R+R')R_u + RR'} \cdot E \\ I = \frac{R_0 I_0}{R_u + R_0} = \frac{R'}{(R+R')R_u + RR'} \cdot E \end{cases}$$

**Remarque :** En considérant l'équivalence entre les deux modèles, on retrouve bien le même résultat qu'avec le théorème de Thévenin.

### 3.3.2. Circuit comportant un dipôle passif non linéaire

On considère un montage comportant les composants suivants: un générateur de tension ( $E, R_1$ ), un résistor de résistance  $R_2$  et une lampe  $L$  (figure 26).

On donne :  $E = 15 \text{ V}$  ;  $R_1 = 300 \Omega$  et  $R_2 = 150 \Omega$

Connaissant la caractéristique  $U = f(I)$  de la lampe (figure 27), on se propose de déterminer les coordonnées du point de fonctionnement  $P$  de la lampe  $L$ .

La partie du circuit ne comportant pas la lampe  $L$  (à gauche de  $A$  et  $B$ ) peut être considérée comme une portion du circuit linéaire.

Déterminons donc les grandeurs  $U_0$  et  $I_0$  du générateur de Thévenin équivalent :

Eteignons la source de courant, nous constatons que la résistance entre  $A$  et  $B$  est constituée de deux résistances  $R_1$  et  $R_2$  en parallèle.

On a donc la résistance de Thévenin  $R_0 = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$ .

A.N :  $R_0 = 100 \Omega$ .

Ouvrons le circuit entre  $A$  et  $B$ , aucun courant ne circule dans la lampe.

La tension  $U_0 = E - R_1 \cdot I = R_2 \cdot I$ , soit  $I = \frac{E}{R_1 + R_2}$

D'où  $E_0 = U_0 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot E$  ; A.N :  $E_0 = 5 \text{ V}$ .

Le circuit étudié est équivalent à un générateur linéaire de caractéristique  $U = E_0 - R_0 \cdot I$ , qui s'écrit de la forme :

$$U = 5 - 100 \cdot I$$

C'est l'équation d'une droite de charge (figure 28).

L'intersection des deux courbes donne le point de fonctionnement  $P (I_p, U_p)$ .

L'intérêt de la méthode graphique est qu'elle s'applique quelle que soit la nature des dipôles (passifs ou actifs, linéaires ou non).

**Remarque :** Si la caractéristique d'un dipôle étudié présente des parties linéaires on peut déterminer le modèle de Thévenin ou de Norton pour chaque partie.

#### Exercice d'application

Déterminer les grandeurs caractéristiques du générateur de Thévenin équivalent à la portion du circuit  $AB$  de la figure 29. on donne :

$E = 5 \text{ V}$  ;  $R_1 = 10 \text{ k}\Omega$  ;  $R_2 = 40 \text{ k}\Omega$ .

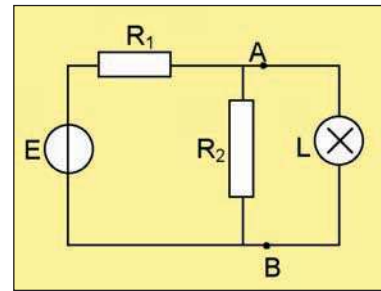


figure 26

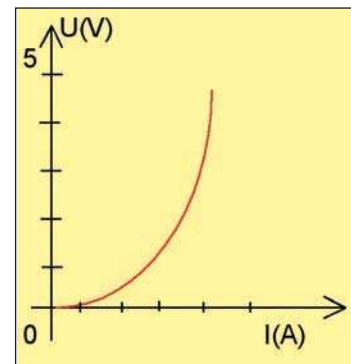


figure 27

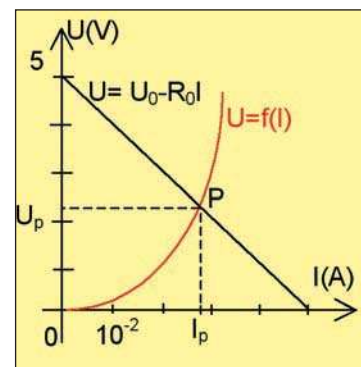


figure 28

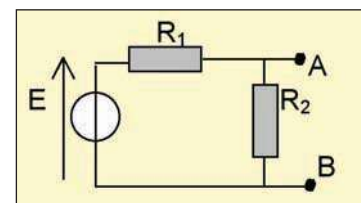


figure 29

Le modèle de Thévenin équivalent est représenté par la figure 30:

$$R_0 = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \quad \text{A.N : } R_0 = \frac{10 \cdot 40}{10 + 40} = 8 \text{ k}\Omega.$$

$$E_0 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot E \quad \text{A.N : } E_0 = 0,8 \cdot 5 = 4 \text{ V.}$$

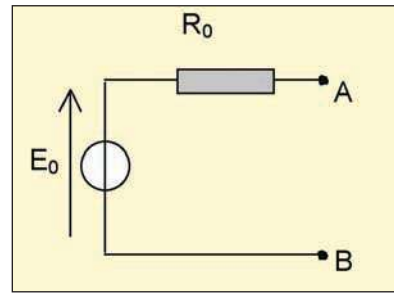


figure 30

### 3.3.3. Diviseur de tension résistif

Le montage de la figure 31 constitue un diviseur de tension résistif. Il est obtenu en branchant aux bornes d'un générateur de tension G (E, R) deux résistors de résistances  $R_1$  et  $R_2$ . C'est un montage simple permettant d'obtenir une tension  $U_s$  proportionnelle à une tension  $U_e$  et qui lui est inférieure.

La tension d'alimentation est appliquée à l'ensemble des résistors tandis que la tension de sortie est prise aux bornes de  $R_2$  pour alimenter le circuit de charge (supposé résistif). Il est modélisé par un résistor de résistance  $R_u$  (figure 32).

Le théorème de Thévenin nous permet d'obtenir :

\* la tension  $E_0$  à vide (On enlève  $R_u$ )

$$E_0 = \frac{R_2}{R_1 + R_2 + R} \cdot E,$$

\* la résistance  $R_0$  en mettant en court-circuit le générateur (ou on l'éteint)  $R_0 = R_2 // (R + R_1)$

Le théorème de Thévenin transforme le circuit étudié en un circuit simple comportant une seule maille (figure 30) telle que :  $U = E_0 - R_0 \cdot I$

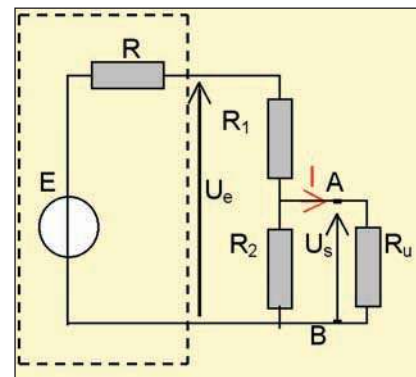


figure 31

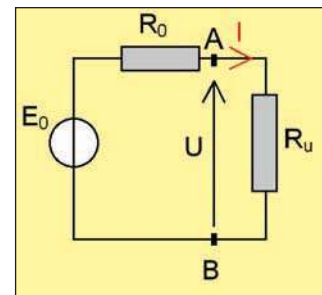


figure 32

Remarque :

Dans la pratique, un diviseur de tension résistif est considéré idéal, si on a :

$$R \ll R_1 + (R_2 // R_u) \text{ et } R_u \gg (R_2 // R_1 + R).$$

### 3.3.4. Diviseur de courant résistif

Le diviseur de courant résistif est obtenu en branchant aux bornes d'un générateur de courant (I, G) deux résistors de résistances  $R_1$  et  $R_2$  (conductances respectives  $G_1$  et  $G_2$ ) (figure 33). Le circuit d'utilisation est résistif, modélisé par une résistance  $R_u$  (conductance  $G_u$ ).

Le théorème de Norton nous permet d'obtenir :

\* le courant de court-circuit d'intensité  $I_0$  qui circule entre A et B :

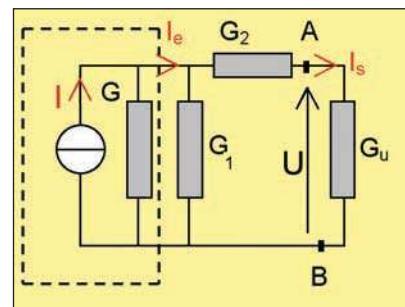


figure 33

$$I_0 = \frac{G_2}{G+G_1+G_2} \cdot I$$

\* la conductance interne  $G_0$ , qui s'obtient en éteignant le générateur de courant. Comme  $G_2$  est en série avec  $G_1$  et  $G$  associées en parallèles,  $G_0$  devient :

$$G_0 = \frac{G_2(G_1+G)}{G+G_1+G_2}$$

Le théorème de Norton permet de remplacer le circuit étudié par un circuit simple( figure 34) et déduire  $I_s$  :

$$I_s = I_0 - G_0 \cdot U.$$

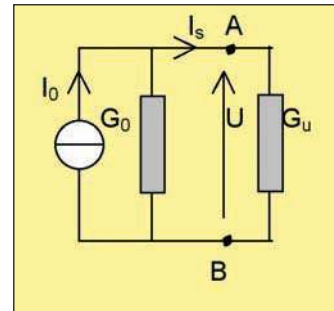


figure 34

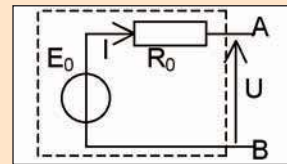
## L'essentiel

- Un générateur de tension idéal est un dipôle constitué d'une force électromotrice  $E$  ayant la propriété de présenter à ses bornes une différence de potentiel  $U = E$  indépendante du courant qu'il débite.
- Un générateur de courant idéal est un dipôle actif ayant la propriété de fournir une intensité de courant indépendante de la valeur de la tension existant à ses bornes.
- Toute portion du circuit électrique ne comportant que des dipôles actifs et passifs linéaires peut être remplacée par un dipôle actif linéaire auquel on peut associer :
  - un modèle équivalent de Thévenin, décrit par la théorie de Thévenin.
  - un modèle équivalent de Norton décrit par la théorie de Norton.

- Le modèle équivalent de Thévenin comporte un générateur de tension unique de f.e.m.  $E_0$  en série avec un résistor de résistance  $R_0$  ; telle que :  $U = E_0 - R_0 \cdot I$ ,

$E_0$  est la tension du vide, elle est déterminée pour  $I = 0$  A.

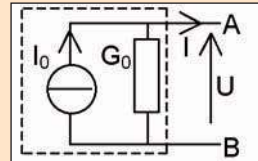
$R_0$  est la résistance équivalente du dipôle AB quand tous les générateurs sont éteints.



- Le modèle équivalent de Norton comporte un générateur de courant unique d'intensité  $I_0$  en parallèle avec une conductance  $G_0$  ; telle que :  $I = I_0 - G_0 \cdot U$

$I_0$  est l'intensité du court-circuit, elle est déterminée pour  $U = 0$  V.

$G_0$  est la conductance équivalente du dipôle AB lorsque tous les générateurs sont éteints.



- Un générateur de tension et un générateur de courant sont équivalents s'ils fournissent à une résistance branchée respectivement à leurs bornes la même intensité de courant sous la même tension.
- Comme il y a une équivalence entre les modèles de Thévenin et de Norton, les éléments d'un modèle peuvent se déterminer à partir des éléments de l'autre modèle :

$$I_0 = \frac{U_0}{R_0} ; U_0 = \frac{I_0}{G_0} ; R_0 = \frac{1}{G_0} .$$

# Exercices

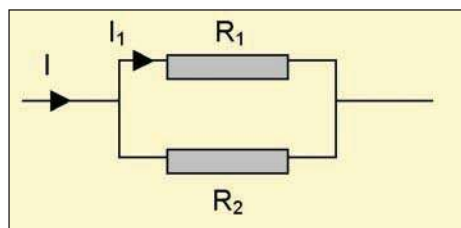
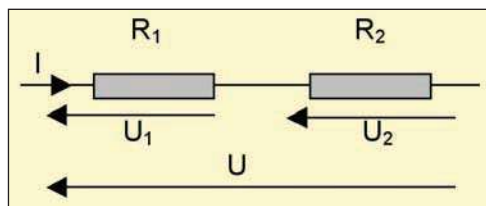
## Je vérifie mes connaissances

**Q.C.M.** Choisir la (ou les) bonne (s) réponse (s).

1. Le théorème de Thévenin fait correspondre à une portion de circuit électrique :
  - a. un générateur de tension en parallèle avec un résistor ;
  - b. un générateur de tension en série avec un résistor ;
  - c. un générateur de courant en parallèle avec un résistor ;
2. Un générateur de tension idéal délivre :
  - a. une tension constante ;
  - b. un courant d'intensité constante ;
  - c. une tension et un courant variables.
3. Une source de tension idéale "éteinte" est remplacée par :
  - a. un court-circuit ;
  - b. un circuit ouvert ;
  - c. une résistance nulle.

## Je sais appliquer ; je sais raisonner

1. On branche un voltmètre aux bornes d'une dipôle D, l'appareil indique 4,5 V.
  - a. Quelle la nature du dipôle D ?
  - b. Que représente la valeur mesurée ?
2. Une portion d'un circuit comporte deux résistors de résistances  $R_1$  et  $R_2$ , comme l'indique la figure ci-contre.
  - a. Comment sont associées  $R_1$  et  $R_2$  ? Donner leur résistance équivalente.
  - b. Exprimer  $U_1$  en fonction de  $U$ ,  $R_1$  et  $R_2$ .
3. Une portion d'un circuit comporte deux résistors de résistances  $R_1$  et  $R_2$ , comme l'indique la figure ci-contre.
  - a. Comment sont associées  $R_1$  et  $R_2$  ? Donner leur résistance équivalente.
  - b. Exprimer  $I_1$  en fonction de  $I$ ,  $R_1$  et  $R_2$ .



4. On étudie la caractéristique d'une pile, les mesures sont récapitulées dans le tableau ci-dessous :
- Proposer un montage permettant cette étude expérimentale.
  - Tracer la caractéristique  $I = f(U)$  de la pile.
  - Quel est le modèle équivalent donné à ce dipôle.
  - Déterminer les éléments des modèles équivalents de Norton et de Thévenin.

I(mA)	0	20	40	60	80	100
U(V)	1,45	1,43	1,41	1,39	1,37	1,35

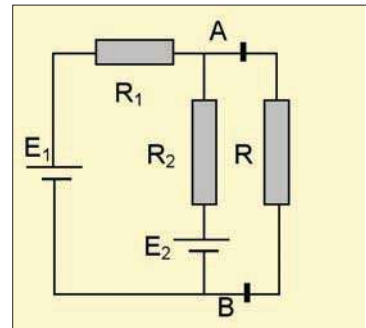
5. On considère le montage de la figure ci-contre.

On donne :

$$E_1 = 12 \text{ V} ; E_2 = 6 \text{ V}$$

$$R_1 = 40 \ \Omega ; R_2 = 4 \ \Omega ; R = 20 \ \Omega.$$

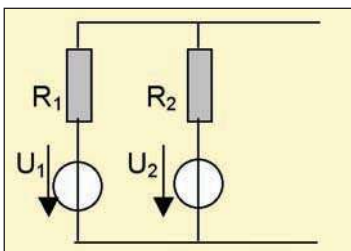
- Déterminer le modèle équivalent de Thévenin du dipôle AB qui alimente R.
- Déterminer le modèle équivalent de Norton du dipôle AB qui alimente R.
- Déterminer l'intensité du courant qui traverse R ainsi que la tension à ses bornes.
- Calculer l'intensité des courants dans  $R_1$  et  $R_2$ .



6. Un générateur de tension de f.e.m  $E = 12 \text{ V}$  et de résistance interne  $r = 0,5 \ \Omega$  alimente un résistor de résistance  $R_c$ .
- Faire le montage du circuit étudié.
  - Déterminer l'intensité du courant  $I$  qui traverse  $R_c = 10 \ \Omega$ .
  - Que devient cette valeur quand  $R_c = 0 \ \Omega$  ? Que se passe-t-il, dans ce cas, si le générateur est un accumulateur au plomb ?

7. Déterminer les schémas des modèles de Thévenin et de Norton des portions de circuits suivants :

a.



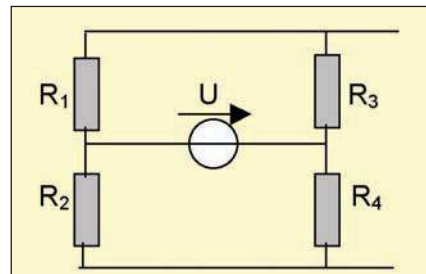
$$U_1 = 5 \text{ V}$$

$$U_2 = 2 \text{ V}$$

$$R_1 = 1 \text{ k}\Omega$$

$$R_2 = 5,6 \text{ k}\Omega$$

b.

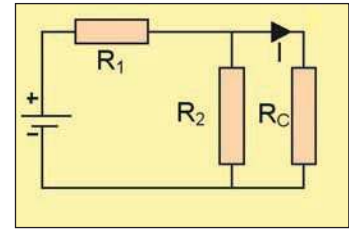


$$U = 10 \text{ V}$$

$$R_1 = R_4 = 100 \text{ k}\Omega$$

$$R_2 = R_3 = 500 \text{ k}\Omega$$

8. Un générateur de tension de  $E = 12V$  et de résistance interne  $R_1 = 2k\Omega$  alimente deux résistances  $R_2 = 1 k\Omega$  et  $R_c$  en parallèles comme c'est indiqué sur la figure ci-contre.

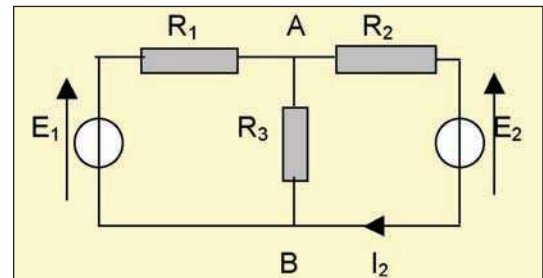


- Donner l'expression du courant  $I$  et calculer sa valeur pour  $R_c$  égale à  $0 \Omega$ ,  $500 \Omega$ ,  $1 k\Omega$ ,  $2 k\Omega$  et  $100 k\Omega$ .
- Calculer, pour chaque valeur de  $R_c$  la tension à ses bornes. Conclure.

9. a. Donner le schéma du modèle équivalent de Thévenin du dipôle AB (constitué de  $E_1$ ,  $R_1$  et  $R_3$ ).
- b. Après avoir remplacé  $E_1$ ,  $R_1$  et  $R_3$  par ce dipôle équivalent, en déduire la valeur de  $I_2$  par la loi des mailles.

On donne :  $E_1 = 10V$ ,  $E_2 = 5V$

$$R_1 = 15\Omega, R_2 = 10\Omega \text{ et } R_3 = 5\Omega$$



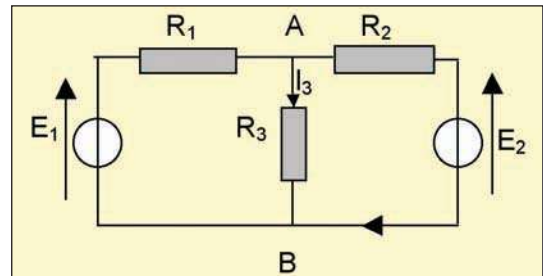
10. Donner le schéma du dipôle équivalent de Norton du dipôle AB (constitué de  $E_1$ ,  $E_2$ ,  $R_1$  et  $R_2$ ).

En déduire le schéma équivalent de Thévenin de ce dipôle.

En déduire la valeur de  $I_3$ .

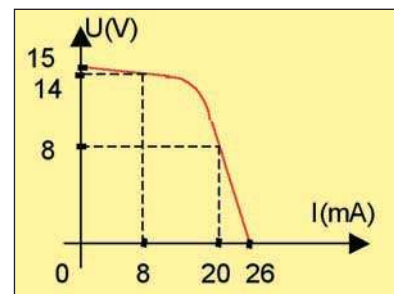
On donne :  $E_1 = 10V$ ,  $E_2 = 5V$

$$R_1 = 15\Omega, R_2 = 10\Omega \text{ et } R_3 = 5\Omega$$



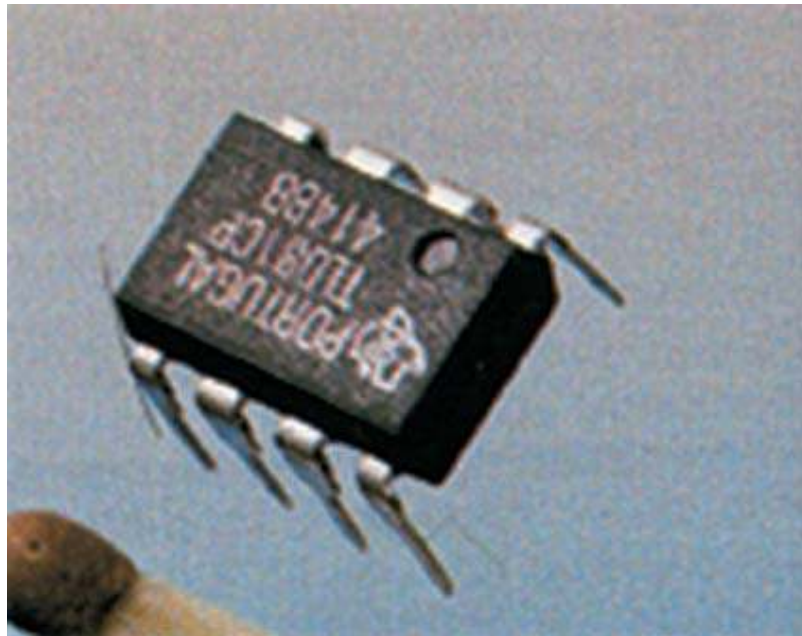
11. La caractéristique  $U = f(I)$  d'un dipôle D est représentée ci-contre :

- S'agit-il d'un dipôle actif ou passif ?
- Le dipôle est-il linéaire ? Pourquoi ?
- Déterminer le modèle équivalent de Thévenin valable pour  $I < 8 \text{ mA}$ .
- Déterminer le modèle équivalent de Norton valable pour  $U < 8 \text{ V}$ .



# Chapitre 14

## L'amplificateur opérationnel (A.O.)



*Ce boîtier à huit pattes comporte une vingtaine de transistors intégrés dans un volume qui ne dépasse pas celui d'une puce. C'est l'amplificateur opérationnel.*

*C'est un circuit intégré qui peut jouer plusieurs fonctions analogiques et numériques.*

*Lesquelles et comment ?*

### Objectifs

- Modéliser un amplificateur opérationnel.
- Idéaliser un amplificateur opérationnel.
- Polariser un amplificateur opérationnel.
- Tracer la caractéristique de transfert d'un amplificateur opérationnel.
- Réaliser quelques montages avec un amplificateur opérationnel.

# 1. Description et fonctionnement d'un amplificateur opérationnel (A.O.)

L'industrie d'électronique moderne sait réaliser des circuits très complexes qui comportent des milliers de composants électroniques ( transistors, diodes, ...) dans un volume très réduit. Ce sont les circuits intégrés.

Avec ces circuits intégrés, on peut réaliser des fonctions logiques et des fonctions analogiques.

## Activité documentaire

### Questions :

1. Reconnaître les transistors et les résistances.
2. Observer le boîtier noir au cœur du montage. Comparer son volume à celui d'une vingtaine de transistors.
3. Dans quels appareillages trouve-t-on ces boîtiers ?

### 1.1. Description d'un amplificateur opérationnel

L'amplificateur opérationnel (A.O.) est un circuit intégré comportant de nombreux transistors. Il est enfermé dans un boîtier et relié à l'extérieur par l'intermédiaire de plusieurs broches.

Exemple :  $\mu A 741$  a huit broches ; TL081 a aussi huit broches numérotées de 1 à 8 relativement à un repérage sous forme de point ou d'encoche. Vu de dessus, la borne 1 est à droite du repérage (encoche), puis 2,...jusqu'à la borne 8 dans le sens direct (figure 2).

Un amplificateur opérationnel (A.O.) présente :

- trois bornes principales :
  - entrée inverseuse  $E^-$  repérée par (-),
  - entrée non inverseuse  $E^+$  repérée par (+),
  - sortie S.
- deux bornes indispensables à la polarisation:
  - tension de polarisation positive  $+V_p$ ,
  - tension de polarisation négative  $-V_p$ .
- trois bornes supplémentaires :  
elles permettent de connecter des composants extérieurs pour améliorer les performances de l'A.O.

Le brochage d'un amplificateur opérationnel  $\mu A 741$  est :

- borne 2 : entrée inverseuse  $E^-$ ,
- borne 3 : non inverseuse  $E^+$ ,
- borne 6 : sortie,
- borne 4 : polarisation  $-V_p = -15V$ ,
- borne 7 : polarisation  $+V_p = +15V$ ,
- borne 5 : réglage du décalage en tension,
- borne 8 : non connectée.

Dans un schéma, on ne représente généralement que les 3 bornes principales, la représentation normalisée d'un amplificateur opérationnel est celle indiquée sur la figure 3.

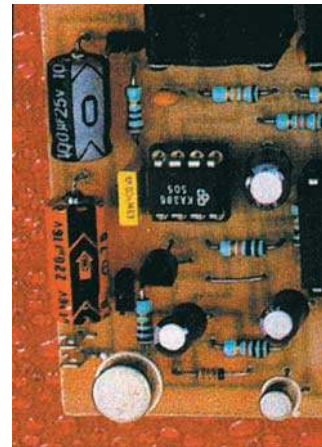


figure 1

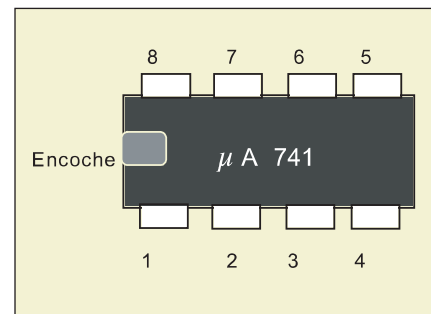


figure 2

Vu de dessus d'un A.O.

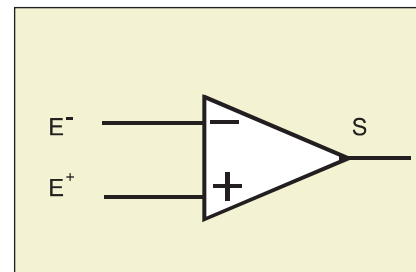


figure 3

Schéma d'un A.O.

## 1.2. Polarisation d'un amplificateur opérationnel

Pour que les transistors du circuit intégré fonctionnent correctement, il faut les alimenter par deux tensions continues symétriques par rapport à la masse, appelée tension de polarisation (par exemple :  $+u_p = +15 \text{ V}$  et  $-u_p = -15 \text{ V}$ ). On dit alors que l'amplificateur opérationnel est **polarisé**. Dans la pratique, on utilise un générateur qui délivre deux tensions symétriques (3 bornes : +, - et masse) ou deux générateurs associés comme l'indique la figure 4.

L'amplificateur opérationnel est relié à la masse, maintenue à un potentiel constant, par un fil conducteur. Donc, toute tension appliquée à une borne de l'A.O. est exprimée par rapport à la masse. Par convention, le potentiel de la masse est pris égal à zéro ( $v_M = 0$ ) ; d'où les tensions d'entrée notées  $u_e^+$  et  $u_e^-$  et la tension de sortie  $u_s$  ; telle que :  $u_e^+ = v_{E^+} - v_M$  ; comme  $v_M = 0$  on a  $u_e^+ = v_{E^+}$  ; de même pour  $u_e^-$  et  $u_s$ .

La différence entre les deux tensions  $u_e^+$  et  $u_e^-$  est représentée par :

$$\varepsilon = u_e^+ - u_e^-$$

## 2. Caractéristiques et régimes de fonctionnement

### Activité expérimentale 1

Le matériel nécessaire : A.O. de type  $\mu A741$  ( TL 081 ou équivalent) ; un potentiomètre  $10 \text{ k}\Omega$  ; une alimentation double ; un ampèremètre ; un voltmètre ; un générateur de tension continue, nous permet de réaliser le montage de la figure 5.

### Questions :

1. Etudier expérimentalement la caractéristique de transfert  $u_s = f(\varepsilon)$  de l'A.O.
2. Exploiter la courbe tracée pour déterminer les modes de fonctionnement de l'A.O.
3. Donner un modèle idéal de la caractéristique.

La caractéristique de transfert  $u_s = f(\varepsilon)$  est donnée par la figure 6. Constatons que :

- la courbe passe par l'origine O,
- la courbe est sensiblement symétrique par rapport à ce point O.
- la tension de saturation  $u_{\text{sat}}$ , qui correspond à la valeur maximale de la tension de sortie de l'amplificateur opérationnel, est légèrement inférieure à la tension de polarisation.

Par définition, l'amplificateur opérationnel est un amplificateur rigoureusement linéaire dans un petit intervalle  $-\varepsilon_0 < \varepsilon < \varepsilon_0$ .

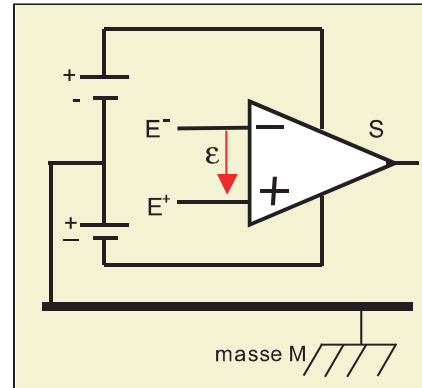


figure 4

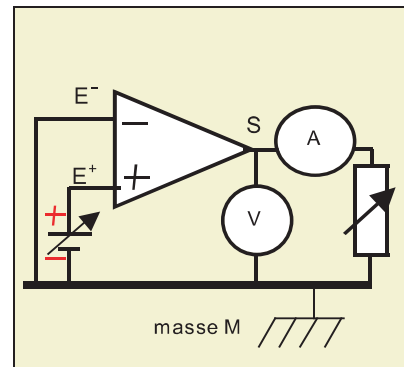


figure 5

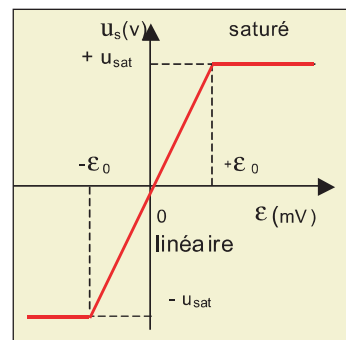


figure 6

## 2.1. Régimes de fonctionnement

L'analyse de la caractéristique de transfert  $u_s=f(\varepsilon)$  d'un amplificateur opérationnel montre qu'il a deux régimes de fonctionnement :

- régime linéaire : pour  $-\varepsilon_0 < \varepsilon < \varepsilon_0$  et  $u_s = A_0\varepsilon$ .  
tel que  $A_0$  est l'amplification différentielle en tension ou amplification de différence.
- régime saturé :

Le courant entre  $E^+$  et  $E^-$  est négligeable, la tension de sortie  $u_s$  est pratiquement indépendante du courant de sortie  $i_s$  ce qui montre que la résistance de sortie  $R_s$  est très faible .

On peut utiliser un schéma équivalent qui met en évidence l'amplification différentielle  $A_0$ , la résistance d'entrée  $R_e$  et la résistance de sortie  $R_s$  de l'amplificateur opérationnel. Ce dernier est un quadripôle dont le dipôle d'entrée est un récepteur de résistance  $R_e$  et le dipôle de sortie est un générateur de f.e.m.  $e = A_0\varepsilon$  et de résistance  $R_s$  (figure 7).

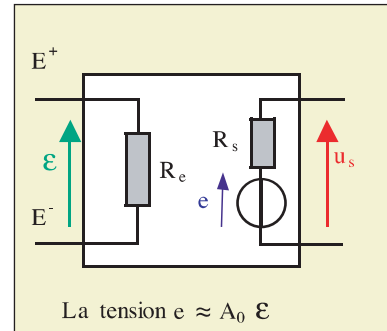


figure 7

La caractéristique de transfert passe pratiquement toujours par l'origine O et est sensiblement symétrique par rapport à ce point.

\* On trouve  $+V_{sat} = +14\text{ V}$  et  $-V_{sat} = -14\text{ V}$  ;  
et d'après la relation  $u_s = A_0\varepsilon$ , on détermine l'amplification

$$A_0 = \frac{u_s}{\varepsilon} \quad \text{d'où} \quad A_0 = \frac{u_{sat}}{\varepsilon_0}$$

$A_0 \approx 10^5$  une valeur très élevée.

\* L'amplificateur réel a une résistance d'entrée  $R_e$  très grande ; une résistance de sortie  $R_s$  très faible et une amplification  $A_0$  très importante (figure 8).

	$\mu\text{A 741}$	TL081
$A_0$	$10^5$	$2.10^5$
$R_e(\text{M}\Omega)$	2	$10^6$
$R_s(\Omega)$	75	100

figure 8

Les grandeurs caractéristiques de  $\mu\text{A 741}$  et TL 081

## 2.2. Modèle idéal d'un amplificateur opérationnel

Comme  $\varepsilon$  est une tension très faible de quelques microvolts, l'amplificateur opérationnel se sature très facilement, cette tension est amplifiée par un facteur d'amplification  $A_0$  de l'ordre de  $10^5$ . Le segment MN de la caractéristique de transfert  $u_s = f(\varepsilon)$  de la figure 9 est pratiquement vertical et la pente est infinie. La courbe  $u_s = f(\varepsilon)$  peut être donc idéalisée comme dans la figure 9.

L'amplificateur opérationnel fonctionne donc en régime de saturation :

- $u_s = +u_{sat} \approx +u_p$ , pour  $\varepsilon > \varepsilon_0$  ;
- $u_s = -u_{sat} \approx -u_p$ , pour  $\varepsilon < -\varepsilon_0$ .

L'amplificateur opérationnel idéal a les propriétés suivantes :

- résistance d'entrée  $R_e$  infinie ;
- résistance de sortie  $R_s$  nulle ;
- amplification  $A_0$  infinie.

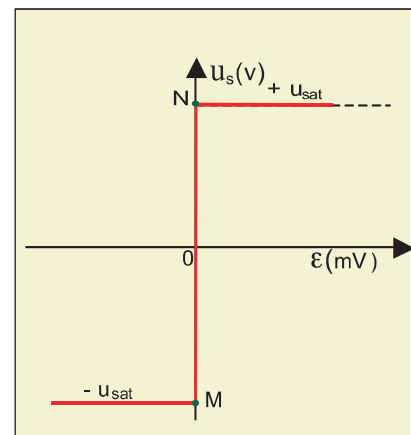


figure 9

D'où les conséquences :

Comme l'amplificateur opérationnel fonctionne en régime linéaire, on a :

$u_s = A_0 \varepsilon \Rightarrow \varepsilon = \frac{u_s}{A_0}$ , pour  $A_0$  infinie, alors  $\varepsilon = 0$  et les deux bornes d'entrée sont au même potentiel  $V_{E^+} = V_{E^-}$ .

Donc, entre les deux bornes d'entrée  $E^+$  et  $E^-$ , aucun courant ne circule ( $i_e = 0$ ) et la d.d.p. est nulle ( $\varepsilon = 0$ ).

### 3. Modes de fonctionnement d'un amplificateur opérationnel

Nous supposons, dans tous les montages, que l'amplificateur opérationnel est idéal.

#### 3.1. Fonctionnement en boucle ouverte

##### Activité expérimentale 2

Réalisons le montage de la figure 10 en prenant pour  $u_e$  une tension d'entrée triangulaire délivrée par un générateur B.F., d'amplitude égale à 5 volts. Visualisons à l'oscilloscope bicourbe les tensions d'entrée et de sortie  $u_e$  et  $u_s$ .

##### Questions :

1. Quelle est la forme de la tension  $u_s$  ? Comparer sa valeur avec celle de la saturation ?
2. L'amplificateur opérationnel fonctionne-t-il en régime linéaire ou saturé ?

On constate que :

- L'amplificateur opérationnel délivre à la sortie une tension carrée (figure 11).
- La tension de sortie  $u_s$  ne peut prendre que deux valeurs  $+u_{sat}$  ou  $-u_{sat}$  (telle que  $u_{sat}$  est la tension de saturation).
- Aucune réaction de la sortie sur une des entrées, on dit que l'amplificateur n'est pas bouclé ou il est utilisé en **boucle ouverte**.

La tension  $\varepsilon$  est généralement inférieure à 1mV, on peut écrire :  $u_s = A_0 \varepsilon = A_0(u_{E^+} - u_{E^-})$  et comme  $u_{E^+} = 0$  et  $u_{E^-} = u_e$  ; donc  $u_s = -A_0 \cdot u_e$ .

Si  $u_e < 0$ ,  $u_s = +u_{sat}$  et si  $u_e > 0$ , on a  $u_s = -u_{sat}$ .

Les tensions  $u_s$  et  $u_e$  sont de signes ontraires.

La tension de sortie  $u_s$  ne peut prendre que deux valeurs ( $+u_{sat}$  et  $-u_{sat}$ ), on dit que la sortie de l'amplificateur opérationnel a un fonctionnement logique, ce qui revient à dire qu'en boucle ouverte, l'amplificateur opérationnel ne peut pas fonctionner en régime linéaire, c'est à dire, il ne peut pas fonctionner en amplificateur.

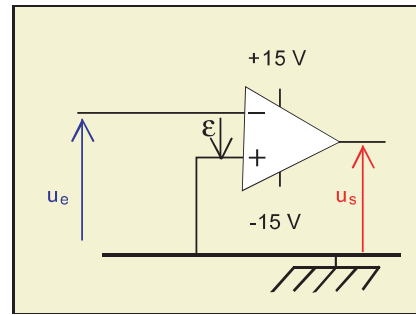


figure 10

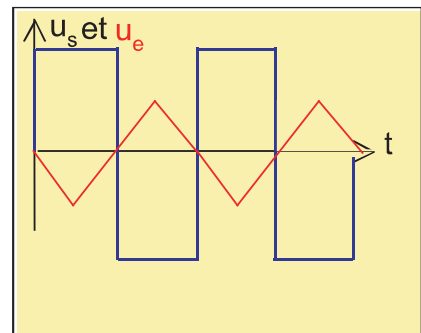


figure 11

### 3.2. Fonctionnement en boucle fermée

Un procédé très répandu en électronique permet à l'amplificateur opérationnel de fonctionner en régime linéaire : c'est la réaction (boucle fermée). Il suffit de relier, soit directement par un fil conducteur ou soit par l'intermédiaire d'un dipôle électrique (résistor,...), la sortie à l'entrée de l'amplificateur opérationnel (figure 12).

Donc une partie de la tension de sortie est envoyée généralement à l'entrée inverseuse.

#### 3.2.1. Fonctionnement avec réaction négative

##### Activité expérimentale 3

Réalisons le montage de la figure 13 en prenant  $R_2 = 2.R_1$  et  $u_e$  une tension d'entrée sinusoïdale délivrée par un générateur B.F. d'amplitude égale à 5 volts. Visualisons à l'oscilloscope bicourbe les tensions d'entrée et de sortie  $u_e$  et  $u_s$ .

##### Questions :

1. Quelle est la forme de la tension  $u_s$  ? La comparer à celle d'entrée  $u_e$  ?
2. L'amplificateur opérationnel fonctionne-t-il en régime linéaire ou saturé ?

La sortie de l'amplificateur opérationnel est reliée par l'intermédiaire d'une résistance  $R_2$  à l'entrée inverseuse  $E^-$  ; on dit qu'on a établi une **réaction négative**.

La visualisation à l'oscilloscope nous permet de constater que :

- La tension de sortie  $u_s$  est stable.
- La tension de sortie  $u_s$  est sinusoïdale de même fréquence et de même forme que celle appliquée à l'entrée, mais d'amplitude différente.
- Les tensions d'entrée et de sortie sont en opposition de phase.

Avec une réaction négative, l'amplificateur opérationnel fonctionne en régime **linéaire** et le fonctionnement de l'ensemble est **stable**.

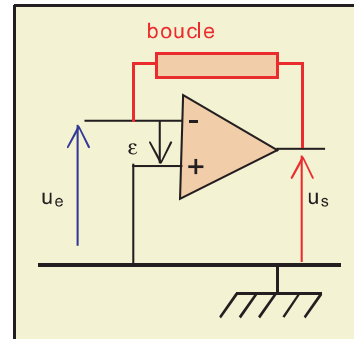


figure 12

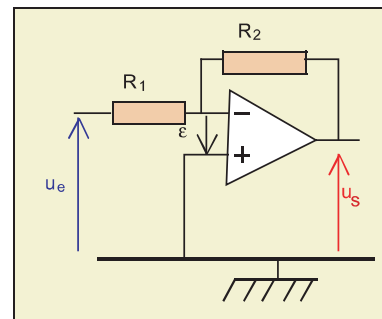


figure 13

### 3.2.2 Fonctionnement avec réaction positive

#### Activité expérimentale 4

Réalisons le montage de la figure 14 en prenant  $R_2 = 2.R_1$  et  $u_e$  une tension d'entrée sinusoïdale délivrée par un générateur B.F. d'amplitude égale à 2 volts. Visualisons à l'oscilloscope bicourbe les tensions d'entrée et de sortie  $u_e$  et  $u_s$ .

#### Questions :

1. Quelle est la forme de la tension  $u_s$  ? La comparer à celle d'entrée  $u_e$  ?
2. L'amplificateur opérationnel fonctionne-t-il en régime linéaire ou saturé ?

La sortie de l'amplificateur opérationnel est reliée par l'intermédiaire d'une résistance  $R_2$  à l'entrée non inverseuse  $E^+$  ; on dit qu'on a établi une **réaction positive**.

La visualisation à l'oscilloscope nous permet de constater que :

- La tension de sortie  $u_s$  ne peut prendre que deux valeurs  $+ u_{sat}$  et  $- u_{sat}$ . Le fonctionnement est donc instable.
- La forme de la tension  $u_s$  est différente de celle de l'entrée  $u_e$ . Le fonctionnement en régime linéaire est impossible.

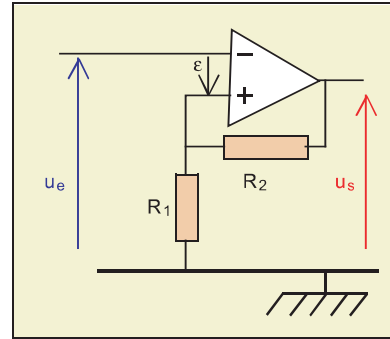


figure 14

## 4. Etude de quelques montages

### 4.1. Montage amplificateur inverseur

#### Activité expérimentale 5

Réalisons le montage de la figure 15, en prenant les valeurs des résistances  $R_1=5\text{ k}\Omega$  et  $R_2=10\text{ k}\Omega$ . Appliquons à l'entrée une tension continue  $u_e=2\text{ V}$ , puis visualisons à l'oscilloscope bicourbe les deux tensions d'entrée et de sortie  $u_e$  et  $u_s$ .

#### Questions :

1. Représenter les courbes  $u_s$  et  $u_e$  observées sur l'écran de l'oscilloscope.
2. Comparer les rapports :  $\frac{u_s}{u_e}$  et  $\frac{R_2}{R_1}$ .
3. Justifier théoriquement les résultats obtenus.

Les résultats sont représentés sur la figure 16, telles que  $u_e$  est une tension constante égale à 2 V et  $u_s$  est égale à - 4 V. On applique la loi des nœuds au point B et la loi des mailles aux mailles 1 et 2.

on a:  $i_1 = i_e + i_2$  ;  $u_e - R_1 i_1 + \varepsilon = 0$ .

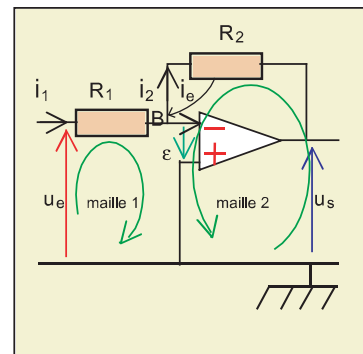


figure 15

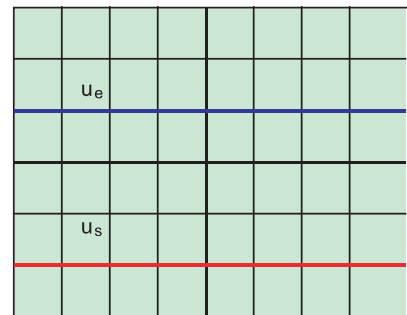


figure 16

$$\text{et } u_s + R_2 i_2 + \varepsilon = 0$$

Comme l'amplificateur opérationnel est idéal, donc  $\varepsilon = 0$  et  $i_e = 0$ .

$$\text{D'où } u_e = R_1 i_1 ; u_s = -R_2 i_2 ; i_1 = i_2$$

Donc le rapport des deux tensions est :

$$\frac{u_s}{u_e} = -\frac{R_2}{R_1} \quad \text{d'où la tension de sortie } u_s \text{ est :}$$

$$u_s = -\frac{R_2}{R_1} u_e$$

on a un amplificateur de tension et comme  $\frac{u_s}{u_e} < 0$  ; on dit que l'amplificateur est inverseur.

Le rapport  $\frac{u_s}{u_e}$  est appelé amplification  $A_v = \frac{u_s}{u_e} = -\frac{R_2}{R_1}$

Si  $\frac{R_2}{R_1} < 1$  ;  $|A_v| < 1$ , on a une atténuation de tension.

Si  $\frac{R_2}{R_1} = 1$  ;  $|A_v| = 1$ , on a  $u_s = -u_e$ .

Donc  $u_s$  suit exactement la variation de  $u_e$  mais avec un changement de signe. Les tensions  $u_e$  et  $u_s$  sont en opposition de phase.

## 4.2. Montage amplificateur non inverseur

### Activité expérimentale 6

Réalisons le montage de la figure 17 en prenant  $R_1 = 5 \text{ k}\Omega$  et  $R_2 = 10 \text{ k}\Omega$ . Appliquons une tension alternative sinusoïdale  $u_e$  de valeur maximale  $U_{em} = 1 \text{ V}$ , puis visualisons à l'oscilloscope bicourbe les deux tensions d'entrée et de sortie  $u_e$  et  $u_s$ .

### Questions :

1. Représenter les courbes  $u_s$  et  $u_e$  observées sur l'écran de l'oscilloscope.
2. Justifier théoriquement les résultats obtenus.

Les résultats sont représentés sur la figure 18 :

$u_e$  et  $u_s$  sont en phases et de même période, mais la tension de sortie a une valeur maximale  $U_{sm} = 3 \cdot U_{em}$ .

L'amplificateur opérationnel est supposé parfait, donc  $\varepsilon = 0$  et  $i_e = 0$  ;

Les lois des nœuds et des mailles appliquées donnent :

$$u_e - R_1 i_1 = 0 \quad \text{et} \quad u_s - R_2 i_2 - R_1 i_1 = 0, \quad \text{avec } i_1 = i_2$$

$$u_e = R_1 i_1 \quad \text{et} \quad u_s = (R_2 + R_1) i_1$$

$$\text{d'où l'amplification : } A_v = \frac{u_s}{u_e} = \frac{R_1 + R_2}{R_1}$$

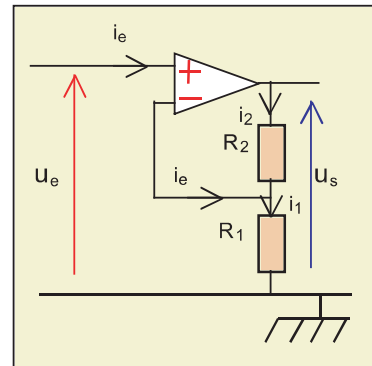


figure 17

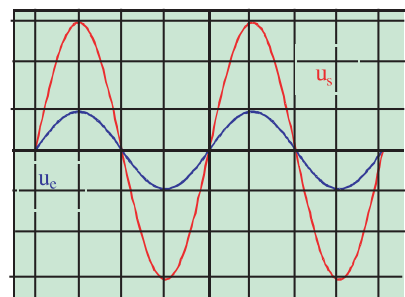


figure 18

et  $A_v = 1 + \frac{R_2}{R_1} > 1$

$A_v > 0$ ,  $u_s$  et  $u_e$  ont le même signe. L'amplificateur est non inverseur. Les tensions  $u_s$  et  $u_e$  ont la même phase.

### 4.3. Montage suiveur

Un montage est suiveur (figure 19) si la tension de sortie est égale à la tension d'entrée :  $u_e = u_s$ .

donc l'amplification  $A_v = \frac{u_s}{u_e} = 1$  ; on reprend la même

démarche du montage amplificateur non inverseur : son amplification en tension  $A_v = 1 + \frac{R_2}{R_1}$ .

On obtient  $A_v = 1$  si  $R_2 = 0$  et  $R_1$  est infinie.

La tension d'entrée est appliquée sur l'entrée  $E^+$  ; et l'amplificateur opérationnel (A.O.) est bouclé directement ( figure 14 ).

#### Application : transformation d'un générateur de tension réel en un générateur de tension idéal.

Réalisons le montage de la figure 20, qui comporte :

- un amplificateur  $\mu A 741$ ,
- une pile plate de 4,5 V,
- une résistance variable  $R_u$ ,
- un voltmètre.

#### Question :

Comment varie la tension de sortie quand on fait varier  $R_u$  ? On a un montage suiveur, c'est-à-dire  $u_e = u_s$ . Or  $u_s = R_u I$ , donc quand on diminue la valeur de  $R_u$  l'intensité du courant augmente (dans la limite imposée par la puissance de l'amplificateur opérationnel) et inversement, mais  $u_s$  reste constante car la résistance de sortie de l'A.O. est nulle : c'est un générateur de tension parfait.

L'intérêt de ce montage est d'assurer une tension de sortie constante pour toute valeur du courant  $I_s$ .

Le suiveur peut être disposé en amont d'un montage pour lui assurer une grande résistance d'entrée qui l'isole de l'alimentation.

### 4.4. Montage sommateur inverseur

#### Activité expérimentale 7

Réalisons le montage de la figure 21 en prenant  $R = R_1 = R_2 = 10 \text{ k}\Omega$ . Appliquons aux entrées deux tensions alternatives sinusoïdales  $u_{e1}$  et  $u_{e2}$ , telles que  $u_{e1} = u_{e2} = 2 \cdot \sin 100\pi t$  ; puis visualisons à l'oscilloscope bicourbe les deux tensions d'entrée  $u_{e1}$  (ou  $u_{e2}$ ) et de sortie  $u_s$ .

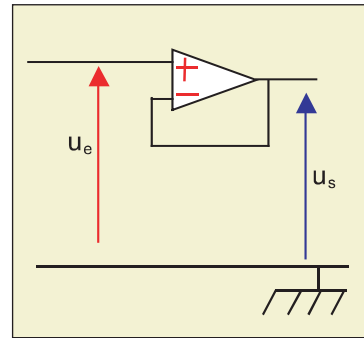


figure 19

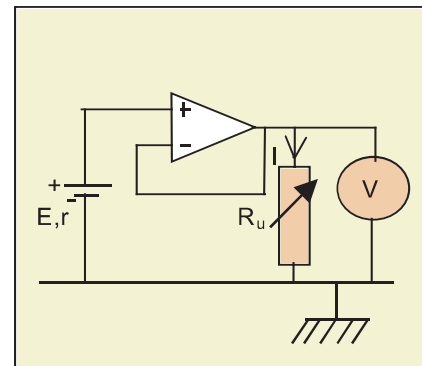


figure 20

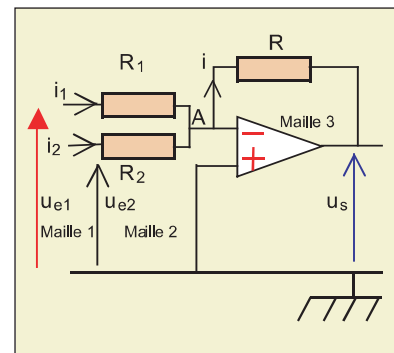


figure 21

**Questions :**

1. Représenter les courbes  $u_s$ ,  $u_{e1}$  et  $u_{e2}$  observées sur l'écran de l'oscilloscope.
2. Quelle relation existe-t-il entre les amplitudes des trois tensions  $U_{sm}$ ,  $U_{e1m}$  et  $U_{e2m}$  ?
3. Peut-on construire graphiquement la courbe  $u_s(t)$  à partir des courbes  $u_{e1}(t)$  et  $u_{e2}(t)$  ? Exprimer  $u_s$  en fonction de  $u_{e1}$  et  $u_{e2}$ .

Les oscillogrammes de la figure 22 montrent que :

- La tension de sortie  $u_s$  est en opposition de phase à la tension  $u_{e1}$  ( de même pour  $u_{e2}$  ).
- La période de  $u_s$  est la même que celle de  $u_{e1}$  (et  $u_{e2}$ ).
- L'amplitude de  $u_s(t)$  est égale à la somme des amplitudes de  $u_{e1}(t)$  et  $u_{e2}(t)$ , car les deux tensions d'entrée sont en phase.

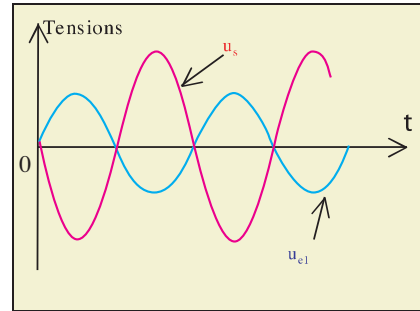


figure 22

Ces résultats peuvent être regroupés sous la forme suivante :  
La tension de sortie  $u_s$  est égale à l'opposé de la somme des deux tensions  $u_{e1}$  et  $u_{e2}$  :

$$u_s = - (u_{e1} + u_{e2})$$

Comment justifier ces résultats ?

On se propose de déterminer la relation entre la tension de sortie  $u_s$  et les deux tensions  $u_{e1}$  et  $u_{e2}$  d'un amplificateur opérationnel idéal de la figure 21.

On applique :

- la loi des mailles :

$$\text{maille 1 : } u_{e1} = R_1 i_1 \Rightarrow i_1 = \frac{u_{e1}}{R_1}$$

$$\text{maille 2 : } u_{e2} = R_2 i_2 \Rightarrow i_2 = \frac{u_{e2}}{R_2}$$

$$\text{maille 3 : } u_s = - R i \Rightarrow i = - \frac{u_s}{R}$$

- la loi des nœuds en A :  $i_1 + i_2 = i$

Remplaçons chaque intensité de courant par son expression :

$$\frac{u_{e1}}{R_1} + \frac{u_{e2}}{R_2} = - \frac{u_s}{R}, \text{ il résulte donc : } u_s = - R \left( \frac{u_{e1}}{R_1} + \frac{u_{e2}}{R_2} \right)$$

Dans le cas où  $R = R_1 = R_2$ , la tension de sortie est :

$$u_s = - (u_{e1} + u_{e2})$$

Le montage fait, à la sortie la somme des tensions d'entrée tout en changeant leur signe : il s'agit d'un sommateur inverseur.

## 4.5. Montage sommateur non inverseur

### Question :

Déterminer la relation entre la tension de sortie  $u_s$  et les deux tensions  $u_{e1}$  et  $u_{e2}$  d'un amplificateur opérationnel idéal monté conformément au schéma de la figure 23.

On applique à l'entrée non inverseuse deux tensions  $u_{e1}$  et  $u_{e2}$ .

On applique :

- la loi des nœuds

$$\text{en A : } i_1 + i_2 = i_e = 0 \Rightarrow i_1 = -i_2 \text{ avec } i_e = 0$$

$$\text{en B : } i + i_e = i_0 \Rightarrow i = i_0$$

- la loi des mailles :

$$\text{maille 1 : } u_{e1} - R_1 i_1 - u_0 = 0 \Rightarrow i_1 = \frac{u_{e1} - u_0}{R_1}$$

$$\text{maille 2 : } u_{e2} - R_2 i_2 - u_0 = 0 \Rightarrow i_2 = \frac{u_{e2} - u_0}{R_2} = -\frac{u_{e1} - u_0}{R_1}$$

$$\text{d'où } u_0 = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \left( \frac{u_{e1}}{R_1} + \frac{u_{e2}}{R_2} \right)$$

$$\text{maille 3 : } u_s = (R + R_0) i = \frac{(R + R_0) u_0}{R_0}, \text{ car } u_0 = R_0 i$$

Remplaçons  $u_0$  par son expression, nous trouvons :

$$u_s = \frac{(R + R_0) R_1 R_2}{(R_1 + R_2) R_0} \left( \frac{u_{e1}}{R_1} + \frac{u_{e2}}{R_2} \right)$$

Dans le cas où toutes les résistances sont égales, on a :

$$u_s = u_{e1} + u_{e2}$$

La tension de sortie est égale à la somme des deux tensions d'entrée. Il s'agit d'un montage sommateur non inverseur.

## 4.6. Montage comparateur

### 4.6.1 Comparateur simple

#### Activité expérimentale 8

Réalisons le montage de la figure 24 en prenant pour  $u_e$  une tension continue variable délivrée par une alimentation stabilisée et une tension de référence  $u_{\text{réf}}$  de 4,5 V délivrée par une pile plate. Visualisons à l'oscilloscope la tension de sortie  $u_s$ .

### Questions :

1. L'amplificateur fonctionne-t-il en régime linéaire ou saturé ?
2. Qu'observe-t-on si on fait varier la tension d'entrée  $u_e$  de 0 à 15 V ?

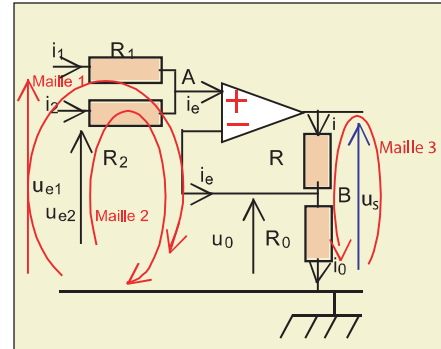


figure 23

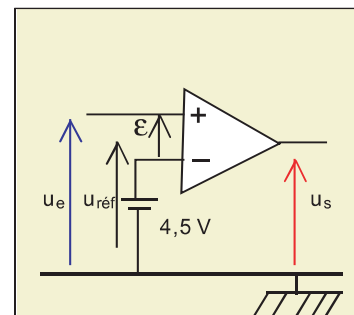


figure 24

Nous constatons que :

- Pour toute valeur de la tension d'entrée  $u_e < u_{réf}$ , la tension de sortie  $u_s = u_{sat}$  ( tension de saturation).
- Pour toute valeur de la tension d'entrée  $u_e > u_{réf}$ , la tension de sortie  $u_s = -u_{sat}$
- Quand  $u_e = u_{réf}$ , c'est un point sensible au basculement.

D'après la loi des mailles, on peut écrire  $u_e = u_{réf} + \varepsilon$ , mais comme la tension  $\varepsilon$  est généralement inférieure à 1mV, elle est négligeable devant  $u_{réf}$ . Il suffit de comparer la tension  $u_e$  à celle de référence  $u_{réf}$ .

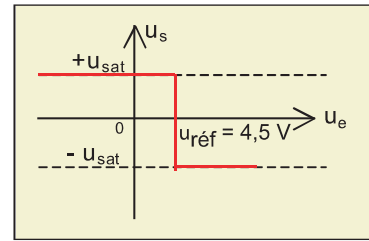


figure 25

En observant la courbe de  $u_s$  de la figure 25, on peut comparer les deux tensions d'entrée  $u_e$  et  $u_{réf}$  ( tension de référence). Il s'agit donc d'un montage appelé **comparateur**.

Le comparateur est un dispositif permettant de comparer une tension par rapport à une référence donnée. Le montage du comparateur simple se fait à boucle ouverte.

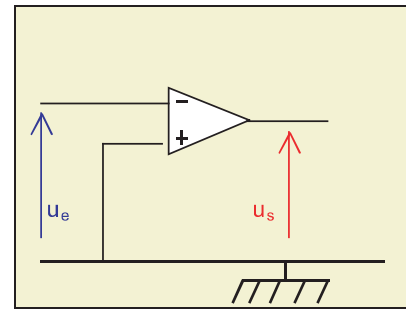


figure 26

**Remarque :**

Dans les comparateurs, l'alimentation est souvent à une seule source de polarisation ( 0V,  $+V_{cc}$ ) et la tension de sortie  $u_s$  ne peut prendre que les valeurs 0 et  $+u_{sat}$ ,

**4.6.2 Application : transformation d'une tension sinusoïdale en une tension carrée**

Considérons le montage de la figure 26. Il comporte :

- un amplificateur opérationnel  $\mu A741$ ,
- une tension de polarisation  $\pm 15 \text{ V}$ ,
- une tension d'entrée sinusoïdale  $u_e = U_m \sin 2\pi Nt$ ,
- un oscilloscope.

**Question :**

La tension d'entrée est sinusoïdale ; quelle est la forme de la tension de sortie ?

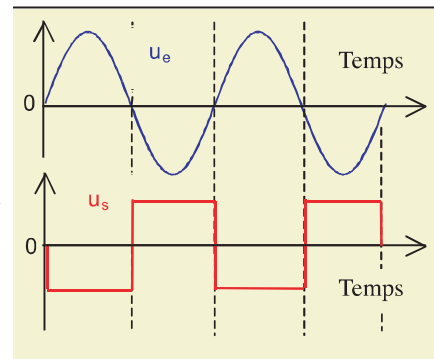


figure 27

Les courbes :  $u_e(t)$  et  $u_s(t)$   
 - tension d'entrée : sinusoïdale  
 - tension de sortie : carrée.

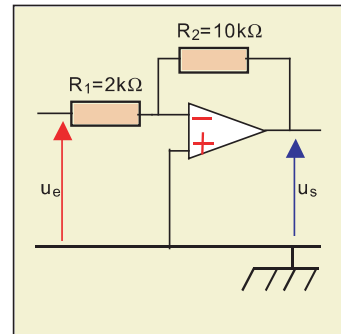
La tension de sortie  $u_s$  ne peut prendre que deux valeurs ( $+u_{sat}$  et  $-u_{sat}$ ), on dit que la sortie de l'amplificateur a un fonctionnement logique, il s'agit d'un comparateur.

Donc, pour une tension d'entrée  $u_e$  sinusoïdale d'amplitude suffisante, la tension de sortie  $u_s$  est un signal carré de même période que celle de  $u_e$  ( figure 27).

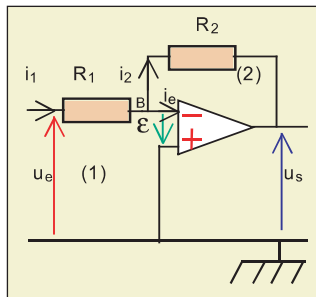
### Exercice résolu

Un amplificateur opérationnel réel est polarisé par un générateur délivrant une tension de  $\pm 15 \text{ V}$ . Il a une amplification différentielle  $A_0 = 15 \cdot 10^4$ .

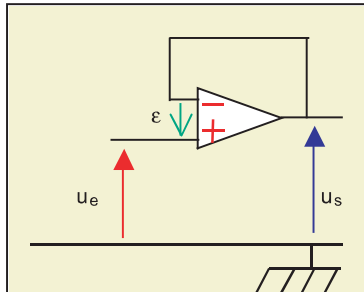
1. a. En déduire approximativement la tension de saturation  $u_{\text{sat}}$ .  
b. Calculer la tension  $\varepsilon_0$  entre les deux entrées  $E^+$  et  $E^-$ .
2. L'amplificateur opérationnel, considéré maintenant comme idéal, est placé dans le circuit de la figure ci-contre.
  - a. Quelle est la fonction du montage considéré ?
  - b. Calculer la tension de sortie  $u_s$  obtenue avec la tension d'entrée  $u_e = 2 \text{ V}$ .
3. On désire obtenir une tension de sortie égale à la tension d'entrée ;
  - a. Comment faut-il modifier le montage ?
  - b. Qu'appelle-t-on un tel montage ?



Solution	Conseils
<p>1. a. <math>u_{\text{sat}} = u_p = 15 \text{ V}</math>, c'est une valeur théorique. b. Dans la partie linéaire de la caractéristique de transfert, on a :</p> <p><math>u_s = A_0 \varepsilon</math> ; à la limite quand <math>u_s = u_{\text{sat}}</math> la valeur de <math>\varepsilon = \varepsilon_0</math> d'où <math>u_{\text{sat}} = A_0 \varepsilon_0</math>.</p> <p><math>\Rightarrow \varepsilon = \frac{u_{\text{sat}}}{A_0}</math> A.N. : <math>\varepsilon = 0,1 \text{ mV}</math> (valeur très faible).</p> <p>2. a. Montage amplificateur inverseur b.</p> <p>- On applique la loi des nœuds au point B <math>i_1 = i_2 + i_e</math> ; comme l'A.O est idéal, <math>i_e = 0</math> donc <math>i_1 = i_2</math></p> <p>On applique la loi des mailles :</p> <p>maille (1) <math>u_e - R_1 i_1 + \varepsilon = 0</math>; avec <math>\varepsilon = 0</math> car l'A.O. est idéal donc <math>u_e - R_1 i_1 = 0</math> d'où <math>u_e = R_1 i_1</math></p> <p>maille (2) <math>u_s + R_2 i_2 + \varepsilon = 0</math>; avec <math>\varepsilon = 0</math> car l'A.O. est idéal donc <math>u_s + R_2 i_2 = 0</math> d'où <math>u_s = -R_2 i_2</math></p> <p>L'amplification de la tension <math>A_v</math> est :</p> $A_v = \frac{u_s}{u_e} = -\frac{R_2}{R_1}$ <p><math>A_v = -5</math>, il s'agit d'un amplificateur inverseur. Donc <math>u_s = -5u_e</math> ; A.N : <math>u_s = -10 \text{ V}</math>.</p>	<p style="text-align: center;"><b>Conseils</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Faire le schéma du montage, et préciser les courants qui traversent les composants.</li> <li>- Choisir convenablement les nœuds et les mailles pour appliquer les lois adéquates.</li> <li>- Faire attention aux unités.</li> </ul>



- 3.a. Le montage doit avoir la forme suivante :  
b. Montage suiveur



## L'essentiel

- Un amplificateur opérationnel possède 3 bornes fondamentales :
  - entrée inverseuse  $E^-$ ,
  - entrée non inverseuse  $E^+$ ,
  - une sortie.
- L'amplificateur opérationnel réel est caractérisé par :
  - une amplification différentielle très grande  $A_0 \approx 10^5$ ,
  - une résistance d'entrée très importante  $R_e \approx 100\text{k}\Omega$ ,
  - une résistance de sortie très faible  $R_s \approx 100\Omega$ .
- L'amplificateur opérationnel idéal est caractérisé par :
  - une amplification différentielle infinie,  $A_0 = \infty$ .
  - une résistance d'entrée infinie,  $R_e = \infty$ .
  - une résistance de sortie nulle,  $R_s = 0$ .

Donc, le courant d'entrée est nul ( $i_e = 0$ ) et la tension  $\varepsilon$  entre les deux bornes d'entrée est nulle ( $\varepsilon = 0$ ).
- L'amplificateur opérationnel a deux régimes de fonctionnement :
  - régime linéaire, tel que  $u_s = A_0 \cdot \varepsilon$ .
  - régime saturé,  $u_s = \pm u_{\text{sat}}$ .
- En boucle ouverte, la présence de la moindre tension à l'entrée entraîne l'amplificateur opérationnel en saturation. Pour pouvoir fonctionner en régime linéaire, il est nécessaire qu'il y ait une réaction de la sortie sur l'une des entrées.
- En boucle fermée, l'amplificateur opérationnel monté dans des montages peut fonctionner comme suiveur, amplificateur inverseur, amplificateur non inverseur...

# Exercices

## Je vérifie mes connaissances

**Q.C.M.** (questions à choix multiples)

Choisir la bonne réponse. A chaque question peuvent correspondre une ou plusieurs propositions correctes.

1. La caractéristique de transfert d'un amplificateur opérationnel réel est composée de :
  - a. deux zones de saturation,
  - b. une zone de saturation et une zone linéaire,
  - c. deux zones de saturation et une zone linéaire.
2. L'amplificateur opérationnel (A.O.) fonctionne en régime linéaire quand il est :
  - a. supposé parfait,
  - b. bouclé par l'intermédiaire d'une résistance,
  - c. soumis, entre ses bornes  $E^+$  et  $E^-$ , à une tension  $u$  telle que  $-\varepsilon_0 < u < +\varepsilon_0$ .
3. En régime de saturation, la tension de sortie  $u_s$  d'un amplificateur opérationnel peut prendre une valeur :
  - a. quelconque,
  - b. supérieure à la tension de polarisation  $+V_p$ ,
  - c. limitée par les tensions de polarisation  $+V_p$  et  $-V_p$ .
4. La tension de sortie  $u_s$  d'un amplificateur opérationnel est égale à la tension d'entrée  $u_e$  dans un montage :
  - a. suiveur,
  - b. atténuateur bouclé par l'intermédiaire d'une résistance,
  - c. amplificateur inverseur.
5. Dans un montage comportant un amplificateur opérationnel et des résistors, la tension de sortie  $u_s$  est égale à 5 fois la tension d'entrée  $u_e$  ( $u_s = 5.u_e$ ). Il s'agit donc d'un montage :
  - a. suiveur,
  - b. amplificateur non inverseur,
  - c. amplificateur inverseur.
6. L'amplification de la tension  $A_v$  est égale à 1 dans un montage suiveur. Dans la pratique, ce montage :
  - a. n'a aucun intérêt,
  - b. est utilisé comme amplificateur,
  - c. se comporte comme un générateur de tension parfait.

## Je sais appliquer ; je sais raisonner

1. On réalise le montage ci-contre à l'aide d'un amplificateur opérationnel supposé idéal et des résistors de résistances  $R_1$ ,  $R_2$  et  $R_0$ .

a. Rappeler brièvement les propriétés d'un amplificateur opérationnel idéal.

b. Représenter l'allure de sa caractéristique de transfert  $u_s = f(u_e)$  et nommer ses différentes parties.

c. Montrer que la tension aux bornes du résistor de résistance  $R_0$  est nulle.

d. Etablir la relation entre  $u_e$  et  $i$  ; puis celle entre  $u_s$  et  $i$ .

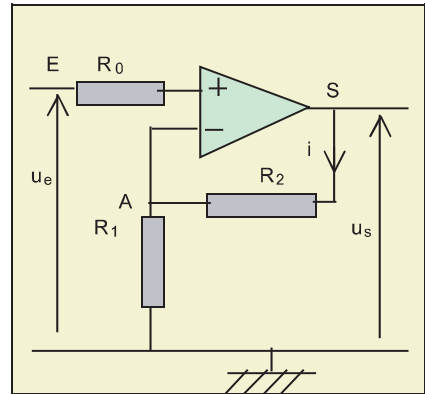
e. En déduire l'expression de  $u_s$  en fonction de  $R_1$ ,  $R_2$  et  $u_e$ .

f. Calculer l'amplification en tension  $A_v = \frac{u_s}{u_e}$  pour  $R_1 = 1\text{k}\Omega$  et  $R_2 = 10\text{k}\Omega$ .

g. L'amplificateur est alimenté en  $\pm 15\text{V}$  ; représenter les courbes  $u_s = f(t)$  dans les deux cas suivants :

g.1.  $u_e = 1,2\text{ V}$ ,

g.2.  $u_e = 2t\text{ (V)}$ .



2. On considère le montage ci-contre :

a. On désigne par  $I_1$ , l'intensité du courant traversant le résistor  $R_1$  et  $I_2$  celle traversant le résistor  $R_2$ . Donner la relation qui existe entre ces deux intensités pour un amplificateur opérationnel idéal.

b.1. L'amplificateur opérationnel fonctionne en régime linéaire. Exprimer  $u_e$  en fonction de  $R_1$  et  $I_1$ .

b.2. Exprimer  $u_s$  en fonction de  $R_1$ ,  $R_2$  et  $I_2$ .

b.3. Déduire la relation entre  $u_s$  et  $u_e$ .

b.4. De quel type de montage s'agit-il ?

c. On applique à l'entrée une tension sinusoïdale  $u_e = 0,2 \sin 200\pi t$  ; on donne  $R_1 = 1\text{k}\Omega$  et  $R_2 = 20\text{k}\Omega$ . L'amplificateur est alimenté en  $\pm 15\text{V}$ .

c.1. Déterminer la variation de  $u_s$  en fonction du temps.

c.2. A partir de quelle valeur du rapport  $\frac{R_2}{R_1}$ , l'amplificateur fonctionne-t-il en régime saturé ?

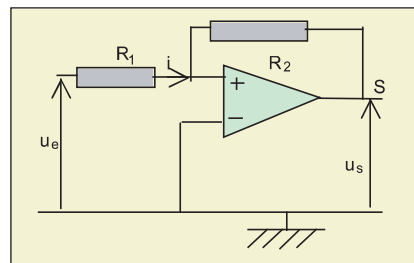
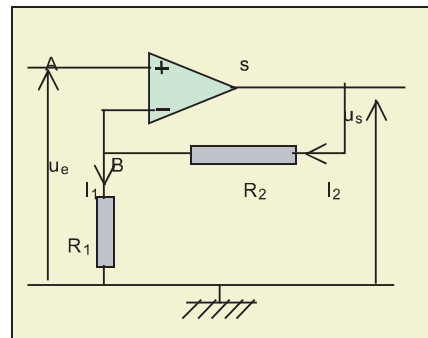
c.3. Représenter l'allure de la courbe  $u_s = f(t)$  si  $\frac{R_2}{R_1} = 100$ .

3. On se propose d'étudier et d'exploiter un montage utilisant un amplificateur opérationnel supposé idéal.

a. En utilisant le schéma de la figure ci-contre,

montrer que :  $\frac{u_s}{u_e} = -\frac{R_2}{R_1}$

$u_e = u_e(t)$ , tension appliquée à l'entrée et  $u_s = u_s(t)$ , tension à la sortie.



- b. Préciser la fonction de l'amplificateur opérationnel dans le montage considéré.  
 c. La tension  $u_e(t)$  est délivrée par un générateur basse fréquence, elle est de la forme  
 $u_e(t) = 2 \sin(200 \pi t)$ .

A la sortie,  $u_s(t) = 6 \sin(200 \pi t + \pi)$ .

Déterminer  $R_2$  sachant que  $R_1 = 10 \text{ k}\Omega$ .

( D'après bac tunisien 99)

4. On réalise un montage à l'aide d'un amplificateur opérationnel supposé idéal et deux résistors de résistances  $R_1$  et  $R_2$  telles que  $R_1 < R_2$ . A l'entrée de ce montage on applique une tension d'entrée  $u_e(t)$ .

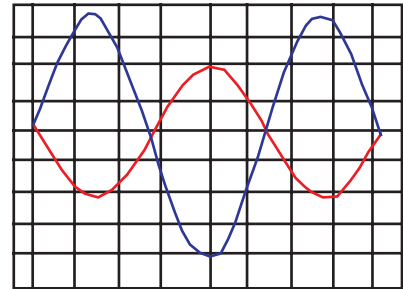
Un oscilloscope bicourbe permet de visualiser les tensions d'entrée  $u_e$  et de sortie  $u_s$  comme l'indique les deux diagrammes de la figure ci-dessous.

- a. Comparer les périodes et les amplitudes de  $u_e$  et de  $u_s$ .  
 b. Comment varient  $u_e$  et  $u_s$  en fonction du temps ?  
 c. Montrer qu'il s'agit d'un montage amplificateur inverseur.  
 d. Déterminer son amplification en tension.  
 e. En déduire la valeur de  $R_1$  quand  $R_2 = 10 \text{ k}\Omega$ .

Données :

Echelle 2 volts par carreau

—  $u_s(t)$   
 —  $u_e(t)$



5. On réalise le montage schématisé ci-dessous à l'aide d'un amplificateur opérationnel supposé idéal et des résistors de résistances  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$  et  $R_4$ .

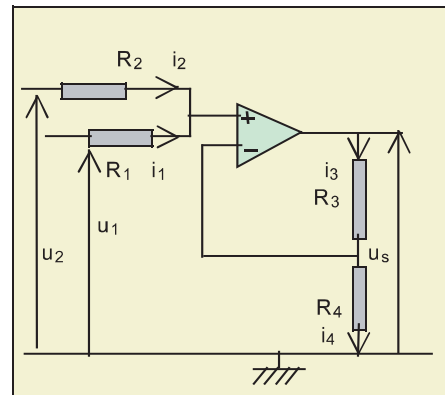
1. a. Rappeler brièvement les propriétés d'un amplificateur opérationnel idéal.  
 b. Quelles relations existent-elles entre les intensités  $i_1$  et  $i_2$  puis entre  $i_3$  et  $i_4$  ?  
 2. a. Ecrire l'expression de  $u_1$  en fonction de  $R_1$ ,  $R_4$ ,  $i_1$  et  $i_4$ .  
 b. Ecrire l'expression de  $u_2$  en fonction de  $R_2$ ,  $R_4$ ,  $i_2$  et  $i_4$ .  
 c. Montrer que l'on peut écrire l'expression de  $u_s$  sous la forme :

$$u_s = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_4} \cdot \frac{R_3 + R_4}{R_1 + R_2} \cdot \left( \frac{u_1}{R_1} + \frac{u_2}{R_2} \right)$$

3. On donne :

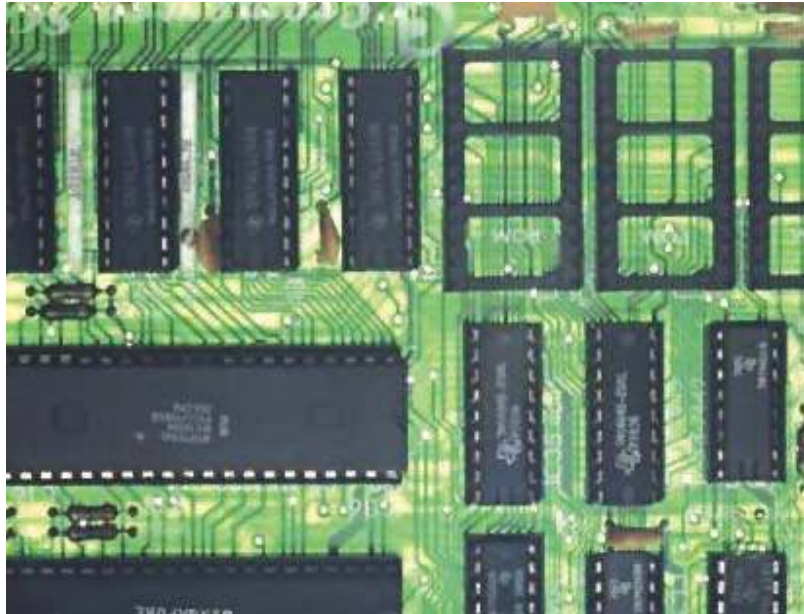
$R_1 = R_2 = R_4 = 10 \text{ k}\Omega$  et  $R_3 = 3 \text{ k}\Omega$ .

- a. Déterminer l'expression de  $u_s$  en fonction de  $u_1$  et  $u_2$ .  
 b. De quel type de montage s'agit-il ?



# Chapitre 15

## Les portes logiques



*Les circuits intégrés sont présents dans de nombreux appareils électroniques : les calculatrices, les postes radio, les ordinateurs ,...*

*Quelles sont les fonctions effectuées par un circuit intégré ? Sont-elles les mêmes pour tous les circuits intégrés ?*

### Objectifs

- Décrire le principe de fonctionnement d'une porte logique.
- Tracer la caractéristique de transfert de chacune des portes logiques NO, AND et NAND.
- Dresser la table de vérité de chacune des fonctions logiques : NO, AND, NAND, OR, NOR et XOR.
- Tracer les chronogrammes des portes logiques NO, AND, NAND, OR, NOR et XOR.
- Réaliser les montages illustrant les fonctions logiques : NO, AND et NAND .

# 1. Généralités :

Le circuit intégré (C.I.) est composé essentiellement de transistors, et comme le transistor peut fonctionner en régime linéaire ( amplificateur) ou en régime de saturation ( passant ou bloqué), le circuit intégré peut effectuer les deux types d'opérations : analogique et logique. Il existe deux grandes familles des circuits intégrés:

- les circuits analogiques,
- les circuits logiques.

Les circuits de la première famille sont basés sur l'électronique analogique, alors que ceux de la deuxième famille sont basés sur l'électronique numérique (ou digital).

## 1.1. Notions « analogique » et « numérique »

### Activité

Quelle est la différence entre analogique et numérique ?

### 1.1.1. Support analogique

Les phénomènes qui nous entourent sont quasiment tous continus, ils passent d'une valeur à une autre sans discontinuité.

L'étude de l'évolution d'un phénomène physique (température, pression, son,...) en fonction du temps demande un instrument convenable ( thermomètre, baromètre, ...).

Lorsque le support de mesure prend des valeurs continues, on parle d'un phénomène analogique et sa représentation est donc une courbe (figure 1 ).

Par exemple une cassette vidéo ou une cassette audio sont des supports analogiques.

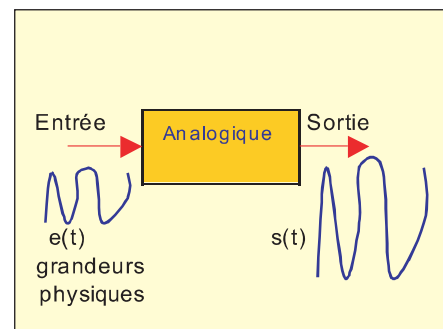


figure 1

### 1.1.2. Support logique

Lorsque le signal ne peut prendre que des valeurs bien définies, en nombre limité, on parle alors de signal logique. Lorsque le support physique ne peut prendre que des valeurs discontinues, on parle d'enregistrement logique.

Par exemple une disquette, un CD ou un flash disque sont des supports logiques.

La représentation d'un signal numérique ne peut être qu'un histogramme (figure 2).

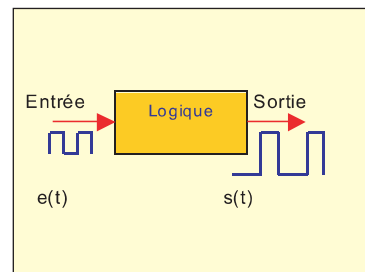


figure 2

## 1.2. Niveaux logiques discrets

### Activité expérimentale 1

Réalisons un circuit électrique comportant en série une pile de 4,5 V, un interrupteur K et une lampe L (figure 3). Visualisons, à l'oscilloscope, la tension  $u_L$  aux bornes de la lampe.

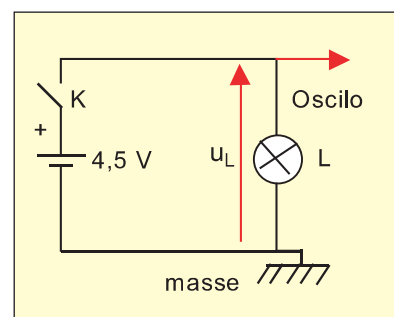


figure 3

On ferme l'interrupteur à  $t = 0$  s, puis on bascule sa position tous les 20 s.

**Questions :**

1. Prendre les valeurs de la tension  $u_L$  tous les 10 s, pendant 2 minutes.
2. Représenter la courbe  $u_L(t)$ . Préciser les niveaux de la tension  $u_L$ .

La tension  $u_L$  ne peut prendre que deux valeurs 4,5 V ou 0 V ; la lampe a aussi deux états : allumé ou éteint. La durée de saut du trait lumineux (durée de bascule) est très courte, c'est pour cette raison qu'on représente la variation brusque de  $u_L$  par un segment vertical de pente infinie (figure 4).

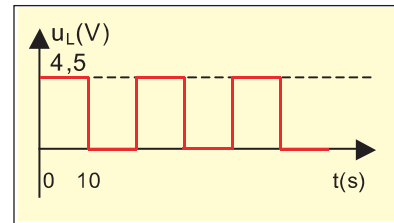


figure 4

Les niveaux logiques discrets respectifs des tensions 4,5 V et 0 V, sont : 1 et 0 (haut et bas).

Tension $u_L$ (V)	0	4,5	0	4,5	0
Niveaux logiques	0	1	0	1	0

Dans la pratique, on ne peut pas commander un système si complexe comme les feux rouges, les afficheurs numériques à l'aides des interrupteurs manuels, il est donc nécessaire d'utiliser des circuits spéciaux : **circuits logiques**.

## 2. Présentation et principe de fonctionnement

### 2.1. Circuits logiques

Un circuit logique se présente sous la forme d'un petit boîtier rectangulaire comportant un certain nombre de broches destinées au raccordement. En réalité, la partie électronique se réduit à une pastille circulaire de quelques millimètres carrés de surface.

Chaque circuit logique est conçu pour réaliser une ou plusieurs tâches spécifiques « fonctions logiques ». On trouve donc au marché, beaucoup de variétés de circuits logiques à 8, 14, 16,...ou davantage de broches dont deux sont réservées à la polarisation (+  $V_p$  et 0).

De tels circuits peuvent contenir quelques dizaines de transistors, de résistors,... ; les niveaux logiques 0 et 1 sont réalisés avec ses transistors travaillant soit en blocage, soit en saturation.

Il existe deux catégories de technologies de construction des circuits intégrés, de même aspect physique, qui sont : TTL et CMOS.

### 2.1.1. Circuits TTL (Transistor-Transistor Logique)

Les circuits logiques TTL sont les plus anciens, ils se caractérisent par une tension d'alimentation égale à 5 V. Chaque circuit TTL consomme quelques dizaines de milliampères et est réalisé à partir de transistors bipolaires.

Exemples :

série 54 ( 5473 - 5476 – 54107 – 5474 – 5475)

série 74 ( 7400 – 7402 – 7432 – 7486 – 7404 – 7408)

### 2.1.2. Circuits CMOS (Complementary Metal Oxide Semiconductor)

Les circuits logiques CMOS sont les plus récents, ils sont composés des transistors qui se caractérisent par une tension d'alimentation allant de 3 V à 18 V.

Les circuit CMOS ne consomment pratiquement pas d'électricité.

Exemples : série 4000

( 4081 – 4071 – 4011 – 4001 – 4030 – 4017)

## 2.2. Fonctions logiques

Utilisons des circuits électriques simples pour expliquer, par analogie, le fonctionnement des portes logiques.

L'interrupteur de circuit de la figure 3 représente l'entrée avec les deux états logiques : 0 quand il est ouvert et 1 quand il est fermé.

La lampe L représente la sortie avec ses deux états logiques : 0 quand la lampe, de la figure 3, est éteinte et 1 quand elle est allumée .

L'état de la sortie est une fonction logique des états des entrées du circuit.

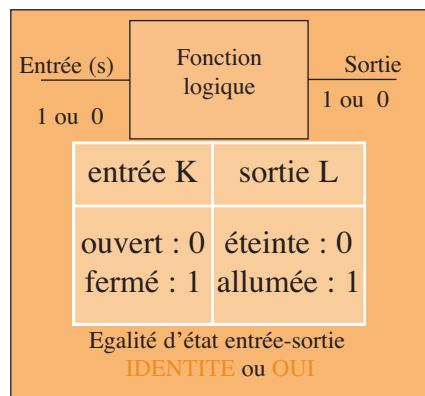


figure 5

## 2.2.1. Fonction OUI

Utilisons le montage du circuit de la figure 3 .  
Les résultats sont regroupés dans la figure 5.

La fonction **OUI** ( ou « **IDENTITE** ») est définie par une table de vérité. C'est un tableau dans lequel on fait correspondre les valeurs 1 et 0 de la variable d'entrée (e) et de la variable de sortie (s) (figure 6).

e	s
0	0
1	1

**Table de vérité**

figure 6

La description du fonctionnement de l'entrée et de la sortie au cours du temps est donnée sous forme de chronogrammes e (t) et s (t).

De  $t = 0$  s à l'instant de date  $t_1$ , K est ouvert ( $e = 0$ ) et la lampe est éteinte ( $s = 0$ ).

A partir de  $t_1$ , on ferme l'interrupteur K( $e = 1$ ), la lampe s'allume ( $s = 1$ ).

Les chronogrammes sont représentés sur la figure 7.

La notation de cette fonction est :

$$s = e$$

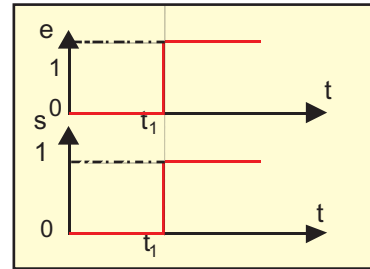


figure 7

## 2.2.2. Fonction « AND » OU « ET »

Utilisons maintenant deux interrupteurs K et K' en série pour commander la lampe L du montage de la figure 3.

**Questions :**

1. A quelles conditions la lampe L s'allume-t-elle ?
2. Donner la table de vérité et représenter les chronogrammes correspondants.

La lampe L ne peut s'allumer que lorsqu'on ferme simultanément K et K' . C'est la fonction logique **AND** pour deux variables d'entrée et une variable de sortie (figure 8).

La notation de cette fonction est :

$$s = e_1 \cdot e_2 \text{ ou } s = e_1 \& e_2$$

## 2.2.3. Fonction « OR » ou « OU »

Plaçons maintenant deux interrupteurs K et K' en parallèle pour commander la lampe L du montage de la figure 3.

**Questions :**

1. Pour quelles conditions la lampe L s'allume-t-elle ?
2. Donner la table de vérité et représenter les chronogrammes correspondants.

Entrée 1 K	Entrée 2 K'	Sortie L
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

**Table de vérité «ET»**

figure 8

e <sub>1</sub>	e <sub>2</sub>	s
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

**Table de vérité «OU»**

figure 9

La lampe L ne peut s'allumer que lorsqu'on ferme l'interrupteur K ou K'. C'est la fonction logique OR pour deux variables d'entrée et une variable de sortie (figure 9). La notation de cette fonction est :

$$s = e_1 + e_2$$

### Conclusion

Une variable qui ne peut prendre que deux états est une variable binaire (ou logique). On peut avoir plusieurs variables d'entrée et plusieurs variables de sortie.

Une fonction logique traduit la relation entre les états logiques des variables d'entrée et de sortie.

Les opérations logiques de l'algèbre de Boole sont exprimées par les fonctions logiques suivantes: identité ( OUI), produit logique (ET), somme logique (OU), inversion logique (NON), ET-NON, OU-NON, ...

## 3. Portes logiques

Dans le cas où le nombre de variables d'entrée et de sortie est important, on ne peut pas utiliser des interrupteurs pour commander des lampes mais des circuits convenables à bases des transistors travaillant en régimes bloqué ou saturé : ce sont les circuits intégrés TTL, CMOS,...

Le circuit CD 4011 a 14 bornes dont deux pour l'alimentation ( borne 14 : + VP ; borne 7 : liée à la masse donc de potentiel nul 0 V) (figure 10).

**Exemple :** L'afficheur d'un nombre allant de 0 à 9 est constitué de 7 parties allumées chacune par une diode électroluminescente LED.

Une porte logique est un circuit possédant :

- une ou plusieurs entrées,
- une seule sortie.

Chacune de ces bornes est au niveau « 1 » ou au niveau « 0 ».

Dans la pratique, les portes sont logées à l'intérieur de boîtiers identiques, qui comportent en général 14 broches de raccordement et plusieurs portes (figure 11).

On trouve :

- 4 portes à 2 entrées chacune
- 3 portes à 3 entrées chacune,
- 2 portes à 4 entrées chacune,
- 1 porte à 8 entrées chacune.

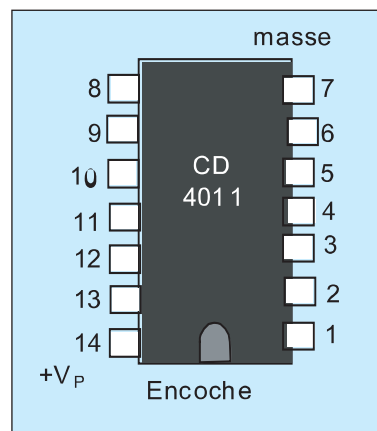


figure 10

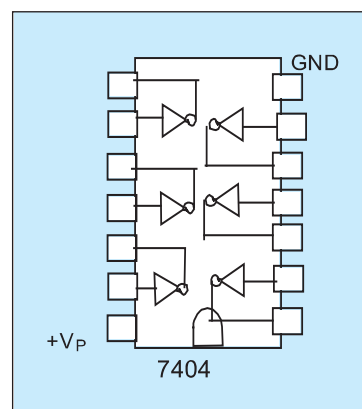


figure 11

Les circuits logiques actuels sont réalisés sous forme de circuits intégrés :

- SSI (small scale integration) : < 10 portes logiques,
- MSI (medium scale integration) : < 100 portes logiques,
- LSI (large scale integration) : < 1000 portes logiques,
- VLSI (very large scale integration) : > 1000 portes logiques.

### 3.1. Porte logique « NO » ou « NON »

Réalisons le montage de la figure 12.

Il comprend le circuit intégré 7404 , un voltmètre, une diode LED, une résistance de protection, une tension de polarisation  $E = 5\text{ V}$  et une tension continue variable pour l'alimentation.

Questions :

1. Etudier la variation de la tension de sortie en fonction de la tension d'entrée.
2. A partir de quelle tension d'entrée la lampe L s'allume-t-elle ?
3. Donner la table de vérité et représenter les chronogrammes correspondants.
4. Vérifier expérimentalement que le circuit intégré 7404 comporte 6 portes identiques (NO) d'entrée 2,4,6,9,11 et 13 et pour sortie respectivement 1,3,5,8,10 et 12.

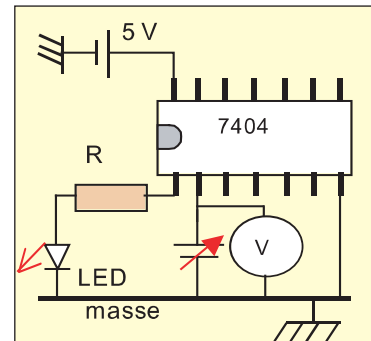


figure 12

#### 3.1.1. Table de vérité

Une telle porte ne comporte qu'une entrée et qu'une sortie. Son fonctionnement est le suivant :

- si on présente un niveau logique « 1 » à l'entrée, la sortie présente un niveau logique « 0 » ;
- si on présente un niveau logique « 0 » à l'entrée, la sortie présente un niveau logique « 1 ».

D'où la table de vérité est donnée par la figure 13.

e	s
0	1
1	0

**Table de vérité**

figure 13

#### 3.1.2. Représentation symbolique de la porte « NO »

On a deux symboles adoptés pour représenter une porte NO (NON) ( ou porte inverseuse ), qui sont :

- symbole européen,
- symbole américain.

Ces deux symboles sont précisés sur la figure 14.

On utilisera le symbole américain dans le reste de l'étude.

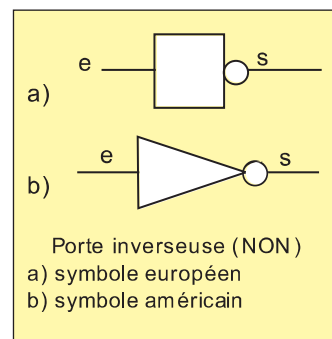


figure 14

### 3.1.3. Caractéristique de transfert de la porte NO

La caractéristique de transfert est la représentation graphique de la tension de sortie  $u_s$  en fonction de la tension d'entrée  $u_e$ , donc  $u_s = f(u_e)$ .

On fait augmenter la tension  $u_e$  à partir de zéro, tant qu'elle reste inférieure à une valeur  $U_r \approx 2,4$  V, dite tension de basculement, la diode LED est allumée et la tension de sortie  $u_s$  est égale à  $E = 5$  V.

Quand la tension d'entrée devient supérieure à celle de basculement  $U_r$ , la diode LED s'éteint et la tension de sortie est nulle  $u_s = 0$  V.

On résume ces propriétés dans un tableau :

Tension d'entrée $u_e$	Tension de sortie $u_s$
$u_e < U_r$	E
$u_e > U_r$	0

La caractéristique de transfert de la porte NO est donnée par la figure 15, alors que la figure 16 représente les chronogrammes de la porte NO.

#### Remarque :

La tension de basculement est la même en passant d'un état haut à un état bas ou inversement.

La tension de basculement  $U_r \approx \frac{E}{2}$ .

### 3.1.4. Modèle d'une porte « NO »

On peut modéliser le fonctionnement d'une porte NO (NON) par :

- une résistance pratiquement infinie,
- une résistance de sortie pratiquement nulle,
- des basculements instantanés de l'état haut vers l'état bas et inversement,
- une tension de basculement  $u_r$  pratiquement égale à  $\frac{E}{2}$ .

Le temps de réponse (basculement) est extrêmement faible, il est de quelques dizaines de nanosecondes (ns).

Une porte logique est un dispositif électronique qui donne à sa sortie un signal électrique dont l'état ( haut ou bas), dépend du signal d'entrée.

La plus simple de ces portes est celle qui réalise la fonction logique NON.

Une porte NON a une borne d'entrée e et une borne de sortie s. La tension de sortie est commandée par la tension d'entrée. La porte ne peut fonctionner que si elle est polarisée, dont la borne (-) sert d'origine des potentiels.

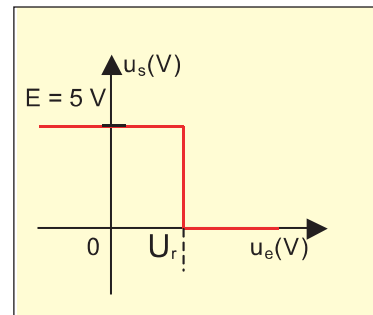


figure 15

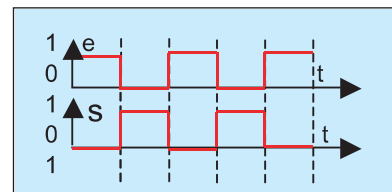


figure 16

### 3.2. Porte logique « AND » ou « ET »

#### Activité expérimentale 3

Réalisons l'expérience du montage de la figure 17. Il comprend le circuit intégré 7408, un voltmètre, une diode LED, une résistance de protection, une tension de polarisation  $E = 5\text{ V}$  et une tension continue réglable pour l'alimentation.

#### Questions :

1. Etudier la variation de la tension de sortie en fonction de d'une tension d'entrée  $u_{e1}$  ( ou  $u_{e2}$ ).
2. A partir de quelle tension d'entrée la diode LED s'allume-t-elle ?
3. Donner la table de vérité et représenter les chronogrammes correspondants.
4. Vérifier expérimentalement que le circuit intégré 7408 comporte 4 portes identiques (AND) à deux entrées chacune 1 et 2 ; 4 et 5 ; 9 et 10 ; 12 et 13 et pour sortie respectivement 3, 6, 8 et 11.

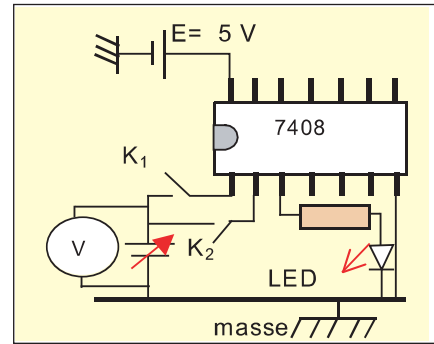


figure 17

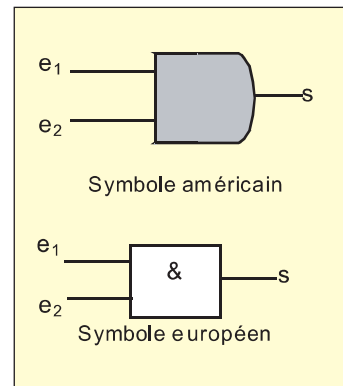


figure 18

#### 3.2.1. Représentation symbolique de la porte AND

Une porte de ce type est un dispositif électronique à deux entrées  $e_1$  et  $e_2$  et une sortie  $s$ .

Sa représentation symbolique est donnée sur la figure 18.

#### 3.2.2. Caractéristique de transfert de la porte AND

La caractéristique de transfert est la représentation graphique de la tension de sortie  $u_s$  en fonction de l'une des deux tensions d'entrée  $u_{e1}$  ou  $u_{e2}$  (figure 19).

On étudie le comportement de  $u_s$  quand  $K_1$  et  $K_2$  sont ouverts. On ferme  $K_1$  et on fait augmenter la tension  $u_e$  à partir de zéro ; puis on refait le même travail avec  $K_2$ . Enfin on ferme les deux interrupteurs.

Nous constatons que la diode LED ne fonctionne que lorsque les deux tensions d'entrée sont toutes les deux supérieures à la tension de basculement  $U_r$ .

Les états d'entrées de la porte AND et de sa sortie sont indiqués dans le tableau ci-dessous.

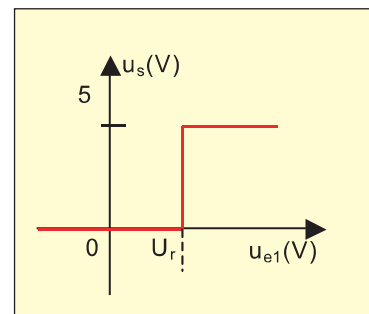


figure 19

Tension d'entrée $u_{e1}$	Tension d'entrée $u_{e2}$	Tension de sortie $u_s$
0	0	0
$u_{e1} > U_r$	0	0
0	$u_{e2} > U_r$	0
$u_{e1} > U_r$	$u_{e2} > U_r$	$E = 5\text{ V}$

$e_1$	$e_2$	$s$
0	0	0
1	0	0
0	1	0
1	1	1

figure 20

#### 3.2.3. Table de vérité et chronogrammes

Les états logiques d'une porte AND sont donnés par le tableau de la figure 20, appelé aussi la table de vérité.

Les chronogrammes sont représentés sur la figure 21.

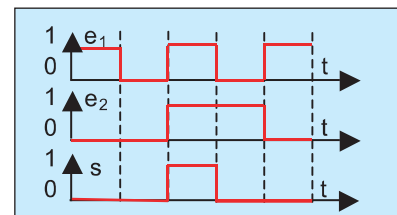


figure 21

### 3.3. Porte logique « NAND » ou « NON-ET »

#### Activité expérimentale 4

Réalisons l'expérience du montage de la figure 22  
Il comprend le circuit intégré 7400, un voltmètre, une diode LED, une résistance de protection, une tension de polarisation 5 V et une tension continue variable pour l'alimentation.

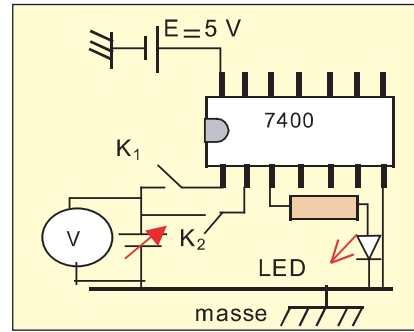


figure 22

#### Questions :

1. Etudier la variation de la tension de sortie en fonction d'une tension d'entrée  $u_{e1}$  ( ou  $u_{e2}$  ).
2. A partir de quelle tension d'entrée la diode LED s'allume-t-elle ?
3. Donner la table de vérité et représenter les chronogrammes correspondants.
4. Vérifier expérimentalement que le circuit intégré 7400 comporte 4 portes identiques (NAND) à deux entrées chacune 1 et 2 ; 4 et 5 ; 9 et 10 ; 12 et 13 et pour sortie respectivement 3, 6, 8 et 11.

#### 3.3.1. Représentation symbolique de la porte NAND

Une porte de ce type est un dispositif électronique à deux entrées  $e_1$  et  $e_2$  et une sortie  $s$ .  
Sa représentation symbolique est donnée sur la figure 23.

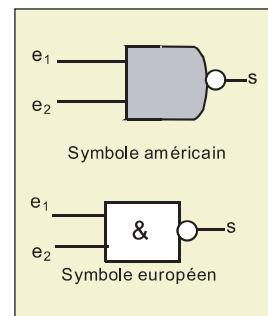


figure 23

#### 3.3.2. Caractéristique de transfert de la porte NAND

La caractéristique de transfert est la représentation graphique de la tension de sortie  $u_s$  en fonction d'une tension d'entrée  $u_{e1}$  ou  $u_{e2}$  (figure 24).

On étudie le comportement de  $u_s$  quand  $K_1$  et  $K_2$  sont ouverts. On ferme  $K_1$  et on fait augmenter la tension  $u_{e1}$  à partir de zéro ; puis on refait le même travail avec  $K_2$ . Enfin on ferme les deux interrupteurs.

Nous constatons que la diode LED n'est éteinte que lorsque les deux tensions d'entrée sont toutes les deux supérieures à la tension de basculement  $U_r$ .

Les états d'entrées de la porte NAND et de sa sortie sont indiqués dans le tableau ci-dessous.

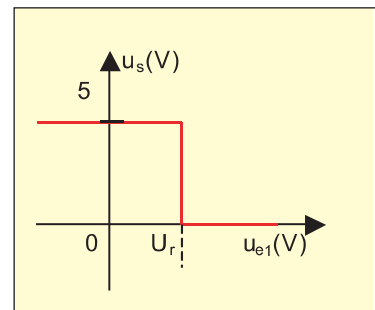


figure 24

Tension d'entrée $u_{e1}$	Tension d'entrée $u_{e2}$	Tension de sortie $u_s$
0	0	$E = 5 \text{ V}$
$u_{e1} > U_r$	0	$E = 5 \text{ V}$
0	$u_{e2} > U_r$	$E = 5 \text{ V}$
$u_{e1} > U_r$	$u_{e2} > U_r$	0

### 3.3.3. Table de vérité et chronogrammes

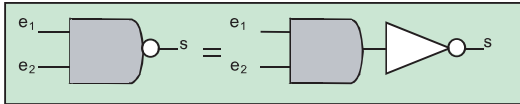
Les états logiques d'une porte NAND sont donnés par le tableau de la figure 25, appelé aussi la table de vérité.

Les chronogrammes sont représentés sur la figure 26.

C'est une porte AND au bout de laquelle a été ajoutée une porte inverseuse :  $NAND = AND + Inversion$ . Cette porte est très utilisée en électronique comme porte logique de base.

$e_1$	$e_2$	$s$
0	0	1
1	0	1
0	1	1
1	1	0

figure 25



#### Remarque :

Lorsque les deux entrées d'une porte NAND sont réunies, elle n'a plus qu'une seule entrée. Sa fonction devient identique à celle d'une porte NO : C'est une transformation de la porte NAND en porte NO.

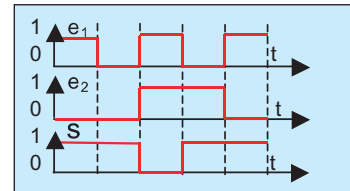
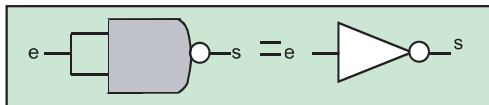


figure 26



## 3.4. Autres portes logiques

### 3.4.1. Porte « OR » ou « OU »

C'est un dispositif électronique à deux entrées  $e_1$  et  $e_2$  et une sortie  $s$ .

Sa représentation symbolique est donnée par la figure 27

Son fonctionnement est :

Pour que la sortie soit au niveau logique « 1 », il suffit que l'une des entrées soit au niveau logique « 1 ». L'état logique « 0 » n'est possible que si toutes les entrées soient au niveau logique « 0 ».

$e_1$	$e_2$	$s$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

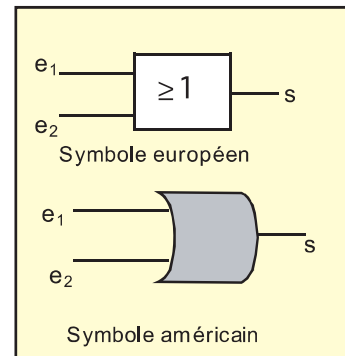
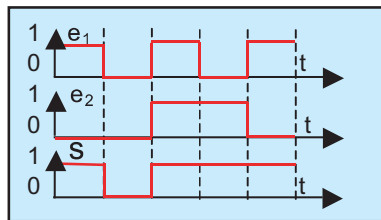


figure 27 : à droite : le symbole de la porte OR  
à gauche : en haut la table de vérité, en bas les chronogrammes.

### 3.4.2. Porte « NOR » ou « NON-OU »

C'est un dispositif électronique à deux entrées  $e_1$  et  $e_2$  et une sortie  $s$ . (figure 28).

$e_1$	$e_2$	$s$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

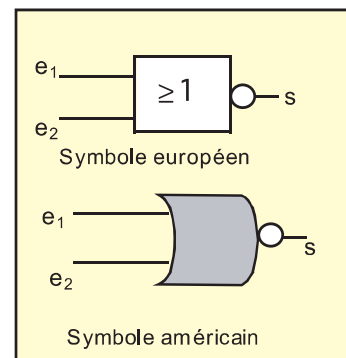
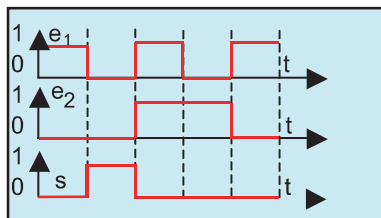


figure 28 : à droite : le symbole de la porte NOR  
à gauche : en haut la table de vérité, en bas les chronogrammes.

### 3.4.3. Porte « XOR »

Une porte XOR (OU-exclusif) est un dispositif électronique à deux entrées  $e_1$  et  $e_2$  et une sortie  $s$ .

Sa représentation symbolique est donnée par la figure 29. Ce type de porte est très peu utilisé, son fonctionnement est :

Pour obtenir un niveau logique «1» à la sortie, il est nécessaire qu'une seule entrée soit au niveau logique «1» ; tous les autres cas présentent un niveau logique «0» à la sortie.

La table de vérité du porte logique OR exclusif est donnée par la figure 30

Les chronogrammes du porte logique OR exclusif sont donnés par la figure 31

#### Remarque

Dans la pratique, les portes logiques sont généralement interconnectées afin d'accomplir des tâches bien données.

La représentation graphique de cette association est un logigramme ( ou diagramme logique);

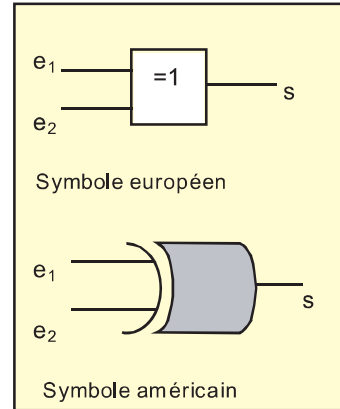
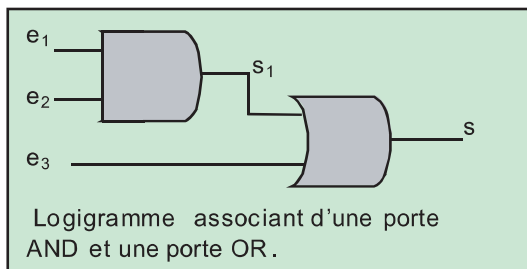


figure 29

$e_1$	$e_2$	$s$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

figure 30

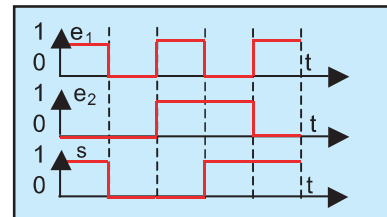


figure 31

## 4. Applications logiques

Les portes logiques se trouvent toutes montées sous forme de circuits intégrés ( plusieurs portes par circuit) ont des applications extrêmement nombreuses.

Elles ont surtout permis la réalisation de circuits plus complexes : les mémoires, multiplexeurs, compteurs,...

La case mémoire reconnaît alors son adresse et met sur le bus données son contenu.

## 4.1. Multiplexages

Toute technique, visant à transmettre simultanément sur un même support de transmission des informations provenant de sources différentes et destinées à différents récepteurs, est dite **multiplexage**.

Cette opération est réalisée par un circuit logique, dit multiplexeur, à plusieurs entrées et une sortie (figure 32).

Pour sélectionner une entrée, le multiplexeur doit recevoir un ordre qui provient d'autres entrées complémentaires « entrées d'adresse ».

Etudions un exemple simple de multiplexeur élémentaire à deux entrées de données ( $E_0$  et  $E_1$ ) et une entrée d'adressage ( $A_0$ ).

C'est un circuit comportant quatre portes logiques : un « NO », deux « AND » et un « OR » (figure 33).

La valeur logique 1 (ou 0) donnée à l'entrée d'adresse  $A_0$  permet de choisir la porte AND (a) ou AND (b).

La porte passante a ou b transmet les informations qui figurent sur l'entrée de la porte OR pour qu'elles soient disponibles à la sortie S.

Les multiplexeurs se présentent sous forme des circuits intégrés (TTL ou CMOS). Basés sur les portes logiques NO, AND et OR, ils sont disponibles en deux, quatre, huit et seize entrées.

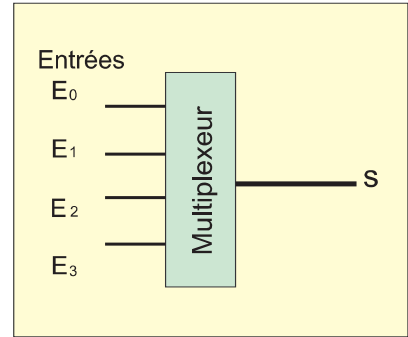


figure 32

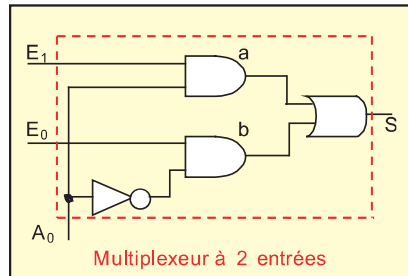


figure 33

### 4.1.1. Multiplexage dans les réseaux de transmission

Un système de transmission des informations nécessite un multiplexeur et un démultiplexeur (un circuit intégré à base des portes logiques AND, OR,...).

La figure 34 illustre le schéma du principe de la transmission des données.

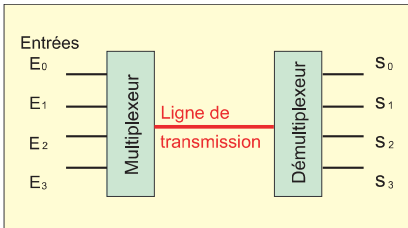


figure 34

### 4.1.2. Multiplexage dans l'automobile

Le multiplexage, pourquoi faire ?

Plus de 2 km de câble sont nécessaires pour relier les différentes fonctions et équipements de sécurité, de confort et de dépollution dans les véhicules modernes.

Il faut donc simplifier l'architecture de l'électronique embarquée et faire circuler l'ensemble des informations sur le même support physique : C'est le principe du multiplexage . La communication entre tous les modules électroniques du véhicule est organisée et l'ensemble des informations circule sur un seul câble, le "bus", mais elle est commandée par un système électronique formé essentiellement des circuits intégrés. Ces circuits sont l'association des différentes portes logiques pour l'exécution des tâches définies.

## 4.2. Adressage mémoire dans les ordinateurs

La mémoire d'un ordinateur est composée de nombreuses cases mémoires. Chaque case est repérée par une adresse (figure 35).

Lorsque le microprocesseur veut lire une case, il indique l'adresse à laquelle se trouve et la met sur le bus des adresses.

La case mémoire reconnaît alors son adresse et met sur le bus données son contenu.

Le bus est un ensemble de fils électriques (cuivre) où apparaît une information binaire (0 ou 1) c'est-à-dire (0V ou 5V) sur chaque fil. Elle est fournie par des circuits intégrés à base des portes logiques : AND, OR,...

Le bus adresses est unidirectionnel : du microprocesseur vers les autres composants.

Il se compose de 16 à 32 fils suivant les microprocesseurs que l'on nomme  $A_0, A_1, \dots, A_{m-1}$ , si le bus comporte «m » fils (figure 36).

Dans cet exemple, le microprocesseur écrit la donnée dans la case mémoire d'adresse 1100111000110100.

### Exercice résolu

Une porte logique à deux entrées  $E_1$  et  $E_2$  et une sortie S, est symbolisée par la figure ci-contre.

1. Donner la table de vérité de la porte considérée.
2. On relie les deux entrées  $E_1$  et  $E_2$  par un fil conducteur. Montrer que la fonction logique se transforme en une fonction NON.
3. Les deux entrées  $E_1$  et  $E_2$  ne sont plus liées, la sortie S est fixée à l'entrée d'une porte NON. Quelle est la fonction logique donnée par cette association ?

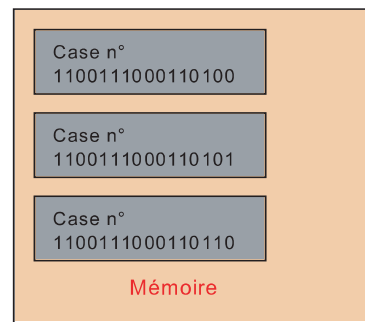


figure 35

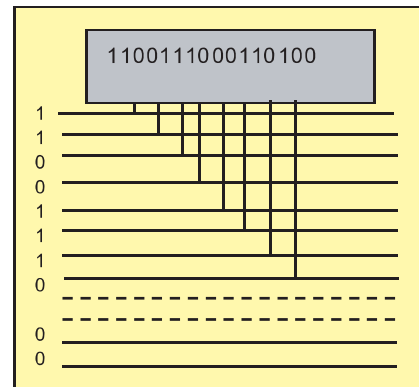


figure 36

Bus adresses (16 bits) :  
 $A_0, A_1, A_2, \dots, A_{15}$ .



### Solution

1. C'est le symbole de la porte logique NAND ou NON-ET.

$E_1$	$E_2$	S
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

2. Les deux entrées sont liées, elles constituent une seule entrée E, telle que  $E = E_1 = E_2$ .

Il s'agit donc de la représentation d'une fonction NON.

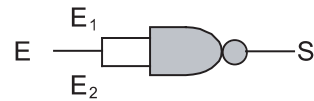
3. La sortie S n'est que l'inversion de la fonction NAND.

il s'agit de la fonction AND ( ET).

### Conseils

- D'après l'algèbre de Boole :  
 $1 + 1 = 1$

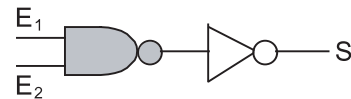
- Schéma :



On peut utiliser la table de vérité.

$E_1$	$E_2$	S
0	0	1
1	1	0

L'association des deux portes est schématisée par :



## L'essentiel

- Un état logique ne peut prendre que deux valeurs 1 et 0 .
- Une porte logique est un dispositif électronique qui donne à sa sortie un signal dépendant discrètement de l'entrée.
- Une porte logique a une ou plusieurs entrées et une seule sortie.
- Une porte logique est caractérisée par une table de vérité, un symbole et des chronogrammes.
- Les portes logiques les plus connues sont : AND, NO, NAND, NOR, XOR, OR.
- Les circuits intégrés sont le résultat d'une intégration extrêmement poussée d'un nombre de composants électroniques de base : transistors, diodes, résistors,...
- Il existe deux catégories de technologies de construction des circuits intégrés : TTL et CMOS.
- Le multiplexage est une technique permettant de transmettre sur un seul support physique des données provenant de plusieurs équipements grâce aux portes logiques.

# Exercices

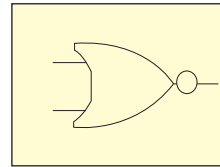
## Je vérifie mes connaissances

**Q.C.M.** (questions à choix multiples)

Choisir la bonne réponse. A chaque question peuvent correspondre aucune, une ou plusieurs propositions correctes.

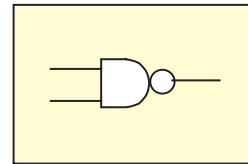
1. La porte logique de la figure ci-contre est :

- a. AND,
- b. OR,
- c. NAND
- d. NOR.



2. La porte logique de la figure ci-contre est :

- a. AND,
- b. OR,
- c. NAND,
- d. NOR.



3. La table de vérité de la figure ci-contre correspond à la porte logique :

- a. AND,
- b. NAND,
- c. OR,
- d. NOR,
- e. XOR.

$e_1$	$e_2$	s
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

4. Une porte logique peut avoir :

- a. une entrée et une sortie,
- b. une entrée et deux sorties,
- c. deux entrées et une sortie,
- d. plusieurs entrées et une sortie.

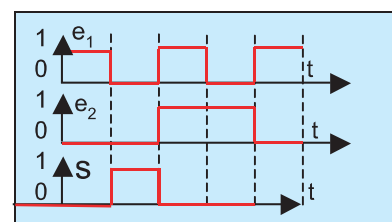
5. La table de vérité représentée ci-contre est celle d'une porte logique :

- a. NO,
- b. OR,
- c. NAND.

$e_1$	$e_2$	s
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

6. Les chronogrammes représentés sur la figure ci-contre, correspondent à la porte logique:

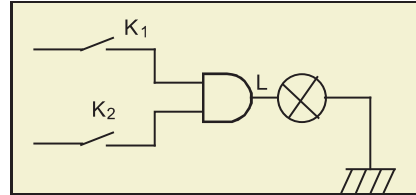
- a. AND,
- b. OR,
- c. NO,
- d. NOR.



7. Le montage ci-contre comporte essentiellement une porte logique, une lampe L, deux interrupteurs  $K_1$  et  $K_2$  et deux alimentations aux entrées.

La lampe s'allume si :

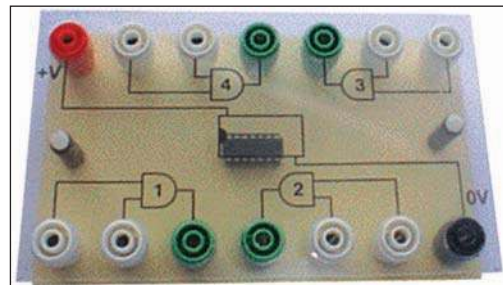
- a-  $K_1$  est ouvert et  $K_2$  est fermé,
- b-  $K_1$  et  $K_2$  sont tous les deux ouverts,
- c-  $K_1$  et  $K_2$  sont tous les deux fermés.



## Je sais appliquer ; je sais raisonner

1. On considère une maquette d'essai sur laquelle on peut réaliser un montage de portes logiques, figure ci-contre.

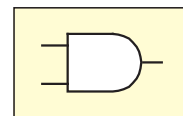
- a. Donner le nombre de broches du circuit intégré utilisé et les numéros des bornes de polarisation.
- b. Identifier le nombre de portes logiques et leur type.
- c. Préciser le nombre d'entrée et de sortie relatif à chaque porte logique.
- d. Identifier le circuit logique parmi la liste suivante :



	NAND	NOR	AND	OR	NO
Quadruple	7400	4001	4081	7432	
Sextuple					4069

2. Une porte logique « AND » est un dispositif électronique à deux entrées  $E_1$  et  $E_2$  et une sortie S.

Son symbole est donné par la figure ci-contre :



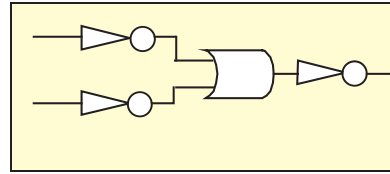
- a. Donner sa table de vérité.
- b. Comparer les états de sortie à ceux de la sortie d'une porte « NAND ».
- c. Transformer cette porte en porte NO.

3. Une porte logique « NO » est alimentée sous une tension  $E = 6\text{ V}$ , bascule pour une tension d'entrée constante  $U_r = 3\text{ V}$ . Elle donne  $6\text{ V}$  en sortie haute et  $0\text{ V}$  en sortie basse. Un dipôle résistor de résistance  $R = 1\text{ k}\Omega$  est placé en parallèle avec la porte. Une tension  $u_e$  réglable de  $0$  à  $6\text{ V}$  est appliquée à l'entrée e de la porte.

- a. Faire un schéma du dispositif
- b.1. Préciser la valeur de la tension de sortie  $u_s$ , quand la tension d'entrée  $u_e < 3\text{ V}$  et  $u_e > 3\text{ V}$ .
- b.2. Tracer la caractéristique de transfert de la porte étudiée.
- b.3. Représenter la courbe donnant l'évolution de l'intensité  $i$  en fonction de  $u_e$ .
- c. Une seconde porte NON identique à la première est associée en série avec la première, mais les deux portes sont en parallèles avec la même résistance R.
- c.1. Faire un schéma du dispositif.
- c.2. Ecrire la table de vérité de l'association logique.

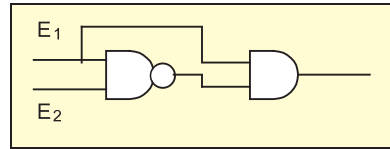
4. On réalise un montage comportant des portes logiques (figure ci-contre).

- Nommer les différentes portes logiques du circuit.
- Préciser la fonction logique réalisée par le circuit.



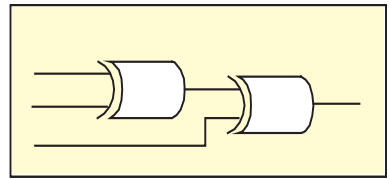
5. On considère le montage de la figure ci-contre.

- Dresser la table de vérité de l'association logique.
- Préciser la fonction logique obtenue par cette association .



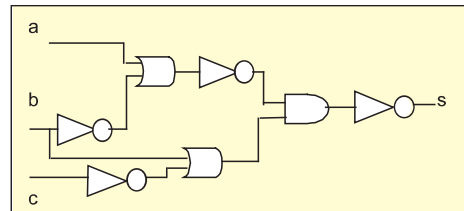
6. On réalise un montage comportant des portes logiques (figure ci-contre).

- Indiquer le nombre d'entrée et de sortie du circuit.
- Nommer ses différentes portes logiques.
- Préciser la fonction logique réalisée par le circuit.
- Ecrire la table de vérité du circuit



7. On considère le circuit logique à 3 entrées a, b et c et une sortie s.

- Donner le nombre et les types de portes logiques du circuit.
- Déterminer la sortie s.
- Construire un circuit logique équivalent comportant :
  - un minimum de portes logiques: OU , ET , NON ;
  - uniquement des portes NAND ;
  - uniquement des portes NOR.



# Partie 4 4

## OPTIQUE

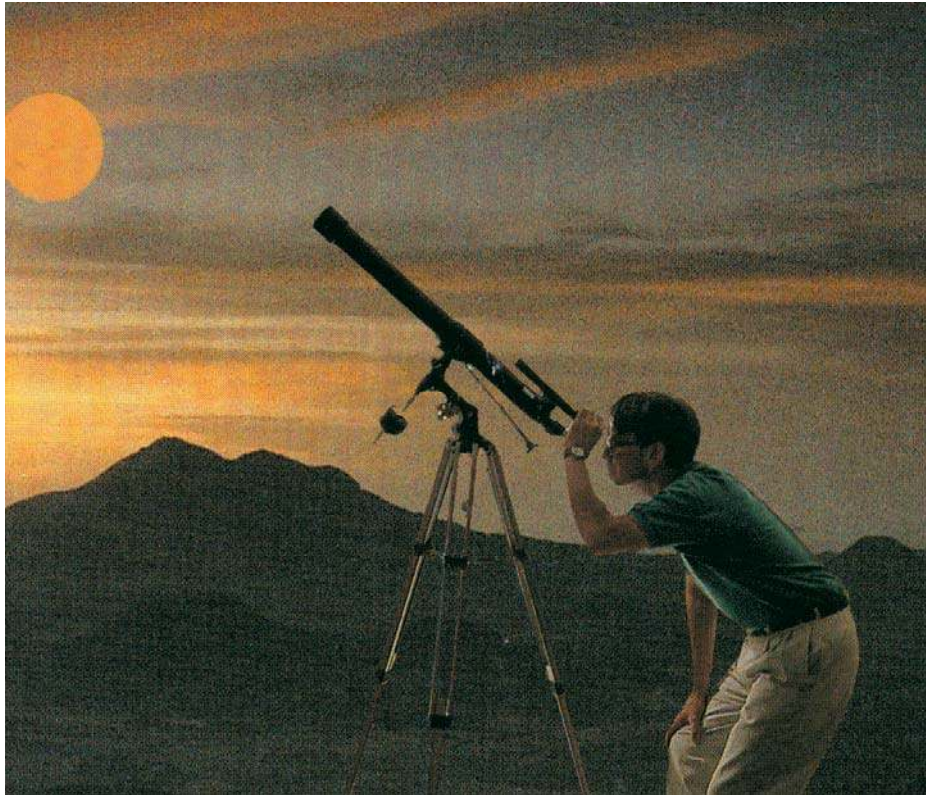
# LES LENTILLES MINCES

# LES LENTILLES MINCES

## Chapitre XVI

### IMAGE DONNEE PAR UNE LENTILLE

# LES LENTILLES MINCES



*Les lentilles permettent aux amateurs et aux spécialistes en astronomie de surmonter les limites visuelles et de regarder loin et même plus loin.*

# Prérequis

## Savoirs

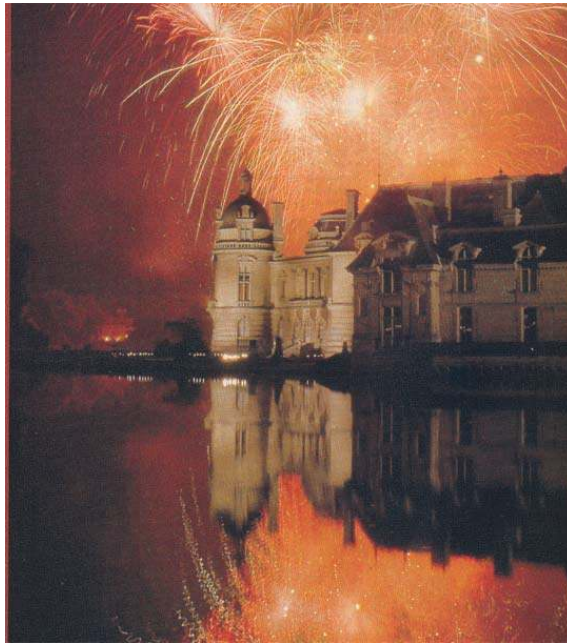
- Je sais qu'il y a des sources de lumière primaires et secondaires ;
- Je sais que la lumière se propage rectilignement dans un milieu transparent et homogène ;
- Je sais qu'il y a une lumière visible ( colorée ) et une lumière invisible comme l'ultraviolet et l'infrarouge ;
- Je connais quelques applications du laser ;
- Je connais les lois de Descartes relatives à la réflexion de la lumière ainsi que celles relatives à la réfraction de la lumière.

## Savoir faire

- Je sais distinguer entre une source lumineuse primaire et une source lumineuse secondaire ;
- Je sais reconnaître un corps transparent, un corps translucide et un corps opaque ;
- Je sais appliquer le principe de la propagation rectiligne de la lumière ;
- Je sais appliquer les lois relatives à la réflexion de la lumière au tracé de la marche des rayons lumineux ;
- Je sais appliquer les lois relatives à la réfraction de la lumière au tracé de la marche des rayons lumineux;

# Chapitre 16

## IMAGE DONNEE PAR UNE LENTILLE MINCE



*Les feux d'artifice éclairent la ville. Une image renversée d'un château éclairé se forme à travers une nappe d'eau. Cette image est observée et photographiée grâce aux lentilles.*

*Comment se forme l'image d'un objet à travers une lentille ?*

### Objectifs

- Classer les lentilles en lentilles convergentes et lentilles divergentes.
- Définir les caractéristiques d'une lentille mince.
- Déterminer graphiquement la position, de l'image d'un point objet, donnée par une lentille mince.
- Appliquer la relation de conjugaison d'une lentille mince.
- Expliquer le principe de fonctionnement d'un lecteur optique.

# 1. Généralités

On a vu dans les classes précédentes que la lumière change de direction à la surface de séparation de deux milieux transparents. Ce phénomène portant le nom de réfraction est à la base de fonctionnement des systèmes se trouvant dans de nombreux instruments optiques : rétroprojecteur, appareil photo, appareil diapo, caméra,...

Ces systèmes comportent une ou plusieurs lentilles (figure 1) : ce sont des systèmes optiques .

On appelle système optique toute association ordonnée d'éléments transparents ou réfléchissants de la lumière (lentilles, prismes, miroirs...).

Un faisceau lumineux est envoyé à partir d'un point A sur un système optique S. Après la traversée du système, les rayons lumineux issus de A ou leurs prolongements passent par un même point A'.

Le point A joue le rôle d'un objet réel pour le système S. Par définition A' est appelé image de A à travers le système optique S (figure 2).

On appelle objet ponctuel le point d'intersection des rayons incidents ou de leur prolongement. Il peut être réel ou virtuel.

Un objet est **réel** s'il est le point de départ des rayons incidents.

Un objet est **virtuel** s'il est à l'intersection des rayons incidents sur le système optique S.

On appelle image ponctuelle le point d'intersection des rayons émergents ou de leur prolongement.

Une image est **réelle** si tous les rayons qui lui parviennent à travers le système optique S sont réels (il n'est pas nécessaire de les prolonger jusqu'à l'image).

Une image est **virtuelle** si elle est à l'intersection des prolongements des rayons lumineux émergeant du système optique (figure 3).



figure 1  
Caméra à 16 lentilles

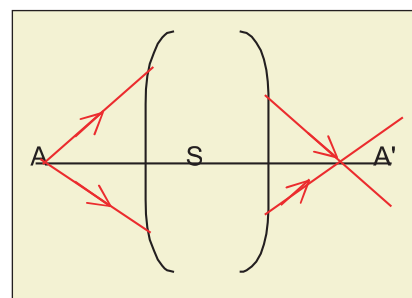


figure 2

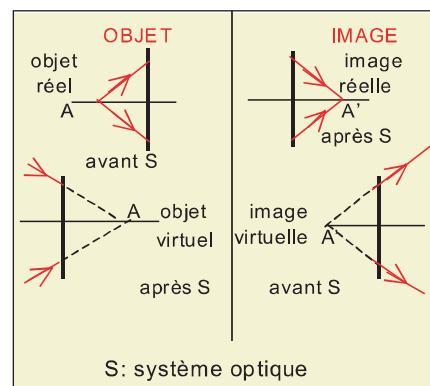


figure 3

## 2. Classifications des lentilles

### Activité expérimentale 1

Observons plusieurs sortes de lentilles (figure 4).

#### Questions :

1. De quoi est constituée une lentille ? Préciser la forme des surfaces qui la limitent.
2. Comparer pour chaque lentille l'épaisseur en son centre à celle de son bord. En combien de types de lentilles minces peut-on les classer ?
3. Attribuer un numéro à chaque lentille. Etudier chaque lentille et remplir le tableau suivant :

Numéro	1	2	3	4	5
Type de lentille					

Les lentilles sont constituées d'un matériau transparent, verre ou matière plastique.

Chaque lentille est un système optique limité par deux surfaces sphériques de centres  $O_1$  et  $O_2$  et de rayons de courbure respectifs  $R_1$  et  $R_2$  (figure 5), ou par une surface plane et une surface sphérique.

Une lentille est dite mince, si son épaisseur «  $e$  » est très petite devant les rayons de courbure  $R_1$  et  $R_2$  des faces.

Selon que l'épaisseur de la lentille en son centre est supérieure ou inférieure à celle du bord, les lentilles sont classées en deux catégories :

- lentilles à bords minces,
- lentilles à bords épais.

### 2.1. Lentille mince convergente

La lentille est plus épaisse au centre qu'au bord. Il s'agit d'une lentille à bords minces. La figure 6 représente une lentille biconvexe.

A côté de la forme biconvexe on peut trouver d'autres formes de lentilles convergentes ( figure 7) :

- plan convexe ( figure 7-a)
- ménisque convergent ( figure 7-b)



figure 4

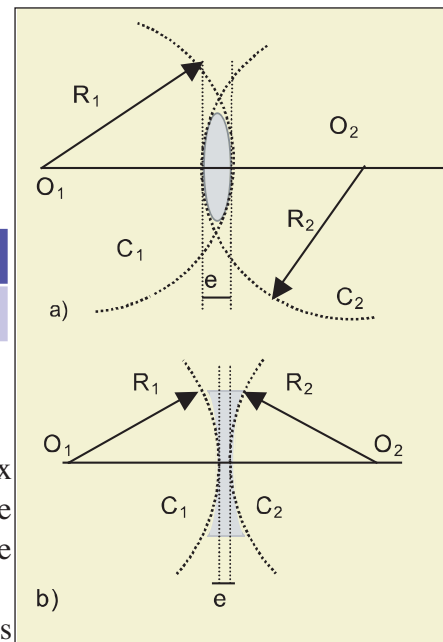


figure 5

- a) lentille à bords minces  
b) lentille à bords épais

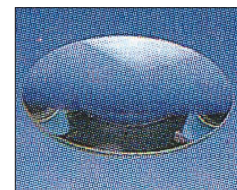


figure 6

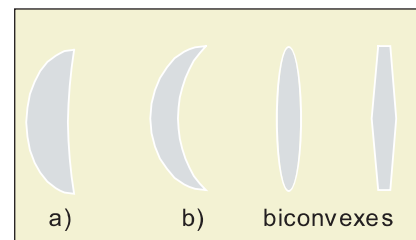


figure 7

Par convention une lentille convergente est représentée par un schéma comme l'indique la figure 8.

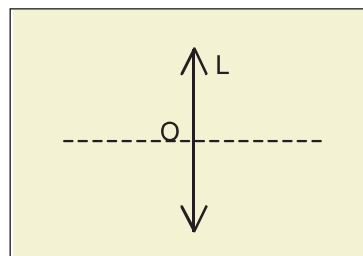


figure 8

Envoyons un faisceau lumineux parallèle sur une lentille à bords minces (figure 9). Nous constatons que le faisceau de rayons émergent converge en un point, donc ce type de lentille fait converger les rayons lumineux : c'est une lentille convergente.

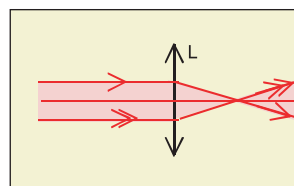


figure 9

Un rayon lumineux frappant en I une lentille sous un angle d'incidence nul (pour une lentille plan convexe ou plan concave) pénètre dans le verre d'indice de réfraction  $n > 1$ , sans être dévié (deuxième loi de Descartes).

Au point d'incidence I', l'angle d'incidence  $i$  que fait le rayon II' avec la normale, n'est plus nul, et le rayon subit une réfraction d'un angle  $r$  à la sortie dans l'air d'indice  $n=1$ . Il en est de même pour tout autre rayon du faisceau parallèle incident.

Donc, les rayons émergents subissent une déviation et convergent tous en un point particulier A de l'axe  $O_1O_2$  de la lentille (figure 10).

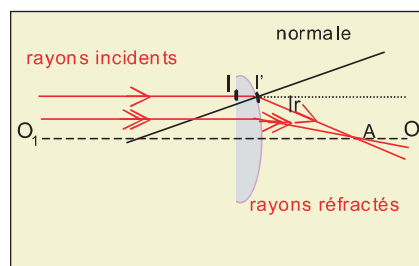


figure 10

## 2.2. Lentille mince divergente

La lentille est plus mince au centre qu'au bord. Il s'agit d'une lentille à bords épais. La figure 11 représente une lentille biconcave.



figure 11

A côté de la forme biconcave on peut trouver d'autres formes de lentilles divergentes ( figure 12) :

- ménisque divergent ( figure 12-a)
- plan concave ( figure 12-b)

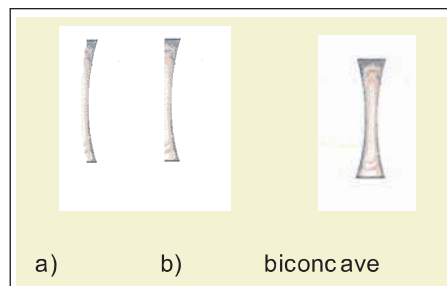


figure 12

Par convention une lentille divergente est représentée par un schéma comme l'indique la figure 13.

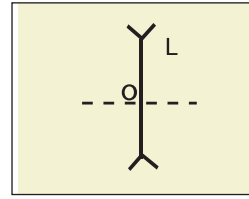


figure 13

Envoyons un faisceau lumineux parallèle sur une lentille à bords épais (figure 14). Nous constatons que le faisceau de rayons émergent diverge, donc ce type de lentille fait diverger les rayons lumineux : c'est une lentille divergente.

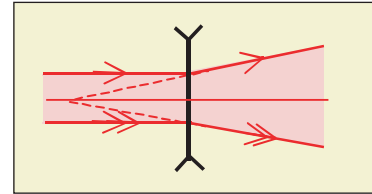


figure 14

Comme dans le cas d'une lentille convergente, tout rayon incident subit une réfraction en émergeant d'une lentille divergente et par suite une déviation en s'éloignant de la normale (en divergeant) (figure 15).

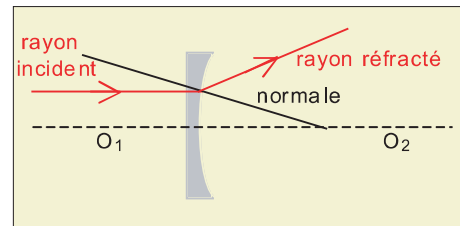


figure 15

### 3. Etude d'une lentille mince

#### 3.1. Objet et image

##### Activité expérimentale 2

Observons le mot «Texte» imprimé sur un papier, à l'aide d'une lentille convergente puis avec une lentille divergente. Eloignons suffisamment le papier de la lentille (figure 16).

##### Questions :

1. Distinguer l'image de l'objet pour les deux lentilles.
2. Comparer qualitativement les images données par chacune des deux lentilles.

Le texte sur le papier est l'**objet** réel.

Ce que nous voyons du texte à travers la lentille s'appelle une **image**.

Quand la lentille est convergente, l'image est plus grande que l'objet. Par contre l'image est plus petite que l'objet si la lentille utilisée est divergente.

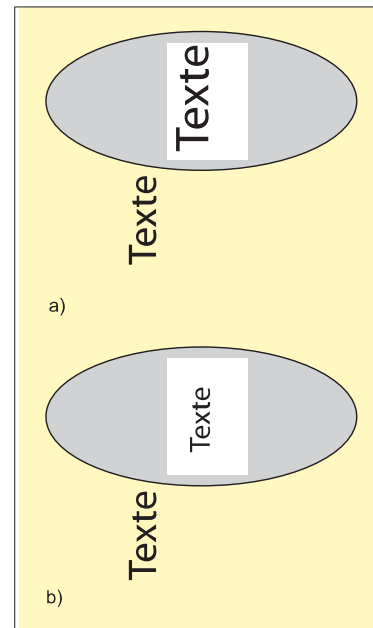


figure 16

- a) lentille convergente
- b) Lentille divergente

**Remarque :**

Les résultats précédents ne sont plus les mêmes si on approche l'objet de chacune des deux lentilles.

### 3.2. Caractéristiques d'une lentille

#### Activité expérimentale 3

Eclairons le centre d'une lentille (convergente ou divergente) par un faisceau lumineux parallèle. Observons les résultats sur un écran E placé après la lentille.

**Questions :**

1. Le faisceau de rayons lumineux émergent subit-il la même déviation pour les deux lentilles ?
2. Quelle particularité présente le rayon lumineux passant par le centre de la lentille ?
3. Tracer la marche des rayons lumineux émergent de chaque lentille.

Nous constatons que :

- \* dans le cas d'une lentille convergente (figure 17) :
  - les rayons du faisceau incident qui traversent la lentille convergente convergent en un point F' ;
  - le rayon passant par le centre O n'est pas dévié.

- \* dans le cas d'une lentille divergente (figure 18):
  - les rayons du faisceau incident parallèle à l'axe principal émergents de la lentille divergente semblent provenir d'un seul point virtuel noté F' ;
  - tout rayon lumineux incident passant par le centre O ressort sans aucune déviation.

#### 3.2.1. Centre optique et axes optiques d'une lentille

- L'axe optique principal d'une lentille sphérique est la droite passant par les centres  $O_1$  et  $O_2$  des deux surfaces sphériques (voir figure 3).

C'est un axe de symétrie de révolution de la lentille, Il est orienté dans le sens de propagation de la lumière.

- Le centre optique de la lentille est l'intersection du plan de la lentille et de son axe optique principal.

- Toute droite passant par le centre optique O autre que l'axe principal est un axe optique secondaire de la lentille (figure 19).

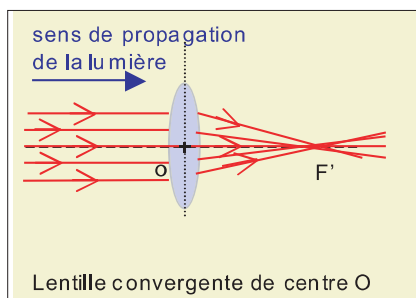


figure 17

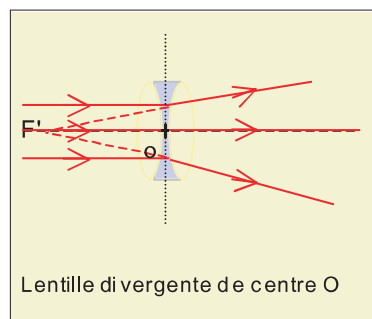


figure 18

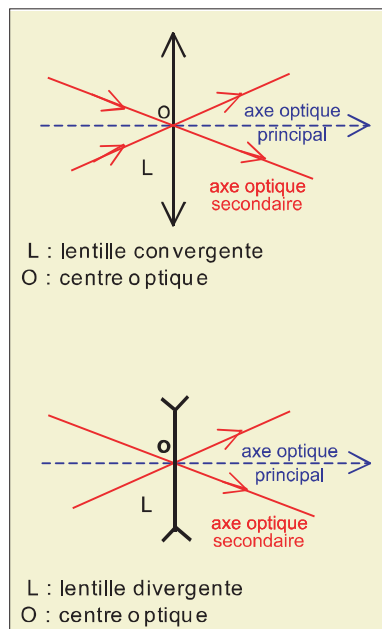


figure 19

### 3.2.2. Foyers et plans focaux

#### \* Cas d'une lentille convergente

-Déplaçons l'écran E (activité expérimentale 3) jusqu'à obtenir une petite tache très éclairée en un point  $F'$ .

$F'$  est appelé : **le foyer principal image** (figure 20).

Un faisceau de rayons parallèles incliné sur l'axe principal d'une lentille mince convergente, en émerge, en convergeant en un point  $F'_1$ , appelé **foyer secondaire image**, différent du point  $F'$ .

- Pour différents angles d'incidence  $i$ , de faibles valeurs, correspondent des foyers secondaires images différents, et l'ensemble de ces foyers est situé dans un plan perpendiculaire à l'axe principal de la lentille en  $F'$  appelé **plan focal image**.

-De même, il existe un point  $F$ , sur l'axe optique principal, tel que tout rayon incident passant par  $F$  émerge de la lentille parallèlement à son axe principal (figure 21).

Ce point  $F$  est appelé foyer principal objet.

-Le plan perpendiculaire à l'axe principal de la lentille et passant par le foyer objet  $F$  est appelé plan focal objet.

- Des rayons lumineux issus d'un point  $F_1$  de ce plan émergent de la lentille parallèlement à l'axe optique secondaire ( $F_1O$ ).

Le point  $F_1$  est appelé **foyer secondaire objet** (figure 22).

#### \* Cas d'une lentille divergente

-  $F'$  : est le **foyer principal image**. Il se trouve du côté de la lumière incidente, contrairement à la lentille convergente (figure 23).

- **Plan focal image** : c'est le plan ( $P'$ ) perpendiculaire à l'axe principal de la lentille en  $F'$ .

Des rayons incidents parallèles et inclinés par rapport à l'axe optique principal, semblent provenir d'un point  $F'_1$  se trouvant dans un plan parallèle à la lentille et (ou perpendiculaire à l'axe principal de la lentille) qui contient  $F'$ , un point par lequel passent les prolongements des rayons émergents (figure 24).

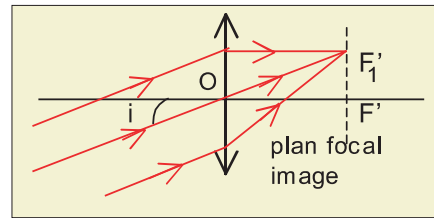


figure 20

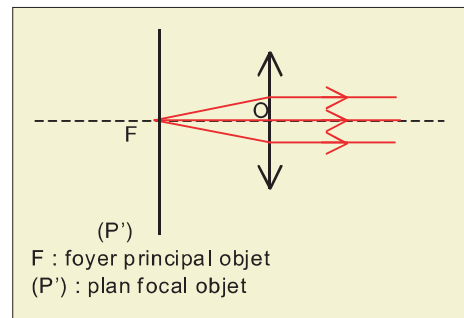


figure 21

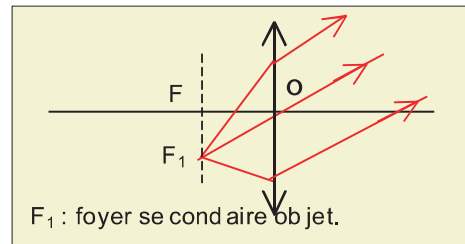


figure 22

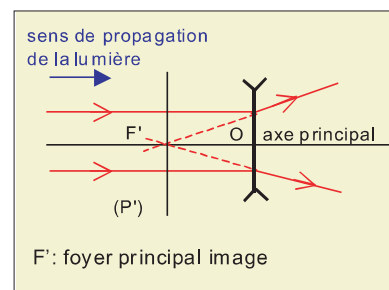


figure 23

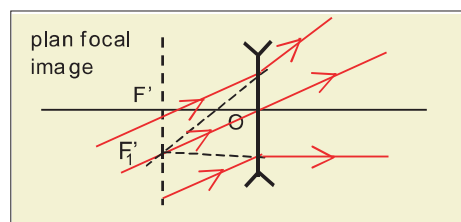


figure 24

- **Foyer principal objet F**: point par lequel passent les prolongements des rayons incidents qui émergent parallèlement à l'axe optique principal (figure 25).

- **Plan focal objet** : c'est le plan perpendiculaire à l'axe principal de la lentille en F.

Les rayons incidents dont les prolongements passent par  $F_1$  émergent parallèlement à l'axe optique secondaire ( $OF_1$ ).  $F_1$  est un point du plan focal (figure 26).

**Remarques :**

- Les deux plans focaux objet et image sont symétriques par rapport au plan d'une lentille convergente ou divergente.
- Contrairement à une lentille convergente, on rencontre successivement de gauche à droite le foyer image  $F'$ , le centre optique O et le foyer objet F.

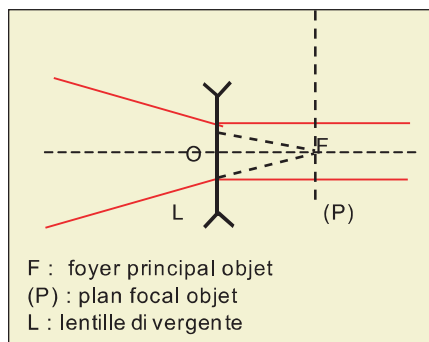


figure 25

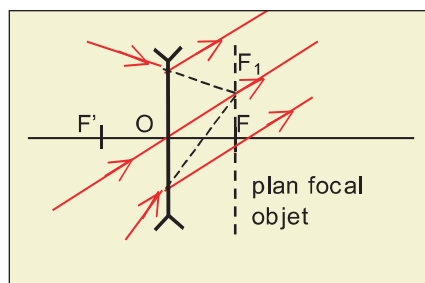


figure 26

### 3.2.3. Distance focale et vergence d'une lentille

Activité documentaire

Un lot de cinq lentilles est livré avec une notice qui porte les indications suivante :

focales : 50, 100, 150, 200, 250 mm.

**Questions :**

1. Que veut dire « focale » d'une lentille ?
2. Comment détermine-t-on la distance focale d'une lentille ?

Considérons une lentille convergente de centre O et de foyers image  $F'$  et objet F (figure 27).

- Relativement au repère  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  avec  $\vec{i}$  orienté dans le sens de la propagation de la lumière incidente, la grandeur  $OF' = f$  est la **distance focale** de la lentille.

$f = OF'$  est une grandeur positive qui s'exprime en mètre ou en sous multiples.

- L'inverse de la distance focale est appelé **la vergence** de la lentille. Elle est symbolisée par C.

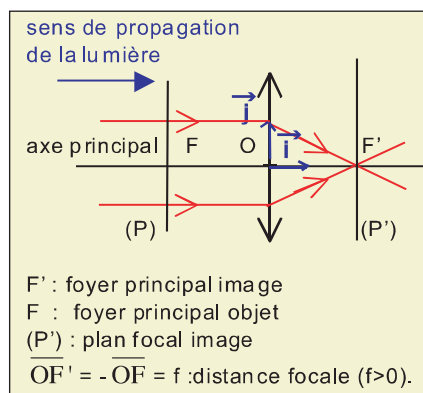


figure 27

$$C = \frac{1}{\overline{OF'}} = \frac{1}{f}$$

La distance focale  $f$  est en mètres (m) ;  
et la vergence en dioptries ( $\delta$ )

Pour une lentille divergente :

-Distance focale  $f$  :  $f = |\overline{OF}| = |\overline{OF}'|$   
alors que la distance focale objet  $f = \overline{OF}$ , avec  
 $f = \overline{OF} = -\overline{OF}'$

-Vergence  $C$  : elle est définie de la même façon par  
 $C = \frac{1}{\overline{OF}'}$  elle est exprimée en dioptries et  $f$  en mètres.

Dans ce cas,  $\overline{OF}' = -f$

$$C = \frac{1}{\overline{OF}'} = -\frac{1}{f}$$

La vergence est négative pour la lentille divergente.

## 4. Formation d'une image à travers une lentille

### Activité expérimentale 4

Une source lumineuse éclaire un papier calque comportant une lettre «a». Dans l'expérience de la figure 28, une lentille convergente donne de l'objet « a », une image recueillie sur l'écran.

#### Questions :

1. Où se forme l'image de l'objet « a » par une telle lentille ? Est-elle droite ? Est-elle agrandie ?
2. Comment évolue la netteté de l'image lorsqu'on rapproche l'objet « a » de l'axe optique de la lentille ?
3. Peut-on améliorer la netteté de l'image par un diaphragme placé contre la lentille ?

Nous observons sur l'écran E une image renversée de la lettre «a» qui peut être floue où relativement nette. L'image est d'autant plus nette que l'objet est placé près de l'axe principal.

L'image est encore plus nette avec un diaphragme placé contre la lentille. Ce diaphragme limite le faisceau incident.

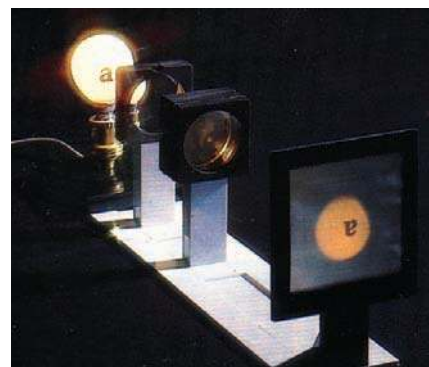


figure 28

## 4.1. Conditions de Gauss

Les lentilles présentent des défauts (aberrations géométriques, irisations dues à la dispersion de la lumière dans la lentille). Pour obtenir des images de bonne qualité, on doit se placer dans les conditions suivantes dites conditions de Gauss :

### 1<sup>ère</sup> condition

Le faisceau incident doit traverser la lentille au voisinage de son centre optique.

### 2<sup>ème</sup> condition

L'angle des rayons incidents avec l'axe optique principal de la lentille doit être faible.

Pour réaliser pratiquement ces conditions, il faut donc :

- des systèmes optiques centrés de faible ouverture ou diaphragmés ;
- des objets plans de faible étendue, situés dans un plan perpendiculaire à l'axe optique principal de la lentille et centrés sur cet axe.

## 4.2. Construction graphique d'une image

### Activité expérimentale 5

Utilisons le banc d'optique et ses accessoires de la figure 28. On dispose de deux lentilles  $L_1$  et  $L_2$  respectivement convergente et divergente.

### Questions :

1. Déterminer pour chacune des lentilles la nature et la position de l'image  $A'B'$  quand l'objet  $AB$  se trouve à une distance supérieure, égale et inférieure à la distance focale.
2. Expliquer les résultats par des constructions graphiques.

Suivant la position de l'objet AB par rapport à la distance focale de la lentille l'image peut être réelle, virtuelle, droite ou renversée.

On envisage quatre cas dont le point A de l'objet AB est toujours situé sur l'axe optique.

- l'objet AB est à l'infini,
- l'objet AB à une distance d supérieure à f,
- l'objet AB à une distance d égale à f,
- l'objet AB à une distance d inférieure à f.

Les constructions relatives aux lentilles convergentes et divergentes sont présentées sur les figures 29 et 30.

La construction de l'image A'B', de l'objet étendu AB, est obtenue en déterminant d'abord l'image B' du point B, puis en traçant la perpendiculaire issue de B' sur l'axe principal. On obtient donc, l'image A' du point A qui n'est que la projection de B' sur cet axe.

Or, la construction de l'image B' est obtenue en traçant la marche de deux rayons issus de B :

- le rayon passant par le centre optique O de la lentille ;
- le rayon parallèle à l'axe principal de la lentille et qui passe par son foyer image F'.

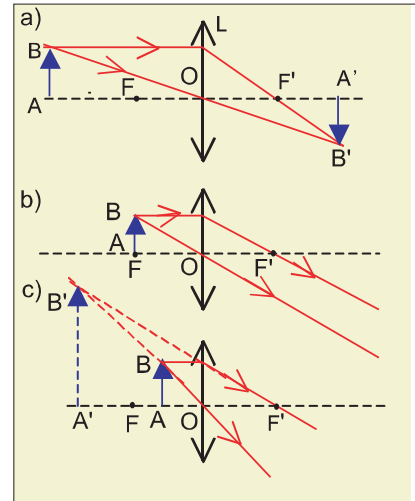


figure 29

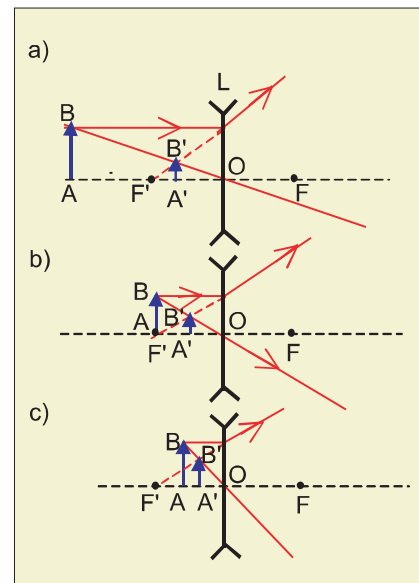


figure 30

	AB à l'infini	AB avant F	AB en F	AB après F
Image donnée par une lentille convergente	Réelle, renversée en F'	Réelle, renversée après F'	Réelle, renversée à l'infini	Virtuelle, droite, du côté de AB.
Image donnée par une lentille divergente	Virtuelle droite en F'	virtuelle, droite et après F'	virtuelle, droite après F'	Virtuelle, droite, du côté de AB.

### 4.3.Relation de conjugaison et grandissement

#### 4.3.1. Grandissement

Une lentille mince convergente L, de distance focale f, donne de l'objet AB une image A' B'.

Par définition, le grandissement est donné par le rapport

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$$

Les deux grandeurs du rapport sont exprimées avec la même unité de longueur, par suite,  $\gamma$  n'a pas d'unité (c'est un nombre sans dimension).

$\gamma$  est positif si l'image est à droite par rapport à l'objet ;

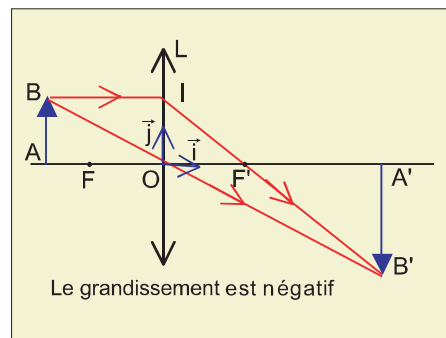


figure 31

$\gamma$  est négatif si l'image est renversée par rapport à l'objet.  
 La relation de grandissement est obtenue en considérant les deux triangles rectangles semblables OAB et OA'B' ( figure 31) :

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} \quad \text{Relation de Descartes}$$

### 4.3.2. Relation de conjugaison

En considérant les deux triangles rectangles semblables F'OI et F'A'B' et en remarquant que  $OI=AB$ , il vient :

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{F'A'}}{\overline{FO}} = \frac{\overline{FO} + \overline{OA'}}{\overline{FO}} = 1 + \frac{\overline{OA'}}{\overline{FO}}$$

En tenant compte de la relation de

grandissement,  $\gamma = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$  et de  $\overline{FO} = -\overline{OF'}$

on obtient :  $\frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = 1 - \frac{\overline{OA'}}{\overline{OF'}}$

En divisant par  $\overline{OA'}$  il vient :  $\frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OF'}}$ .

Soit :

$$-\frac{1}{\overline{OA}} + \frac{1}{\overline{OA'}} = \frac{1}{\overline{OF'}} \quad \text{C'est la relation de conjugaison}$$

Avec l'orientation choisie, pour une lentille convergente :

$\overline{OA'}$  est positif si l'image est réelle, négatif si elle est virtuelle.

$\overline{OA}$  est négatif si l'objet est réel, positif si l'objet est virtuel.

La relation de conjugaison est générale. Comme elle s'applique pour une lentille convergente, elle s'appliquera aussi pour la lentille divergente.

On a :

$$-\frac{1}{\overline{OA}} + \frac{1}{\overline{OA'}} = \frac{1}{\overline{OF'}}$$

avec  $\overline{OF'} < 0$  pour une lentille divergente et  $\overline{OF'} > 0$  pour une lentille convergente.

### 4.3.3. vergence d'un système de lentilles minces accolées

Considérons le système de deux lentilles minces accolées  $L_1, L_2$ , de vergences respectives  $C_1$  et  $C_2$  et d'axes principaux confondus, elles ont même centre optique (figure 32).

Le système optique a une vergence  $C$  qui peut se calculer de la façon suivante : La lentille  $L_1$  donne d'un objet  $A$  à l'infini sur son axe principal, une image  $A'$ , située au foyer principal  $F'_1$  puisque :

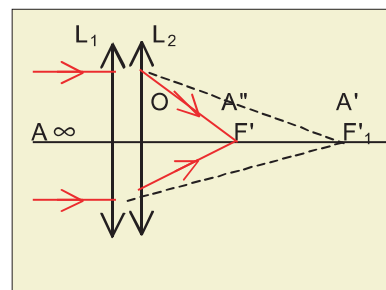


figure 32

$$\frac{1}{OA'} = \frac{1}{OA} + \frac{1}{OF_1'} = \frac{1}{OF_1'}$$

Le point A' est objet virtuel pour la lentille L<sub>2</sub>, qui en donne une image A'', telle que :

$$\frac{1}{OA''} = \frac{1}{OA'} + \frac{1}{OF_2'} = \frac{1}{OF_1'} + \frac{1}{OF_2'}$$

Mais A'' peut être considérée comme l'image du point A à l'infini donnée par le système optique des deux lentilles accolées donc, A'' est située au foyer F' du système :

$$\frac{1}{OF'} = \frac{1}{OF_1'} + \frac{1}{OF_2'}$$

d'où  $C = C_1 + C_2$

## Conclusion

La vergence d'un système de lentilles minces coaxiales et accolées est égale à la somme algébrique des vergences des lentilles utilisées :  $C = \sum_{i=1}^{i=n} C_i$ .

### Remarques :

La détermination de la distance focale  $f_1$  d'une lentille divergente L<sub>1</sub> consiste à :

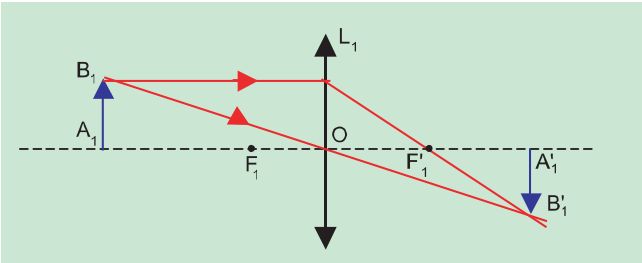
- accoler à la lentille L<sub>1</sub> une lentille convergente L<sub>2</sub> de vergence  $C_2 > |C_1|$ , le système optique obtenu est convergent.
  - déterminer sa distance focale comme une lentille convergente simple.
- Calculer  $f_1$  à partir de la relation entre les vergences  $C = C_1 + C_2$ .

### Exercice résolu

Deux lentilles L<sub>1</sub> et L<sub>2</sub> ont respectivement pour vergences  $C_1 = 10$  dioptries et  $C_2 = -5$  dioptries.

1. On place, à une distance  $d_1$  de la lentille L<sub>1</sub>, un objet AB de 2 cm de hauteur, perpendiculairement à l'axe principal. La lumière se propage de gauche à droite.
  - a. A quel type de lentille appartient la lentille L<sub>1</sub> ?
  - b. Calculer la distance focale de cette lentille .
  - c. A quelle distance, du centre optique de la lentille L<sub>1</sub>, faut-il placer l'objet AB pour avoir une image réelle A<sub>1</sub>B<sub>1</sub> située à 18 cm de la lentille étudiée ? Quelle est la grandeur de cette image ?
  - d. Faire un schéma à l'échelle 1/10 selon l'axe principal. Placer les foyers objet F et image F', l'objet et l'axe optique. Tracer la marche des rayons lumineux pour construire A<sub>1</sub>B<sub>1</sub>.
2. La lentille L<sub>1</sub> est remplacée par le deuxième lentille L<sub>2</sub>.

- A quel type de lentille appartient la lentille  $L_2$  ?
- Calculer la distance focale de cette lentille.
- Déterminer la position, la nature et la grandeur de l'image finale  $A_2B_2$ .

Solution	Conseils
<p>1. a. La vergence de la lentille <math>L_1</math> est positive (<math>C_1 = 10</math> dioptries), il s'agit d'une lentille convergente.</p> <p>b. On a une relation entre la vergence et la distance focale <math>f_1</math>, telle que : <math>C = \frac{1}{f_1}</math> d'où <math>f_1 = \frac{1}{C_1}</math> pour une lentille convergente.</p> <p>A.N: <math>f_1 = 0,1</math> m</p> <p>c. La relation de conjugaison pour la lentille <math>L_1</math> s'écrit :</p> $-\frac{1}{\overline{OA_1}} + \frac{1}{\overline{OA'_1}} = \frac{1}{\overline{OF'_1}} \text{ donc } \frac{1}{\overline{OA_1}} = \frac{1}{\overline{OA'_1}} - \frac{1}{\overline{OF'_1}}$ <p>La lentille est convergente alors <math>\overline{OF'_1} &gt; 0</math> et <math>\overline{OF'_1} = f_1 = 10</math> cm</p> <p>donc : <math>\frac{1}{\overline{OA_1}} = \frac{1}{18} - \frac{1}{10} = -\frac{8}{180}</math> donc <math>\overline{OA_1} = -\frac{180}{8} = -22,5</math> cm</p> <p>la grandeur de l'image est :</p> $\overline{A_1B_1} = \overline{AB} \cdot \frac{\overline{OA'_1}}{\overline{OA_1}} = -2 \cdot \frac{18}{22,5} = -1,6 \text{ cm}$  <p>L'image est renversée et plus petite que l'objet.</p> <p>2.a. La vergence de la lentille <math>L_2</math> est négative (<math>C_2 = -5</math> dioptries), il s'agit donc d'une lentille <u>divergente</u>.</p> <p>b. On a une relation entre la vergence et <math>\overline{OF'_2}</math>, telle que :</p> $C_2 = \frac{1}{\overline{OF'_2}}, \text{ donc } \overline{OF'_2} = \frac{1}{C_2}$ <p>A.N <math>\overline{OF'_2} = -0,2</math> m.</p> <p>D'où <math>f_2 = -\overline{OF'_2} = 0,2</math> m</p> <p>b. On applique la relation de conjugaison pour la lentille <math>L_2</math>;</p>	<p>On peut vérifier l'exactitude des résultats par une construction de l'image à l'échelle.</p>

$$-\frac{1}{OA_2} + \frac{1}{OA'_2} = \frac{1}{OF'_2} \Rightarrow \frac{1}{OA'_2} = \frac{1}{OA_2} + \frac{1}{OF'_2}$$

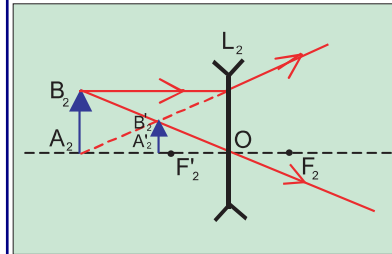
$$\text{donc : } \overline{OA'_2} = \frac{\overline{OA_2} \overline{OF'_2}}{\overline{OA_2} + \overline{OF'_2}}$$

La lentille  $L_2$  est divergente, donc :  $\overline{OF'_2} = -20$  cm

D'où  $\overline{OA_2} = \overline{OA_1} = -22,5$  cm

A.N. :  $\overline{OA'_2} = -10,6$  cm

Donc l'image  $A_2B_2$  est virtuelle mais droite et se trouve du côté de l'objet.



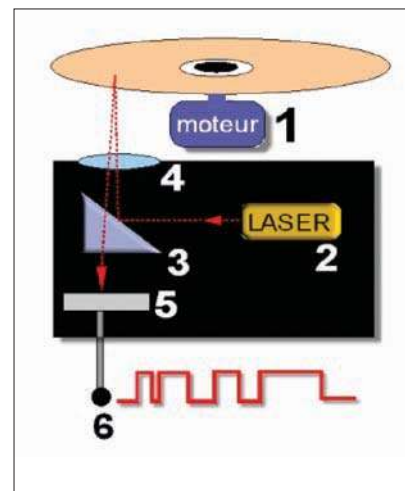
## 5. Application : Lecteur optique

### 5.1. PRINCIPE DE FONCTIONNEMENT

Un lecteur de CD (compact disc) est constitué d'une section électronique, d'une section mécanique et d'une section optique.

Le fonctionnement se fait comme c'est précisé sur la figure 33.

- le moteur fait tourner le disque compact,
- la diode laser émet un faisceau laser rouge,
- le prisme réfléchit le faisceau vers le dessous du disque,
- la lentille focalise le faisceau vers les sillons du disque.
- le capteur convertit le retour du faisceau en voltage qui représentera le signal numérique.
- le signal numérique est converti en signal audio par les circuits électroniques du lecteur CD.



- |            |                  |
|------------|------------------|
| 1- moteur  | 2- diode laser   |
| 3- prisme  | 4- lentille      |
| 5- capteur | 6- convertisseur |

figure 33

### 5.2. Système optique

Ce procédé possède plusieurs applications : le disque compact classique, appelé également Compact Disc ou en abrégé CD, le CD-ROM (Compact Disc Read Only Memory), le CD-I (Compact Disc Interactif) et le DVD (Digital Versatile Disc).

Le système optique d'un lecteur CD ne se contente pas de concentrer un rayon laser sur la couche des données, il doit aussi capter la lumière renvoyée par la couche réfléchissante.

Cette lumière forme un cône dont le sommet correspond au point d'impact du faisceau laser et dont la base est délimitée par la circonférence de la lentille du système optique. Comme les pits d'un disque sont petits et rapprochés, ils renvoient aussi moins de lumière : « l'oeil » du lecteur doit donc être très sensible. La solution adoptée est d'augmenter la sensibilité des lecteurs en utilisant une lentille plus large, capable de recevoir plus de lumière

## L'essentiel

- Une lentille est un milieu transparent limité par deux surfaces sphériques (ou une surface sphérique et un plan) ;
  - une lentille convergente est une lentille à bords minces ;
  - une lentille divergente est une lentille à bords épais
  - L'axe optique principal est un axe de symétrie de la lentille ;
  - le centre optique d'une lentille mince est le point où l'axe principal traverse la lentille. On le note toujours O.
  - Tout rayon incident parallèle à l'axe principal d'une lentille convergente en émerge en passant par son foyer principal image F' ;
  - Tout rayon incident parallèle à l'axe principal d'une lentille divergente en émerge comme s'il provenait de son foyer principal image F'.
  - Tout rayon incident passant par le foyer principal objet F d'une lentille convergente en émerge parallèlement à l'axe principal ;
  - tout rayon incident dont le prolongement passe par le foyer principal objet F d'une lentille divergente en émerge parallèlement à l'axe principal.
  - Distance focale :  $OF = OF' = f$ .
  - La vergence est l'inverse de la distance focale ;  $C = \frac{1}{OF'}$  ; elle s'exprime en dioptries ( $\delta$ ).  
 $C > 0$  pour une lentille convergente  
 $C < 0$  pour une lentille divergente.
  - Le plan focal image, est le plan qui contient les foyers secondaires image;
  - le plan focal objet, est le plan qui contient les foyers secondaires objet.
  - Une image est réelle si tous les rayons sortant de la lentille passent réellement par le point de convergence ;
  - Une image est virtuelle si les rayons sortant de la lentille ne passent pas réellement par le point de convergence de leurs supports.
  - Un point objet est réel s'il est le sommet d'un faisceau lumineux divergent qui va frapper l'instrument optique;
  - un point objet est virtuel s'il est le sommet d'un faisceau lumineux qui entre dans l'instrument optique en convergeant.
  - Pour une lentille convergente, l'image d'un objet situé à l'infini devant la lentille est dans le plan focal image.
  - Le grandissement est  $\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$ .
- La formule de conjugaison est :  $-\frac{1}{\overline{OA}} + \frac{1}{\overline{OA'}} = \frac{1}{\overline{OF'}}$
- Le support optique de stockage d'informations numériques existe sous forme des CD, CR-ROM, DVD,...
  - La lentille focalise le faisceau laser vers les sillons du disque ;
  - Le laser est la lumière utilisée pour lire ou graver des informations sur les supports optiques.

# ACTIVITÉ EXPERIMENTALE

## Relation de conjugaison

### But

- Vérifier expérimentalement :
- la relation de conjugaison,
  - l'expression du grandissement d'une lentille.

### Matériel

- une lentille convergente de courte distance focale  $f$  connue (10cm par exemple),
- une fente en « d » de longueur 2cm couverte d'un papier translucide,
- un banc optique,
- un écran translucide,
- une source lumineuse.

### Protocole expérimental

- Placer sur le banc d'optique successivement et séparément la source, la fente AB, la lentille et l'écran,
- Faire éloigner l'écran de la source,
- Choisir une position de l'objet et déplacer l'écran jusqu'à trouver une position de l'image la plus nette possible,
- Mesurer les distances OA et OA' puis la grandeur A'B' de l'image,
- Changer de nouveau la position de l'objet, retrouver celle de l'image la plus nette possible et recommencer l'opération plusieurs fois,
- Compléter un tableau comportant les lignes :  $\overline{OA}$ ,  $\overline{OA'}$ ,  $\overline{A'B'}$ ,  $-\frac{1}{\overline{OA}} + \frac{1}{\overline{OA'}}$ ,  $\frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$  et  $\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$

Objet : $\overline{OA}$ (m)							
Image : $\overline{OA'}$ (m)							
$\overline{A'B'}$ (m)							
$-\frac{1}{\overline{OA}} + \frac{1}{\overline{OA'}}$ ( $m^{-1}$ )							
$\frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$							
$\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$							

### Exploitation des résultats

- Comparer  $-\frac{1}{\overline{OA}} + \frac{1}{\overline{OA'}}$  à  $\frac{1}{f}$  et en déduire une relation qui lie les deux grandeurs : retrouver la formule de conjugaison entre un objet et son image.
- Comparer  $\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$  et  $\frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$  et en déduire une relation qui lie les deux grandeurs ; exprimer le grandissement.

# Exercices

## Je vérifie mes connaissances

### Q.C.M. ( questions à choix multiples)

Choisir la bonne réponse. A chaque question peuvent correspondre une ou plusieurs propositions correctes.

1. L'image d'un objet très éloigné donnée par une lentille convergente est située :
  - a. avant le foyer ;
  - b. au foyer ;
  - c. après le foyer.
2. L'image d'un objet AB très éloigné donnée par une lentille convergente est :
  - a. réelle et droite ;
  - b. virtuelle et droite ;
  - c. réelle et renversée ;
  - d. virtuelle et droite .
3. Quand l'objet AB est rapproché d'une lentille divergente, son image A'B' :
  - a. s'approche de la lentille ;
  - b. s'éloigne de la lentille ;
  - c. garde sa position.
4. Les conditions de Gauss ne sont pas remplies, pour une lentille, si l'objet est :
  - a. de grandes dimensions;
  - b. très proche de la lentille;
  - c. à l'infini.
5. La vergence d'une lentille a pour unité :
  - a. mètres ;
  - b. dioptries ;
  - c. sans unité.
6. Considérons deux lentilles  $L_1$  et  $L_2$ , de distance focale respective  $f_1$  et  $f_2$ . La lentille  $L_1$  est plus convergente que la lentille  $L_2$  quand :
  - a.  $f_1$  est inférieure à  $f_2$  ;
  - b.  $L_1$  est plus concave que  $L_2$  ;
  - c. le diamètre de  $L_1$  est supérieur à celui de  $L_2$ .
7. Le CD-ROM peut stocker une quantité importante de données numériques, il s'agit d'un support :
  - a. magnétique ;
  - b. optique ;
  - c. opto-magnétique.

8. Une lentille convergente située à proximité du CD permet de :
- focaliser le faisceau laser sur les "trous et bosses" ;
  - rendre parallèles les rayons laser ;
  - diverger les rayons laser sur toute la surface du CD.

## Je sais appliquer ; je sais raisonner

- Pour une lentille convergente mince, trouver la position de l'image :
  - d'un objet à l'infini devant la lentille ;
  - d'un objet placé dans le plan focal objet ;
  - d'un objet situé à la distance  $2f$  devant la lentille.
- Une lentille mince convergente donne d'un objet AB, réel, une image A'B', réelle, trois fois plus grande que l'objet, située à la distance  $d = 32$  cm de cet objet.
  - Faire un schéma représentatif.
  - Déterminer la distance objet-lentille.
  - Calculer la distance focale  $f$  de cette lentille.
- Une lentille mince a pour vergence :  $C = -2$  dioptries.
  - Quelle est sa nature ? quelle est sa distance focale ?
  - Déterminer les caractéristiques de l'image d'un objet de 2 cm de hauteur situé :
    - à 40 cm devant la lentille ;
    - à 10 cm derrière la lentille (objet virtuel).
- Trouver l'image donnée par une lentille mince convergente, de distance focale  $f = 12,5$  cm, d'un objet AB perpendiculaire à l'axe :
  - situé à 37,5 cm devant la lentille;
  - situé à 10 cm devant la lentille;
  - situé à 10 cm derrière la lentille (objet virtuel);
  - situé à 37,5 cm derrière la lentille (objet virtuel).
  - Quel est le grandissement dans chacun de ces cas ?
- Une lentille convergente donne d'un objet réel situé à 40 cm devant elle, une image réelle de même dimension. Après avoir effectué la construction, calculer la valeur de la distance focale de la lentille.
- Une lentille divergente de distance focale 10 cm.
  - Un objet AB de hauteur 3 cm est placé à 25 cm devant une lentille convergente de distance focale  $f = 10$  cm. Déterminer les caractéristiques de l'image.
  - Même question si le même objet AB est maintenant amené 7 cm devant la même lentille.

7. A une distance  $D = 1,5$  m d'un écran E, On place un petit objet lumineux AB sur un banc d'optique.
- On place une lentille L entre A et E. Une image A'B' nette, 3 fois plus grande que l'objet AB, lorsque la lentille est placée au point O.
    - L'image A'B' est-elle réelle ou virtuelle ? Quel type de lentille a été utilisé ?
    - Déterminer la position de la lentille.
    - Calculer la distance focale f.
  - En déplaçant la lentille vers l'écran E à partir de O. On obtient une autre image nette sur E mais de grandeur différente, lorsque la lentille est au point O'.  
Donner l'expression de AO' en fonction de D, f et le nouveau grandissement  $\gamma'$ .
8. Un élève dispose d'un banc d'optique muni d'une source lumineuse S, d'un écran opaque E et d'une boîte comportant deux lentilles convergentes  $L_1$  de vergence  $C_1 = 2 \delta$  et  $L_2$  de vergence  $C_2 = 8 \delta$ .
- Calculer la distance focale de chaque lentille.
  - Représenter séparément à l'échelle 1/10 les lentilles et leurs foyers principaux.
  - L'objet observé AB est à l'infini.
    - Où se trouve l'image A'B' ?
    - Cette image est-elle droite ou renversée, réelle ou virtuelle ?
9. Un élève dispose d'un banc d'optique muni d'une source lumineuse éclairant une lettre "d", d'un écran opaque et d'une lentille mince L de vergence  $C = 3$  dioptries. La lettre "d" éclairée constitue l'objet AB et son image sera appelée A'B'. L'objet AB de hauteur égale à 2 cm, est situé à l'extrémité du banc d'optique. L'élève ne déplace que la lentille et l'écran.
- L'élève réalise sur le banc l'image A'B' de l'objet AB situé à 50 cm de la lentille L. Observe-t-il la lettre "d" ou la lettre "p" ? Justifier la réponse à l'aide d'un schéma.
  - Le banc d'optique a une longueur d'environ 2 m. L'élève place la lentille à une distance légèrement supérieure à 33 cm de l'objet.  
Peut-il observer une image sur l'écran en déplaçant celui-ci sur le banc d'optique ?
  - L'élève positionne maintenant la lentille L à 20 cm de l'objet. Lorsqu'il déplace l'écran le long du banc, il ne trouve pas d'image.
    - Comment peut-il l'expliquer ?
    - Faire la construction graphique de l'image.
    - Quelle est la nature de l'image ? Déterminer sa taille.
  - Ecrire la formule de conjugaison des lentilles ainsi que celle du grandissement  $\gamma$  en fonction de  $\overline{OA'}$ ,  $\overline{OA}$  et  $\overline{OF'}$ .
    - Déterminer l'expression du grandissement g en fonction de  $\overline{OA}$  et  $\overline{OF'}$ .
    - Calculer le grandissement g pour la lentille L pour  $\overline{OA} = -43$  cm et pour  $\overline{OA} = -63$  cm. En déduire ce qu'il faut faire pour diminuer la taille de A'B' sur l'écran.