

PHYSIQUE

3^{ème} année de l'enseignement secondaire

Mathématiques

RESPONSABLE DE LA COORDINATION

ABDELHAFIDH GHARBI

Professeur à la faculté des sciences de Tunis

LES AUTEURS

MOHAMED BITRI

Inspecteur principal des collèges et des lycés

ABDELLATIF MEDDAH

Professeur principal hors classe
au lycée Menzah VI

MONCEF TORKHANI

Professeur principal
au lycée pilote de Bizerte

HATEM DISSEM

Professeur de l'enseignement secondaire
au lycée Hamouda Pacha Manouba

LES ÉVALUATEURS

NOUREDDINE MESKINI

Professeur à la faculté des sciences de Tunis

ABDELHAMID BEN HENDA

Inspecteur principal des collèges et des lycés

ABDELHAMID BAATOUT

Inspecteur principal des collèges et des lycés

Avant-propos

Cet ouvrage de physique, destiné aux élèves de 3^{ème} année mathématiques, a été conçu dans le même esprit que celui de 2^{ème} année sciences avec quelques différences sensibles. Il est conforme aux nouveaux programmes de septembre 2006.

Le programme comporte trois grandes parties :

- les interactions dans l'univers
- les mouvements dans les champs
- l'optique.

Chaque partie a été développée en respectant rigoureusement les commentaires ; notre objectif étant de faciliter l'acquisition par les élèves des connaissances imposées par le nouveau programme. L'insertion des contenus du programme au début du manuel, permettra à l'utilisateur d'en suivre l'application.

Dans ce but chaque chapitre est conçu selon le plan suivant :

- le cours illustré de très nombreuses activités expérimentales suivi d'une fiche de travaux pratiques permet, dans la plupart des cas, une approche expérimentale des phénomènes étudiés ; le passage à la théorie et la mise en équation des résultats sont alors facilités
- un ou deux exercices entièrement résolus, apprennent à l'élève à rédiger correctement une solution
- une rubrique “ *POUR EN SAVOIR PLUS* ” comporte des documents ayant pour but d'enrichir les connaissances et d'exciter la curiosité du lecteur à propos de connaissances autres que celles traitées dans le cours
- dans le cadre de l'évaluation du travail de l'élève, des **QCM** (questions à choix multiples) et des exercices nombreux et de difficultés variables précèdent quelques énoncés d'exercices de synthèse ; l'aspect expérimental y trouve sa place .

Une première dans l'élaboration de ce manuel !

- Ce produit est livré fini au Centre National Pédagogique ; en effet, les auteurs ont pris en charge eux mêmes de :
 - traiter le texte à l'aide du logiciel “ **QuarkXPress Passport 5.0** ” spécialisé dans le montage des manuels
 - réaliser tous les schémas contenus dans le manuel à l'aide des logiciels “ **QuarkXPress Passport 5.0** ” , “ **Adobe Illustrator 10.0** ” et **Microsoft Excel**.
- Un support numérique au manuel sera remis à l'utilisateur dans des délais très proches, permettra de profiter des technologies nouvelles.

Nous remercions les évaluateurs pour leur efficacité dans le travail d'évaluation dont ils ont été chargés.

Nous remercions par avance tous les collègues qui voudront bien nous faire part de leurs remarques et suggestions.

Les auteurs

LES INTERACTIONS DANS L'UNIVERS (19 - 22 heures)

Objectifs visés	Exemples de questionnements et d'activités	Contenu	Volume horaire
► Appliquer la loi de Coulomb. ► Mettre en évidence expérimentalement l'existence d'un champ électrique créé par une charge ponctuelle. ► Déterminer les caractéristiques d'un vecteur champ électrique. ► Représenter une force électrique. ► Appliquer la relation vectorielle $\vec{F} = q \vec{E}$. ► Reconnaître, d'après la forme du spectre électrique, le champ électrique créé par une charge ponctuelle, le champ créé par deux charges ponctuelles et le champ électrique uniforme.	► Etudier expérimentalement l'interaction entre deux pendules électriques et l'influence des facteurs dont elle dépend ? ► Pourquoi une averse soudaine après des coups d'éclairs et des tonnerres intenses ? ► Réaliser le spectre d'un champ électrique créé par : • une charge électrique ponctuelle • deux charges électriques • un champ électrique uniforme.	I. Interaction électrique I-1. Loi de Coulomb I-2. Champ électrique • Champ électrique créé par une charge ponctuelle - Mise en évidence - Vecteur champ électrique $\vec{E}$ - Force électrique $\vec{F} = q \vec{E}$ - Spectre et lignes de champ - Cas de deux charges ponctuelles • Champ électrique uniforme	4,5 - 5 h

Objectifs visés	Exemples de questionnements et d'activités	Contenu	Volume horaire
► Mettre en évidence expérimentalement une interaction magnétique. ► Mettre en évidence expérimentalement l'existence d'un champ magnétique. ► Reconnaître un champ magnétique uniforme à partir de la forme de son spectre. ► Déterminer les caractéristiques d'un vecteur champ magnétique. ► Utiliser un teslamètre.	► Qu'est ce que l'aurore boréale ? Pourquoi est-elle fréquente aux grandes latitudes ? ► A l'aide de petites aiguilles aimantées, mettre en évidence le champ magnétique terrestre $\vec{B_T}$ et vérifier qu'il est uniforme dans une région très limitée de l'espace. ► Réaliser les spectres magnétiques : - d'un aimant droit - d'un aimant en U - d'un courant continu (fil et solénoïde). ► Etudier expérimentalement, dans le cas d'un solénoïde, l'influence de l'intensité du courant et celle du nombre de spires par unité de longueur sur la valeur du vecteur champ $\vec{B}$.  ► Quel est le principe de fonctionnement du moteur d'un jouet électrique, de celui d'un baladeur CD, d'un appareil de mesure électrique à aiguille ? ► Etudier expérimentalement les facteurs dont dépend la force de Laplace. ► Commenter un dossier préparé par les élèves sur la lévitation magnétique. 	II. Interaction magnétique II-1. Les différents types d'interaction magnétique - Interactions entre aimants - Interaction aimant-courant - Interaction courant-courant - Application : la lévitation magnétique. II-2. Champ magnétique - Notion de champ magnétique ♦ Mise en évidence ♦ Spectre et lignes de champ ♦ Vecteur champ magnétique $\vec{B}$ - Champ magnétique uniforme - Champ magnétique terrestre - Champ magnétique créé par un courant continu : cas d'un courant circulaire. II-3. Force de Laplace - Mise en évidence - Caractéristiques - Application : le moteur électrique à courant continu.	10,5 - 12 h

 : Activité pouvant mettre en jeu les **TIC** (Technologies de l'information et de la communication)

Objectifs visés	Exemples de questionnements et d'activités	Contenu	Volume horaire
► Appliquer la loi de gravitation universelle. ► Caractériser le vecteur champ de gravitation $\vec{g}$ en un point de l'espace. ► Représenter les lignes de champ de gravitation. ► Caractériser le vecteur champ de pesanteur $\vec{g}$ en un point de l'espace. ► Reconnaître les facteurs dont dépend le poids P. ► Expliquer certains phénomènes naturels observables dus à l'interaction gravitationnelle. ► Faire une analogie formelle entre les interactions newtonienne et coulombienne. ► Expliquer la cohésion du noyau atomique. ► Interpréter la cohésion de la matière : - à l'échelle du noyau, - à l'échelle des atomes, des molécules et à notre échelle, - à l'échelle astronomique.	► Pourquoi la Lune ne tombe-t-elle pas sur la Terre ? Pourquoi ne s'éloigne-t-elle pas de la Terre ? ► Peut-on calculer la masse d'une planète ? ► Commenter un dossier, préparé par les élèves à l'avance, sur l'expérience de Cavendish (1798).  ► Pourquoi les astronautes rebondissent-ils en se déplaçant sur la Lune ? ► Commenter un dossier, préparé à l'avance, sur le phénomène des marées et un autre sur les ceintures d'astéroïdes (Kuiper).  ► Comment expliquer la cohésion d'un noyau atomique malgré la répulsion électrique mutuelle des protons ? ► A quoi est due la cohésion du système solaire ?	III. Interaction gravitationnelle - Loi de gravitation universelle - Champ de gravitation • Mise en évidence • Vecteur champ de gravitation $\vec{g}$, ses caractéristiques. - Cas particulier : Champ de pesanteur • Vecteur champ de pesanteur $\vec{g}$, ses caractéristiques • Lignes de champ • Champ uniforme. - Application : phénomènes des marées, ceinture d'astéroïdes (Kuiper) IV. Interaction forte	4 - 5 h 1 h

Commentaires

On énoncera la loi de Coulomb et on mettra en évidence l'existence d'un champ électrique par son action sur un corps chargé.

On se limitera à la visualisation des spectres des champs électriques créés par une charge ponctuelle et par deux charges ponctuelles.

Avec l'interaction aimant-aimant, on distinguera le pôle nord du pôle sud d'un aimant.

L'étude des interactions magnétiques servira à la mise en évidence qualitative du champ magnétique.

On déterminera expérimentalement la direction et le sens du vecteur champ magnétique terrestre et on introduira les angles d'inclinaison et de déclinaison. On donnera à cette occasion les ordres de grandeur de champs magnétiques : de la Terre, d'une bobine, d'un aimant en fer à cheval, d'une bobine supra conductrice ...

On réalisera différents spectres d'aimants et de courants (fil, solénoïde) ; on montrera que les lignes de champ sont orientées.

Pour le champ magnétique créé par un courant circulaire, on se limitera au cas du solénoïde (bobine longue).

On mettra expérimentalement en évidence l'existence des faces nord et sud d'une bobine.

On réalisera différents spectres d'aimants et celui d'un courant circulaire ; on montrera que les lignes de champ sont orientées.

L'expression de la force de Laplace sous forme de produit vectoriel est hors programme ; on donnera la formule $\vec{F} = I \ell \vec{B} \sin \alpha$.

L'expérience de la roue de Barlow permettra d'expliquer le principe de fonctionnement du moteur électrique à courant continu.

Au terme de l'étude des interactions électrique et magnétique, on fera remarquer que celles-ci se manifestent toutes les deux entre des charges électriques. Donc, elles sont de type : **interaction électromagnétique**.

La loi de gravitation est relative à un couple de points matériels, et peut s'appliquer à des corps homogènes ou à répartition de masse à symétrie sphérique.

On signalera que la chute libre d'un corps est une manifestation de l'existence du champ de pesanteur.

Bien qu'on le confonde à une force de gravitation, le poids d'un corps n'en est pas rigoureusement une à cause de la rotation de la Terre autour d'elle-même.

Pour chaque type d'interaction, on donnera quelques ordres de grandeurs des valeurs de forces mises en jeu.

On procédera à une analogie formelle entre les interactions newtonienne et coulombienne.

La cohésion des noyaux atomiques, malgré l'interaction électromagnétique répulsive entre protons, permettra de faire dégager l'existence de l'interaction forte. Les forces nucléaires seront considérées comme étant des forces fortement attractives entre les nucléons d'un même noyau, c'est-à-dire des forces dont la portée ne dépasse pas la dimension du noyau.

A la fin, on ne manquera pas de comparer les portées des interactions électromagnétique, gravitationnelle et forte, et de signaler que ces dernières sont considérées comme des interactions fondamentales du fait qu'elles permettent d'expliquer la plupart des phénomènes connus actuellement. Toutefois, il n'y a pas lieu d'évoquer l'interaction faible (4^{ème} type d'interaction fondamentale).

Mouvements dans les champs (25 - 29 heures)

Objectifs visés	Exemples de questionnements et d'activités	Contenu	Volume horaire
► Reconnaître un solide en mouvement de translation. ► Représenter les vecteurs position, vitesse et accélération d'un mobile. ► Reconnaître la nature du mouvement d'un mobile par recours à l'expérience. ► Connaissant l'expression d'une grandeur cinématique (x, v ou a) en fonction du temps ainsi que les conditions initiales, retrouver les expressions des deux autres. ► Etablir, pour un mouvement rectiligne uniformément varié, la relation $v_2^2 - v_1^2 = 2a(x_2 - x_1)$ ► Caractériser un mouvement rectiligne sinusoïdal par son amplitude X_m et sa période T. ► Etablir la relation ($a + \omega^2 x = 0$) entre l'accélération et l'élongation d'un mobile en mouvement rectiligne sinusoïdal. ► Appliquer la loi fondamentale de la dynamique (2^{ème} loi de Newton). ► Appliquer le théorème du centre d'inertie.	► Réaliser des enregistrements de mouvements ou faire des mesures de grandeurs cinématiques pour étudier des mouvements rectilignes.  ► Déterminer par mesure directe (pour les mouvements lents) ou par enregistrement la période T et l'amplitude X_m d'un mobile en mouvement rectiligne sinusoïdal  ► Vérifier expérimentalement la relation : $\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m \vec{a}_G$ 	I. Solide en translation I-1. Etude cinématique - Généralités : repérage d'un mobile (vecteur position, coordonnées cartésiennes, abscisse curviligne), vecteur vitesse, vecteur accélération (accélération normale, accélération tangentielle), lois horaires - Mouvement rectiligne uniforme - Mouvement rectiligne uniformément varié - Mouvement rectiligne sinusoïdal : définition, équation horaire, vitesse, accélération, amplitude, période, fréquence, pulsation. I-2. Etude dynamique - Loi fondamentale de la dynamique (2^{ème} loi de Newton) - Théorème du centre d'inertie - Applications : • Glissement d'un solide sur un plan incliné ; • Solide isolé ou pseudo isolé.	7,5 - 9 h

Objectifs visés	Exemples de questionnements et d'activités	Contenu	Volume horaire
► Distinguer un mouvement de rotation uniforme d'un mouvement de rotation uniformément varié. ► Reconnaître la nature du mouvement d'un solide en rotation, par recours à l'expérience. ► Connaissant l'expression d'une grandeur cinématique $(\dot{\theta}, \ddot{\theta}, \ddot{\theta})$ en fonction du temps ainsi que les conditions initiales, retrouver les expressions des deux autres. ► Etablir, pour un mouvement de rotation uniformément varié, la relation : $\dot{\theta}_2 - \dot{\theta}_1 = 2 \ddot{\theta} (\theta_2 - \theta_1).$ ► Appliquer la relation fondamentale de la dynamique de rotation. ► Calculer l'énergie cinétique d'un solide en mouvement de translation. ► Calculer l'énergie cinétique d'un solide en mouvement de rotation autour d'un axe fixe. ► Appliquer le théorème de l'énergie cinétique pour déterminer entre autres la valeur d'une grandeur inaccessible à la mesure (force de frottement, réaction d'un support ...)	► Réaliser des enregistrements de mouvements ou faire des mesures de grandeurs cinématiques pour étudier des mouvements de rotation d'un solide.  ► Déterminer expérimentalement l'accélération angulaire d'un solide en mouvement de rotation uniformément varié. ► Vérifier expérimentalement la relation : $\Sigma \mathcal{M} = J \ddot{\theta}$ ► Pourquoi les vitesses des véhicules sont-elles plus limitées en temps pluvieux qu'en temps sec ? ► Sur quoi se base-t-on pour fixer les distances de sécurité routière ? ► Etudier expérimentalement la variation de l'énergie cinétique d'un solide en chute libre ou mobile sur un banc à coussin d'air incliné.  ► Réaliser des chocs (élastiques et non élastiques) entre deux planeurs sur un banc à coussin d'air et mesurer leurs vitesses avant et après le choc. 	II. Solide en rotation autour d'un axe fixe II-1. Etude cinématique - Généralités : abscisse angulaire, vitesse angulaire, accélération angulaire. - Mouvement de rotation uniforme - Mouvement de rotation uniformément varié II-2. Etude dynamique - Relation fondamentale de la dynamique de rotation appliquée à un solide mobile autour d'un axe passant par son centre de gravité - Application : détermination du moment d'un couple de frottement supposé constant. III. Energie cinétique III-1. Energie cinétique d'un solide en translation III-2. Energie cinétique d'un solide en rotation autour d'un axe fixe III-3. Variation de l'énergie cinétique : théorème de l'énergie cinétique Application : - détermination d'une force de liaison - Choc élastique et choc inélastique.	8,5 - 10 h

Objectifs visés	Exemples de questionnements et d'activités	Contenu	Volume horaire
► Appliquer la relation fondamentale de la dynamique aux mouvements : • d'un projectile • d'un satellite. ► Retrouver la troisième loi de Kepler. ► Calculer le travail d'une force électrique. ► Appliquer l'expression du travail d'une force électrique $W_{A \rightarrow B} = q (V_A - V_B)$ ► Appliquer la relation fondamentale de la dynamique au mouvement d'une particule chargée dans un champ électrique uniforme. ► Calculer la force de Lorentz. ► Appliquer la relation fondamentale de la dynamique au mouvement d'une particule chargée dans un champ magnétique uniforme.	► Dans quelle direction par rapport à l'horizontale un lanceur de poids doit-il effectuer son lancement pour optimiser sa performance ? ► Comment déterminer l'altitude d'un satellite pour qu'il soit géostationnaire ? ► Commenter un dossier, préparé par les élèves à l'avance, sur les lois de Kepler et l'histoire y afférent.  ► Quel est le principe de fonctionnement de l'oscilloscope ? ► Expliquer la perturbation de l'image sur l'écran de l'oscilloscope par la présence d'un aimant. ► Comment séparer les isotopes d'un élément chimique ? ► Etudier expérimentalement l'influence de $\vec{B}$, $\vec{v}$, et $\alpha = (\vec{v}, \vec{B})$ sur les caractéristiques de la force de Lorentz. 	IV. Mouvement dans les champs IV-1. Mouvement dans un champ gravitationnel - Mouvement d'un projectile - Mouvement des satellites : troisième loi de Kepler. IV-2. Mouvement dans un champ électrique - Travail d'une force électrique dans un champ électrique uniforme : notion de différence de potentiel ($d.d.p.$) électrique - Accélération d'une particule chargée dans un champ électrique uniforme - Application : canon à électrons - Déviation d'une particule chargée dans un champ électrique uniforme. - Application : Déflexion d'un faisceau d'électrons, oscilloscope. IV-3. Mouvement dans un champ magnétique uniforme - Mouvement d'une particule chargée dans un champ magnétique uniforme : force de Lorentz - Application : télévision, cyclotron.	9 - 10 h

Commentaires

On se limitera aux mouvements de translation dans le plan. L'étude des mouvements combinés est hors programme. Dans les généralités sur la cinématique, on s'intéressera au point matériel.

Pour l'étude cinématique des mouvements, on introduira brièvement la dérivée d'une fonction scalaire et on généralisera aux fonctions vectorielles tout en se limitant à des vecteurs unitaires constants. Il est à noter que les notions introduites ne doivent en aucune manière donner lieu à un développement excessif.

On donnera sans démonstration, les expressions de l'accélération tangentielle et de l'accélération normale et uniquement dans le cas de mouvement circulaire.

Il est à remarquer que l'étude de "la combinaison de vitesse" est strictement hors programme. On ne parlera pas de diagrammes de vitesse et de l'accélération.

Le vecteur déplacement est hors programme.

Au niveau de l'étude cinématique des mouvements, on signalera que la translation d'un solide peut être curviligne, on la définira et on en donnera des exemples.

Lors de l'étude de la rotation d'un solide autour d'un axe fixe, on ne manquera de signaler la relation entre grandeurs linéaires relatives à un point de ce solide et grandeurs angulaires.

On énoncera, pour un point matériel, la loi fondamentale de la dynamique (2^{ème} loi de Newton). Il est indiqué de préciser d'emblée que la relation $\sum \vec{F} = m\vec{a}$ traduisant cette loi n'est valable que dans les référentiels galiléens. On saisira cette occasion pour définir le repère de Copernic, le repère géocentrique et pour signaler, sans développement excessif, le caractère approximativement galiléen de ces repères ainsi que tout repère lié au laboratoire.

L'application du théorème du centre d'inertie à un solide isolé ou pseudo isolé permettra de vérifier le principe d'inertie.

A l'occasion de l'énonciation de la relation fondamentale de la dynamique appliquée aux solides en rotation, on définira le moment d'inertie d'un solide par rapport à un axe fixe, et on donnera sans calcul

le moment d'inertie de quelques solides homogènes de formes géométriques simples par rapport à leur axe de révolution.

On donnera l'expression de l'énergie cinétique d'un point matériel et on exprimera celle d'un système matériel.

On établira l'expression de l'énergie cinétique d'un solide en translation et celle d'un solide en rotation autour d'un axe fixe.

On montrera, à partir d'exemples, que toute force (intérieure ou extérieure) dont le travail est non nul fait varier l'énergie cinétique du système, ce qui amènera à énoncer le théorème de l'énergie cinétique.

On traitera, comme exemple de conservation de l'énergie cinétique, le choc élastique et, comme exemple de non conservation du même type d'énergie, le choc inélastique de deux solides en translation. Pour le choc inélastique, on se limitera au choc mou.

Toute force intérieure à un système dont le travail permet un transfert d'énergie vers l'extérieur telle que la force de frottement, est appelée force dissipative.

Le mouvement d'un projectile sera traité uniquement dans le cas d'un champ de pesanteur uniforme.

L'établissement de l'accélération d'un satellite à trajectoire circulaire permettra de retrouver la troisième loi de Kepler : $\frac{T^2}{R^3} = C^{te}$, où C^{te} est une constante ; comme exemple, on citera les satellites géostationnaires et on signalera leur utilisation en communication.

On montrera que, pour un champ électrique uniforme, le travail de la force électrique qui s'exerce sur une charge q passant d'un point A à un point B ne dépend pas du chemin suivi, il ne dépend que de la valeur de la charge q et de la différence entre les valeurs d'une grandeur appelée potentiel électrique, caractérisant les états électriques des points A et B du champ. Le potentiel électrique est noté V .

La différence de potentiel entre deux points A et B d'un champ électrique notée $U_{AB} = (V_A - V_B)$ se calcule comme étant le produit scalaire $\vec{E} \cdot \vec{AB}$.

Par suite, lors d'un déplacement de la charge électrique q de A vers B , le travail s'écrit $\mathcal{W} = q(V_A - V_B) = qU_{AB}$. On généralisera cette expression du travail pour un champ électrique quelconque.

L'expression de la force de Lorentz sous forme de produit vectoriel est hors programme, on donnera la formule : $\|\vec{F}\| = |q| \|\vec{v}\| \|\vec{B}\| \sin \alpha$.

Optique (10 - 11 heures)

Objectifs visés	Exemples de questionnements et d'activités	Contenu	Volume horaire
▲ Classer les lentilles en lentilles convergentes et lentilles divergentes. ▲ Déterminer graphiquement la position de l'image d'un point objet, donnée par une lentille convergente. ▲ Appliquer la relation de conjugaison des lentilles minces convergentes. ▲ Réaliser des montages permettant de mesurer la distance focale d'une lentille. ▲ Expliquer le principe de fonctionnement de la lunette astronomique. ▲ Utiliser le modèle réduit de l'œil pour expliquer les défauts de vision.	▲ Comment allumer un papier à l'aide d'une loupe ? ▲ Comment déterminer si les verres d'une paire de lunettes sont convergents ou divergents ? ▲ En quoi diffèrent les télescopes et les lunettes astronomique ? ▲ Pourquoi les lentilles divergentes servent-elle pour les myopes ? ▲ Pourquoi les lentilles convergentes servent-elles pour les hypermétropes ? ▲ Vérifier expérimentalement la relation de conjugaison et le grandissement.  ▲ Comment déterminer l'ordre de grandeur de l'épaisseur d'un cheveu ? ▲ Comment expliquer que la loupe agrandit les objets ?	Les lentilles minces 1. Classification (divergentes, convergentes). 2. Définitions : centre optique, axes optiques, foyers, plans focaux, distance focale et vergence. 3. Images données par une lentille convergente et une lentille divergente : nature et position, relation de conjugaison, grandissement. 4. Focométrie. 5. Applications : œil, lunette astronomique.	10 - 11 h

Commentaires

Avant l'étude des lentilles sphériques (ou cylindriques) minces, on introduira les notions d'objet réel ou virtuel et image réelle ou virtuelle pour un système optique.

On définira les caractéristiques des lentilles minces et on décrira les différents types de lentilles.

La distance focale sera considérée comme une grandeur non algébrique alors que la vergence sera considérée comme une grandeur algébrique.

L'étude théorique et expérimentale des lentilles minces suffira dans les conditions de Gauss que l'on précisera.

On établira la relation de conjugaison et on la vérifiera expérimentalement dans le cas d'une lentille convergente.

On donnera le modèle réduit de l'œil et on signalera succinctement les défauts de la vision et leur correction.

On mesurera la distance focale d'une lentille par recours à la relation de conjugaison, par la méthode de Bessel et par celle de Silbermann, toute autre méthode de mesure est hors programme.

Lors d'une activité expérimentale, on amènera les élèves à modéliser un instrument optique simple tel que la lunette astronomique et à y tracer la marche d'un faisceau lumineux.

LES INTERACTIONS DANS L'UNIVERS

Chapitre 1-INTERACTION ELECTRIQUE 15

Chapitre 2-INTERACTION MAGNETIQUE 38

Chapitre 3-FORCE DE LAPLACE 63

Chapitre 4- A-INTERACTION GRAVITATIONNELLE 85
B-ET INTERACTION FORTE 106

1

INTERACTION ELECTRIQUE

*En 1660, le physicien anglais William Gilbert retrouve dans certains corps tels que le verre, le copal, le diamant... les propriétés électriques de l'ambre jaune frotté connues depuis 600 ans avant J.C, et propose alors le terme **électricité** (du grec *élektra* qui signifie **ambre**).*



Photo.1 : comment un éclair peut-il se produire entre les nuages et le sol ?

OBJECTIFS

- Énoncer et appliquer la loi de Coulomb.
- Mettre en évidence expérimentalement l'existence d'un champ électrique créé par une charge ponctuelle.
- Déterminer les caractéristiques d'un vecteur champ électrique.
- Représenter une force électrique.
- Appliquer la relation vectorielle

$$\vec{F} = q \vec{E}$$

- Reconnaître, d'après la forme du spectre électrique, le champ électrique créé par une charge ponctuelle, le champ électrique créé par deux charges ponctuelles et le champ électrique uniforme.

1. Loi de Coulomb

1.1. Charges et interactions électriques

Depuis la haute antiquité, (**600 ans avant Jésus - Christ**) le mathématicien **Thalès**, découvre les phénomènes électriques d'attraction et de répulsion en frottant de l'ambre avec une peau de chat.

On sait aujourd'hui que le frottement entre deux corps s'accompagne d'un transfert d'électrons faisant apparaître un excès de charges négatives sur l'un (corps électrisé négativement) et un défaut de charges négatives sur l'autre (corps électrisé positivement), et que les deux espèces de charges interagissent.



Photo.2

Charles Augustin de Coulomb
(1736 - 1806)

Ingénieur et physicien français.
En 1773, il est admis à l'académie des sciences.

Son mémoire "**Recherche sur la meilleure manière de fabriquer les aiguilles aimantées**" (1777)

et l'élaboration d'une théorie des frottements (1781) lui valurent les premiers prix de l'académie des sciences.

Il entreprit également des recherches sur la torsion mais il reste surtout connu pour ses travaux sur l'électricité et sur le magnétisme.

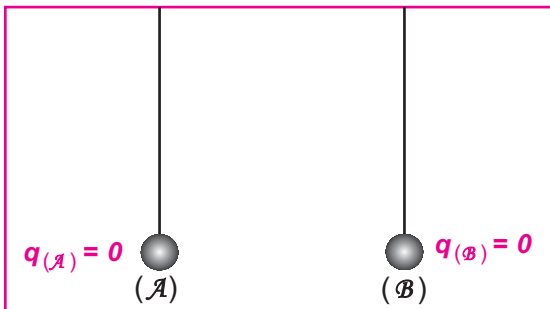
Dans sa célèbre série de sept mémoires (1785 - 1791), **Coulomb** détermine les lois quantitatives d'attractions électrostatiques et magnétiques.

1.1.1. Etude qualitative de l'interaction électrique

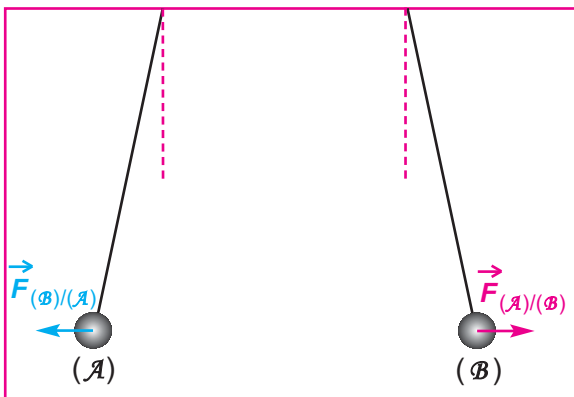
ACTIVITÉ EXPÉRIMENTALE

Electrisons deux sphères métalliques (**A**) et (**B**) à l'aide d'un bâton d'ébonite; on observe une répulsion (**Doc.1**).

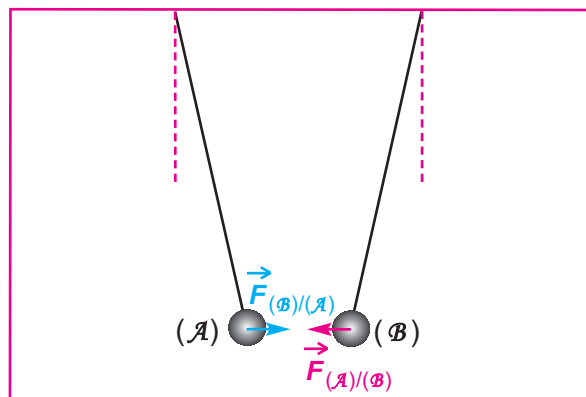
On répète la même opération en utilisant pour (**A**) un bâton d'ébonite et pour (**B**) un bâton en verre; on observe une attraction (**Doc.2**).



Les deux boules ne portent pas des charges électriques; les fils restent verticaux.



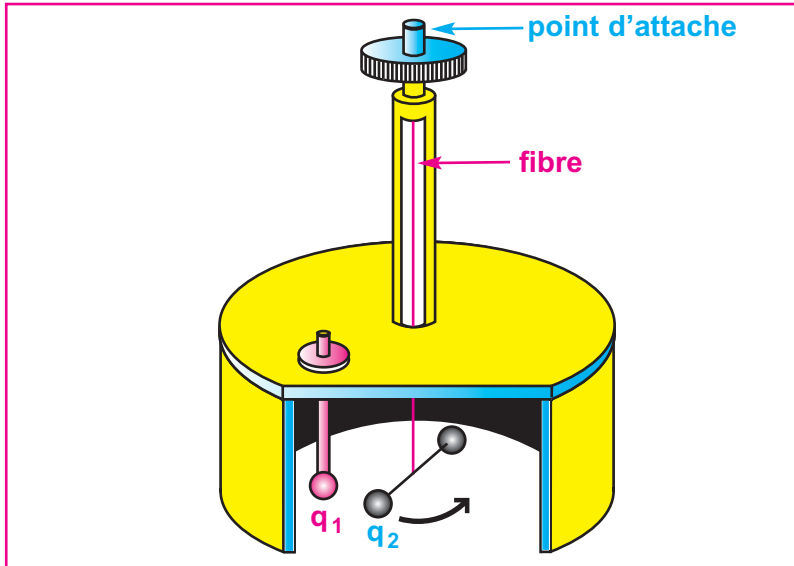
Doc.1 : Les deux boules portent des charges électriques de mêmes signes; l'interaction est répulsive.



Doc.2 : Les deux boules portent des charges électriques de signes contraires; l'interaction est attractive.

1.1.2. Etude quantitative de l'interaction électrique

Vers **1780**, **Charles de Coulomb** se consacre à l'étude de l'interaction entre deux charges électriques ponctuelles et mesure la valeur de l'intensité commune aux deux forces qui constituent l'interaction électrique avec une balance de torsion; cet outil de travail est le fruit de sa propre conception (**Doc.3**).



Doc.3

Balance de Coulomb

Une sphère fixe de charge q_1 fait face à une sphère de charge q_2 fixée sur une tige mobile attachée en son milieu à une fibre.

La force exercée par la charge q_1 sur la charge q_2 fait pivoter la tige et fait subir une torsion à la fibre.

En mesurant l'angle formé par les deux positions de la tige, on peut déduire l'intensité de la force électrostatique.

Ceci permet à Coulomb de déduire que la valeur de l'intensité commune aux deux forces qui constituent l'interaction électrique est :

- inversement proportionnelle au carré de la distance séparant les deux charges
- proportionnelle au produit des valeurs absolues des deux charges électriques.

1.2 . Enoncé de la loi de Coulomb

Entre deux objets ponctuels ($\mathcal{A}$) et ($\mathcal{B}$), immobiles, portant respectivement les charges électriques $q_{(\mathcal{A})}$ et $q_{(\mathcal{B})}$ et placés respectivement en A et B , s'établit une interaction électrique répulsive si les deux charges sont de même signes (**Doc.1**) et attractive si les deux charges sont de signes contraires (**Doc.2**).

Les éléments de l'interaction sont :

$\vec{F}_{(\mathcal{A})/(\mathcal{B})}$ force exercée par la charge $q_{(\mathcal{A})}$ sur la charge $q_{(\mathcal{B})}$

$\vec{F}_{(\mathcal{B})/(\mathcal{A})}$ force exercée par la charge $q_{(\mathcal{B})}$ sur la charge $q_{(\mathcal{A})}$

Ces deux forces sont portées par la droite (**AB**).

Leur valeur commune est donnée par la formule de Coulomb :

$$\left\| \vec{F}_{(\mathcal{A})/(\mathcal{B})} \right\| = \left\| \vec{F}_{(\mathcal{B})/(\mathcal{A})} \right\| = K \frac{|q_{(\mathcal{A})}| \cdot |q_{(\mathcal{B})}|}{AB^2}$$

Lorsque les charges sont placées dans le vide, la constante K est égale à $\frac{1}{4\pi\epsilon_0}$ où ϵ_0 est une constante universelle

qui porte le nom de **permittivité** (ou **constante diélectrique du vide**).

Sa valeur est : $K = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9.10^9 \text{ SI}$

Dans l'air, K a pratiquement la même valeur que dans le vide.

1.3 . Expression vectorielle de la loi de Coulomb

Les caractéristiques de la force exercée par l'objet $(\mathcal{A})$ sur l'objet $(\mathcal{B})$ sont décrites par l'expression vectorielle de la loi de Coulomb.

$$\vec{F}_{(\mathcal{A})/(\mathcal{B})} = K \frac{q_{(\mathcal{A})} \cdot q_{(\mathcal{B})}}{AB^2} \vec{i}$$

où le vecteur unitaire $\vec{i}$, de même direction que la droite (AB) , est dirigé de A vers B (**Doc-4 et 5**).

2. Notion de champ électrique

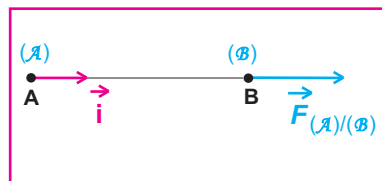
2.1 . Mise en évidence

ACTIVITÉ EXPÉRIMENTALE

Plaçons dans une région (R) de l'espace dépourvue de charges électriques, un pendule électrique dont la boule $(\mathcal{B})$ porte une charge électrique q négative. Le fil reste vertical et la boule est en équilibre sous l'action de son poids $\vec{P}$ et de la tension $\vec{T}$ du fil (**Doc-6**).

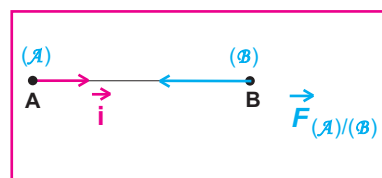
Milieu diélectrique

Quand les charges se trouvent dans un milieu isolant, appelé milieu diélectrique, autre que l'air ou le vide, on remplace ϵ_0 par $\epsilon = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r$ où ϵ est la permittivité (ou constante diélectrique) de l'isolant et ϵ_r est la permittivité (ou constante diélectrique) relative de l'isolant.



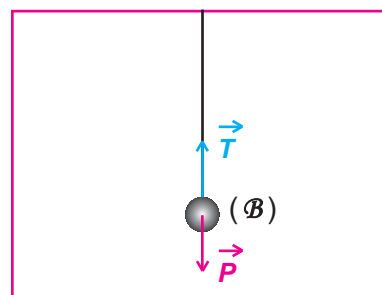
Doc.4 : $q_{(\mathcal{A})} \cdot q_{(\mathcal{B})} > 0$

La force $\vec{F}_{(\mathcal{A})/(\mathcal{B})}$ a même sens que $\vec{i}$
L'interaction est bien répulsive.



Doc.5 : $q_{(\mathcal{A})} \cdot q_{(\mathcal{B})} < 0$

La force $\vec{F}_{(\mathcal{A})/(\mathcal{B})}$ a le sens contraire de $\vec{i}$
L'interaction est bien attractive.

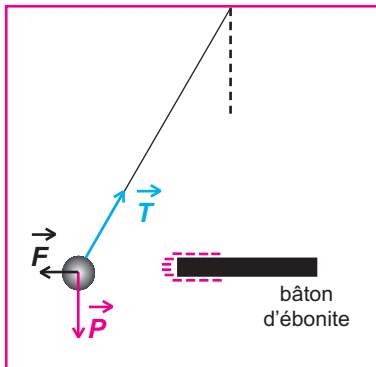


Doc.6

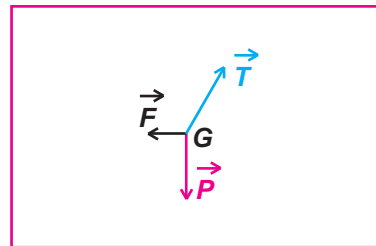
Approchons de ($\mathcal{B}$), l'extrémité frottée d'une baguette en ébonite chargée négativement; on observe une déviation du fil (**Doc-7-a**).

Ceci met en évidence l'existence d'une troisième force $\vec{F}$ d'origine électrique qui agit sur la boule.

Dans le document **7-b** on représente les trois forces reportées à partir du centre d'inertie G de la boule.



Doc.7-a-



Doc.7-b-

La présence de la charge portée par le bâton d'ébonite a modifié les propriétés électriques de l'espace environnant.

Pour traduire ce changement, on dit que dans la région ($\mathcal{R}$) règne un champ électrique.

DÉFINITION

Un champ électrique règne dans une région de l'espace si, dans cette région, un corps électrisé subit une force électrique.

2.2 . Vecteur champ électrique

ACTIVITÉ EXPÉRIMENTALE

Dans l'expérience du document 7, remplaçons la charge q portée par la boule ($\mathcal{B}$) successivement par des charges, toutes négatives : $q_1, q_2, q_3 \dots$ telles que $|q_1| > |q_2| > |q_3| \dots$;

on constate que la déviation du fil est de plus en plus importante.

On en déduit que : $\|\vec{F}_1\| > \|\vec{F}_2\| > \|\vec{F}_3\|$

ETUDE QUANTITATIVE

Une étude quantitative appropriée montre que : en un point **M** de la région où règne le champ électrique,

le rapport $\frac{\vec{F}}{q}$ est constant

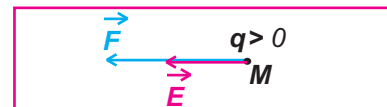
DÉFINITION

Le rapport $\frac{\vec{F}}{q}$ noté $\vec{E}(\mathbf{M})$ est le vecteur champ électrique au point **M**; il est indépendant de la charge placée au point **M**

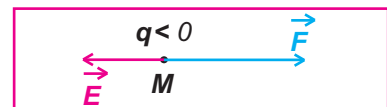
Un point **M** du champ électrique est caractérisé par le vecteur champ électrique $\vec{E}(\mathbf{M})$ tel que : une charge ponctuelle **q** placée en ce point, subit l'action d'une force électrique $\vec{F} = q \cdot \vec{E}(\mathbf{M})$.

- si **q** est positive, $\vec{F}$ a le même sens que $\vec{E}$ (**Doc-8**).
- si **q** est négative, $\vec{F}$ a le sens contraire de celui de $\vec{E}$ (**Doc-9**).

Dans ces deux documents, $\vec{E}(\mathbf{M})$ est un exemple de champ électrique créé dans la région où se trouve le point **M**. Le sens et la direction ont été choisis de manière arbitraire; mais on verra dans le paragraphe suivant qu'ils sont définis selon les conditions expérimentales où ce champ électrique a été créé.



Doc.8



Doc.9

2.3 . Ligne de champ et spectre électrique

ACTIVITÉ EXPÉRIMENTALE

Dans un liquide isolant (huile de paraffine par exemple) contenu dans un petit cristalliseur, on plonge l'extrémité d'une tige conductrice reliée à l'un des pôles d'une machine électrostatique.

Saupoudrons avec des grains légers (graines de ricin par exemple) la surface libre du liquide et faisons fonctionner la machine .

Les grains s'orientent en se disposant suivant des lignes radiales (**Photo-3**).

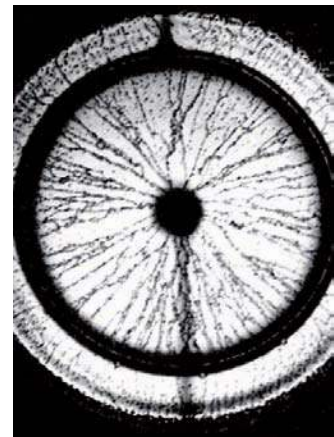


Photo.3

INTERPRÉTATION

Les graines de ricin sont oblongues (de forme ovale); lorsqu'on les place dans un champ électrique $\vec{E}$, chacune d'elles acquiert à ses extrémités deux charges $q = +|q|$ et $q' = -|q|$ (**Doc-10-a**).

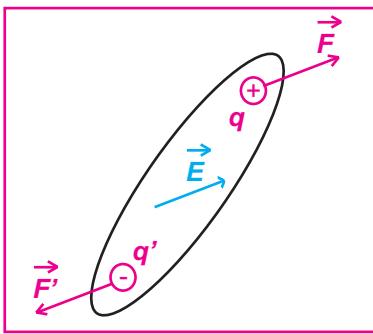
L'action de ce champ électrique sur ces charges se traduit par deux forces électriques $\vec{F}$ et $\vec{F}'$ constituant un couple de forces.

Sous l'effet de ce couple, l'axe du grain s'aligne dans la direction de $\vec{E}$ (**Doc-10-b**).

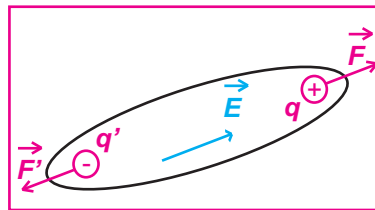
L'ensemble des grains forme des lignes radiales car elles concourent en un même point correspondant à l'extrémité de la tige conductrice (**Doc-10-c**).

Le vecteur champ électrique est tangent à ces lignes en chacun de leurs points.

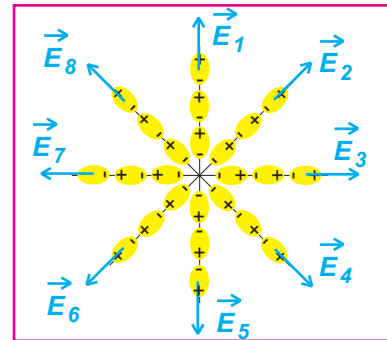
On les appelle des **lignes de champ**.



Doc.10-a



Doc.10-b



Doc.10-c

DÉFINITION

Une ligne qui, en chacun de ses points, est tangente au vecteur champ électrique $\vec{E}$ en ce point, s'appelle **une ligne de champ**.

Elle est orientée dans le sens de $\vec{E}$

L'ensemble des lignes de champ forme le **spectre électrique**

3. Champ électrique créé par une charge ponctuelle

3.1 . Vecteur champ électrique

Une charge électrique Q , placée en un point A d'un espace (R), crée un champ électrique caractérisé en chaque point M de cet espace par un vecteur champ électrique

$\vec{E}(M)$ tel que, une charge électrique témoin q , placée en M , subit une force

$$\vec{F}_{Q/q} = q \cdot \vec{E}(M)$$

D'après la loi de Coulomb, on peut écrire:

$$\vec{F}_{Q/q} = K \frac{Q \cdot q}{AM^2} \cdot \vec{u}$$

En identifiant les deux expressions précédentes de la force, on déduit l'expression vectorielle du vecteur champ électrique $\vec{E}(M)$ créé par la charge Q au point M de l'espace champ électrique.

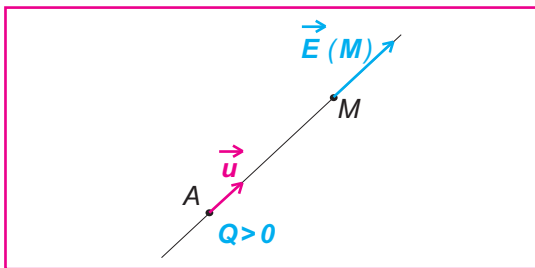
$$\vec{E}(M) = K \frac{Q}{AM^2} \cdot \vec{u}$$

où le vecteur unitaire $\vec{u}$ est porté par la droite (AM) et dirigé de A vers M (**Doc-11-a** et **Doc-11-b**).

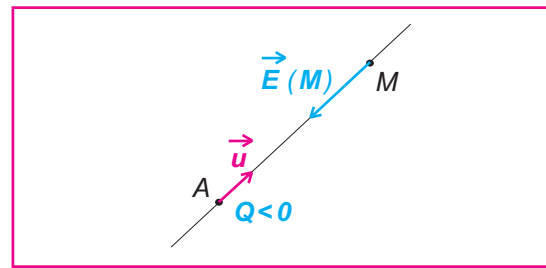
UNITÉS Q en coulomb (C)

AM en mètre (m)

$\|\vec{E}(M)\|$ en $N.C^{-1}$ ou $V.m^{-1}$



Doc.11-a : vecteur champ électrique créé au point M par une charge électrique positive Q , placée au point A ; il est centrifuge.



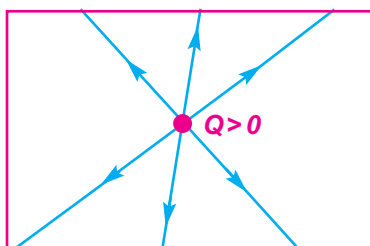
Doc.11-b : vecteur champ électrique créé au point M par une charge électrique négative Q , placée au point A ; il est centripète.

3.2 . Spectre électrique

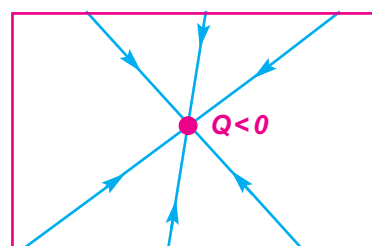
L'expérience permettant la visualisation du spectre électrique d'une charge ponctuelle dans un plan est décrite dans le paragraphe 2.3 .

Retenons que les lignes de champ associées au champ électrique créé par une charge ponctuelle Q sont des droites issues de point O , emplacement de Q , et dirigées dans toutes les directions de l'espace. Elles sont orientées vers :

- l'extérieur (champ centrifuge) si Q est positive (**Doc-12-a**)
- l'intérieur (champ centripète) si Q est négative (**Doc-12-b**).



Doc.12-a



Doc.12-b

4. Champ électrique créé par deux charges ponctuelles

4.1 . Spectre électrique

Le spectre électrique de deux charges ponctuelles est visualisé à l'aide de grains légers saupoudrés à la surface d'un liquide isolant où plongent deux pointes métalliques reliées à une machine électrostatique.

Lorsque les deux pointes sont reliées aux deux bornes de la machine électrostatique, on obtient le spectre électrique de la photo 4 qui est schématisé dans le document 13-b.

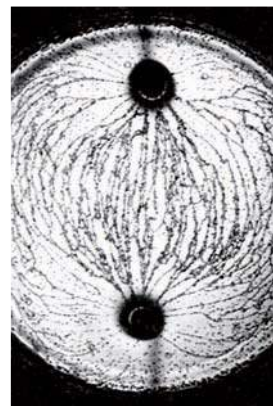
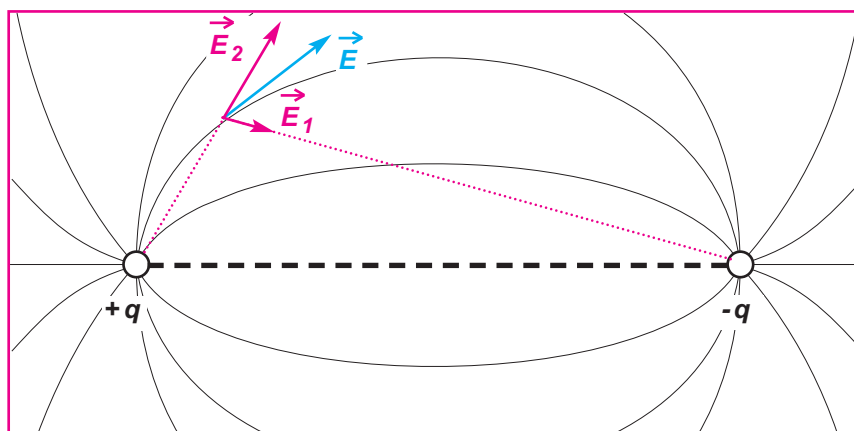


Photo.4



Doc.13-a

Par contre si les deux pointes sont toutes deux reliées à une même borne, on obtient le spectre électrique de la photo 5 qui est schématisé dans le document 13-b.

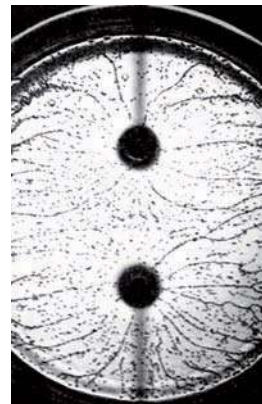
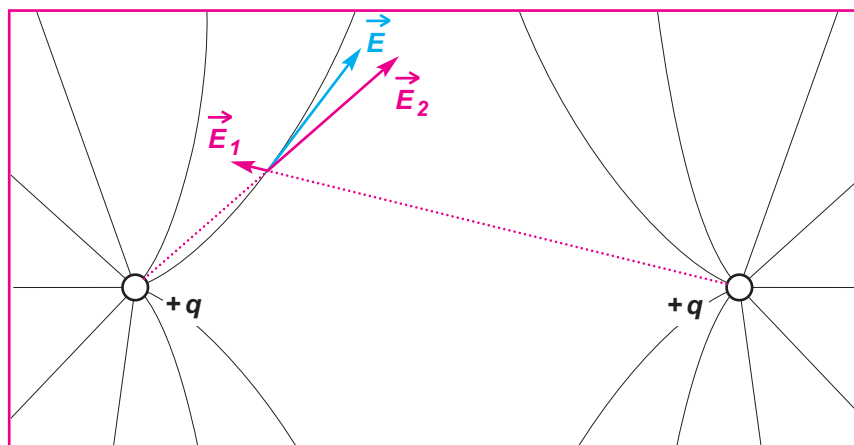


Photo.5



Doc.13-b-

4.2 . Vecteur champ électrique

Deux charges ponctuelles Q_A et Q_B sont placées respectivement en deux points **A** et **B**.

En un point **P**, autre que **A** et **B**, existent simultanément le champ $\vec{E}_1$ créé par Q_A , et le champ $\vec{E}_2$ créé par Q_B .

Placée en **P**, une charge témoin q est soumise simultanément à deux forces $\vec{F}_1 = q \vec{E}_1$ et $\vec{F}_2 = q \vec{E}_2$, soit à une force résultante $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = q (\vec{E}_1 + \vec{E}_2) = q \vec{E}$

La superposition en **P** de deux champs $\vec{E}_1$ et $\vec{E}_2$ conduit à un champ résultant $\vec{E}$ tel que $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$

EXEMPLE : documents **13-a** et **13-b**.

EXERCICE RÉSOLU N°1

ENONCÉ :

On considère une région de l'espace où règne un champ électrique créé par deux charges ponctuelles $q_1 = -3 \mu\text{C}$ et $q_2 = 1 \mu\text{C}$, placées respectivement aux sommets **A** et **C** d'un triangle **ABC**, rectangle en **C**.

On donne : **AB = 10 cm**, **BC = 5 cm** et $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \text{ SI}$

1 - Représenter, à l'échelle, les vecteurs $\vec{E}_1$ et $\vec{E}_2$ associés aux champs électriques créés respectivement par les charges q_1 et q_2 au point **B** après avoir déterminé leurs valeurs.

2 - Déterminer les caractéristiques du vecteur champ électrique $\vec{E}$ résultant en **B**.

SOLUTION

1 - Représentation des vecteurs champ électrique

L'expression de la valeur de chacun des deux vecteurs champ électrique est donnée par la loi de Coulomb :

$$\|\vec{E}_1\| = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{|q_1|}{AB^2} \quad \boxed{\|\vec{E}_1\| = 2,7 \cdot 10^6 \text{ V.m}^{-1}}$$

$$\|\vec{E}_2\| = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{|q_2|}{BC^2} \quad \boxed{\|\vec{E}_2\| = 3,6 \cdot 10^6 \text{ V.m}^{-1}}$$

La représentation des vecteurs champ électrique est effectuée dans le document 14.

2 - Caractéristiques du vecteur résultant

Le vecteur champ électrique $\vec{E}$ au point **B** est égal à la somme vectorielle des deux vecteurs champs électriques (**Doc-15**)

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$$

Dans le repère (**Bx**, **By**), on peut écrire :

$$E_x = E_{1x} + E_{2x} = \|\vec{E}_1\| \cos \alpha$$

$$(\vec{BC}, \vec{BA}) = \frac{\pi}{2} - \alpha$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \frac{BC}{AB} = \frac{5}{10} = 0,5 \Rightarrow \text{d'où } 90^\circ - \alpha = 60^\circ \Rightarrow \boxed{\alpha = 30^\circ}$$

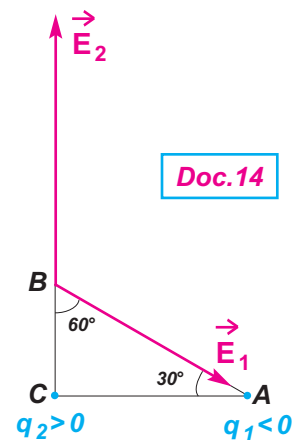
$$\text{d'où } E_x = \|\vec{E}_1\| \cos(30^\circ) \quad \boxed{E_x = 2,32 \cdot 10^6 \text{ V.m}^{-1}}$$

$$E_y = E_{1y} + E_{2y} = -\|\vec{E}_1\| \sin \alpha + \|\vec{E}_2\|$$

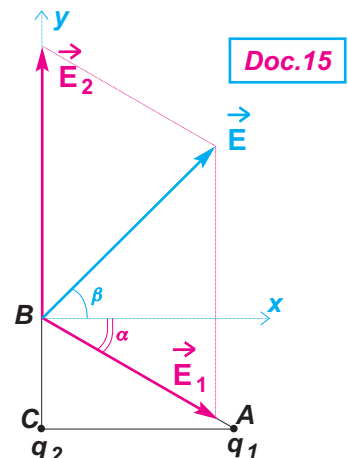
$$E_y = -2,7 \cdot 10^6 \cdot \sin(30^\circ) + 3,6 \cdot 10^6 \Rightarrow \boxed{E_y = 2,25 \cdot 10^6 \text{ V.m}^{-1}}$$

Echelle :

1 cm pour 10^6 V.m^{-1}



Les vecteurs ne sont pas colinéaires, leur somme nécessite l'utilisation de coordonnées dans le repère (**Bx**, **By**).



Les caractéristiques du vecteur champ électrique $\vec{E}$ sont :

direction : $\vec{E}$ fait un angle β avec $\vec{Bx}$ tel que $\text{tg}\beta = \frac{\|\vec{E}_y\|}{\|\vec{E}_x\|}$

sens : pointé vers le haut

valeur : $\|\vec{E}\| = \sqrt{E_x^2 + E_y^2}$

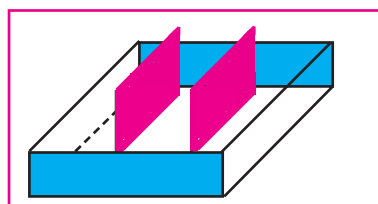
Application numérique : $\beta = 44^\circ$; $\|\vec{E}\| = 3,23.10^6 \text{ V.m}^{-1}$

5. Champ électrique uniforme

ACTIVITÉ EXPÉRIMENTALE

MATÉRIEL

- une cuve à fond transparent
- deux plaques rectangulaires en cuivre disposées dans la cuve, l'une face à l'autre, et distantes de **3 cm**
- un générateur de tension continue réglable et permettant d'obtenir quelques **kilovolts** (compte tenu du danger qu'il présente, ce matériel doit être manipulé uniquement par le professeur).
- 4 fils électrique de connexion
- 2 pinces crocodiles
- huile de paraffine
- de la semoule.



Doc.16

PROTOCOLE EXPÉRIMENTAL

On relie les deux plaques de cuivre, préalablement placées dans la cuve contenant de l'huile de paraffine, aux pôles (+) et (-) du générateur entre lesquels on maintient une tension de quelques **kilovolts (Doc-16)**.

On saupoudre la surface de l'huile de paraffine avec les grains de semoule, ces derniers s'orientent en se disposant suivant des droites perpendiculaires aux plaques (**Photo-6**).

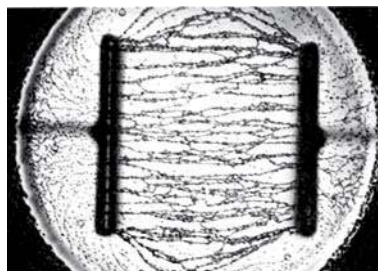
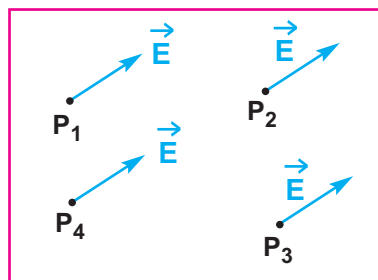


Photo.6

CONCLUSION

- On constate qu'entre les deux plaques règne un champ électrique uniforme $\vec{E}$.
- Les droites dessinées par les grains de semoule matérialisent les lignes de champ électrique associées à $\vec{E}$; elles correspondent à des droites parallèles.



DÉFINITION

Dans un espace règne un **champ électrique uniforme** si, en tout point de cet espace, le vecteur champ électrique est constant (**Doc-17**).

Doc.17 : le vecteur champ électrique uniforme $\vec{E}$ a une direction, un sens et une valeur inchangées d'un point à l'autre de la région dans laquelle il règne.

EXERCICE RÉSOLU N°2

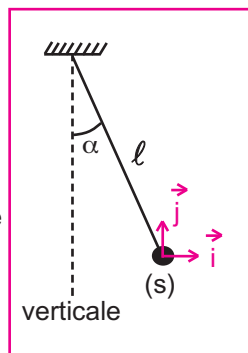
ÉNONCÉ :

Une sphère (**S**) assimilable à un corps ponctuel est attachée à un fil de longueur ℓ inextensible et de masse négligeable.

La sphère de masse m porte une charge q négative.

L'ensemble {fil, (**S**)} constitue un pendule électrique.

Placé dans une région où régne un champ électrique uniforme $\vec{E}$ horizontal, le fil occupe une position d'équilibre inclinée d'un angle α par rapport à la verticale et la sphère occupe la position **O** origine du repère d'espace (**O**, $\vec{i}$, $\vec{j}$) (**Doc.18**).



1 -a- Préciser toutes les forces qui s'exercent sur (**S**) et représenter les vecteurs force associés à partir de l'origine **O**.

-b- Déterminer le sens du vecteur champ électrique uniforme $\vec{E}$.

Doc.18

2 -a- Appliquer la condition d'équilibre au système {(**S**)} et écrire la relation entre les vecteurs force.

Effectuer les projections de cette relation sur les axes (**O**, $\vec{i}$) et (**O**, $\vec{j}$).

-b- En déduire l'expression littérale de $\|\vec{E}\|$ puis celle de la norme de la tension $\vec{T}$ du fil; les calculer.

Données : $m = 2,5 \text{ g}$; $q = -0,5 \mu\text{C}$; $\alpha = 10^\circ$ et $\|\vec{g}\| = 9,8 \text{ N.kg}^{-1}$.

SOLUTION

1 -a- Forces s'exerçant sur la sphère (**S**)

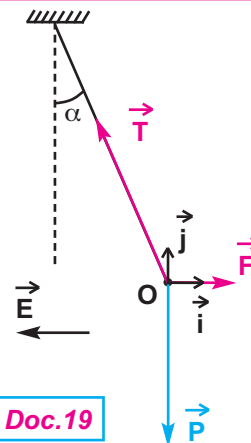
$\vec{P} = m \cdot \vec{g}$: poids de (**S**)

$\vec{T}$: tension du fil

$\vec{F} = q \cdot \vec{E}$: force électrique (**Doc.19**).

-b- Sens du champ électrique uniforme $\vec{E}$

$\vec{F} = q \cdot \vec{E}$; comme $q < 0$, $\vec{E}$ est de sens contraire à $\vec{F}$.



2 -a- Application de la condition d'équilibre

Système : {(**S**)}.

Référentiel terrestre.

La condition d'équilibre permet d'écrire :

$$\vec{P} + \vec{F} + \vec{T} = \vec{0}$$

Projection sur (**O**, $\vec{i}$) :

$$-\|\vec{T}\| \sin \alpha + \|\vec{F}\| = 0 \quad (1)$$

Projection sur (**O**, $\vec{j}$) :

$$-m \|\vec{g}\| + \|\vec{T}\| \cos \alpha = 0 \quad (2)$$

-b- Détermination des expressions littérales de $\|\vec{T}\|$ et $\|\vec{E}\|$

(1) et (2) permettent d'écrire :

$$\|\vec{F}\| = \|\vec{T}\| \sin \alpha \quad (1')$$

$$m \|\vec{g}\| = \|\vec{T}\| \cos \alpha \quad (2')$$

$$\frac{(1')}{(2')} \Rightarrow \operatorname{tg} \alpha = \frac{\|\vec{F}\|}{m \|\vec{g}\|}$$

$$\|\vec{F}\| = m \|\vec{g}\| \operatorname{tg} \alpha$$

$$|q| \|\vec{E}\| = m \|\vec{g}\| \operatorname{tg} \alpha$$

d'où

$$\|\vec{E}\| = \frac{m \|\vec{g}\| \operatorname{tg} \alpha}{|q|}$$

$$(2') \Rightarrow \|\vec{T}\| = \frac{m \|\vec{g}\|}{\cos \alpha}$$

A.N :

$$\|\vec{E}\| = \frac{2,5 \cdot 10^{-3} \cdot 9,8 \cdot \operatorname{tg}(10^\circ)}{0,5 \cdot 10^{-6}}$$

$$\|\vec{E}\| = 8640 \text{ N.C}^{-1}$$

$$\|\vec{T}\| = \frac{2,5 \cdot 10^{-3} \cdot 9,8}{\cos(10^\circ)}$$

$$\|\vec{T}\| = 0,025 \text{ N}$$

L'ESSENTIEL DU COURS

LOI DE COULOMB

Entre deux objets ponctuels ($\mathcal{A}$) et ($\mathcal{B}$), immobiles, portant respectivement les charges électriques $q_{(\mathcal{A})}$ et $q_{(\mathcal{B})}$ et placés respectivement en A et B, s'établit une interaction électrique répulsive si les deux charges sont de même signes et attractive si les deux charges sont de signes contraires.

La valeur commune aux deux forces qui constituent l'interaction est donnée par la formule de Coulomb :

$$\|\vec{F}_{(\mathcal{A})/(\mathcal{B})}\| = \|\vec{F}_{(\mathcal{B})/(\mathcal{A})}\| = K \frac{|q_{(\mathcal{A})}| \cdot |q_{(\mathcal{B})}|}{AB^2}$$

Dans le vide : $K = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9.10^9 \text{ SI}$

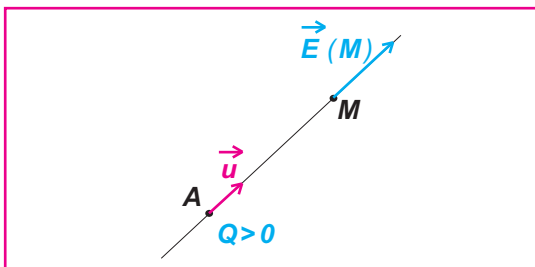
CHAMP ÉLECTRIQUE

Dans une zone de l'espace où règne un champ électrique, chaque point est caractérisé par un vecteur champ électrique.

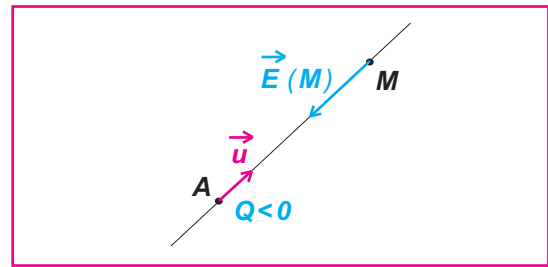
Une charge q , placée en un point M du champ électrique où le vecteur champ électrique est $\vec{E}(M)$, subit une force électrique $\vec{F} = q \vec{E}(M)$.

CHAMP ÉLECTRIQUE CRÉÉ PAR UNE CHARGE PONCTUELLE Q PLACÉE EN UN POINT A

$$\vec{E}(M) = K \frac{Q}{AM^2} \cdot \vec{u}$$



Vecteur champ électrique créé au point M par une charge électrique positive Q , placée au point A ; il est centrifuge.



Vecteur champ électrique créé au point M par une charge électrique négative Q , placée au point A ; il est centripète.

SPECTRE ÉLECTRIQUE ET LIGNES DE CHAMP

- Une **ligne de champ** est une ligne en tout point de laquelle, le vecteur champ électrique lui est tangent ; elle est orientée dans le même sens que le vecteur champ électrique.
- L'ensemble des lignes de champ forme le **spectre électrique**.

CHAMP ÉLECTRIQUE UNIFORME

Un champ électrique est dit **uniforme** si le vecteur champ $\vec{E}$ est constant en tout point où règne ce champ.

POUR EN SAVOIR PLUS

LA FOUDRE

Depuis des temps immémoriaux, l'homme est fasciné et même terrorisé par la foudre, souvent associée à la colère divine. Nous commençons à en comprendre aujourd'hui le mécanisme qui fait l'objet de nombreuses recherches dans les laboratoires industriels.

La foudre, qui frappe en moyenne trente fois par seconde de par le monde, consiste en une série de décharges électriques entre un nuage et le sol (**Photo.7**).



Photo.7 : coup de foudre descendant au-dessus du Lac de Lugano en Suisse

■ Les nuages orageux

Les nuages orageux sont en général du type cumulo-nimbus. Ils ont la forme d'une enclume dont la hauteur peut atteindre **10 000 m** et dont la base se situe à une altitude de quelques kilomètres.

Ils sont constitués de gouttes d'eau dans la partie inférieure et de particules de glace dans la partie supérieure.

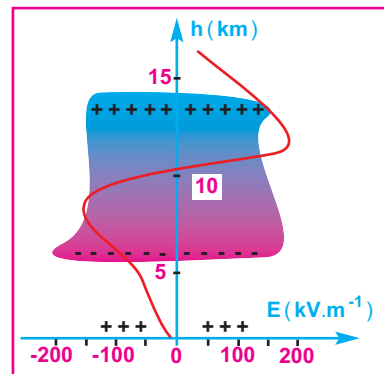
La partie haute du nuage est chargée positivement et la partie basse négativement (avec parfois un petit îlot de charges positives).

Le sol en regard se trouve alors chargé positivement (**Doc.20**).

■ Coup de foudre descendant négatif

(**Photo.7** et **Doc.21-a, b et c**)

C'est le cas le plus fréquent. Lorsque le champ électrique au voisinage de la base du nuage, chargée négativement, atteint **30 kV.cm⁻¹**, l'air est ionisé et devient conducteur.



Doc.20 : Variation, en fonction de l'altitude de la composante verticale, du champ électrique, enregistrée par un ballon sonde.

La première phase du coup de foudre est toujours la formation d'une prédécharge peu lumineuse, appelée traceur (ou pré-curseur). Elle a pour origine la base du nuage; elle progresse ensuite vers le sol par bonds successifs de quelques dizaines de mètres, avec des temps d'arrêt entre chaque bond de **40 μ s à 100 μ s**. Elle comporte de nombreuses ramifications (**Doc.21-a**).

Le traceur descendant transporte des charges négatives et son extrémité se trouve au même potentiel électrique que la base du nuage dont il est issu.

Il naît alors un traceur ascendant partant du sol (en général d'un point proéminent) et transportant des charges positives (**Doc.21-b**).

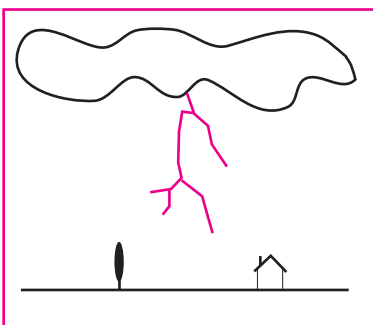
Lorsque le traceur ascendant rencontre le traceur descendant, les charges se neutralisent.

Nous observons alors un trait lumineux intense qui progresse du sol vers le nuage (arc en retour). La chaleur produite par cet éclair provoque une dilatation brusque de l'air, à l'origine du tonnerre (**Doc.21-c**).

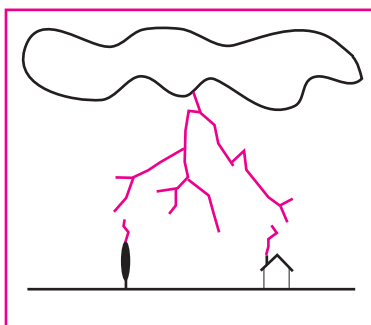
Le courant dans le canal ionisé de quelques centimètres de diamètre, peut atteindre des valeurs de **10 000 A** et transporter une quantité d'électricité de **20 C**.

Après quelques centièmes de seconde, quand l'arc en retour a disparu, un autre traceur descend du nuage empruntant le même canal.

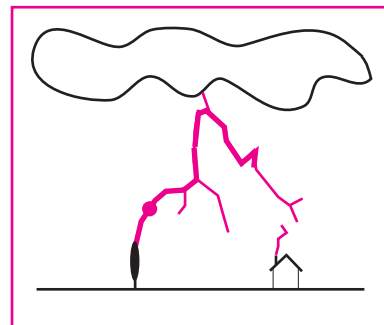
En général, un coup de foudre complet dure de **0,2 s à 2 s** et comporte en moyenne **4 arcs** en retour par le même chemin.



Doc.21-a : descente du traceur par bonds.



Doc.21-b : initiation des traceurs ascendants.



Doc.21-c : rencontre entre un traceur ascendant et un traceur descendant par bonds, puis écoulement du courant d'arc en retour.

. **Coup de foudre ascendant** (*Photo.8*)

Lorsque le sol comporte des points très élevés (tours, sommets montagneux), il se produit parfois une décharge ascendante : un traceur part du sol, transporte des charges positives et atteint le nuage. Il en résulte une impulsion de courant d'amplitude excédant parfois **20 000 A**.

Cette valeur de crête étant atteinte en un temps de l'ordre de la microseconde, l'intensité décroît ensuite plus lentement avec une durée de l'ordre de la centaine de microsecondes.

Les coups de foudre ascendants, dont la puissance est plus grande que celle des coups de foudre descendants, peuvent provoquer des dégâts plus importants.



Photo.8 : coup de foudre ascendant issu de la Tour Eiffel au cours de l'orage du 3 Juin 1902

. Pour éviter d'être foudroyé

Il faut :

- se tenir à distance des structures métalliques (poteaux, lignes électriques, rails...)
- lorsque l'on est en groupe, se tenir au moins à **10 m** les uns des autres
- s'éloigner des espaces plats et dégagés et des arbres hauts ou isolés
- se réfugier, si on peut, dans une voiture qui, si elle est en métal constitue une "cage de Faraday", assurant une protection efficace
- en rase campagne s'accroupir ou se rouler en boule pour offrir le moins de surface possible
- en montagne, quitter les sommets et les cols; s'éloigner des failles et s'abriter sous un ressaut convenable
- dans une maison, éviter pendant un orage de téléphoner, toucher des conduites d'eau, de prendre un bain, d'utiliser des appareils électrodomestiques.

**Extrait de : Vigilance,
n°104, magazine du Service
de Prévention Sécurité
de EDF-GDF.**

Je vérifie mes connaissances

Chaque question peut avoir une ou plusieurs réponses correctes

- 1- Deux charges ponctuelles q et q' placées en deux points **A** et **B**, sont soumises uniquement à l'effet de l'interaction électrique qui règne entre elles (**Doc.22**).



Doc.22

- a - La force électrique qui s'exerce sur q et le vecteur champ électrique créé par q' en **A** ont toujours la même direction
- b - La force électrique qui s'exerce sur q et le vecteur champ électrique créé par q' en **A** ont toujours le même sens
- c - Les deux forces qui constituent l'interaction électrique sont de même valeur si q et q' ont même signe.

- c - le vecteur unitaire change de sens si Q change de signe.
- d - le champ électrique peut être centripète.

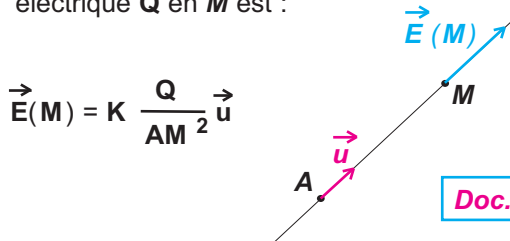
- 3- La valeur du vecteur champ électrique s'exprime en :

- a - $N \cdot kg^{-1}$
- b - $N \cdot C$
- c - $V \cdot m^{-1}$

- 4- Deux charges électriques opposées q et $-q$ sont placées respectivement en **A** et **B** symétriques par rapport à **O**. Le champ résultant en **O** :

- a - est nul
- b - a la direction de (**AB**) et se dirige de **A** vers **B**
- c - a une valeur absolue double de celle du champ électrique créé par q en **O**.

- 2- Le champ électrique créé par la charge électrique Q en **M** est :



Doc.23

Dans cette expression :

- a - Q est la charge électrique placée en **A**.
- b - Il faut placer un signe (-) devant K si Q est négative.

- 5- Dans la région limitée par deux plaques conductrices planes et parallèles reliées aux bornes d'un générateur

- a - les lignes de champ sont parallèles aux plaques
- b - la valeur du vecteur champ électrique est constante
- c - la valeur du vecteur champ électrique est plus grande au voisinage des plaques.

Je sais appliquer mes connaissances; je sais raisonner

Ex-1- Deux charges ponctuelles $q_1 = 10 \text{ nC}$ et $q_2 = 40 \text{ nC}$ sont placées respectivement en deux points **A** et **B** distants de $a = 30 \text{ cm}$.

- 1 - Déterminer les caractéristiques du vecteur champ électrique au milieu **O** du segment **AB**.

- 2 - Il existe sur la ligne joignant les deux points **A** et **B**, un point **M** où les deux champs électriques se compensent.

- a - Indiquer, sur la droite (**AB**), s'il est plus proche de **A** ou de **B**.
- b - Calculer la distance **AM**.

Ex-2- Deux charges électriques ponctuelles de valeurs respectives $q_A = +5 \mu\text{C}$ et $q_B = -7 \mu\text{C}$ sont placées dans le vide, respectivement en deux points **A** et **B**, distants de 10 cm .

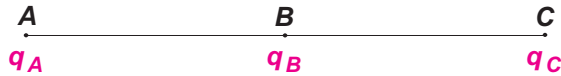
- 1 - Déterminer les caractéristiques :

- a - de la force électrique exercée par la charge q_B sur la charge q_A .
- b - de la force électrique exercée par la charge q_A sur la charge q_B .

- 2 - Comparer ces deux forces électriques.

Ex-3- Dans le vide, trois charges ponctuelles q_A , q_B et q_C , sont placées respectivement en trois points **A**, **B** et **C** tels que **B** est le milieu de **AC** de longueur **20 cm** (**Doc.24**).

Les charges ont pour valeur : $q_A = 10 \mu\text{C}$, $q_B = -6 \mu\text{C}$ et $q_C = 24 \mu\text{C}$.



Doc.24

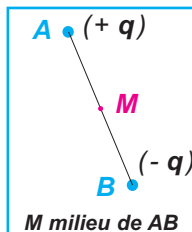
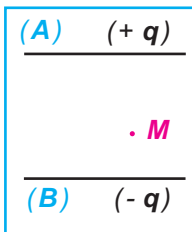
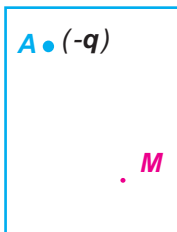
1 - Déterminer les caractéristiques :

- a -** de la force électrique exercée par la charge q_B sur la charge q_A .
- b -** de la force électrique exercée par la charge q_C sur la charge q_A .

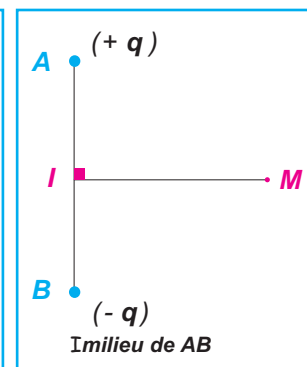
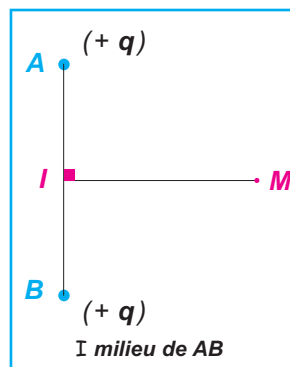
2 - Déterminer les caractéristiques de la force électrique totale s'exerçant sur q_A .

Ex-4- Dans les schémas du document 25, représenter le vecteur champ électrique

total en **M** sachant que toutes les charges ont même valeur absolue.



Doc.25



EX-5- On considère un pendule électrique formé d'un fil isolant inextensible de longueur $\ell = 0,2 \text{ m}$ et de masse négligeable, et d'un corps ponctuel (**A**) de masse $m = 1 \text{ g}$ et portant une charge q_A .

Le pendule électrique étant à l'équilibre dans la position verticale, on approche un objet ponctuel (**B**) portant une charge q_B ; le pendule électrique se maintient dans une nouvelle position d'équilibre faisant un angle $\alpha = 60^\circ$ avec la verticale lorsque (**B**) prend la position initialement occupée par (**A**) (**Doc.26**).

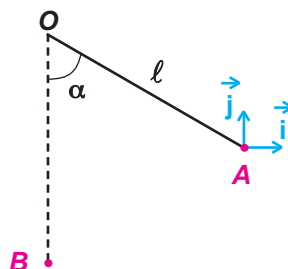
1 - Les charges q_A et q_B sont-elles de mêmes signes ou de signes contraires ?

2 - Déterminer les caractéristiques de la force électrique $\vec{F}$ qui s'exerce sur (**A**) dans sa position finale.

on prendra $\|\vec{g}\| = 9,8 \text{ N.kg}^{-1}$

3 - Sachant que $q_B = +2 \mu\text{C}$, donner les caractéristiques du vecteur champ électrique $\vec{E}_A$ créé par la charge q_B au point où se trouve (**A**) dans sa position finale.

4 - En déduire la valeur absolue de la charge q_A



Doc.26

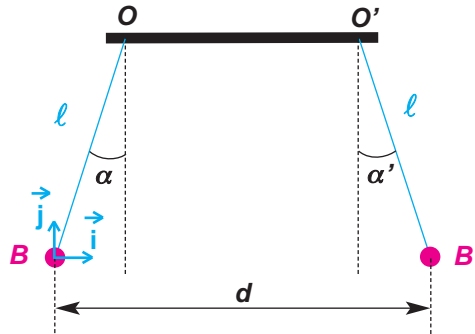
Ex-6- Le schéma du document 27 correspond à deux pendules électriques. Les deux boules (**B**) et (**B'**) de même masse $m = 0,3 \text{ g}$ et supposées être deux corps ponctuels, portent respectivement une charge $q = + 100 \text{ nC}$ et une charge q' de valeur absolue égale à 20 nC . A l'équilibre, les deux pendules font

les angle α et α' avec la verticale tels que les deux boules soient distantes de $d = 10 \text{ cm}$ (**Doc.27**).

1- a - Quel est le signe de la charge q' ?

b - La boule (**B'**) présente-t-elle un excès ou un défaut d'électrons? en déterminer le nombre.

c - Comparer, en le justifiant, α et α' .



Doc.27

2

INTERACTION MAGNÉTIQUE

*Les aimants sont connus depuis l'Antiquité sous le nom de " **magnétite** ", pierre trouvée à proximité de la ville de **Magnesia** (Turquie).*

*C'est du nom de cette pierre que provient le nom actuel de **champ magnétique** .*

Les chinois furent les premiers à utiliser les propriétés des aimants, il y a plus de 1000 ans, pour faire des boussoles .

Elles étaient constituées d'une aiguille de magnétite posée sur de la paille flottant sur de l'eau contenue dans un récipient gradué .

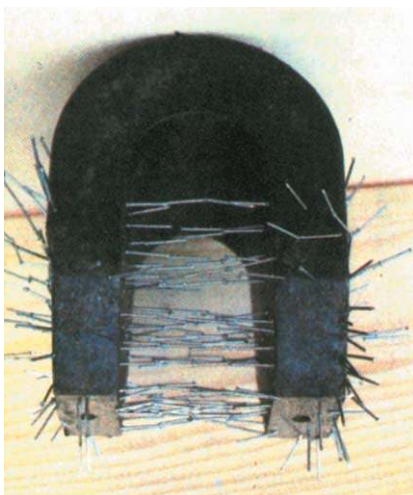


Photo.1-a : Champ magnétique créé par un aimant en U; les lignes de champ sont matérialisées par les clous.



Photo.1-b : l'aurore boréale.

OBJECTIFS

- Identifier le pôle nord et le pôle sud d'un aimant.
- Identifier la face nord et la face sud d'un solénoïde parcouru par un courant continu.
- Mettre en évidence expérimentalement l'existence d'un champ magnétique en un point de l'espace.
- Déterminer les caractéristiques du vecteur champ magnétique :
 - direction et sens : à l'aide d'une aiguille aimantée
 - intensité : à l'aide d'un teslamètre.
- Reconnaître un champ magnétique uniforme à partir de la forme de son spectre.

1. Interaction magnétique

1.1. Interaction aimant - aimant

PROPRIÉTÉ DES AIMANTS

Les aimants naturels sont connus depuis l'antiquité. Ils proviennent d'un minéral de fer appelé magnétite (Fe_3O_4). Ils ont la propriété d'attirer la limaille de fer en certaines zones appelées **pôles** (**Photo.2**).

Cette propriété se manifeste également avec les aimants artificiels : aimant droit et aimant en **U** (**Photo.3**).

Un aimant attire la limaille de fer au voisinage des pôles

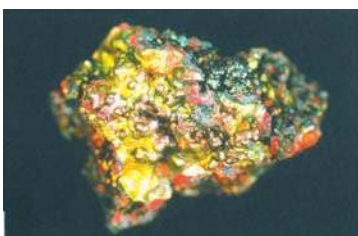


Photo.2 : magnétite



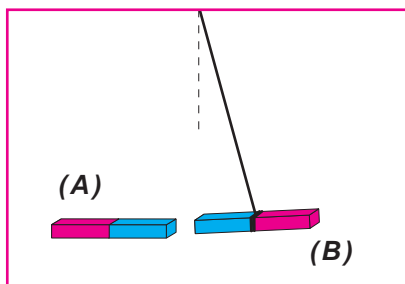
Photo.3 : limaille de fer attirée par les deux pôles d'un aimant en **U** et d'un barreau aimanté.

PÔLES D'UN AIMANT

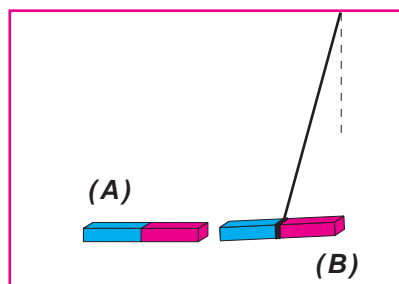
ACTIVITÉ EXPÉRIMENTALE

Approchons successivement du même pôle d'un aimant droit (**B**) suspendu à un fil sans torsion :

- a - l'un des pôles d'un aimant droit (**A**); on observe une répulsion (**Doc.1-a**).
- b- l'autre pôle de l'aimant droit (**A**); on observe une attraction (**Doc.1-b**).



Doc.1-a : les deux pôles de mêmes couleurs se repoussent



Doc.1-b : les deux pôles de couleurs différentes s'attirent

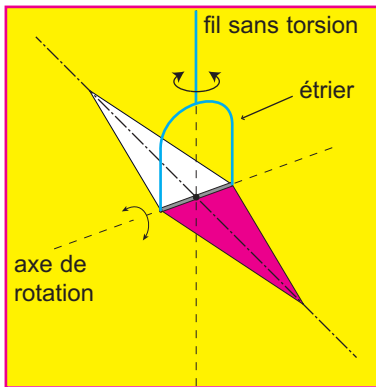
CONCLUSIONS

- Les deux pôles d'un aimant sont différents.
- Un aimant possède un pôle nord et un pôle sud peints de couleurs différentes.
- Deux pôles de même nom se repoussent; et deux pôles de noms différents s'attirent.

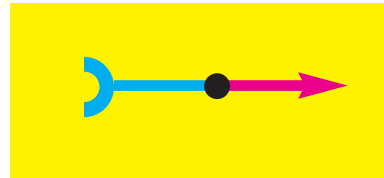
AIGUILLE AIMANTÉE

DÉFINITION

Une aiguille aimantée est un aimant très léger, ayant la forme d'un losange mince (**Doc.2-a**) ou d'une flèche (**Doc.2-b**). Lorsqu'elle peut s'orienter librement, elle permet de déterminer l'existence d'une interaction magnétique au point où elle se trouve .



Doc.2-a



Doc.2-b

1.2. Interaction aimant - courant

ACTIVITÉ EXPÉRIMENTALE

Approchons le pôle sud d'un aimant droit de la face (**A**) d'une bobine parcourue par un courant électrique continu ; on observe une attraction (**Photo.4-a**).

L'effet devient une répulsion si on effectue l'une des deux opérations suivantes :

- on change le sens du courant dans la bobine
- on approche le pôle nord de l'aimant de la face (**A**) de la bobine.

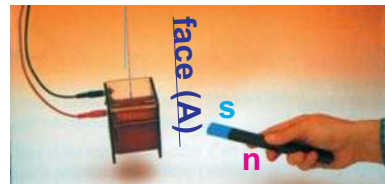


Photo.4-a : interaction attractive

CONCLUSION

La bobine se comporte comme un aimant droit et possède une face nord et une face sud.

1.3. Interaction courant - courant

Deux bobines sont suspendues par des fils afin de leur permettre de se mouvoir librement. La photo **4-b** montre une interaction attractive établie entre ces deux bobines parcourues par des courants électriques continus.

On change le sens du courant dans l'une des deux bobines, l'interaction devient répulsive.

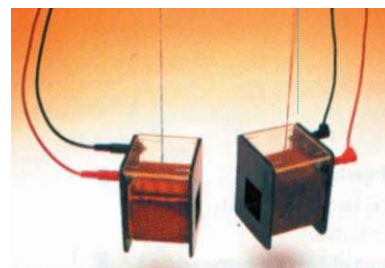


Photo.4-b : interaction attractive

CONCLUSION

Lorsque les deux bobines, présentent deux faces de même nature, elles se repoussent ; par contre si les deux faces sont différentes, l'une nord et l'autre sud, elles s'attirent.

2. Champ magnétique créé par un aimant

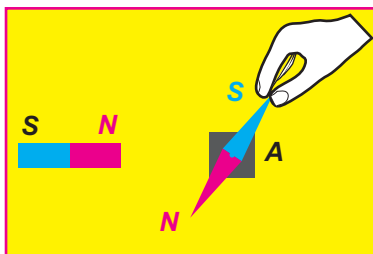
2.1. Mise en évidence

ACTIVITÉ EXPÉRIMENTALE

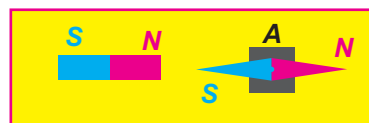
Une aiguille aimantée, pouvant s'orienter librement dans toutes les directions, est placée en un point **A** de l'espace ; on attend qu'elle se stabilise dans une direction privilégiée, on l'y immobilise en la tenant à la main puis on place un aimant droit à proximité du point **A** (**Doc.3-a**).

Libérée, l'aiguille aimantée s'oriente suivant une nouvelle direction imposée par l'aimant et correspondant approximativement à une ligne droite contenant l'aimant et passant par **A** (**Doc.3-b**).

Le changement de direction imposée à l'aiguille aimantée prouve que l'aimant droit a exercé sur cette dernière une action mécanique. On dit que l'aimant droit a créé dans l'espace environnant **un champ magnétique**.



Doc.3-a

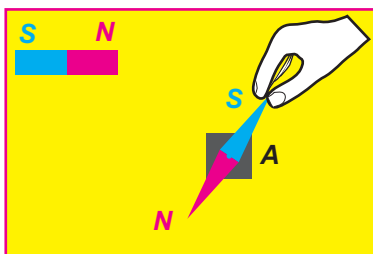


Doc.3-b

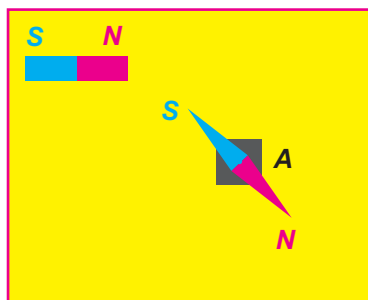
2.2. Vecteur champ magnétique

Si nous changeons la position **A** où est immobilisée l'aiguille aimantée, nous constatons que cette dernière subit une nouvelle orientation différente de la première (**Doc.4-a et 4-b**).

Le champ magnétique créé par l'aimant est caractérisé par **un vecteur champ magnétique** $\vec{B}$ dont les caractéristiques diffèrent d'une position à l'autre.



Doc.4-a



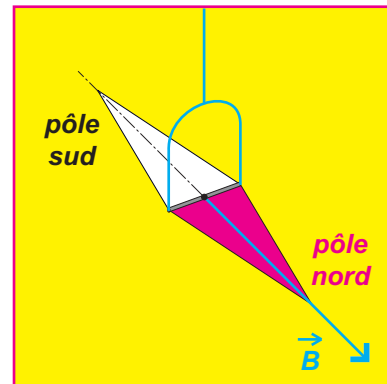
Doc.4-b

CARACTÉRISTIQUES DU VECTEUR CHAMP MAGNÉTIQUE $\vec{B}$

Direction : est approximativement celle de l'axe d'une aiguille aimantée placée en **A** et pouvant s'orienter librement (**Doc.5**).

Sens : est dirigé du pôle sud vers le pôle nord de cette même aiguille aimantée (**Doc.5**).

Valeur : dans le système international, la valeur s'exprime en tesla (**T**) et elle est mesurée à l'aide d'un teslamètre (**Photo.5**).



Doc.5



Photo.5

2.3. Lignes de champ et spectre magnétique

ACTIVITÉ EXPÉRIMENTALE

Posons une plaque en plexiglas (ou en verre) sur un aimant droit et saupoudrons la limaille de fer. En tapotant sur la plaque, les grains de limaille de fer s'orientent et dessinent des lignes appelées **lignes de champ**.

L'ensemble de ces lignes forme **le spectre magnétique** de l'aimant droit (**Photo.6**).

Des aiguilles aimantées, chacune mobile autour d'un axe vertical, sont placées sur la plaque au voisinage de l'aimant (**Doc.6**); chacune d'elles se stabilise en s'orientant suivant une direction tangentielle à la ligne de champ.

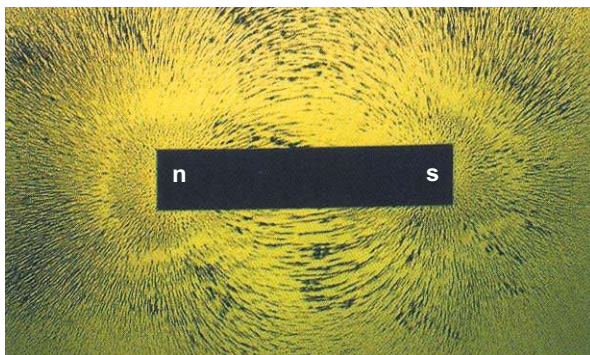
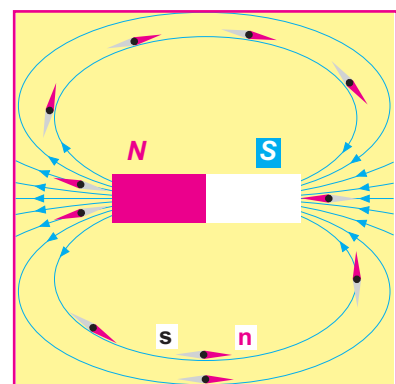


Photo.6



Doc.6

La même expérience est reproduite mais en remplaçant l'aimant droit par un aimant en U ; le spectre magnétique se présente autrement (**Photo.7** et **Doc.7**).

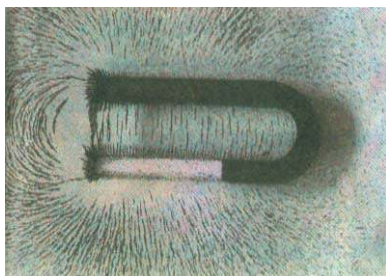
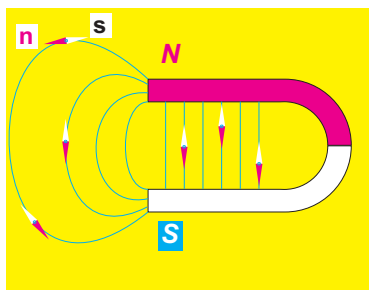


Photo.7



Doc.7

DÉFINITIONS

Une ligne de champ est une courbe qui est tangente aux vecteurs champ magnétique en chacun de ses points.

Elle est orientée dans le sens des vecteurs champ magnétique.

Les lignes de champ se referment sur elles-mêmes à l'intérieur de l'aimant ; elles y pénètrent par le pôle sud et en sortent par le pôle nord.

2.2. Champ magnétique uniforme

Un champ magnétique est uniforme dans un domaine de l'espace si, en tout point de ce domaine, le vecteur champ magnétique $\vec{B}$ conserve la même direction, le même sens et la même valeur.

Le champ magnétique est uniforme entre les deux branches d'un aimant en U (**Photo.7**) et (**Doc.7**).

3. Champ magnétique terrestre

3.1. Mise en évidence

Dans une région de l'espace peu étendue, loin de tout aimant, de tout circuit parcouru par un courant électrique et de toute masse importante de matériau qui interagit avec les aimants, plaçons quelques aiguilles aimantées libres de s'orienter dans toutes les directions.

Après quelques oscillations, elles s'immobilisent toutes dans une même direction.

Cette action subie par les aiguilles aimantées décèle l'existence d'un champ magnétique à la surface de la Terre : **le champ magnétique terrestre**.

Dans cette région précédemment définie, le champ magnétique terrestre est uniforme.

Les effets de ce champ sont assimilables à ceux créés par un aimant droit (**Doc.8**).

COMMENT OBTENIR EXPÉRIMENTALEMENT UN SPECTRE MAGNÉTIQUE ?

Saupoudrer la région, où règne un champ magnétique, avec de la limaille de fer d'une manière assez intense pour permettre à chaque grain de fer de s'aimanter.

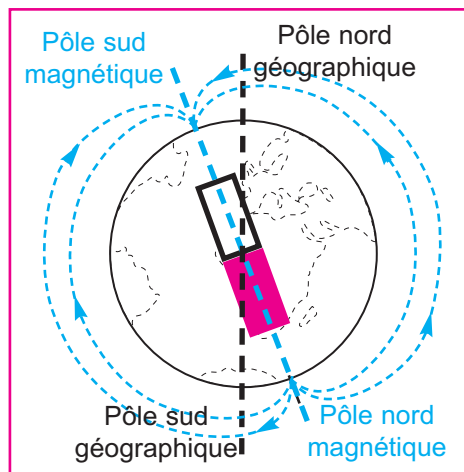
Chaque grain se comporte alors comme une petite aiguille aimantée dont les pôles attirent les pôles opposés des grains voisins.

Cet alignement de grains de fer matérialise ainsi les lignes de champ magnétique.

Le sens de ces lignes de champ est obtenu en plaçant, sur le spectre magnétique, des aiguilles aimantées de pôles connus.

ORDRES DE GRANDEUR

- valeur du champ magnétique créé par un aimant : **0,01 à 0,1 T**
- valeur du champ magnétique terrestre : **$6 \cdot 10^{-5}$ T**
- valeur du champ magnétique créé par une bobine parcourue par un courant continu : **quelques mT**
- valeur du champ magnétique solaire : **$6 \cdot 10^6$ T**



Doc.8

3.2. Méridien magnétique

DÉFINITIONS

On appelle **méridien magnétique** en un point **M** du globe terrestre, le plan vertical passant par ce point et contenant la direction du vecteur champ magnétique terrestre en ce point.

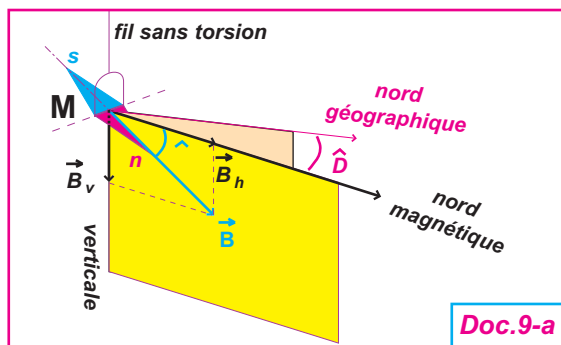
Le champ magnétique terrestre en un point **M** du globe terrestre est caractérisé par un vecteur champ magnétique $\vec{B}(M)$ contenu dans le plan méridien magnétique.

La direction et le sens de ce vecteur sont indiqués par une aiguille aimantée placée en ce point et libre de s'orienter (**Doc.9-a**).

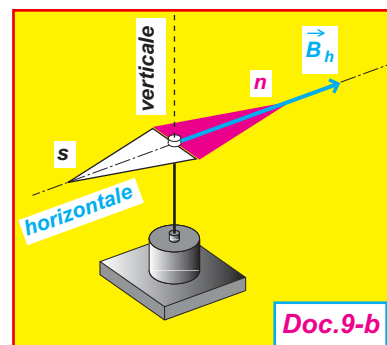
$$\vec{B}(M) = \vec{B}_h(M) + \vec{B}_v(M)$$

$\vec{B}_h(M)$: composante horizontale du vecteur champ magnétique, dirigée vers le nord magnétique ; la direction et le sens sont indiqués par une aiguille aimantée mobile autour d'un axe vertical (**Doc.9-b**).

$\vec{B}_v(M)$: composante verticale du vecteur champ magnétique.



Doc.9-a



Doc.9-b

3.3. Inclinaison et déclinaison magnétiques

L'angle $\hat{D}$ que fait le méridien magnétique avec le méridien géographique en un lieu est appelé **déclinaison magnétique** de ce lieu. La déclinaison est dite occidentale ou orientale suivant que le méridien magnétique est à l'ouest ou à l'est du méridien géographique (**Photo 8-a et 8-b**).

L'**inclinaison magnétique** d'un lieu est l'angle $\hat{I}$ que fait le vecteur champ magnétique terrestre $\vec{B}$ avec sa composante horizontale. Elle est comptée positive quand le pôle nord de l'aiguille aimantée pointe vers le sol, c'est le cas dans l'hémisphère Nord, elle est comptée négative dans le cas contraire.

MÉRIDIEN GÉOGRAPHIQUE

plan défini par la verticale du lieu et l'axe de rotation de la Terre

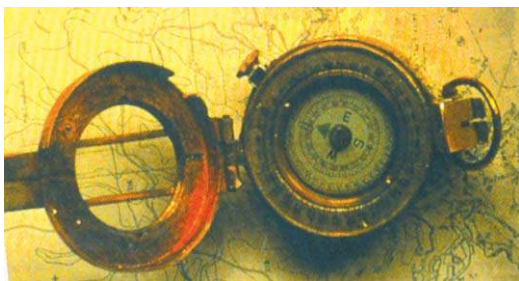


Photo.8-a

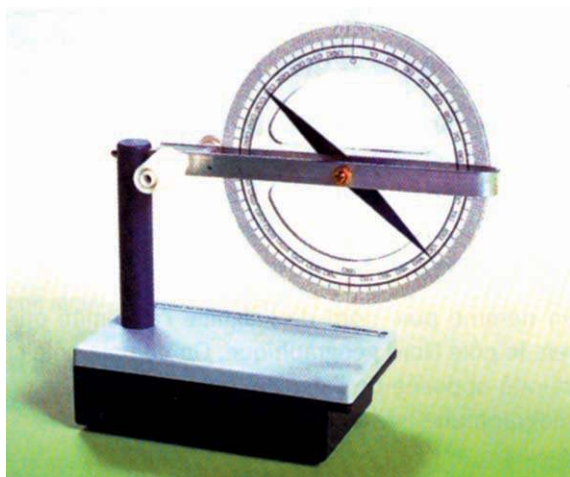


Photo.8-b

4. Champ magnétique créé par un fil conducteur parcouru par un courant électrique continu

4.1. Cas d'un fil conducteur rectiligne

EXPÉRIENCE D'OERSTED

DISPOSITIF

Une aiguille aimantée, mobile autour d'un axe vertical, est placée à quelques centimètres au dessous d'un fil rectiligne et horizontal. L'ensemble est disposé de sorte que lorsque le fil n'est parcouru par aucun courant, le fil est parallèle à l'axe de l'aiguille (**Doc.10-a**).

OBSERVATIONS

Quand on fait passer un courant dans le fil, l'aiguille aimantée dévie dans un sens (**Doc.10-b**). Si on inverse le sens du courant dans le fil, la même aiguille dévie dans l'autre sens (**Doc.10-c**).

INTERPRÉTATION

Interrupteur ouvert : en l'absence de courant électrique, l'aiguille aimantée est soumise uniquement à l'action de la composante horizontale du champ magnétique terrestre, son axe $\vec{sn}$ s'aligne suivant la composante $\vec{B}_h$ du champ magnétique terrestre.

Interrupteur fermé : le fil parcouru par un courant électrique continu crée dans son voisinage un champ magnétique qui se manifeste par des actions mécaniques supplémentaires qui contribuent à la nouvelle orientation imposée à l'aiguille aimantée ; le sens du vecteur champ magnétique, associé à ce nouveau champ à l'endroit où se trouve l'aiguille aimantée, dépend du sens du courant électrique dans le fil.

SPECTRE MAGNÉTIQUE

ACTIVITÉ EXPÉRIMENTALE

Un fil de cuivre vertical, parcouru par un courant électrique continu d'intensité I , traverse une plaque de plexiglas horizontale.

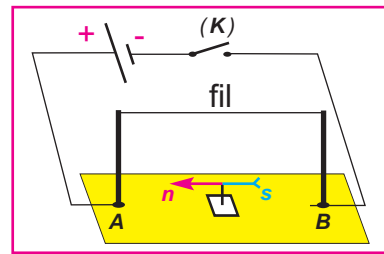
On saupoudre la plaque de plexiglas avec de la limaille de fer puis on la tapote ; on obtient le spectre magnétique correspondant au document (**Photo.9**).

Les lignes de champ sont des cercles centrés sur le fil.

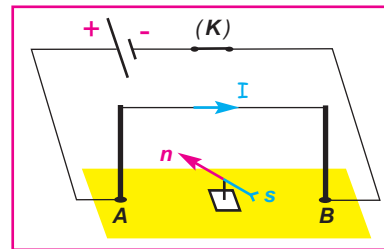
ORIENTATION DES LIGNES DE CHAMP

Le sens du vecteur champ en un point M est celui de l'axe $\vec{sn}$ d'une aiguille aimantée placée en ce point (**Doc.11**).

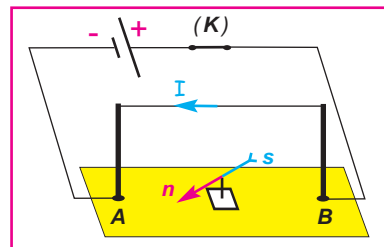
Il correspond au sens indiqué par la main gauche de l'observateur d'Ampère placé sur le fil, regardant le point M , le courant le traversant des pieds vers la tête.



Doc.10-a



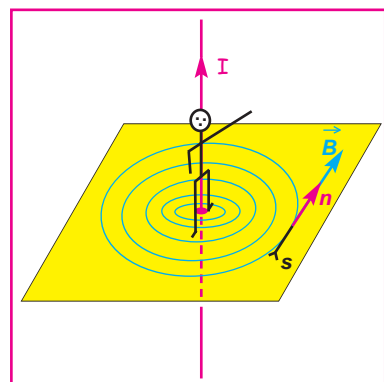
Doc.10-b



Doc.10-c



Photo.9



Doc.11

Les lignes de champ restent des lignes circulaires concentriques quel que soit le sens du courant électrique dans le fil conducteur.

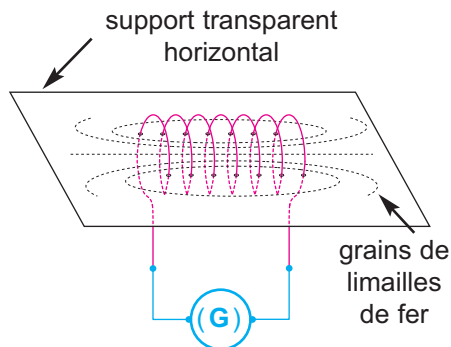
Par contre l'orientation de ces lignes associée au sens du vecteur champ magnétique en un point d'une ligne de champ, dépend du sens du courant électrique dans le fil.

3.2. Cas d'un solénoïde

SPECTRE MAGNÉTIQUE

EXPÉRIENCE

Un solénoïde, réalisé avec un fil de cuivre enroulé et enfilé dans une plaque de plexiglas comme l'indique le document **12-a**, est parcouru par un courant électrique continu d'intensité I .



Doc.12-a

On saupoudre la plaque de plexiglas avec de la limaille de fer puis on la tapote, on obtient le spectre magnétique correspondant au document **12-b** et à la **Photo.10**

Des aiguilles aimantées disposées sur la plaque de plexiglas en différents endroits, s'orientent différemment d'un point à l'autre. Si on inverse le sens du courant électrique, l'orientation de chacune d'entre elles est inversée.



Photo.10

SPIRE ET SOLÉNOÏDE

Une spire circulaire désigne l'enroulement d'un fil conducteur sur un cercle. L'axe d'une spire est la droite perpendiculaire au plan contenant la spire, passant par le centre de la spire.

Un solénoïde est une bobine constituée de l'enroulement cylindrique d'un fil conducteur. Il est donc formé de plusieurs spires circulaires de même diamètre et de même axe. Ces spires peuvent être jointes ou non.

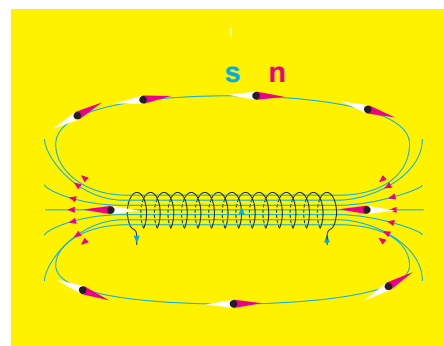
Un solénoïde est caractérisé par :

- sa longueur L qui représente la distance entre ses deux extrémités;
- son diamètre D qui est égal au diamètre de ses spires;
- son nombre de spires N .

Si la longueur d'un solénoïde est supérieure à deux fois son diamètre, il est dit long ; sinon, il est dit court.

L'axe d'un solénoïde est la droite confondue avec l'axe commun aux spires .

Le centre d'un solénoïde est le point de son axe situé à égale distance de ses extrémités.



Doc.12-b

OBSERVATIONS

À l'intérieur du solénoïde, les lignes de champ sont des droites parallèles à l'axe du solénoïde et sont toutes orientées dans le même sens.

À l'extérieur du solénoïde, le spectre magnétique est analogue à celui créé par un aimant droit de mêmes dimensions.

INTERPRÉTATION

Comme le fil parcouru par un courant électrique continu, un solénoïde crée un champ magnétique qui se manifeste par des actions mécaniques qui imposent aux différentes aiguilles aimantées disposées en différents endroits de son voisinage une orientation spécifique à chacune d'entr'elles.

Le spectre magnétique n'a plus le même aspect que celui obtenu avec le fil rectiligne. Le changement de géométrie du fil a entraîné une modification du champ magnétique qu'il génère.

Le sens du vecteur champ magnétique, associé à ce champ à l'endroit où se trouve une aiguille aimantée, dépend du sens du courant électrique dans le fil.

Un solénoïde parcouru par un courant électrique continu se comporte comme un aimant droit de mêmes dimensions.

Par analogie avec les pôles de l'aimant, il possède une face nord et une face sud.

On désigne par face nord la face par laquelle sortent les lignes de champ, et par face sud celle par laquelle elles entrent.

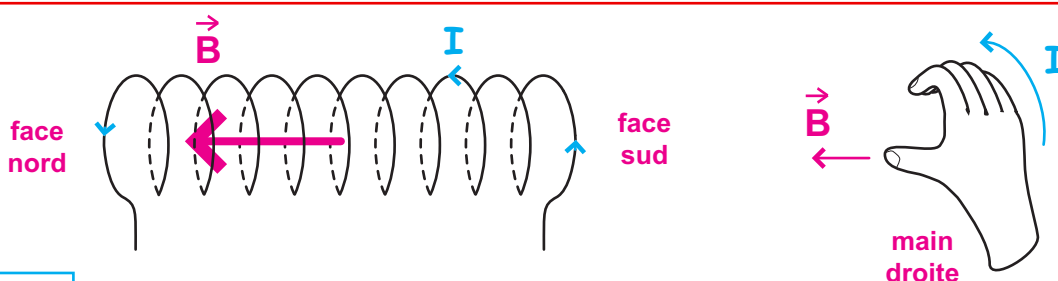
Les deux faces sud et nord du solénoïde changent de nom lorsque le courant électrique change de sens.

RÈGLE DE L'OBSERVATEUR D'AMPÈRE

Le sens du vecteur champ magnétique créé par un solénoïde est donné aussi par le bras gauche tendu d'un observateur d'Ampère, couché sur une des spires de sorte que le courant électrique lui pénètre par les pieds et lui sort par la tête tout en regardant l'intérieur du solénoïde.

DÉTERMINATION DES DEUX FACES D'UN SOLÉNOÏDE PARCOURU PAR UN COURANT ÉLECTRIQUE CONTINU**RÈGLE DE LA MAIN DROITE**

Le pouce de la main droite sort par la face nord du solénoïde lorsque, la paume de la main étant dirigée vers l'intérieur du solénoïde, les autres doigts indiquent le sens du courant (**Doc.13**).

**Doc.13**

VALEUR DU VECTEUR CHAMP MAGNÉTIQUE (voir fiche TP)

À l'intérieur d'un solénoïde parcouru par un courant électrique continu d'intensité I , le champ magnétique est uniforme.

Dans le vide, la valeur du vecteur champ magnétique est donnée par la relation :

$$\| \vec{B} \| = \mu_0 \frac{N}{L} I = \mu_0 n I$$

μ_0 : perméabilité du vide et de l'air ($4\pi \cdot 10^{-7} \text{ S.I.}$)

N : nombre total de spires

L : longueur du solénoïde (en m)

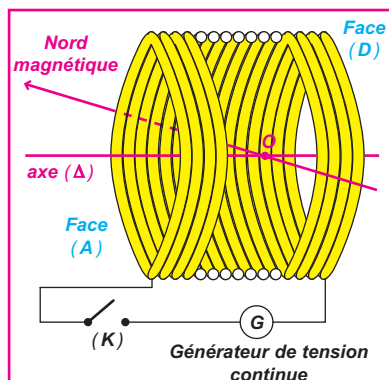
n : nombre de spires par unité de longueur.

Remarque : la perméabilité de l'air est très proche de celle du vide

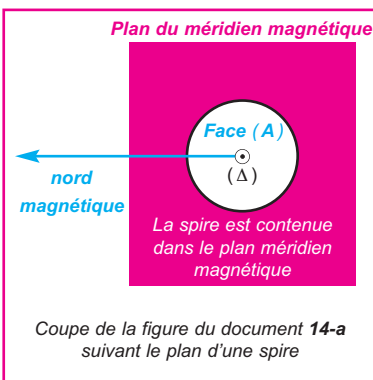
EXERCICE RÉSOLU

ÉNONCÉ :

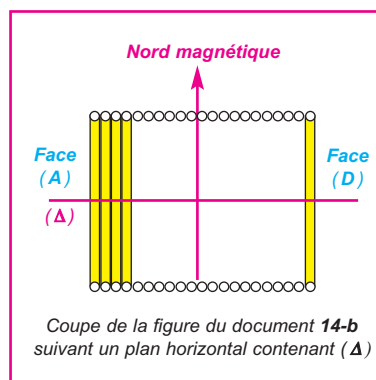
Un solénoïde comporte **2000** spires par mètre et renferme dans sa région centrale une aiguille aimantée, placée sur pivot vertical. L'axe horizontal (Δ) du solénoïde est placé perpendiculairement au plan du méridien magnétique terrestre. On donne la valeur de la composante horizontale du champ magnétique terrestre $\|\vec{B}_h\| = 2.10^{-5} \text{ T}$.



Doc.14-a



Doc.14-b



Doc.14-c

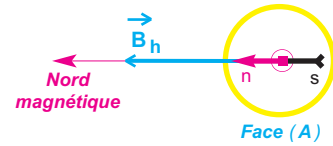
- Recopier les documents 14-b et 14-c et indiquer sur le vecteur $\vec{B}_h$. Représenter, dans les mêmes documents, la position initiale de l'aiguille aimantée lorsque (K) est ouvert.
- (K) est fermé: un courant d'intensité $I = 5 \text{ mA}$ circule dans le fil conducteur du solénoïde et de sens tel que la face (A) est une face sud ; l'aiguille dévie d'un angle α .
 - Calculer la valeur du champ magnétique $\vec{B}_s$ créé par la bobine en son centre.
 - Représenter dans le document 14-c les vecteurs $\vec{B}_s$ et $\vec{B}_h$, et le vecteur somme $\vec{B}_t = \vec{B}_s + \vec{B}_h$; on prendra comme échelle **1 cm** pour 10^{-5} T .
Calculer la valeur de l'angle α .
- On désire maintenant annuler le champ horizontal total à l'intérieur du solénoïde. Faire un schéma indiquant la position à donner au solénoïde et le sens du courant qui le parcourt.
Déterminer l'intensité I_0 de ce courant.
La position de l'aiguille aimantée est alors indifférente. Préciser pourquoi.
- On double la valeur du courant $I = 2 I_0$ tout en gardant le dispositif de la question 3. Préciser la position d'équilibre de l'aiguille aimantée.

SOLUTION

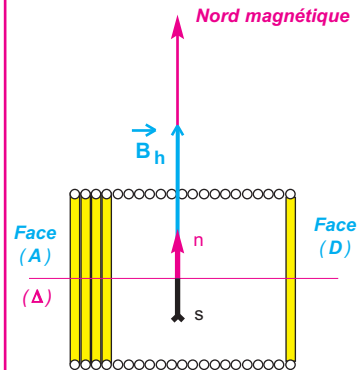
1- Représentation de la position initiale de l'aiguille aimantée lorsqu'aucun courant ne traverse le solénoïde

Le méridien magnétique d'un lieu est le plan vertical formé par le centre de la Terre et la direction de l'aiguille aimantée en ce lieu.

La composante horizontale $\vec{B}_h$ du champ magnétique terrestre est dirigée vers le Nord magnétique.
En l'absence de courant dans le solénoïde, l'aiguille aimantée sur pivot vertical, s'oriente suivant $\vec{B}_h$ (Doc 14-d) et (Doc 14-e).



Doc.14-d



Doc.14-e

2 -a- Champ magnétique $\vec{B}_s$

Le champ magnétique $\vec{B}_s$ créé par la bobine parcourue par un courant d'intensité $I = 5 \text{ mA}$ a pour valeur :

$$\|\vec{B}_s\| = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{N}}{\text{L}} I$$

Application numérique:

$$\|\vec{B}_s\| = 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 2000 \cdot 5 \cdot 10^{-3}$$

$$\|\vec{B}_s\| = 1,26 \cdot 10^{-5} \text{ T}$$

-b- Représentation des vecteurs $\vec{B}_s$, $\vec{B}_h$ et $\vec{B}_t = \vec{B}_s + \vec{B}_h$

Le sens de $\vec{B}_s$ est déterminé grâce à la règle de la main droite (Doc 14-f).

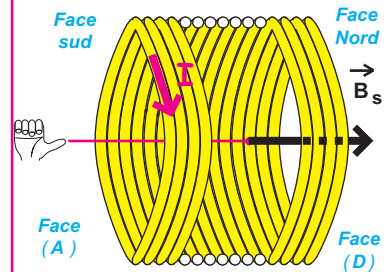
Les vecteurs $\vec{B}_s$, $\vec{B}_h$ et $\vec{B}_t = \vec{B}_s + \vec{B}_h$ sont représentés sur (Doc 14-g).

L'aiguille aimantée a tourné d'un angle α tel que :

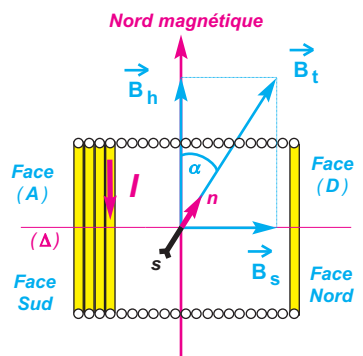
$$\tan \alpha = \frac{\|\vec{B}_s\|}{\|\vec{B}_h\|}$$

Application numérique: $\tan \alpha = \frac{1,26 \cdot 10^{-5}}{2 \cdot 10^{-5}} = 0,63$

$$\alpha = 32,2^\circ$$



Doc.14-f



Doc.14-g

3- Nouvelle disposition du solénoïde

Pour que le champ magnétique horizontal total dans le solénoïde soit nul, il faut que $\vec{B}_s$ et $\vec{B}_h$ soient directement opposés (même direction, même valeur et de sens opposés) (**Doc 14-h**). On procède à une rotation du solénoïde d'un angle de 90° dans le plan horizontal de sorte que la face (A) soit du côté de $\vec{B}_h$ tout en gardant le même sens pour le courant électrique.

$$\|\vec{B}_s\| = \|\vec{B}_h\| \quad 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{N}{L} I_0 = \|\vec{B}_h\|$$

$$I_0 = \frac{\|\vec{B}_h\|}{4\pi \cdot 10^{-7} \left(\frac{N}{L}\right)}$$

Application numérique:

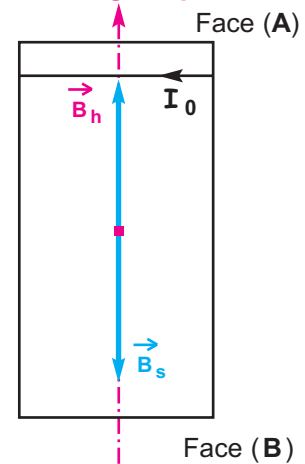
$$I_0 = \frac{2 \cdot 10^{-5}}{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 2000}$$

$$I_0 = 7,96 \cdot 10^{-3} \text{ A}$$

La direction de l'aiguille est indifférente car le champ magnétique total est nul :

$$\vec{B}_t = \vec{B}_s + \vec{B}_h = \vec{0}$$

Nord magnétique



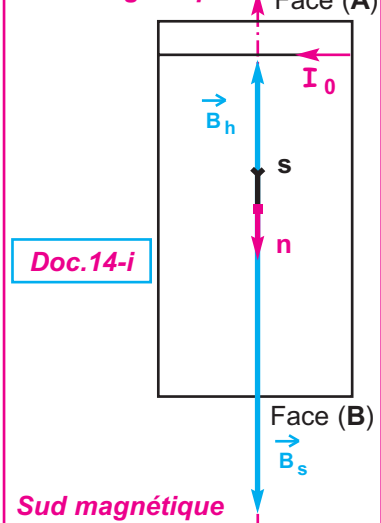
Doc.14-h

4- Nouvelle position d'équilibre de l'aiguille

Si on double l'intensité du courant, le vecteur champ magnétique $\vec{B}_s$ voit sa valeur doubler et reste opposé à la composante horizontale $\vec{B}_h$.

Le champ magnétique horizontal total est dirigé vers le Sud magnétique terrestre. L'aiguille voit donc son pôle Nord se diriger, non pas vers le Nord, mais vers le Sud magnétique terrestre (**Doc 14-i**).

Nord magnétique



Doc.14-i

5. La lévitation magnétique

DÉFINITION

La lévitation est une technique permettant de soustraire un objet à l'action de la pesanteur par l'intermédiaire de différents procédés (électrostatique, électrodynamique..) et également par magnétisme.

APPLICATION DE LA TECHNOLOGIE MAGNETIQUE

Le Maglev (Magnetic Levitation Train) actuellement en service d'essais depuis environ 30 ans au Japon peut atteindre **550 km/h** (record de vitesse) en se déplaçant à quelques centimètres au-dessus de rails spéciaux.

PRINCIPE:

La technologie du train à lévitation magnétique repose sur le principe que deux électroaimants s'attirent ou se repoussent suivant le sens du courant. Le train est équipé d'électroaimants supraconducteurs n'offrant aucune résistance au passage du courant.



Photo.11

L'ESSENTIEL DU COURS

VECTEUR CHAMP MAGNÉTIQUE

La direction et le sens du vecteur champ magnétique $\vec{B}(\mathbf{M})$ sont indiqués par la direction orientée **pôle sud - pôle nord** que prend une aiguille aimantée libre de s'orienter et placée au point $\mathbf{M}$. Sa valeur s'exprime en Tesla (**T**).

SPECTRE MAGNÉTIQUE

Un spectre magnétique matérialise les lignes de champ.
Une ligne de champ sort du pôle nord et entre par le pôle sud de l'aimant qui la génère ;
Pour un courant circulaire, les lignes de champ sortent de la face nord et rentrent par la face sud.

CHAMP MAGNÉTIQUE TERRESTRE

Le vecteur champ magnétique terrestre $\vec{B}(\mathbf{M})$ en un point $\mathbf{M}$ admet une composante horizontale $\vec{B}_h$ dirigée vers le nord magnétique et une composante verticale $\vec{B}_v$ dirigée vers le centre de la Terre.

- L'angle que fait $\vec{B}_h$ avec $\vec{B}(\mathbf{M})$ s'appelle **inclinaison magnétique**.
- L'angle que fait la direction du nord magnétique (celle de $\vec{B}_h$) avec la direction du nord géographique s'appelle la **déclinaison magnétique**.
- Le plan vertical contenant $\vec{B}(\mathbf{M})$ s'appelle le **méridien magnétique**.
- L'axe orienté $\vec{sn}$ d'une aiguille aimantée sur pivot vertical, indique la direction et le sens de $\vec{B}_h$ loin de toutes autres sources de champs magnétiques.

CHAMP MAGNÉTIQUE UNIFORME

Un champ magnétique est uniforme s'il a les mêmes caractéristiques en chaque point de l'espace champ.

EXEMPLES DE CHAMPS MAGNÉTIQUES UNIFORMES

- . champ magnétique qui règne entre les deux branches d'un aimant en **U**
- . champ magnétique terrestre dans un domaine restreint à proximité de la surface terrestre.
- . champ magnétique à l'intérieur d'un solénoïde parcouru par un courant continu.

CHAMP MAGNÉTIQUE CRÉÉ PAR UN SOLÉNOÏDE

Un solénoïde parcouru par un courant électrique continu se comporte comme un aimant droit.

Par analogie avec les pôles d'un aimant, un solénoïde possède une face nord et une face sud déterminées à l'aide de la règle de la main droite.

On désigne par face nord la face par laquelle sortent les lignes de champ, et par face sud celle par laquelle elles entrent.

Les deux faces sud et nord du solénoïde changent de nom lorsque le courant électrique change de sens.

À l'intérieur d'un solénoïde parcouru par un courant électrique continu d'intensité **I**, le champ magnétique est uniforme.

Dans le vide, la valeur du vecteur champ magnétique est donnée par la relation :

$$\|\vec{B}\| = \mu_0 \frac{N}{L} I = \mu_0 n I$$

TRAVAUX PRATIQUES

BUT

- Dégager la relation $\|\vec{B}\| = \mu n I$
- Détermination de la perméabilité μ de l'air.

MATÉRIEL

- un solénoïde à quatre enroulements comportant chacun 200 spires bobinées sur un support cylindrique de longueur $L = 0,405 \text{ m}$.
- un générateur de tension continue $0 \text{ V} - 30 \text{ V}$.
- un rhéostat de $23 \Omega - 7 \text{ A}$.
- un ampèremètre.
- un teslamètre.
- des fils de connexion.

EXPÉRIENCE N°1

PROTOCOLE EXPÉRIMENTAL

Le nombre de spires est $N = 200$ spires. La longueur du solénoïde est $L = 0,405 \text{ m}$.

On maintient la tête de la sonde au centre O du solénoïde. On varie I et on mesure $\|\vec{B}\|$.

TABLEAU DE MESURES

$I \text{ (A)}$	0,0	1,0	2,0	3,0	4,0	5,0
$\ \vec{B}\ \text{ (mT)}$						

EXPLOITATION DES RÉSULTATS DE MESURES

Compléter le tableau de mesures

Tracer la courbe $\|\vec{B}\| = f(I)$.

En déduire la proportionnalité entre $\|\vec{B}\|$ et I

EXPÉRIENCE N°2

PROTOCOLE EXPÉRIMENTAL

On fait varier le nombre N de spires sur le support de longueur $L = 0,405 \text{ m}$.

On maintient la tête de la sonde au centre O du solénoïde. On fixe $I = 1 \text{ A}$.

TABLEAU DE MESURES

N	$L \text{ (m)}$	$n \text{ (spires/m)}$	$\ \vec{B}\ \text{ (mT)}$
200	0,405	493,8	
400	0,405	987,6	
600	0,405	1481,14	
800	0,405	1975,2	

Compléter le tableau de mesures

Tracer la courbe $\|\vec{B}\| = f(n)$.

En déduire la proportionnalité entre $\|\vec{B}\|$ et n

DÉTERMINATION DE LA PERMÉABILITÉ DE L'AIR

La valeur de la perméabilité du vide μ_0 peut être déduite à partir du tracé $\|\vec{B}\| = f(I)$

ou $\|\vec{B}\| = f(n)$.

POUR EN SAVOIR PLUS

LE CHAMP MAGNÉTIQUE TERRESTRE

Suivant l'altitude, la nature des particules et leur nombre, on définit dans l'espace plusieurs zones où le champ magnétique terrestre agit différemment.

En partant du sol, on a principalement :

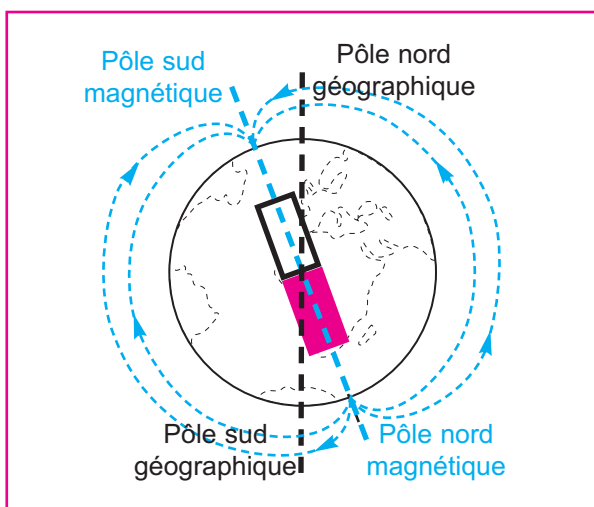
- **l'atmosphère** : neutre, ne subit pas d'effet du champ magnétique terrestre.
- **l'ionosphère** : mélange de gaz neutre et de plasma, dense et lourd. Le chauffage de l'ionosphère (jusqu'à **10 000** degrés) et la création du plasma sont principalement dus à l'absorption des rayonnements ultra-violet en provenance du Soleil.
- **la magnétosphère** : milieu très dilué, la magnétosphère est remplie de plasma qui interagit fortement avec le champ magnétique. La magnétosphère est séparée du vent solaire par une frontière de quelques centaines de kilomètres d'épaisseur.
- **la magnétopause** : là où le champ magnétique terrestre s'annule.

plasma

particules électriquement chargées qui ont à la fois les caractéristiques d'un fluide et d'un conducteur d'électricité.

Structure du champ magnétique

- Jusqu'à une distance du centre de la Terre, quatre fois le rayon terrestre, le champ magnétique terrestre est assimilable à celui que créerait un aimant droit placé à l'intérieur du globe incliné d'environ **11°** par rapport à l'axe de rotation de la Terre. (**Doc.15**)



Doc.15

- Au-delà de l'**ionosphère**, soit au-dessus de **800** à **1000 km** d'altitude, le vent solaire et le champ magnétique qu'il transporte modifient la forme de la **magnétosphère** en la comprimant du côté jour et en créant une longue traînée du côté nuit lui donnant une forme de comète comme le montre les documents (**Photo.12-a**) et (**Photo.12-b**).

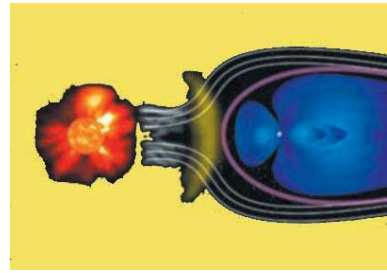


Photo.12-a

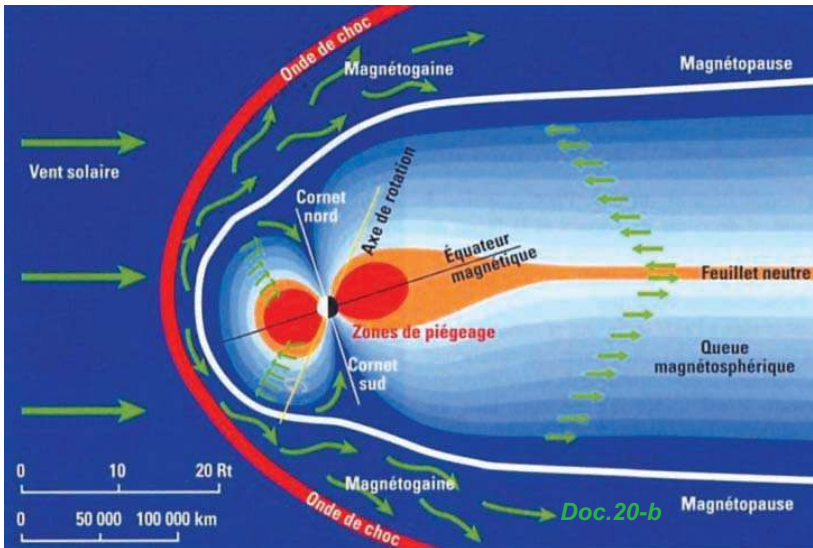


Photo.12-b

La magnétosphère constitue une sorte de **bouclier magnétique** qui protège la Terre contre les particules (électrons, protons, ions) qui forment le vent solaire.

Ces particules électrisées sont guidées par les lignes de champ magnétique ; elles tourbillonnent autour de ces lignes, le plus grand nombre est dévié et la Terre est ainsi protégée.

Certaines particules (environ **10%**) s'engouffrent dans les "**cornets**" polaires nord ou sud, guidées par les lignes de champ du champ magnétique terrestre, entrent dans l'atmosphère et excitent les molécules qui la composent.

Ces dernières se dés excitent en émettant de la lumière, produisant le magnifique spectacle des aurores boréales (**Photo.12-c**) .

La lumière verte ou rouge de l'aurore boréale provient des atomes excités de dioxygène, alors que la lumière violette provient des molécules excitées de diazote.



Photo.12-c : cette aurore boréale a été prise en photo février 2003, au cours d'un voyage à Kulusuk (côte est du Groenland).

TESLAMÈTRE

Pour mesurer la valeur du vecteur champ magnétique dans une petite région de l'espace assimilable à un point, on utilise un teslamètre muni d'une sonde à effet Hall.

DESCRIPTION

Lorsqu'un matériau appelé semi-conducteur est parcouru par un courant électrique tout en étant soumis à un champ magnétique, une tension électrique apparaît entre ses deux faces : c'est l'effet Hall.

Cette tension de Hall est ici traitée électroniquement par un teslamètre qui l'amplifie et la convertit en unité de champ magnétique.

Une sonde à effet Hall est généralement formée d'une tige graduée en unité de longueur, à l'extrémité de laquelle est fixée une pastille de semi-conducteur : le capteur de Hall.

Si l'axe de la pastille est confondu avec l'axe de la tige, la sonde est dite axiale.

Si l'axe de la pastille est perpendiculaire à l'axe de la tige, la sonde est dite tangentielle.

Certaines sondes comportent deux pastilles : une axiale et l'autre tangentielle.



L'axe de la pastille tangentielle est perpendiculaire à l'axe de la sonde ; par contre l'axe de la pastille axiale est confondu avec celui de la sonde.

RÉGLAGE DU ZÉRO

Pour ne pas prendre en compte le champ magnétique terrestre, il est nécessaire, avant toute série de mesures, de s'assurer que le teslamètre indique une valeur nulle lorsque la sonde est éloignée de toute source de champ magnétique.

Dans le cas contraire, il faut régler le zéro de l'appareil, en se référant au protocole indiqué dans la notice d'utilisation.

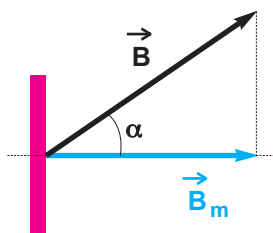
MESURE DU CHAMP MAGNÉTIQUE

- La mesure indiquée par le teslamètre correspond à la valeur de la composante du champ magnétique suivant l'axe de la pastille à effet Hall, à l'endroit où elle est placée.
- Une sonde axiale est ainsi sensible à la valeur de la composante du vecteur champ magnétique suivant son axe. Une sonde tangentielle est sensible à la valeur de la composante du vecteur champ magnétique suivant un axe perpendiculaire à l'axe de la tige.
- Si l'axe de la pastille de mesure est orienté d'un angle α par rapport à la direction du champ magnétique au point considéré, la valeur mesurée est :

$$\|\vec{B}_m\| = \|\vec{B}\| \cos \alpha$$
- Si l'angle α est supérieur à 90° , la valeur indiquée par le tesla-mètre est affectée d'un signe moins.
- En pratique, pour placer la sonde dans la direction et le sens du champ magnétique dont on veut mesurer la valeur, il faut chercher l'orientation de la sonde pour laquelle la valeur indiquée est maximale.

On a alors:

$$\alpha = 0^\circ, \cos \alpha = 1 \text{ et } \|\vec{B}_m\| = \|\vec{B}\|$$



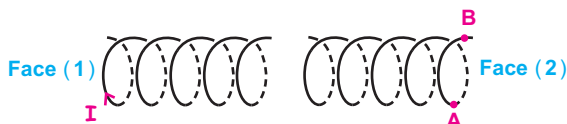
Pastille à effet Hall

La sonde à effet Hall mesure la valeur de la composante $\vec{B}_m$

Je vérifie mes connaissances*Chaque question peut avoir une ou plusieurs réponses correctes*

- 1- le vecteur champ magnétique créé par un aimant droit en un point **M**
- a - sort du pôle nord de cet aimant.
 - b - se dirige du pôle sud vers le pôle nord d'une aiguille aimantée placée en **M**.
 - c - a une direction perpendiculaire à l'axe de l'aimant.

2-

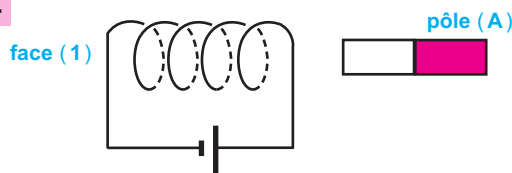


Les deux solénoïdes s'attirent car :

- a - le courant électrique d'intensité **I'** circule de **A** vers **B**.
- b - la face (1) est une face nord.
- c - la face (2) est une face sud.
- d - le vecteur champ magnétique créé par **I'** à l'intérieur du solénoïde à travers lequel il circule, rentre par la face (2).

- 3- Un solénoïde de longueur **L**, comportant **N** spires, est parcouru par un courant électrique. La valeur du vecteur champ magnétique créé à l'intérieur du solénoïde augmente si :
- a - on augmente **N** en gardant **L** inchangée.
 - b - on augmente **L** en gardant **N** inchangée.
 - c - on augmente le rapport $\frac{N}{L}$
 - d - on change le sens du courant électrique en gardant son intensité inchangée.

4-



On observe une répulsion car :

- a - la face (1) est une face sud.
- b - le pôle (A) est un pôle nord.
- c - le vecteur champ magnétique créé par le courant à l'intérieur du solénoïde entre par la face (1).

Je sais appliquer mes connaissances; je sais raisonner

Ex-1- Un solénoïde, long de **80 cm**, comporte **800 spires**.

- 1 - On place une aiguille aimantée, mobile autour d'un axe vertical, au centre du solénoïde. Lorsque le solénoïde n'est parcouru par aucun courant électrique, cette aiguille est perpendiculaire à l'axe du solénoïde. Quelle est la direction prise par cette aiguille aimantée ? Faire un schéma de ce dispositif, vu de dessus, en indiquant le nom des pôles de l'aiguille aimantée.

- 2 - le solénoïde est maintenant parcouru par un courant d'intensité **I = 32 mA**. Donner les caractéristiques du vecteur champ magnétique apparaissant à l'intérieur du solénoïde (on fera apparaître sur le schéma précédent le sens du courant et le sens du vecteur champ magnétique.
- 3 - De quel angle la petite aiguille aimantée va-t-elle tourner ?

Données : perméabilité du vide $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ S.I}$
 $\left\| \vec{B}_h \right\| = 2 \cdot 10^{-5} \text{ T}$

Ex-2- Un voyageur qui traverse un désert a perdu sa piste à la suite d'une tempête de sable. **I** sait qu'il est à **20 km** d'une oasis, située au sud géographique, et décide d'employer une boussole pour y parvenir. Ne connaissant pas la valeur de la

déclinaison, il se fie à l'aiguille aimantée.

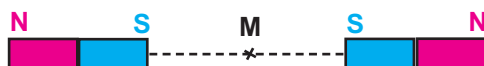
I arrive ainsi à **1 km** à l'est de l'oasis lorsqu'il en aperçoit les palmiers "Ouf" dit-il, et il calcule sans retard la déclinaison magnétique, en prévision de sa prochaine étape. Quelle valeur trouve-t-il ?

Ex-3- On approche l'un de l'autre deux barreaux aimantés identiques, selon les schémas des documents 16-a,b,c et d.

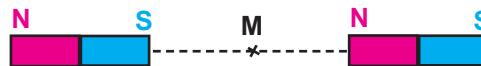
- 1 - Recopier les différents schémas et représenter, pour les différents cas

envisagés, le vecteur champ magnétique au point **M**

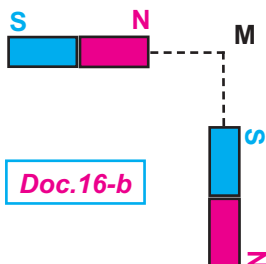
- 2 - Dans chaque cas, indiquer l'orientation d'une aiguille aimantée centrée au point **M**. Préciser les pôles magnétiques de l'aiguille.



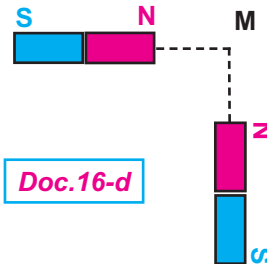
Doc.16-a



Doc.16-c



Doc.16-b



Doc.16-d

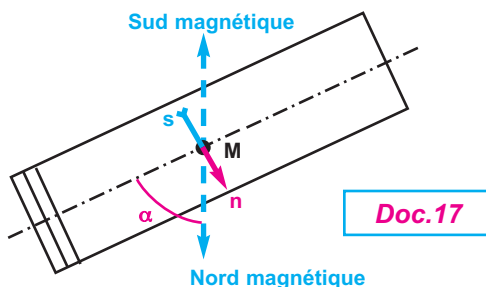
EX-4- Un solénoïde parcouru par un courant continu d'intensité I , comportant $N = 400$ spires réparties sur une longueur $L = 50$ cm, est disposé horizontalement de sorte que son axe fait un angle $\alpha = 60^\circ$ avec le méridien magnétique terrestre. En un point M à l'intérieur du solénoïde, on place une aiguille aimantée mobile autour d'un axe vertical. Elle s'oriente perpendiculairement à l'axe du solénoïde comme l'indique le schéma du **Doc.17**

- 1- Représenter la composante horizontale du vecteur champ magnétique terrestre au point M . Echelle : $1\text{cm} \longleftrightarrow 0,5 \cdot 10^{-5} \text{ T}$
- 2- Déterminer la valeur du vecteur champ magnétique créé par le solénoïde.
- 3 - Indiquer sur la figure le sens du courant électrique et calculer la valeur de son intensité.

Données :

perméabilité du vide $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ S.I}$

composante horizontale du vecteur champ magnétique terrestre : $\|\vec{B}_h\| = 2 \cdot 10^{-5} \text{ T}$



Doc.17

Ex-5- Soit un premier solénoïde (S_1) de longueur $L = 50\text{cm}$ et comprenant 200 spires.

- 1- a -** Donner les caractéristiques du vecteur champ magnétique créé au centre de ce solénoïde lorsqu'il est parcouru par un courant électrique continu d'intensité I . Faire un schéma clair en y figurant le sens du vecteur champ magnétique et le sens du courant électrique.

Perméabilité du vide : $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ S.I}$

- b -** On place une petite aiguille aimantée à l'intérieur de (S_1), au voisinage de son centre. Son axe est disposé horizontalement et perpendiculairement au plan du méridien magnétique terrestre. Calculer l'intensité I du courant qu'il faut faire passer dans (S_1) pour que l'aiguille aimantée dévie de 30° .

Composante horizontale du champ

magnétique terrestre : $B_h = 2 \cdot 10^{-5} \text{ T}$

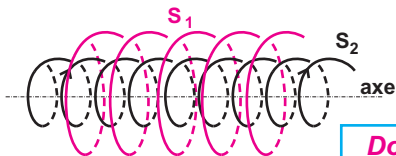
- 2-** Soit un second solénoïde comportant

80 spires par mètre de longueur.

Les deux solénoïdes (S_1) et (S_2) sont disposés de manière à avoir le même axe; cet axe commun étant perpendiculaire au méridien magnétique terrestre (**Doc-18**).

Les deux solénoïdes sont branchés en série dans un circuit électrique.

On constate que l'aiguille aimantée dévie de 45° . Déterminer la valeur de l'intensité I' du courant électrique qui les parcourt; on trouvera deux solutions qui devront être interprétées.



Doc.18

Ex-6- On s'intéresse uniquement au champ magnétique créé entre les deux branches d'un aimant en U.

1 - Quels sont la direction et le sens du vecteur champ magnétique en un point de cette région ? Comment qualifie-t-on le champ magnétique dans cette région ?

2 - On mesure la valeur du champ magnétique en un point de l'entrefer à l'aide d'une sonde à effet Hall comportant une pastille tangentielle et une pastille axiale.

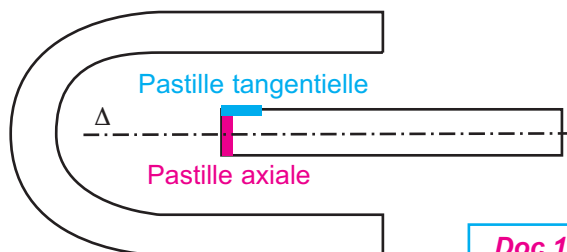
La sonde est placée selon le schéma du document 19.

Le champ magnétique mesuré par la pastille tangentielle a une valeur $\|\vec{B}\|$ égale à **65 mT**.

Quelle valeur attend-on de la mesure donnée par la pastille axiale?

3 - On fait tourner la sonde d'un angle $\alpha = 30^\circ$

Quelle est la nouvelle valeur mesurée par chacune des deux pastilles?



Doc.19

3

FORCE DE LAPLACE

*Le moteur à courant continu est une application directe de la force de Laplace.
Il transforme de l'énergie électrique en énergie mécanique pour mettre
en mouvement un corps.*

OBJECTIFS

- Mettre en évidence expérimentalement la force de Laplace.
- Déterminer les caractéristiques de la force de Laplace.
- Expliquer le principe de fonctionnement d'un moteur à courant continu.



Photo.1-a : la roue de Barlow est l'ancêtre des moteurs électriques.



Photo.1-b : Grue munie d'un conducteur parcouru par un courant électrique, crée un champ magnétique capable d'attirer certains métaux à la manière d'un aimant

1. Mise en évidence expérimentale de la force de Laplace

1.1. Activité expérimentale - 1 -



Photo.2

Le circuit du document **1-a** comporte :

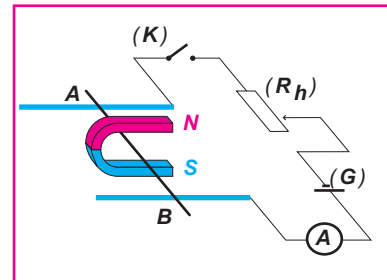
- deux rails horizontaux en cuivre, parallèles, reliés à un générateur de courant continu (**G**) par l'intermédiaire d'un rhéostat et un interrupteur (**K**), un ampèremètre (**A**) permettant de contrôler le passage du courant électrique.
- un barreau cylindrique (**AB**) en cuivre, rectiligne et homogène, reposant perpendiculairement sur les rails.

Un aimant en **U** est disposé tel que le barreau (**AB**) est placée dans l'entrefer ; le champ magnétique uniforme qui règne entre les deux branches de l'aimant est vertical, dirigé vers le bas et perpendiculaire au plan formé par les rails et le barreau.

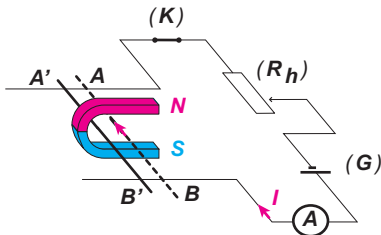
(**K**) ouvert : le barreau est immobile.

(**K**) fermé : le barreau se met en mouvement perpendiculairement aux rails, dans le sens indiqué dans le document **1-b**.

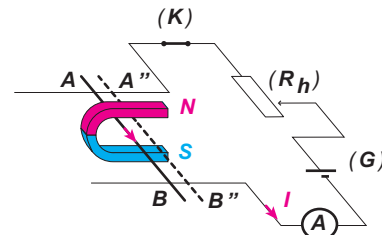
Invertissons le sens de circulation du courant électrique en agissant sur les connexions établies aux bornes de (**G**) ; le déplacement du barreau a lieu dans le sens contraire (**Doc.1-b**).



Doc.1-a : le barreau (**AB**) placé dans un champ magnétique et non parcouru par un courant électrique ne se déplace pas.



Doc.1-b : le barreau (**AB**) placé dans un champ magnétique et parcouru par un courant électrique se déplace vers la position (**A'B'**).

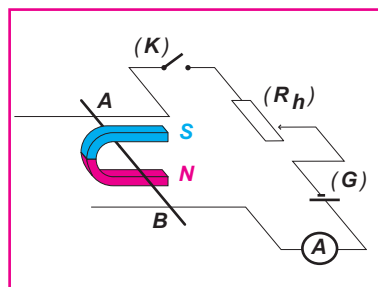


Doc.1-c : le barreau (**AB**) placé dans un champ magnétique et parcouru par un courant électrique se déplace vers la position (**A''B''**).

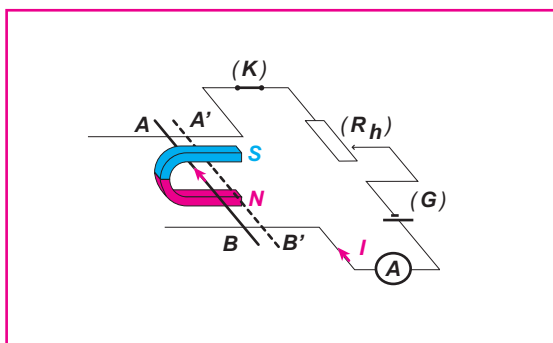
Dans le circuit du document **1-a** on change la disposition de l'aimant en **U** de sorte que le champ magnétique uniforme qui règne entre ses deux branches soit vertical et dirigé vers le haut (**Doc.2-a**)

(K) fermé : le barreau se met en mouvement perpendiculairement aux rails, dans le sens indiqué dans le document (**Doc.2-b**).

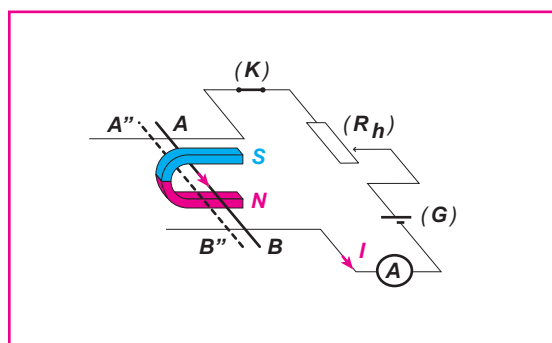
Inversons le sens de circulation du courant électrique en agissant sur les connexions établies aux bornes de (G) ; le déplacement du barreau a lieu dans le sens contraire (**Doc.2-c**).



Doc.2-a : le barreau (AB) placé dans un champ magnétique et non parcouru par un courant électrique ne se déplace pas.



Doc.2-b : le barreau (AB) placé dans un champ magnétique et parcouru par un courant électrique se déplace vers la position (A'B').



Doc.2-c : le barreau (AB) placé dans un champ magnétique et parcouru par un courant électrique se déplace vers la position (A''B'').

Enfin si nous retirons l'aimant en **U** aussi bien dans le circuit du document **1-a** que celui du document **2-a**, le barreau (AB) reste immobile même si (K) est fermé.

Un conducteur parcouru par un courant électrique et placé dans un champ magnétique est soumis à une force magnétique appelée **force de Laplace**.

POINT D'APPLICATION

La force de Laplace est une action répartie : elle agit en chaque point du conducteur.

Dans un champ magnétique uniforme, l'ensemble des actions réparties est équivalent à une force unique représentée par un vecteur $\vec{F}$ dont l'origine est le milieu de la portion de conducteur de longueur ℓ qui baigne dans le champ magnétique $\vec{B}$.

NOTATION

Un vecteur perpendiculaire au plan de la page et sortant sera représenté par un point dans un cercle.



Par contre si le vecteur est rentrant il sera représenté par une croix dans un cercle

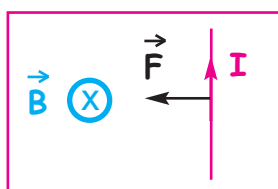
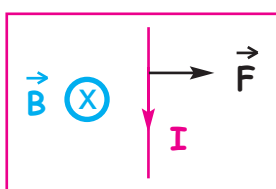
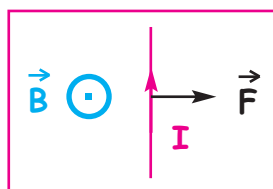
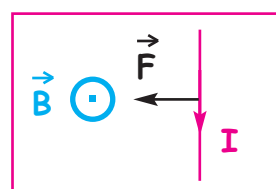


DIRECTION

La direction de la force de Laplace est perpendiculaire au plan formé par la portion de conducteur de longueur ℓ parcouru par le courant électrique d'intensité I et la direction du vecteur champ magnétique $\vec{B}$.

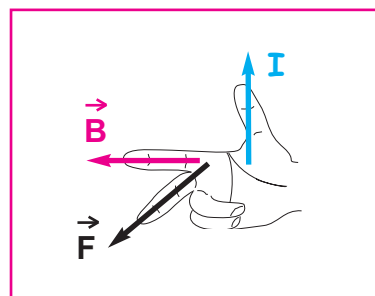
SENS

Les documents **1-b**, **1-c**, **2-b** et **2-c**, correspondent respectivement aux schémas des documents **1-b'**, **1-c'**, **2-b'** et **2-c'**.

**Doc.1-b'****Doc.1-c'****Doc.2-b'****Doc.2-c'**

A partir de ces quatres documents, le sens du déplacement du fil conducteur, placé dans un champ magnétique uniforme et parcouru par un courant électrique, change selon le sens du vecteur champ magnétique et celui du courant électrique dans le fil conducteur.

Le sens de la force de Laplace est donné par une règle d'orientation, comme la règle des trois doigts de la main droite. Le pouce, le majeur et l'index sont disposés selon trois axes orthogonaux ; on leur associe respectivement les sens du courant électrique dans le fil conducteur, du vecteur champ magnétique et du vecteur force de Laplace (**Doc.3**).

**Doc.3**

1.2. Activité expérimentale - 2 -

Le circuit du document **4-a** comporte :

- un générateur de courant continu (**G**), un rhéostat (**Rh**), un interrupteur (**K**) et un ampèremètre (**A**).
- un fil (**f**) en cuivre rectiligne et homogène, suspendu par son extrémité supérieure à un axe horizontal (Δ) qui lui est perpendiculaire et autour duquel il peut tourner librement ; l'autre extrémité plonge dans une cuve contenant une solution électrolytique concentrée qui permet le passage du courant électrique tout en minimisant les frottements lors du mouvement de la tige.

L'un des fils de connexion est mis en contact avec l'extrémité supérieure du fil (**f**), un autre fil de connexion plonge dans la solution conductrice.

L'aimant en **U** est disposé tel que le fil (**f**) est placé dans l'entrefer ; le vecteur champ magnétique uniforme qui règne entre les deux branches de l'aimant est horizontal, parallèle à (Δ) et rentrant.

(**K**) ouvert : le fil (**f**) est immobile selon la verticale.

(**K**) fermé : le fil (**f**) s'écarte de la verticale dans le sens indiqué dans le document **4-b**.

Invertissons le sens de circulation du courant électrique en agissant sur les connexions établies aux bornes de (**G**), le déplacement du fil (**f**) a lieu dans le sens contraire (**Doc.4-c**).

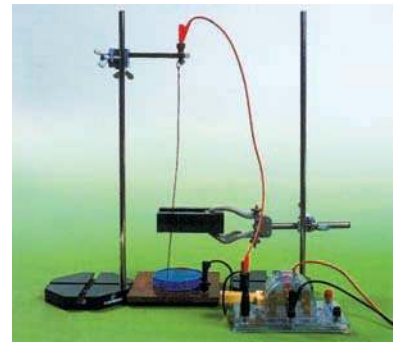
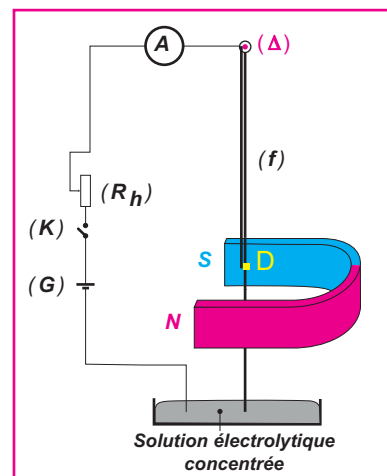
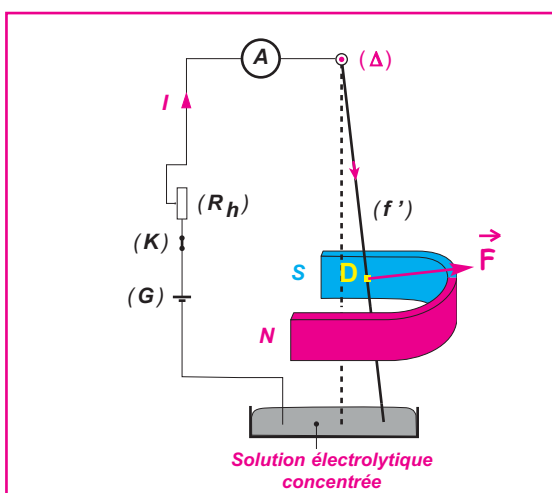


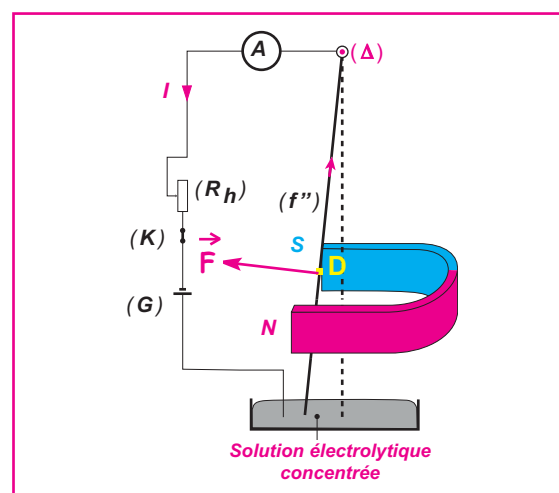
Photo.3



Doc.4-a : le fil conducteur (**f**) placé dans un champ magnétique et non parcouru par un courant électrique ne se déplace pas.



Doc.4-b : le fil conducteur placé dans un champ magnétique et parcouru par un courant électrique subit une déviation et occupe la position (**f'**).



Doc.4-c : le fil conducteur placé dans un champ magnétique et parcouru par un courant électrique subit une déviation et occupe la position (**f''**).

Les expériences associées aux documents **4-b** et **4-c** confirment le sens donné à la force de Laplace en utilisant la règle des trois doigts de la main droite.

INTENSITÉ DE LA FORCE DE LAPLACE

Considérons le circuit du document **4-b** et réalisons les expériences suivantes :

Expérience 1 :

Augmentons l'intensité **I** du courant électrique en agissant sur le rhéostat, et vérifions que l'inclinaison du fil (**f**) augmente.

La valeur de la force de Laplace agissant sur le fil (**f**) augmente lorsque l'intensité **I** du courant électrique qui le parcourt augmente.

Expérience 2 :

Gardons l'intensité **I** du courant électrique constante et plaçons, au-dessus du premier aimant, un autre aimant identique afin de doubler la longueur ℓ de la portion de fil conducteur qui baigne dans le champ magnétique uniforme.

Les deux aimants seront disposés de telle sorte que le point d'application **D** de la force de Laplace garde la même position par rapport à l'axe de rotation (Δ) (**Doc.5-a**).

Vérifions que l'inclinaison du fil (**f**) augmente.

La valeur de la force de Laplace agissant sur le fil (**f**), augmente lorsque la longueur ℓ de la portion de fil conducteur placée dans le champ magnétique augmente.

Expérience 3 :

Gardons l'intensité **I** du courant électrique constante et remplaçons le premier aimant par un autre aimant générant un champ magnétique plus important.

Vérifions que l'inclinaison du fil (**f**) augmente.

La valeur de la force de Laplace agissant sur le fil (**f**), augmente lorsque l'intensité du vecteur champ magnétique, dans lequel il baigne, augmente.

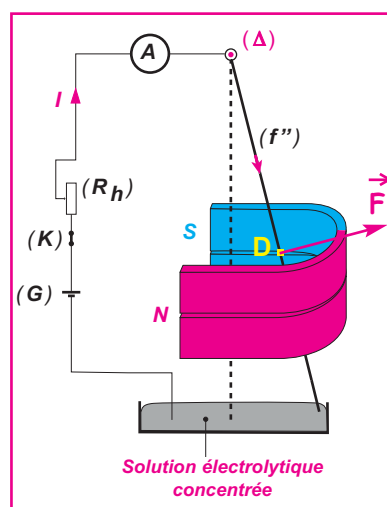
Expérience 4 :

Donnons au fil conducteur la forme indiquée dans le document **5-b**. La portion (**AB**) est disposée de sorte qu'elle baigne totalement dans le champ magnétique uniforme qui règne entre les deux branches de l'aimant en **U**.

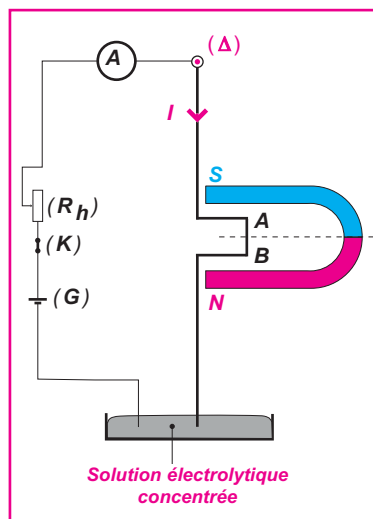
Les lignes de champ sont parallèles à (**AB**).

(**K**) ouvert : aucune déviation du fil conducteur par rapport à sa position d'équilibre verticale.

(**K**) fermé : le fil conducteur ne quitte pas cette position d'équilibre.



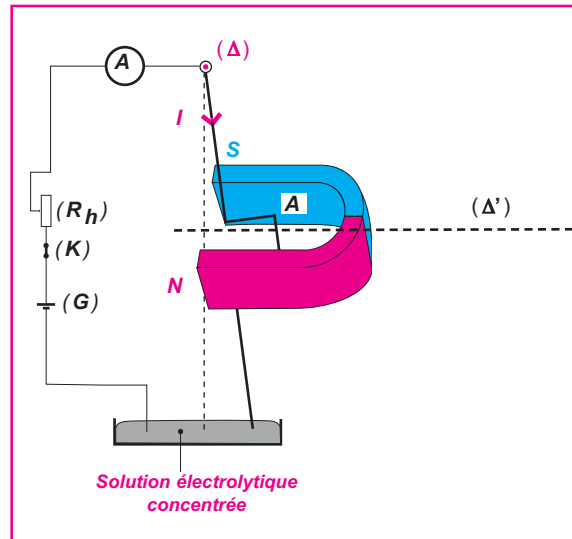
Doc.5-a



Doc.5.b

Faisons tourner lentement l'aimant en **U** autour de son axe de symétrie (Δ'). On observe une déviation du fil conducteur par rapport à la verticale qui augmente lorsque l'angle aigu α formé par le vecteur champ magnétique $\vec{B}$ et la portion de fil conducteur (**AB**) augmente de **0** à **90°**.

On vérifie que la valeur de la force de Laplace $\vec{F}$ est proportionnelle à $\sin \alpha$.



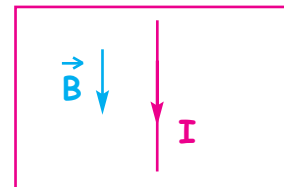
Doc.5.c

L'intensité de la force de Laplace est donnée par la relation

$$\|\vec{F}\| = I \cdot \ell \cdot \|\vec{B}\| \cdot \sin \alpha$$

Le champ magnétique dans lequel baigne la portion de fil conducteur parcouru par le courant électrique continu, est uniforme.

$\|\vec{F}\|$ en N ; I en A ; ℓ en m et $\|\vec{B}\|$ en T



Doc.5-c

Cas particuliers :

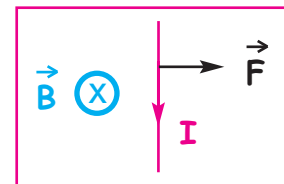
- * $\alpha = 0$: le vecteur champ magnétique est parallèle au conducteur rectiligne parcouru par le courant électrique (**Doc.5-c**).

$$\|\vec{F}\| = 0$$

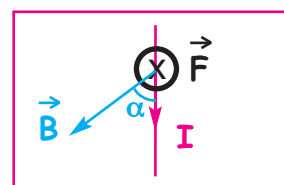
- * $\alpha = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$: le vecteur champ magnétique est perpendiculaire au conducteur rectiligne parcouru par le courant électrique (**Doc.5-d**).

$$\|\vec{F}\| = I \cdot \ell \cdot \|\vec{B}\|$$

- * $0 < \alpha < \frac{\pi}{2} \text{ rad}$: seule la composante du vecteur champ magnétique normale à l'élément de fil conducteur qui baigne dans le champ magnétique uniforme se manifeste par une force de Laplace (**Doc.5-e**).



Doc.5-d



Doc.5-e

2. Application de la force de Laplace

2.1. La roue de Barlow

Cet "ancêtre" des moteurs électriques comporte :

- un **disque en cuivre** qui est mobile autour d'un **axe** matérialisé par une tige en cuivre disposée horizontalement ; la partie inférieure du disque plonge légèrement dans une **cuve** contenant une solution électrolytique concentrée (**Photo.4-a et 4-b**).
- L'axe de rotation et la solution conductrice sont mis au contact des deux bornes d'un **générateur de courant continu (G)** par l'intermédiaire d'un **rhéostat (Rh)** permettant de faire varier l'intensité du courant électrique qui circule dans le circuit électrique ainsi formé et d'un **interrupteur (K)** ; un **ampèremètre (A)** permet de contrôler le passage du courant électrique.
- Une partie du disque est placée dans l'entrefer d'un **aimant en U** de telle sorte que le vecteur champ magnétique uniforme $\vec{B}$ qui y règne soit perpendiculaire au disque (**Doc.6-b**) et (**Doc.6-c**).

(K) ouvert : le disque est immobile.

(K) fermé : le disque se met en mouvement de rotation.

Si on inverse le sens du courant électrique en agissant sur les connexions établies aux bornes de (G), le mouvement du disque est inversé. Il en est de même si l'on ne touche pas aux connexions de (G) mais si on inverse le sens de $\vec{B}$ en agissant sur la disposition de l'aimant en U.

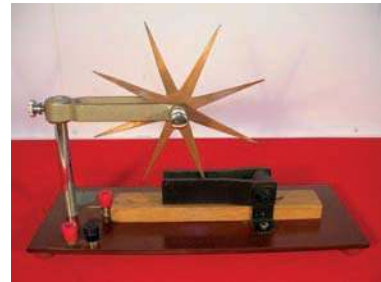
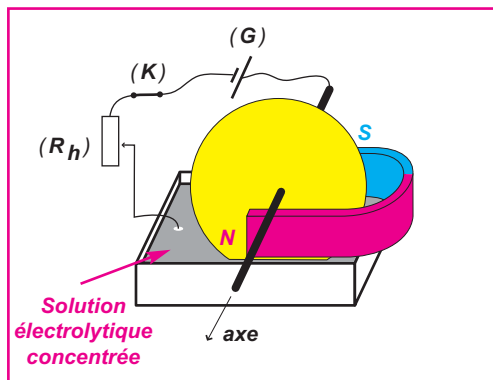


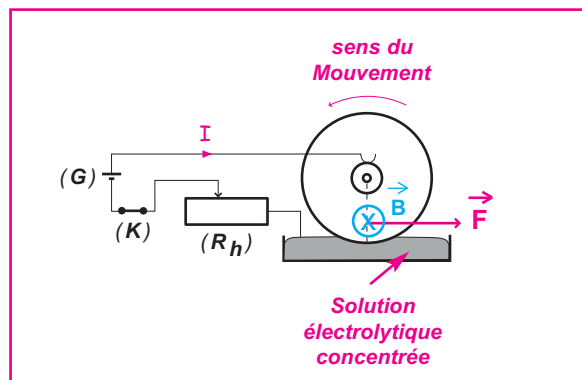
Photo.4-a : roue de Barlow



Photo.4-b : roue de Barlow



Doc.6-b : roue de Barlow



Doc.6-c : roue de Barlow

La zone de conducteur parcourue par un courant d'intensité I , qui suit approximativement un rayon de la roue, est soumise au vecteur champ magnétique $\vec{B}$ qui lui est perpendiculaire. La force de Laplace a un moment moteur par rapport à l'axe de la roue et celle-ci se met à tourner. Il y a transformation de l'énergie électrique en énergie cinétique de rotation.

2.2. Le moteur à courant continu

COMPOSITION

Un moteur à courant continu est constitué essentiellement d'une partie mobile et d'une partie fixe :

PARTIE MOBILE (LE ROTOR)

Elle comporte une **boucle de fil conducteur** rigide dont les deux extrémités sont reliées à deux demi-cylindres conducteurs (C_1) et (C_2) séparés par un isolant et appelés **lames du collecteur** ; l'ensemble tourne librement autour d'un axe fixe, appelé **axe de rotation** de la spire ou du rotor dans son ensemble.

PARTIE FIXE (LE STATOR)

Cette partie fixe du moteur, constituée d'un aimant ou d'un électroaimant, permet de faire régner un champ magnétique uniforme dans l'espace occupé par la boucle de fil conducteur.

Un circuit électrique comporte un générateur électrique de tension continu (G), un interrupteur (K), et deux **balais** conducteurs fixes.

Lorsque la boucle de fil conducteur tourne, le contact électrique entre cette boucle et (G) est assuré par l'intermédiaire des deux lames et des deux balais.

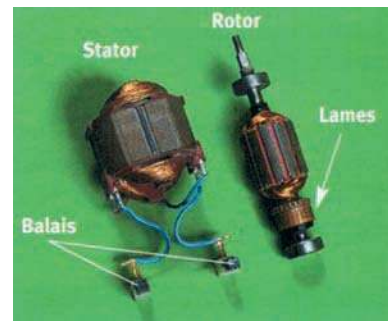


Photo.5 : moteur à courant continu

PRINCIPE DE FONCTIONNEMENT

Considérons la partie mobile (le rotor) dans trois positions.

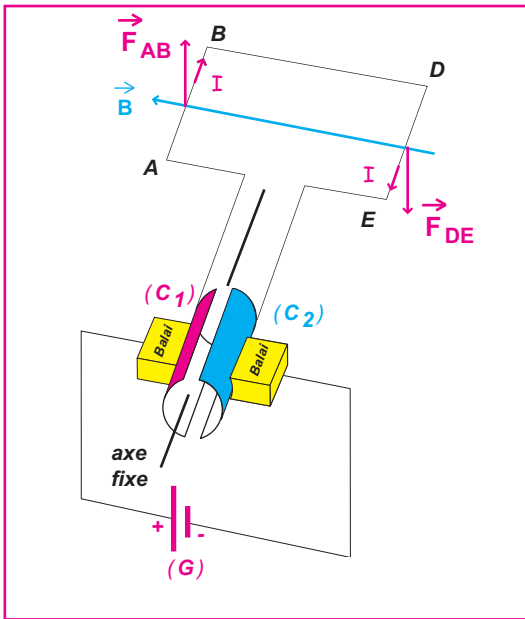
POSITION - 1- (Doc.7-a)

Le contact entre la lame (C_1) et le balai relié à la borne (+) de (G) est tel que le courant électrique d'intensité I circule de **A** vers **B** dans la boucle de fil conducteur.

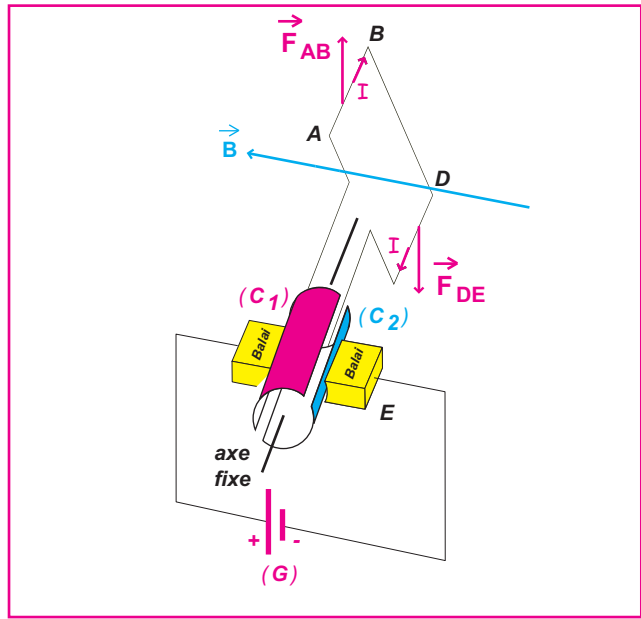
L'action du vecteur champ magnétique $\vec{B}$ sur la portion de fil conducteur (**AB**) est une force de Laplace $\vec{F}_{AB}$ alors que celle exercée sur la portion de fil conducteur (**DE**) est une force de Laplace $\vec{F}_{DE}$.

Pour chacune des deux forces, le sens est déterminé à l'aide de la règle des trois doigts de la main droite.

L'ensemble des deux forces constituent un couple de force provoquant la rotation de la boucle de fil conducteur dans le sens de rotation des aiguilles d'une montre.



Doc.7-a



Doc.7-b

POSITION -2- (Doc.7-b)

La lame (C_1) est encore en contact avec le balai relié à la borne (+) de (G) et le couple de forces de Laplace provoque le même phénomène de rotation.

POSITION -3- (Doc.7-c)

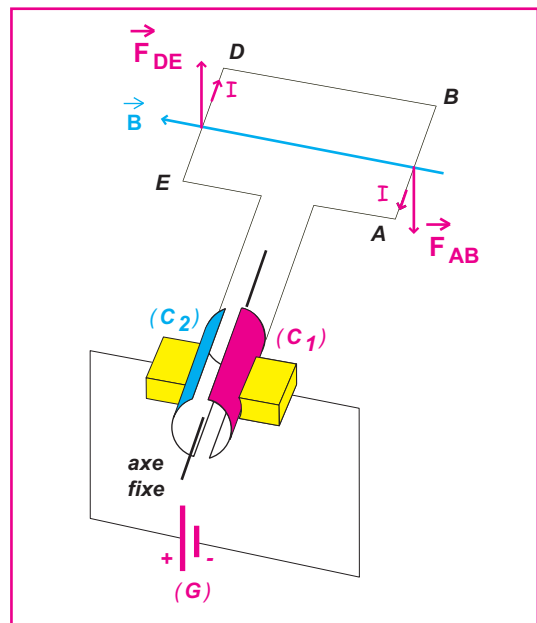
La lame (C_1) se trouve en contact avec le balai relié à la borne (-) de (G) ; pour chacune des deux forces, le sens est inversé et le couple de forces de Laplace est tel que le mouvement de rotation continue dans le même sens.

CONCLUSION

Grâce au collecteur, il y a changement du sens de circulation du courant électrique à chaque demi-tour ; le couple de forces de Laplace conduit à un mouvement de rotation du rotor dans le même sens car le moment de ce couple ne change pas ainsi de signe.

Dans un moteur à courant continu, on utilise de l'énergie électrique pour faire tourner le rotor.

Le moteur électrique est donc un convertisseur d'énergie électrique en énergie cinétique de rotation.



Doc.7-c

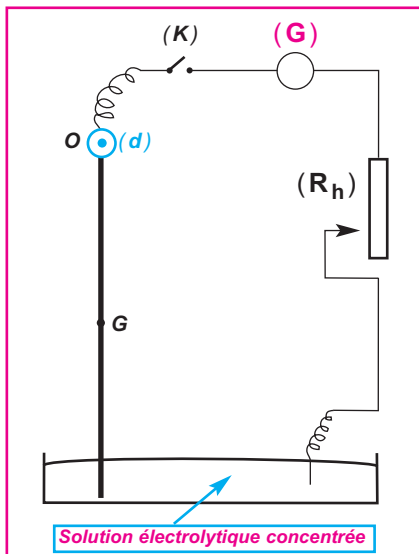
EXERCICE RÉSOLU

ENONCÉ :

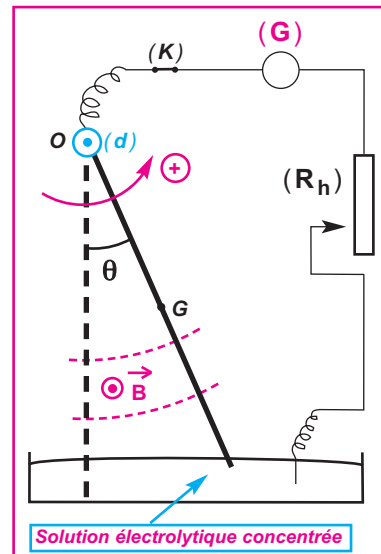
Un fil conducteur en cuivre rigide et homogène, de masse m , de longueur ℓ , est suspendu par son extrémité supérieure en O à un axe fixe (d) , autour duquel il peut tourner librement ; sa partie inférieure plonge dans une cuve contenant une solution électrolytique concentrée lui permettant de faire partie d'un circuit électrique comprenant un rhéostat (R_h) et un générateur de tension continue (G) (**Doc 8-a**).

(**K**) ouvert : le fil conducteur occupe sa position d'équilibre stable suivant la verticale.

(**K**) fermé : le fil conducteur est parcouru par un courant continu d'intensité I . Sur une longueur de **2 cm**, entre deux points situés à **19 cm** et **21 cm** de O , règne un champ magnétique uniforme horizontal tel que le vecteur champ magnétique est normal à la figure et sortant (**Doc 8-b**).



Doc.8-a



Doc.8-b

1- **a** - Reproduire le schéma du document (**8-b**), et indiquer le sens du courant électrique qui circule dans le fil conducteur ainsi que les polarités de (G) .

- **b** - Représenter les forces qui s'exercent sur le fil conducteur dans sa position d'équilibre.

2- Calculer l'angle θ que fait la verticale avec le fil conducteur lorsqu'il est à l'équilibre.

On donne : $I = 5 \text{ A}$, $\ell = 25 \text{ cm}$, $m = 8 \text{ g}$, $\|\vec{B}\| = 0,05 \text{ Tesla}$.

SOLUTION

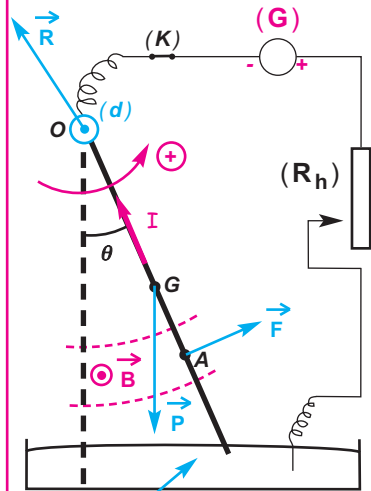
1-a- Détermination du sens du courant électrique

En appliquant la règle des trois doigts de la main droite, le courant électrique circule de G vers O . Les polarités de (G) sont indiquées dans le document **8-c**.

-b- Les forces qui s'exercent sur le fil conducteur à l'équilibre

Les forces qui s'exercent sur le fil conducteur à l'équilibre sont :

- Le poids $\vec{P}$
- La force de Laplace $\vec{F}$: s'applique au point **A** milieu de la portion de fil conducteur baignant dans le champ magnétique
- la réaction $\vec{R}$ de l'axe fixe **(d)** (**Doc 8-c**).



Solution électrolytique concentrée

Doc.8-c

2- Etude de l'équilibre du fil conducteur

Système : { fil conducteur }.

Forces extérieures : $\vec{P}$, $\vec{F}$ et $\vec{R}$.

Appliquons le théorème des moments au système

$$\Sigma [\mathcal{M}(\vec{F}_{\text{extérieures}})/(d)] = 0 \text{ (Doc 8-d)}.$$

$$\mathcal{M}(\vec{R})/(d) = 0 \text{ car cette force coupe l'axe de rotation.}$$

$$\mathcal{M}(\vec{F})/(d) = \|\vec{F}\| \cdot \|\vec{OA}\|$$

$$\mathcal{M}(\vec{P})/(d) = - \|\vec{P}\| \cdot \|\vec{OH}\|$$

$$\|\vec{OA}\| = 0,2 \text{ m}$$

$$\|\vec{OH}\| = \|\vec{OG}\| \cdot \sin\theta$$

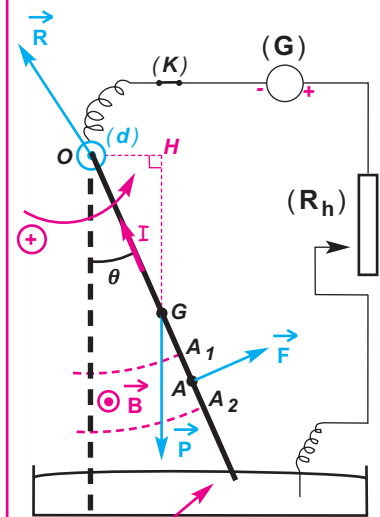
$$\|\vec{F}\| \cdot \|\vec{OA}\| - m \|\vec{g}\| \cdot \|\vec{OG}\| \sin\theta = 0$$

$$\text{d'où } \sin\theta = \frac{\|\vec{F}\| \cdot \|\vec{OA}\|}{m \|\vec{g}\| \cdot \|\vec{OG}\|}$$

$$\begin{aligned} \text{or } \|\vec{F}\| &= I \cdot A_1 A_2 \cdot \|\vec{B}\| \sin(\text{élément de conducteur}, \vec{B}) \\ &= I \cdot A_1 A_2 \cdot \|\vec{B}\| \end{aligned}$$

$$\sin\theta = \frac{I \cdot A_1 A_2 \cdot \|\vec{B}\| \cdot \|\vec{OA}\|}{m \cdot \|\vec{g}\| \cdot \|\vec{OG}\|}$$

Application numérique : $\sin\theta = 0,102$ d'où $\alpha = 5,8^\circ$



Solution électrolytique concentrée

Doc.8-d

L'ESSENTIEL DU COURS

Un élément de circuit rectiligne, de longueur ℓ , parcouru par un courant d'intensité I et placé dans un champ magnétique $\vec{B}$, est soumis à une force magnétique $\vec{F}$ appelée force de Laplace.

Caractéristiques de la force magnétique $\vec{F}$:

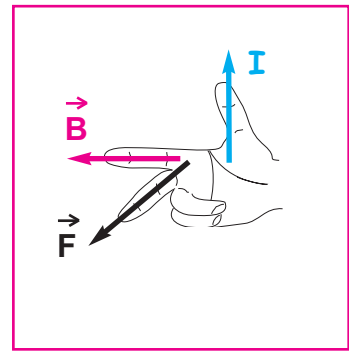
DIRECTION

Elle est perpendiculaire au plan formé par l'élément de conducteur de longueur ℓ parcouru par le courant électrique d'intensité I et la direction du vecteur champ magnétique $\vec{B}$.

SENS

Il est donné par la règle des trois doigts de la main droite :

- le pouce indique le sens du courant électrique
- l'index indique le sens du vecteur champ magnétique
- le majeur indique le sens du vecteur force de Laplace.



INTENSITÉ

Lorsque le champ magnétique est uniforme, elle est donnée par la relation

$$\|\vec{F}\| = I \cdot \ell \cdot \|\vec{B}\| \cdot \sin\alpha \quad \text{avec} \quad \alpha = (\text{élément de conducteur}, \vec{B})$$

$$\|\vec{F}\| \text{ en N}$$

$$I \text{ en A}$$

$$\ell \text{ en m}$$

$$\|\vec{B}\| \text{ en T}$$

ORIGINE DU VECTEUR FORCE $\vec{F}$

C'est le milieu du segment de longueur ℓ placé dans la région où règne le champ magnétique uniforme.

POUR EN SAVOIR PLUS

LA BALANCE DE COTTON

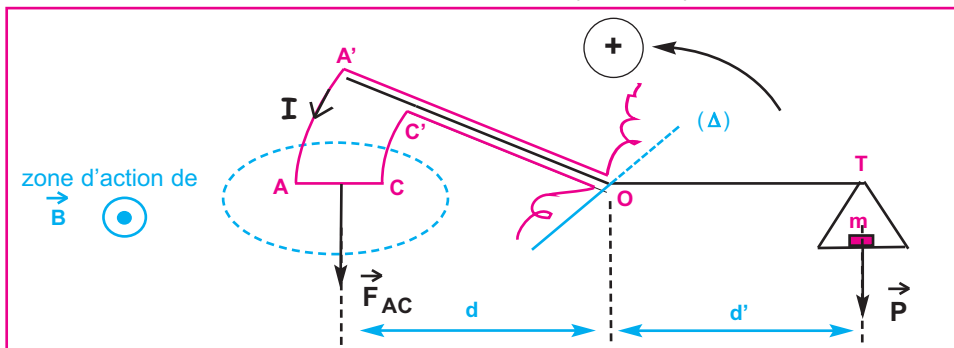
C'est une application à la mesure de la valeur du vecteur champ magnétique en un point de l'espace où règne un champ magnétique.

DESCRIPTION

Une balance de Cotton est constituée par un fléau rigide coudé (TOA') qui porte une plaquette isolante A'ACC' et susceptible de tourner en O autour d'un axe fixe (Δ) .

L'un des bras du fléau porte un fil conducteur appliqué le long de OA'ACC'O tel que $\widehat{\text{AA'}}$ et $\widehat{\text{CC'}}$ sont des arcs de cercle de centre O , alors que AC , OA' et OC' sont des parties rectilignes. L'autre bras du fléau supporte un plateau susceptible de recevoir des masses marquées.

Le brin de fil conducteur rectiligne AC de longueur ℓ baigne dans un champ magnétique uniforme pouvant être l'espace intérieur d'un aimant en U et tel que le vecteur champ magnétique $\vec{\text{B}}$ soit horizontal, sortant et normal à AC (*Doc.20*).



Doc.20: balance de Cotton

ETUDE THÉORIQUE

- En l'absence de tout courant électrique dans le conducteur OA'ACC'O et de toute surcharge sur le plateau, il y a équilibre.
- Faisons circuler un courant continu d'intensité I dirigé de A vers C . Le vecteur champ magnétique exerce des forces magnétiques sur les différentes portions du cadre conducteur baignant dans l'espace où règne le champ magnétique :

Le brin rectiligne AC est soumise à une force $\vec{\text{F}}_{\text{AC}}$ de valeur $I \cdot \ell \cdot \|\vec{\text{B}}\|$, dirigé vers le bas. L'effet de cette force est déterminé par son moment par rapport à (Δ) de valeur

$$\mathcal{M}(\vec{\text{F}}_{\text{AC}} / (\Delta)) = I \cdot \ell \cdot \|\vec{\text{B}}\| \cdot d$$

Sur les brins $\widehat{\text{AA'}}$ et $\widehat{\text{CC'}}$ s'exercent aussi des forces magnétiques ; décomposons ces brins circulaires en éléments de longueurs très petits, assimilables à de petits segments de droites ; sur un tel élément, de longueur $d\ell$, s'applique une force de valeur $I \cdot d\ell \cdot \|\vec{\text{B}}\|$ dirigée vers O et donc de moment par rapport à (Δ) nul donc sans effet sur la rotation du fléau. Il en est de même de toutes les forces élémentaires qui s'exercent le long de $\widehat{\text{AA'}}$ et $\widehat{\text{CC'}}$.

Les actions magnétiques sont donc caractérisées uniquement par $\mathcal{M}(\vec{F}_{AC}/(\Delta))$; le bras du fléau gauche bascule vers le bas. Pour équilibrer la balance, il faut ajouter dans le plateau une masse marquée de valeur m ; le moment de son poids par rapport à (Δ) est $\mathcal{M}(\vec{P}/(\Delta)) = -m \cdot \|\vec{g}\| \cdot d'$

Condition d'équilibre du fléau : $\mathcal{M}(\vec{P}/(\Delta)) + \mathcal{M}(\vec{F}_{AC}/(\Delta)) = 0$
 $I \cdot \ell \cdot \|\vec{B}\| \cdot d - m \cdot \|\vec{g}\| \cdot d' = 0$

$$\text{d'où } \|\vec{B}\| = \frac{m \cdot \|\vec{g}\| \cdot d'}{I \cdot \ell \cdot d}$$

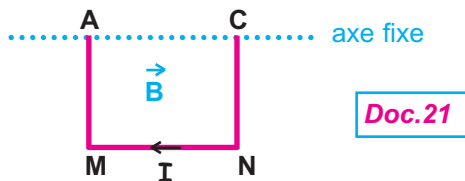


Photo.6 : balance de Cotton

Je vérifie mes connaissances

Chaque question peut avoir une ou plusieurs réponses correctes

- 1- Un conducteur (**AMNC**) est composé de trois parties rectilignes de même section formant trois côtés d'un rectangle, parcouru par un courant continu et pouvant tourner sans frottement autour d'un axe fixe horizontal passant par **A** et **C** ; un dispositif approprié permet de faire circuler un courant **I** de **N** vers **M** (**Doc.21**).



Placé dans un champ magnétique uniforme, le cadre quitte sa position d'équilibre stable si le vecteur champ magnétique $\vec{B}$:

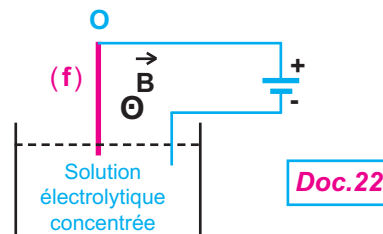
- a - est parallèle à (**MN**).
- b - a une direction perpendiculaire au plan vertical contenant l'axe fixe de rotation et dirigé de l'arrière vers l'avant.
- c - est vertical.

- 2- On considère la force de Laplace subie par un conducteur rectiligne parcouru par un courant électrique continu d'intensité **I** et placé dans un champ magnétique uniforme. La force de Laplace :
- a - a une valeur proportionnelle à celle du vecteur champ magnétique.
 - b - a une valeur maximale quand le conducteur est parallèle au vecteur champ magnétique.
 - c - est parallèle au vecteur champ magnétique.
 - d - a un sens qui dépend de celui du courant électrique.
 - e - a une valeur qui dépend de celle de **I**.
 - f - a une valeur proportionnelle à celle de **I**.

- 3- Dans l'expérience de la barre conductrice placée sur deux rails parallèles et baignant dans un champ magnétique uniforme, le déplacement de la barre a lieu :

- a - si le vecteur champ magnétique est parallèle à la barre parcourue par un courant électrique.
- b - si la barre n'est pas traversée par un courant électrique.
- c - si la barre est parcourue par un courant électrique, et le vecteur champ magnétique est perpendiculaire au plan formé par la barre conductrice et les rails.

4-



(f) est un fil de cuivre rigide et homogène susceptible de se mouvoir dans un plan vertical autour d'un axe horizontal, perpendiculaire au plan de la figure et passant par son extrémité **O** (**Doc.22**).

Il peut s'écarter de sa position d'équilibre si :

- a - $I \neq 0$ et $\|\vec{B}\| = 0$.
- b - $I = 0$ et $\|\vec{B}\| \neq 0$.
- c - $I \neq 0$ et $\|\vec{B}\| \neq 0$.

- 5- La force de Laplace :

- a - n'est pas toujours perpendiculaire au plan formé par $\vec{B}$ et l'élément de conducteur parcouru par le courant d'intensité **I**.
- b - a un sens qui peut être donné par la règle des trois doigts de la main droite.
- c - peut être nulle.

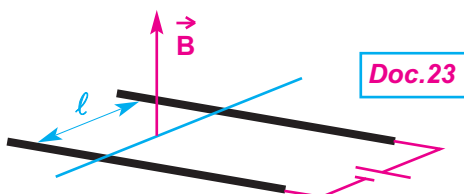
Je sais appliquer mes connaissances; je sais raisonner

Ex-1- Dans l'expérience des rails de Laplace, la tige de masse $m = 50 \text{ g}$, placée dans le champ magnétique uniforme, a une longueur $\ell = 8 \text{ cm}$ (**Doc.23**). Le vecteur champ magnétique a une valeur égale à $0,02 \text{ T}$, et l'intensité du courant électrique continu est $I = 10 \text{ A}$

- 1 - Donner les caractéristiques de la force de Laplace.
- 2 - Comparer sa valeur à celle du poids de la barre.

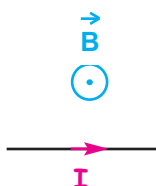
Donnée : intensité du champ de pesanteur :

$$\|\vec{g}\| = 9,8 \text{ N.kg}^{-1}$$

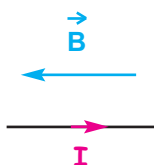


Ex-2- Un conducteur rectiligne de longueur $\ell = 20 \text{ cm}$, parcouru par un courant électrique d'intensité $I = 1,5 \text{ A}$ est plongé dans un champ magnétique uniforme.

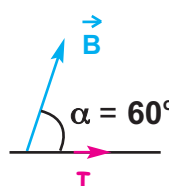
Dans chacun des cas représentés par les documents **24-a**, **24-b** et **24-c**, déterminer la direction, le sens et la valeur de la force de Laplace subie par le conducteur, sachant que la valeur du vecteur champ magnétique uniforme est égale à 200 mT .



Doc.24-a



Doc.24-b



Doc.24-c

Ex-3- Un conducteur (**AMNC**) est composé de trois parties rectilignes de même section, de même masse m et de longueur ℓ , formant trois côtés d'un carré pouvant tourner sans frottement autour d'un axe fixe horizontal passant par **A** et **C**. Ces deux extrémités sont reliées à un dipôle comprenant un générateur de tension continue (**G**), un rhéostat (**Rh**), un ampèremètre (**A**) et un interrupteur (**K**). Le cadre baigne dans un champ magnétique uniforme (**Doc.25-a**).

(**K**) ouvert : le cadre occupe une position d'équilibre stable et verticale contenant l'axe fixe horizontal.

(**K**) fermé : le cadre occupe la position vue de profil et indiquée dans le document **25-b**.

- 1 - Recopier le schéma du document **25-b** sur lequel on annotera le sens du courant électrique d'intensité I sur le côté **AM**.

- 2 - Exprimer $\tan \theta$ en fonction de m , I , ℓ , $\|\vec{B}\|$ et $\|\vec{g}\|$:

Données :

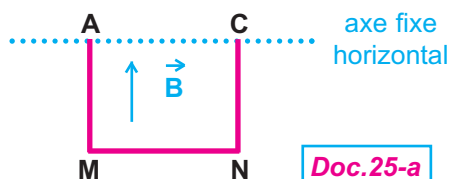
$$m = 6 \text{ g}$$

$$I = 1 \text{ A}$$

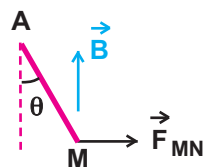
$$\ell = 12 \text{ cm}$$

$$\|\vec{B}\| = 0,2 \text{ T.}$$

$$\|\vec{g}\| = 9,8 \text{ N.kg}^{-1}$$



Doc.25-a



Doc.25-b

Ex-4- Le montage du document 26 comporte un dipôle (D) permettant de faire circuler un courant continu d'intensité I dans la barre (t) reposant sur deux rails conducteurs ; l'ensemble baigne dans un champ magnétique uniforme vertical et dirigé vers le haut. Pour empêcher la barre (t) de se déplacer sous l'effet de la force de Laplace on l'attache à un contrepoids (C) de masse M par l'intermédiaire d'un fil inextensible et de masse négligeable passant sur la gorge d'une poulie. L'ensemble des frottements exercés par les rails sur la barre (t) est équivalent à une force de valeur $\|\vec{f}\| = 0,5 \text{ N}$.

- 1 - Recopier le schéma et annoter le sens du courant électrique qui circule dans la barre (t).
- 2 - Déterminer la valeur de M pour que la barre soit en équilibre.

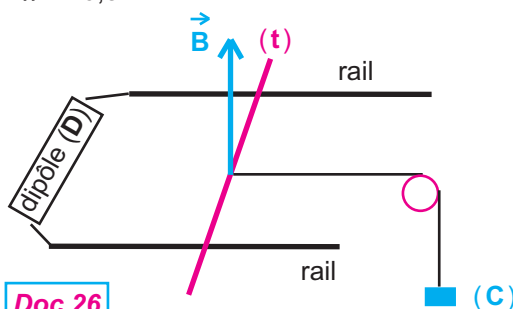
Données :

$$\|\vec{g}\| = 9,8 \text{ N.kg}^{-1}$$

$$I = 10 \text{ A}$$

$$\|\vec{B}\| = 1 \text{ T.}$$

$$\text{distance entre les deux rails } \ell = 12 \text{ cm.}$$



Doc.26

Ex-5- Le document 27 correspond à une balance de Cotton où les extrémités du fil conducteur (OA'ACC'O) sont reliées à un dipôle comprenant un générateur de tension continue, un rhéostat, un ampèremètre et un interrupteur. Ceci permet de choisir la valeur de l'intensité I du courant électrique continu. On ajoute sur le plateau une masse marquée m pour équilibrer la balance. Ainsi on remplit un tableau de mesures portant sur I et m .

I (en A)	0	1	2	3	4	5
m (en g)	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1

- 1 - Tracer la courbe $m = f(I)$ selon l'échelle :
 abscisse $4 \text{ cm} \longleftrightarrow 1 \text{ A}$
 ordonnée $3 \text{ cm} \longleftrightarrow 0,1 \text{ g}$

Déterminer le coefficient directeur de la droite obtenue.

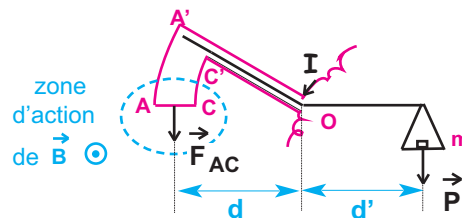
- 2 - A partir de l'étude faite dans la rubrique "Pour en savoir plus", établir la relation théorique $m = f(I)$.
- 3 - Dédire des résultats obtenus aux questions 1 - et 2 - la valeur $\|\vec{B}\|$ du vecteur champ magnétique.

Données :

$$\|\vec{AC}\| = 2 \text{ cm}$$

$$\|\vec{g}\| = 9,81 \text{ N.kg}^{-1}$$

$$d' = d$$

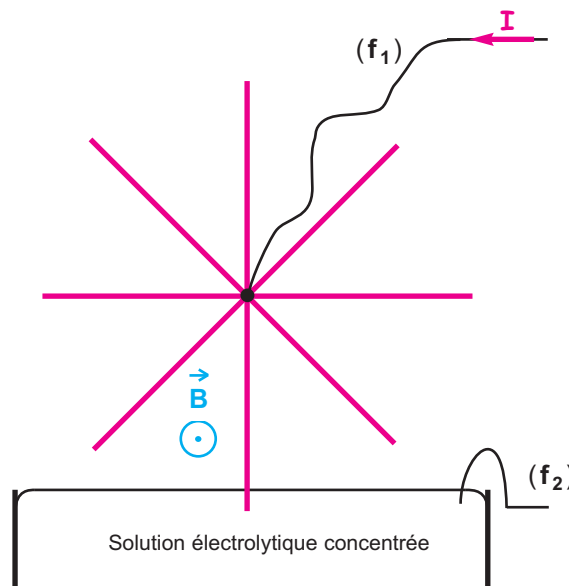


Doc.27

Ex-6- Une roue de Barlow est formée de huit rayons conducteurs identiques de longueur $\ell = 4 \text{ cm}$ et également répartis autour de son axe horizontal. Seule la partie inférieure de la roue plonge dans une solution électrolytique concentrée. Les deux fils de connexions (f_1) et (f_2) sont reliés à un dipôle comprenant, en série, un générateur de tension continue (G), un rhéostat (Rh), un ampèremètre (A) et un interrupteur (K). Ceci assure la circulation d'un

courant électrique continu d'intensité $I = 10 \text{ A}$ dans le rayon immergé dans la solution conductrice. L'ensemble est placé dans un champ magnétique uniforme (**Doc.28**).

- 1 - Représenter le vecteur force de Laplace s'exerçant sur le rayon dont l'extrémité inférieure plonge dans la solution conductrice.
- 2 - Indiquer le sens du mouvement de la roue de Barlow.
- 3 - Calculer la valeur de cette force de Laplace, sachant que la valeur du vecteur champ magnétique est égale à 200 mT .



Doc.28

Ex-7- Une tige en cuivre (MJ), de poids $\vec{P}$, est suspendue à deux fils conducteurs ($M'M$) et ($J'J$) identiques, très souples, de masse négligeable et de longueur L . Une partie de la tige (MJ) de longueur égale à la largeur D de l'aimant en U , baigne dans le champ magnétique uniforme créé entre les deux branches de cet aimant disposé comme l'indique le document 29-a et de telle sorte que les lignes de champ soient verticales

1- (K) fermé :

- a- Préciser le sens du courant électrique le long de la tige (MJ), pour que cette dernière soit déplacée vers la droite, les fils ($M'M$) et ($J'J$) formant un écart angulaire θ avec la verticale.
- b- Le document 29-b correspond à une coupe du dispositif du document 29-a suivant un plan vertical perpendiculaire à la tige (MJ) en son milieu. Représenter le vecteur champ magnétique et les forces extérieures qui s'exercent sur la tige (MJ) à l'équilibre.

-c- Déterminer la valeur de θ sachant que :

$$D = 5 \text{ mm} ; I = 5 \text{ A}$$

$$\|\vec{P}\| = 5.10^{-2} \text{ N} ; \|\vec{B}\| = 0,15 \text{ T} ;$$

$$\|\vec{g}\| = 9,8 \text{ N.kg}^{-1}.$$

- 2 - On fait tourner l'aimant en U autour d'un axe horizontal matérialisé par la tige (MJ) de telle sorte que le vecteur champ magnétique uniforme $\vec{B}$ au milieu de (MJ), occupe le même plan vertical tout en restant

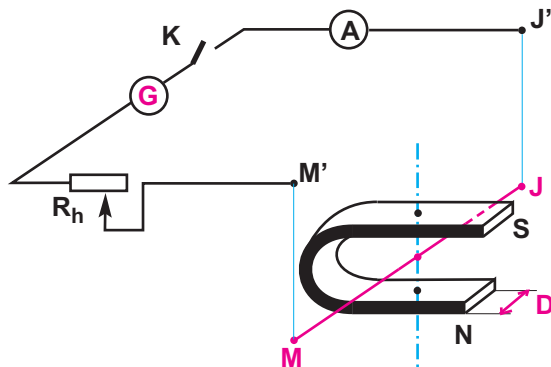
orthogonal à la tige (MJ).

L'angle formé par $\vec{B}$ et la verticale est désigné par β (doc.30).

-a- Recopier le schéma du document 29-b

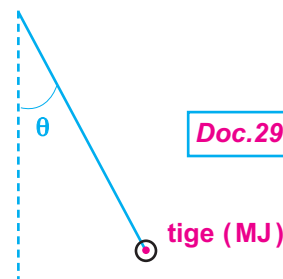
et y représenter $\vec{B}$ et les forces extérieures qui s'exercent sur la tige (MJ) en équilibre, dans le cas où $\beta < \theta$.

-b- Déterminer la valeur de l'inclinaison θ sachant que $\beta = 10^\circ$.

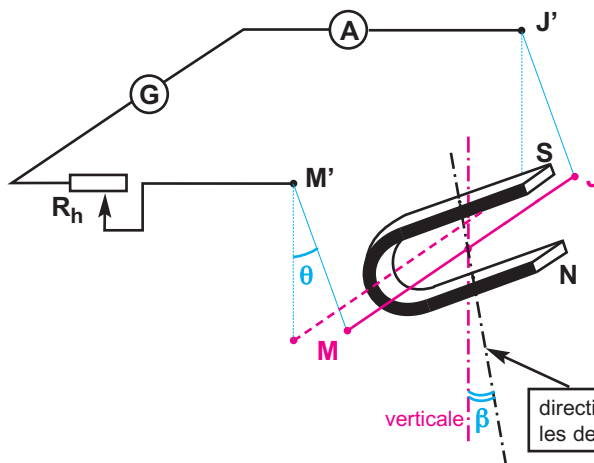


direction des lignes de champ entre les deux branches de l'aimant en U

Doc.29-a



Doc.29-b



verticale

direction des lignes de champ entre les deux branches de l'aimant en U

Doc.30

Ex-8-

- 1 - Avec un fil dont la section droite a un diamètre $d = 0,6 \text{ mm}$, on veut construire un solénoïde (S) comportant $n = 180$ spires ; l'espace laissé libre entre deux spires consécutives est $e = 1 \text{ mm}$.

a - Calculer la longueur L de ce solénoïde.

b - Le fil est parcouru par un courant électrique d'intensité $I = 9 \text{ A}$; calculer la valeur du vecteur champ magnétique

$\vec{B}_1$ au centre du solénoïde.

- 2 - Une tige (T) perpendiculaire en O à son axe de rotation horizontal (Δ) porte à son extrémité N un plateau .

À l'autre extrémité M, est fixé par le milieu de son côté horizontal (FG), un cadre rectangulaire (DEGF), indéformable, de masse négligeable et dont le plan est perpendiculaire à (T).

Ce cadre est parcouru par un courant électrique continu d'intensité I' .

Si $I' = 0$, la tige (T) et les côtés (DE) et (FG) sont horizontaux; l'axe du solénoïde (S) est parallèle à (T), dans le même plan vertical et le milieu K du côté (DE) est au centre du solénoïde et le côté (FG) est à l'extérieur (doc.31)

- a- $I' \neq 0$; recopier le document 31 et y indiquer en le justifiant le sens du courant I' pour que la force de Laplace qui s'exerce sur (DE) soit dirigée vers le bas.
- b- Pour ramener la tige (T) à l'horizontale, on ajoute sur le plateau une masselotte de valeur $m = 0,226 \text{ g}$.

α - montrer que les forces qui s'exercent sur (FD) et (GE) n'interviennent pas dans l'étude de l'équilibre.

β - pour $I = 9 \text{ A}$ et $I' = 6,5 \text{ A}$ trouver à l'aide de cette expérience une expression de la valeur du vecteur champ magnétique $\vec{B}_2$ créé par le solénoïde en son centre en fonction de m , d , d' , ℓ , I' et $\|\vec{g}\|$.

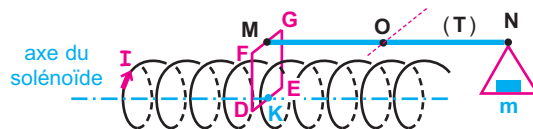
On donne : $DE = \ell = 2 \text{ cm}$

$MO = d = 25 \text{ cm}$

$NO = d' = 10 \text{ cm}$

$\|\vec{g}\| = 9,8 \text{ N.kg}^{-1}$

3 - Comparer $\|\vec{B}_1\|$ à $\|\vec{B}_2\|$.



Doc.31

4

INTERACTION GRAVITATIONNELLE et INTERACTION FORTE

A-INTERACTION GRAVITATIONNELLE 85

B-INTERACTION FORTE 106

A

INTERACTION GRAVITATIONNELLE

*À l'illustre savant anglais Isaac NEWTON revient la gloire
de la découverte de la gravitation universelle :
la chute des corps à la surface de la Terre, le mouvement
des planètes, le flux et le reflux de la mer, ont dû lui livrer
leurs secrets ...*

*Quelle plus belle contribution apporter au développement
de la Science que l'explication du système du monde !*

OBJECTIFS

- Appliquer la loi de gravitation universelle.
- Définir le champ de gravitation en un point de l'espace.
- Faire la différence entre le champ de gravitation terrestre et le champ de pesanteur.
- Expliquer certains phénomènes observables dus à l'interaction gravitationnelle.



Photo.1 : les satellites de Jupiter.

1. Forces de gravitation universelle

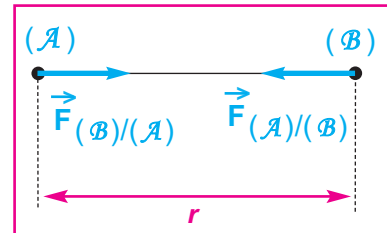
1.1 . Loi de gravitation universelle

En 2ème année nous avons vu que tous les corps pourvus de masse sont susceptibles d'exercer entre eux des actions mécaniques : il s'agit des forces gravitationnelles régies par une loi énoncée par **Isaac NEWTON** en **1687**.

L'expérience de Cavendish (**1798**) a permis de vérifier que l'intensité commune à ces deux forces, outre qu'elle soit proportionnelle aux masses des deux corps, est inversement proportionnelle au carré de la distance qui sépare leurs centres d'inertie.

ÉNONCÉ DE LA LOI DE GRAVITATION UNIVERSELLE

Deux corps ($\mathcal{A}$) et ($\mathcal{B}$) supposés ponctuels, de masses respectives $m_{(\mathcal{A})}$ et $m_{(\mathcal{B})}$ et distants de r , s'attirent :



Doc.1

- La force d'attraction exercée par ($\mathcal{A}$) sur ($\mathcal{B}$) est $\vec{F}_{(\mathcal{A})/(\mathcal{B})}$.
- La force d'attraction exercée par ($\mathcal{B}$) sur ($\mathcal{A}$) est $\vec{F}_{(\mathcal{B})/(\mathcal{A})}$.

Ces deux forces sont appelées " **forces d'interaction gravitationnelle** " (**Doc.1**)

- $\vec{F}_{(\mathcal{A})/(\mathcal{B})} = - \vec{F}_{(\mathcal{B})/(\mathcal{A})}$ (3ème loi de Newton)
- L'intensité commune à ces deux forces attractives est :
 - proportionnelle aux masses des deux corps.
 - inversement proportionnelle au carré de la distance qui les sépare.

$$\|\vec{F}_{(\mathcal{A})/(\mathcal{B})}\| = \|\vec{F}_{(\mathcal{B})/(\mathcal{A})}\| = G \frac{m_{(\mathcal{A})} \cdot m_{(\mathcal{B})}}{r^2}$$

G est une constante appelée **constante de gravitation universelle**

$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$$

Lorsque $m_{(\mathcal{A})}$ et $m_{(\mathcal{B})}$ sont exprimées en **kg** et r en **m**,

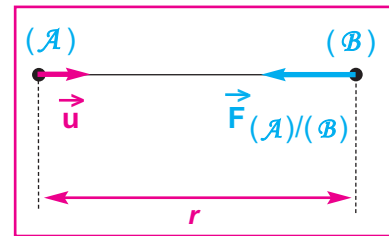
$$\|\vec{F}_{(\mathcal{A})/(\mathcal{B})}\| \text{ et } \|\vec{F}_{(\mathcal{B})/(\mathcal{A})}\| \text{ est en } \textbf{Newton (N)}$$

REMARQUE :

- L'écriture vectorielle est : $\vec{F}_{(\mathcal{A})/(\mathcal{B})} = - G \frac{m_{(\mathcal{A})} \cdot m_{(\mathcal{B})}}{r^2} \vec{u}$

$\vec{u}$: vecteur unitaire porté par la droite joignant les deux corps et dirigé de (A) vers (B) (**Doc.2**)

Le choix du sens du vecteur $\vec{u}$ a pour but de mettre en évidence le signe (–) qui exprime le fait que la force de gravitation est attractive.



Doc.2

ANALOGIE ENTRE LA LOI DE GRAVITATION ET LA LOI DE COULOMB :

La force de gravitation universelle de Newton, de valeur

$$\|\vec{F}\| = G \frac{m \cdot M}{r^2}$$

et la force d'interaction électrique de Coulomb, de valeur

$$\|\vec{F}\| = K \frac{|q| \cdot |q'|}{r^2}$$

présentent au moins deux similitudes.

Ce sont deux forces :

- * **centrales**, puisque chacune d'elles est de direction, la droite passant par les deux corps ponctuels en interaction pour la première et par les deux charges ponctuelles pour la deuxième.
- * **d'intensités inversement proportionnelles au carré de la distance r séparant les deux corps ponctuels (ou charges ponctuelles).**

Ils présentent aussi des différences :

- * la source d'interaction est une masse positive dans le cas de l'interaction gravitationnelle, par contre, dans le cas de l'interaction électrique, il s'agit d'une charge pouvant être positive ou négative.
- * c'est pour cela que les forces de gravitation sont toujours attractives, alors que les forces électriques sont tantôt attractives si les deux charges sont de signes contraires, tantôt répulsives si elles sont de mêmes signes.

Un objet ponctuel de masse **m** et portant une charge **q** peut être en interaction gravitationnelle et électrique avec un autre objet de masse **m'** et de charge **q'**.

DÉTERMINATION EXPÉRIMENTALE DE LA CONSTANTE DE GRAVITATION :

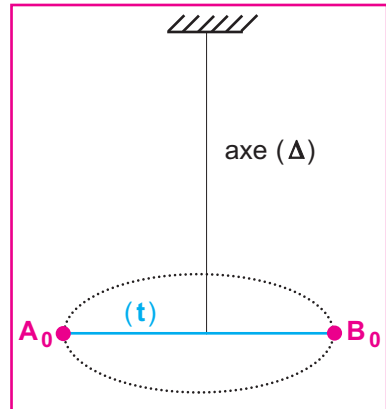
Du temps de Newton, on a connu de grosses difficultés pour la détermination de la constante de gravitation G ; d'autant plus qu'il est illusoire de vouloir procéder à ce genre de calcul en étudiant le mouvement de tel ou tel corps autour du Soleil par exemple.

Le physicien Cavendish s'y prend en faisant exercer par un corps autre que la Terre, une force attractive sur un système bien choisi, pour créer un déplacement mesurable et déduire de cette mesure la valeur de G .

La gravitation avec des corps de masses humainement réalisables est très faible ; c'est pour cette raison qu'il faut appeler à un pendule de torsion de grande sensibilité.

EXPÉRIENCE DE CAVENDISH (1798)

Le dispositif de Cavendish est formé d'une tige (t) de longueur 2ℓ et de masse négligeable, portant à chacune de ses deux extrémités A et B une petite sphère $S_{(Pt)}$ en platine, homogène et de masse m . La tige est fixée en son milieu à un fil de torsion très souple et de constante de torsion C . L'ensemble peut alors tourner autour de l'axe (Δ) formé par le fil (**Doc.3**).



Doc.3

Fil de torsion

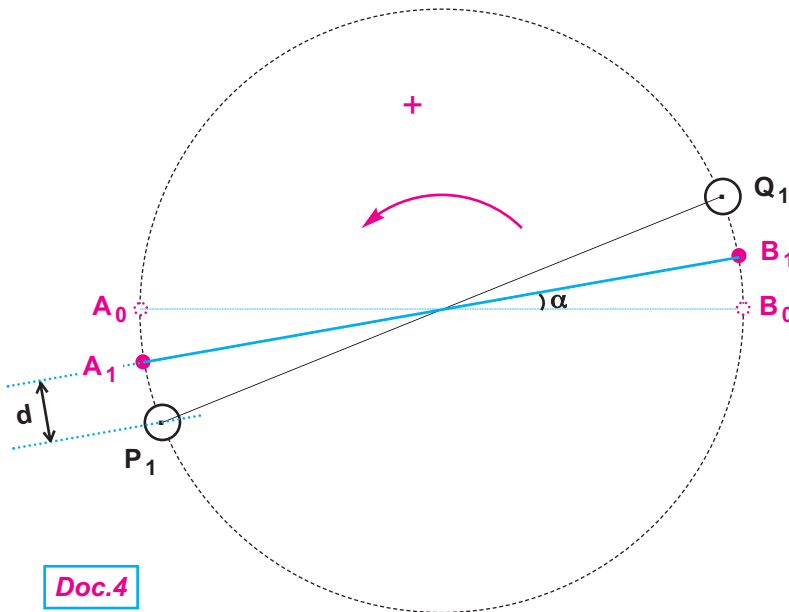
Un fil de torsion est caractérisé par une constante de torsion C .

Quand il est tordu d'un angle α , il exerce un couple de torsion dont le moment, par rapport à l'axe de rotation matérialisé par le fil lui-même, est donné par

$$\mathcal{M}(\text{couple de torsion})_{/(\Delta)} = - C \alpha$$

α en radians

C en $N.m^{-1}$



Doc.4

La tige étant en équilibre dans la position A_0B_0 , on place au voisinage de chaque extrémité une sphère $S_{(Pb)}$ en plomb, homogène et de masse M (les deux sphères sont centrées en P_1 et Q_1).

Les points A_0 , B_0 , P_1 et Q_1 se trouvent dans un même plan horizontal (**Doc.4**).



Photo.2 : dispositif de Cavendish.

A chaque extrémité, la sphère de platine, placée dans le champ gravitation de la sphère en plomb, est attirée par celle-ci. Lorsque le système formé par la tige et les deux sphères $S_{(Pt)}$ atteint sa position d'équilibre (A_1B_1), on mesure la torsion α du fil et la distance d qui sépare P_1 et la tige dans sa nouvelle position d'équilibre (A_1B_1).

ETUDE STATIQUE

Considérons le système constitué par les deux sphères de platine et la tige à laquelle elles sont fixées.

Les forces extérieures qui s'exercent sur ce système lorsqu'il occupe la position d'équilibre (A_1B_1) sont :

- le couple de torsion exercée par le fil matérialisant l'axe de rotation (Δ), et dont le moment par rapport à cet axe est donné par $\mathcal{M}_1 = - C \alpha$
- le couple de forces constitué par chacune des deux forces représentant l'interaction gravitationnelle entre sphère en platine et sphère en plomb à chacune des deux extrémités de la tige. On négligera l'action de chacune des sphères en plomb sur la sphère en platine qui se trouve à l'extrémité opposée de la tige. Le moment de ce couple de forces par rapport à l'axe (Δ) est donné par :

$$\mathcal{M}_2 = G \frac{m.M}{d^2} \cdot 2\ell$$

- Les forces représentant l'interaction gravitationnelle entre la Terre et les différentes sphères sont parallèles à l'axe de rotation (Δ), et sont sans effet sur la rotation du fléau.

Appliquons la condition d'équilibre au système en équilibre autour de l'axe de rotation (Δ) :

$$\mathcal{M}_1 + \mathcal{M}_2 = 0$$

$$- C \cdot \alpha + G \frac{m.M}{d^2} \cdot 2\ell = 0$$

D'où

$$G = \frac{C \cdot \alpha \cdot d^2}{2\ell \cdot m \cdot M}$$

EXERCICE D'APPLICATION

Considérons un électron, de masse $m_e = 0,91 \cdot 10^{-30} \text{ kg}$ et de charge $q_e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, en mouvement autour d'un proton de masse $m_p = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ et de charge $q_p = -q_e$.

La trajectoire est un cercle de rayon $r = 5,3 \cdot 10^{-11} \text{ m}$.

- 1 - Déterminer la valeur de l'intensité commune aux deux forces de gravitation s'exerçant entre l'électron et le proton.
- 2 - Déterminer la valeur de l'intensité commune aux deux forces électriques s'exerçant entre l'électron et le proton.
- 3 - Comparer ces deux valeurs ; conclure.

Solution

- 1 - L'expression de l'intensité commune aux deux forces de gravitation s'exerçant entre l'électron et le proton est

$$\left\| \vec{F}_{\text{gravitationnelle}} \right\| = G \cdot \frac{m_e \cdot m_p}{r^2}$$

sa valeur est $\left\| \vec{F}_{\text{gravitationnelle}} \right\| = 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{1,67 \cdot 10^{-27} \times 0,91 \cdot 10^{-30}}{(5,3 \cdot 10^{-11})^2}$

$$\left\| \vec{F}_{\text{gravitationnelle}} \right\| = 3,6 \cdot 10^{-46} \text{ N}$$

- 2 - L'expression de l'intensité commune aux deux forces électriques s'exerçant entre l'électron et le proton est :

$$\left\| \vec{F}_{\text{électrique}} \right\| = K \frac{|q_p| \cdot |q_e|}{r^2}$$

sa valeur est $\left\| \vec{F}_{\text{électrique}} \right\| = 9 \cdot 10^9 \frac{(1,6 \cdot 10^{-19})^2}{(5,3 \cdot 10^{-11})^2}$

$$\left\| \vec{F}_{\text{électrique}} \right\| = 8,2 \cdot 10^{-8} \text{ N}$$

- 3 - Comparaison des deux forces :

$$\frac{\left\| \vec{F}_{\text{gravitationnelle}} \right\|}{\left\| \vec{F}_{\text{électrique}} \right\|} = 4,4 \cdot 10^{-39}$$

La force de gravitation est négligeable devant la force électrique.

Les forces de gravitation s'exerçant entre des particules élémentaires chargées sont négligeables devant les forces électriques d'interaction mutuelle.

1.2 . Cas des corps à répartition de masse à symétrie sphérique

Un corps à répartition de masse à symétrie sphérique de masse **M** et de centre **O** peut être remplacé par un corps ponctuel de même masse et coïncidant avec le point **O**.

Ainsi la loi de gravitation universelle, énoncée dans le cas des corps ponctuels, peut s'appliquer aux corps à répartition de masse à symétrie sphérique.

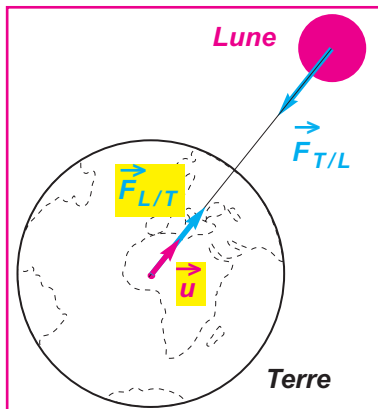
EXEMPLE (Doc.5) : l'interaction gravitationnelle entre la Terre de masse **m_T** et la Lune de masse **m_L** se traduit par :

$\vec{F}_{T/L}$ force exercée par la Terre sur la Lune

$\vec{F}_{L/T}$ force exercée par la Lune sur la Terre

$$\vec{F}_{T/L} = - \vec{F}_{L/T} = - G \frac{m_T \cdot m_L}{r^2} \vec{u}$$

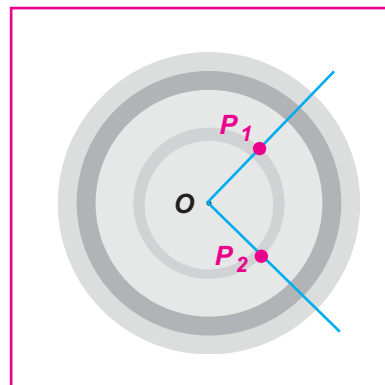
r est la distance entre les centres de la Terre et la Lune.



Doc.5

Objet à répartition de masse à symétrie sphérique

Un objet est à répartition de masse à symétrie sphérique si la masse volumique en un point quelconque de l'objet n'est fonction que de la distance qui sépare ce point du centre **O** de la sphère. Ainsi la matière est répartie en couches sphériques et l'objet est nécessairement sphérique. Le cas le plus simple est celui d'un corps sphérique homogène.



Si **OP₁ = OP₂**, les masses volumiques aux points **P₁** et **P₂** sont identiques .

Le Soleil, toutes les planètes du système solaire et leurs satellites sont des objets à répartition de masse à symétrie sphérique.

Les comètes, les astéroïdes et certains satellites naturels ne sont pas des corps à répartition de masse à symétrie sphérique.

FORCE DE GRAVITATION ET SATELLISATION :

La Lune, étant soumise à une force attractive exercée par la Terre, pourrait chuter et finir sa course en percutant cette dernière !

Cela ne cadre pas avec la réalité, car la Lune tourne autour de la Terre sur une orbite circulaire.

Comment expliquer le fait que la Lune, soumise à un effet attractif exercé essentiellement par la Terre, se maintienne en mouvement sur une orbite autour de la Terre ?

La satellisation de la Lune autour de la Terre est la conséquence de la tendance du corps à conserver un mouvement rectiligne uniforme tel que l'exige le principe d'inertie. Ce mouvement rectiligne uniforme est à tout instant modifié par la force attractive, et le bilan de ces deux effets est un mouvement circulaire (**Doc.6**).

Jusqu'à présent, cette explication du mouvement des planètes autour du Soleil, ou des satellites autour de leur planète, est encore valable.

Voici le texte décrivant l'expérience imaginée plus tard par Newton pour expliquer pourquoi certains corps chutent et d'autres tournent autour de la Terre.

Imaginons un canon à la surface de la Terre au sommet d'une montagne, qui tire des boulets en ligne droite parallèlement au sol. Plus la vitesse initiale du boulet est grande, plus il retombe loin (vitesses v_1 et v_2). Le boulet tiré, commence par parcourir une ligne dans l'alignement du fût du canon, puis progressivement s'en éloigne car il chute vers le sol (tout cela pour dire qu'il décrit une trajectoire parabolique) (**Doc.7**).

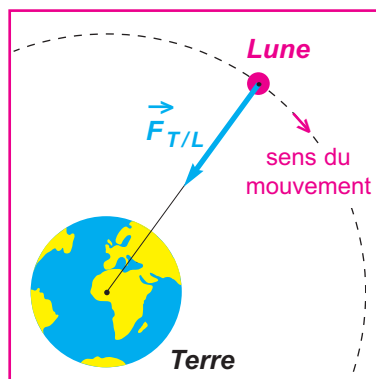
Maintenant considérons le cas d'un boulet tiré avec une très grande vitesse initiale (vitesses v_3). Comme prévu, il commence par suivre la ligne de tir puis progressivement s'en éloigne pour chuter.

Mais il nous faut considérer le phénomène suivant : étant donné qu'il parcourt une très grande distance avant d'atteindre le sol, il va voir ce dernier s'éloigner de lui ! Parce que la Terre est ronde et si vous vous déplacez dans l'air suivant une exacte ligne droite, inévitablement vous vous éloignez du sol qui est courbe. Suivant ce raisonnement, si le boulet est tiré avec une vitesse plus grande, il est possible que le point de chute du boulet s'éloigne jusqu'à disparaître (du fait de la courbure de la Terre) et de ce fait il ne chutera pas vers le sol.

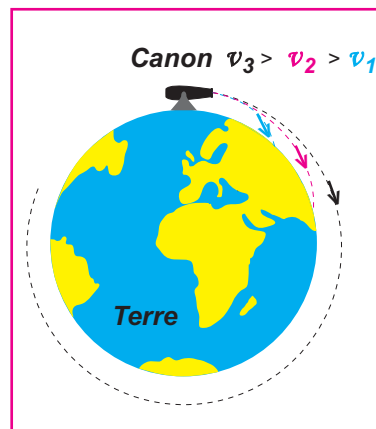
Dans ce cas, le boulet n'atteindra jamais le sol et partira dans l'espace. Sous certaines conditions, il est satellisé autour de la Terre, sinon, il est éjecté dans l'espace et se sépare complètement de la Terre.



Photo.3 : la Lune en rotation autour de la Terre.



Doc.6



Doc.7

Ainsi la Lune décrit une trajectoire circulaire autour de la Terre. En effet, soumise à une force de gravitation attractive exercée par la Terre, sa vitesse assez importante lui permet d'être satellisée autour de la Terre.

C'est le cas de toutes les planètes autour du Soleil et des satellites autour de leurs planètes.

EXERCICE RÉSOLU N°1

ENONCÉ :

La Terre, de masse M_T et de rayon R , est une planète appartenant au système solaire et qui peut être considérée comme étant à répartition de masse à symétrie sphérique. Une pomme de masse m se détache d'un arbre ; elle constitue un corps ponctuel en interaction gravitationnelle avec la Terre.

1 - Donner l'expression de la force $\vec{F}_{T/p}$ exercée par la Terre sur la pomme.

En déduire celle exercée par la pomme sur la Terre.

2 - Calculer la valeur commune aux forces gravitationnelles entre la Terre et la pomme.

On donne : la constante de gravitation universelle $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$

$$M_T = 6,0 \cdot 10^{24} \text{ kg}$$

$$m = 1,0 \cdot 10^{-1} \text{ kg}$$

$$R = 6390 \text{ km}$$

SOLUTION

1- Expression de la force exercée par la Terre sur la pomme

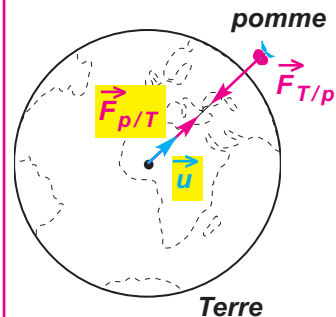
La Terre étant à répartition de masse à symétrie sphérique, l'expression de la force de gravitation qu'elle exerce sur la pomme est :

$$\vec{F}_{T/p} = - G \frac{M_T \cdot m}{R^2} \vec{u}$$

Expression de la force exercée par la Terre sur la pomme

$$\vec{F}_{p/T} = G \frac{M_T \cdot m}{R^2} \vec{u} \quad (\text{Doc.8})$$

On choisira le vecteur unitaire $\vec{u}$ dirigé du centre de la Terre vers la pomme.



Doc.8

2- Valeur commune aux forces gravitationnelles s'exerçant entre la Terre et la pomme

$$\|\vec{F}\| = \|\vec{F}_{T/p}\| = \|\vec{F}_{p/T}\| = G \frac{M_T \cdot m}{R^2}$$

Application numérique :

$$\|\vec{F}\| = 6,67 \cdot 10^{-11} \left[\frac{6,0 \cdot 10^{24} \cdot 0,1}{(6390 \cdot 10^3)^2} \right]$$

$$\|\vec{F}\| = 0,98 \text{ N}$$

2. Champ de gravitation

Considérons un corps ponctuel de masse m_1 placé en un point **D** de l'espace et soumis à la seule force gravitationnelle $\vec{F}_1$ exercée par la Terre.

Des corps ponctuels de masses $m_2, m_3, \dots$ placés successivement au même point **D** seront soumis

aux forces gravitationnelles $\vec{F}_2, \vec{F}_3, \dots$:

On montre que

$$\frac{\vec{F}_1}{m_1} = \frac{\vec{F}_2}{m_2} = \frac{\vec{F}_3}{m_3} = \dots = \overrightarrow{\text{Constante}}$$

le rapport $\frac{\vec{F}}{m}$ est indépendant de la valeur de m ; il définit

le vecteur champ gravitationnel $\vec{G}$ qui règne en **D**.

2.1 . Définition

Le vecteur champ gravitationnel $\vec{G}$ en un point de l'espace est égal au quotient de la force gravitationnelle $\vec{F}$ subie par un corps ponctuel placé en ce point, par la masse m de ce corps (**Doc.9**).

$$\vec{G} = \frac{\vec{F}}{m}$$

sa valeur est donnée par : $\|\vec{G}\| = \frac{\|\vec{F}\|}{m}$

$\|\vec{F}\|$ en **N**

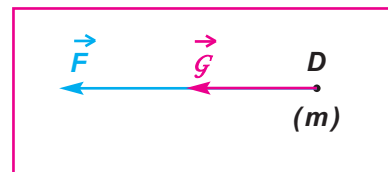
m en **kg**

$\|\vec{G}\|$ en **N.kg⁻¹**

EXEMPLE :

Au cours du voyage effectué par la fusée Apollo **XI** vers la Lune en **1969**, l'astronaute Neil Armstrong se sentant léger sur le sol lunaire sautille alors que, portant la même charge, il se déplace difficilement sur Terre .

La valeur du champ gravitationnel sur le sol lunaire est le sixième de celle régnant à la surface de la Terre ; de ce fait, l'astronaute se sent nettement plus léger à la surface de la Lune puisque l'intensité de la force gravitationnelle à laquelle il y est soumis est six fois moins importante qu'à la surface de la Terre.



Doc.9



Photo.4 : le 20 Juillet, Neil Armstrong marche sur la Lune.

2.2 . Champ de gravitation créé par un corps ponctuel

Un corps ponctuel de masse **M**, placé en **A**, crée en **B** un champ gravitationnel $\vec{G}$.

Un deuxième corps ponctuel de masse **m**, placé en **B**, subit d'après le paragraphe (2.1) une force gravitationnelle $\vec{F}$ telle que

$$\vec{F} = m \cdot \vec{G} \quad (\text{Doc.10})$$

D'après la loi de gravitation universelle cette force peut s'écrire :

$$\vec{F} = - G \frac{m \cdot M}{AB^2} \vec{u}$$

L'égalité entre les deux expressions de la force de gravitation donne :

$$m \cdot \vec{G} = - G \frac{m \cdot M}{AB^2} \vec{u}$$

soit
$$\vec{G} = - G \frac{M}{AB^2} \vec{u} \quad (\text{Doc.11}).$$

- Le champ de gravitation $\vec{G}$ est créé par le corps de masse **M**. Il est dirigé vers le corps qui l'a créé, on dit qu'il est " **centripète** "
- La valeur du champ de gravitation est:

$$\|\vec{G}\| = G \frac{M}{AB^2}$$

Elle est indépendante de la masse **m** du corps ponctuel placé en **B**.

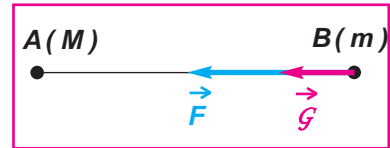
Elle dépend uniquement de **M** et de $\|\vec{AB}\|$.

2.3 . Lignes de champ

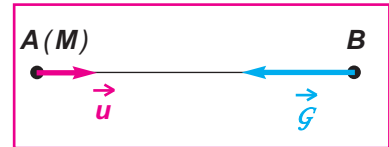
DÉFINITION

Une ligne de champ gravitationnel est une courbe telle que le champ de gravitation $\vec{G}$ lui est tangent en chacun de ses points.

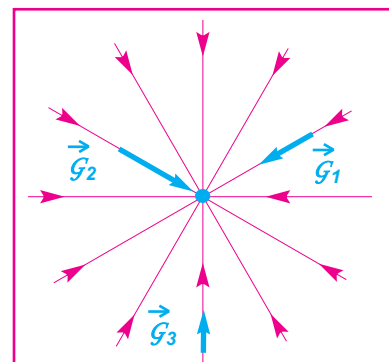
Dans le document 12, le champ de gravitation créé par un corps ponctuel est constamment dirigé vers le corps qui le crée ; les lignes de champ gravitationnel sont nécessairement des lignes droites passant par ce corps.



Doc.10



Doc.11



Doc.12 : lignes de champ dans le cas d'un corps ponctuel.

2.4 . Champ de gravitation créé par un corps à répartition de masse à symétrie sphérique

Considérons un corps à répartition de masse à symétrie sphérique de masse M et de rayon R . Le vecteur champ de gravitation créé par ce corps en un point B d'altitude h

a pour expression :

$$\vec{g}(h) = - G \frac{M}{(R + h)^2} \vec{u}$$

le rayon R et l'altitude h en mètre.

- Le vecteur champ de gravitation $\vec{g}$ est dirigé vers le centre du corps qui l'a créé, il est "**centripète**".
- La valeur du vecteur champ de gravitation est

$$\|\vec{g}(h)\| = G \frac{M}{(R + h)^2}$$

Elle est indépendante de la masse du corps pouvant être ponctuel ou à répartition de masse à symétrie sphérique et placé en B .

Elle dépend uniquement de M , R et h .

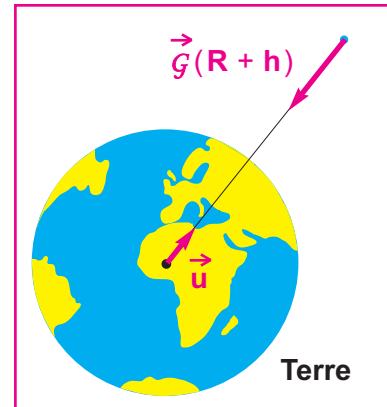
Exemple : champ de gravitation créé par la Terre (**Doc.13**).

Au sol ($h = 0$) : $\|\vec{g}(0)\| = G \frac{M}{R^2}$

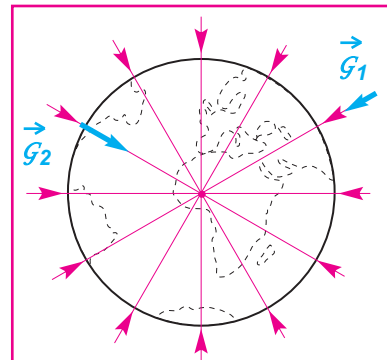
d'où à une altitude h quelconque :

$$\|\vec{g}(h)\| = \|\vec{g}(0)\| \cdot \frac{R^2}{(R + h)^2}$$

Dans le document **14**, le champ de gravitation créé par la Terre, corps supposé être à répartition de masse à symétrie sphérique, est constamment dirigé vers l'objet qui le crée ; les lignes de champ gravitationnel sont des lignes passant par le centre de la Terre ; elles sont centripètes.



Doc.13



Doc.14 : lignes de champ dans le cas d'un corps à répartition de masse à symétrie sphérique.

EXERCICE RÉSOLU N° 2

ENONCÉ :

- 1 - La Terre de rayon R et de masse M_T peut être considérée comme étant à répartition de masse à symétrie sphérique de centre O .
 - 1 - a - Préciser les caractéristiques du champ de gravitation $\vec{g}_o$ créé par la Terre en un point A de sa surface.
 - 1 - b - Donner l'expression de la valeur $\|\vec{g}_z\|$ du champ de gravitation créé par la Terre en un point d'altitude z . Calculer sa valeur pour $z = 32 \text{ km}$.
Déterminer la variation relative de la valeur du champ de gravitation $\frac{\Delta g}{g_o}$.
 - 2 - Une pomme, de masse $m = 0.1 \text{ kg}$, est un corps ponctuel en interaction gravitationnelle avec la Terre.
 - 2 - b - Calculer la valeur $\|\vec{g}_p\|$ du champ de gravitation créé par la pomme au centre de la Terre.
 - 2 - b - Comparer $\|\vec{g}_p\|$ et $\|\vec{g}_o\|$.
- On donne : la constante de gravitation universelle $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N.m}^2.\text{kg}^{-2}$
 $R = 6390 \text{ km}$ et $M_T = 6,0 \cdot 10^{24} \text{ kg}$

SOLUTION

1 - a - Caractéristiques du vecteur champ de gravitation $\vec{g}_o$

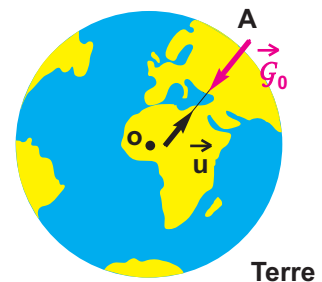
- direction : la droite (OA)
- sens : il est dirigé de A vers O
- origine : le point A
- expression vectorielle : $\vec{g}_o = - G \frac{M_T}{R^2} \vec{u}$

sa valeur est $\|\vec{g}_o\| = G \frac{M_T}{R^2}$

Application numérique :

$$\|\vec{g}_o\| = 6,67 \cdot 10^{-11} \left[\frac{6,0 \cdot 10^{24}}{(6390 \cdot 10^3)^2} \right]$$

$$\|\vec{g}_o\| = 9,8 \text{ N.kg}^{-1}$$



1 - b - Expression de $\|\vec{g}_z\|$

$$\|\vec{g}_z\| = G \frac{M_T}{(R + z)^2}$$

Application numérique :

$$\|\vec{g}_z\| = 6,67 \cdot 10^{-11} \left[\frac{6,0 \cdot 10^{24}}{(6390 \cdot 10^3 + 32000)^2} \right]$$

$$\|\vec{g}_z\| = 9,704 \text{ N.kg}^{-1}$$

$$\frac{\Delta \|\vec{g}\|}{\|\vec{g}_o\|} = \frac{\|\vec{g}_o\| - \|\vec{g}_z\|}{\|\vec{g}_o\|}$$

$$\frac{\Delta \|\vec{g}\|}{\|\vec{g}_o\|} = 1 \text{ ‰}$$

2 - a - L'expression de la valeur du champ gravitationnel $\|\vec{g}_p\|$

$$\|\vec{g}_p\| = G \frac{m}{R^2}$$

Application numérique : $\|\vec{g}_p\| = 6,67 \cdot 10^{-11} \left[\frac{0,1}{(6390 \cdot 10^3)^2} \right]$

$$\|\vec{g}_p\| = 1,63 \cdot 10^{-25} \text{ N.kg}^{-1}$$

2 - b -

$$\frac{\|\vec{g}_o\|}{\|\vec{g}_p\|} = \frac{9,8}{1,63 \cdot 10^{-25}}$$

$$\frac{\|\vec{g}_o\|}{\|\vec{g}_p\|} = 6 \cdot 10^{25}$$

Le champ de gravitation créé par la pomme au centre de la Terre est négligeable devant celui créé par la Terre à l'endroit où se trouve la pomme.

QUI EST RESPONSABLE DU MOUVEMENT D'UN CORPS ?

Considérons une pomme de masse m lâchée sans vitesse initiale à quelques mètres du sol ; la valeur de la force qu'elle subit de la part de la Terre de masse M est :

$$\left\| \vec{F}_{T/p} \right\| = G \frac{M \cdot m}{R^2}$$

De même, la valeur de la force exercée par la pomme sur la Terre est :

$$\left\| \vec{F}_{p/T} \right\| = G \frac{M \cdot m}{R^2}$$

Les intensités des deux forces qui constituent l'interaction gravitationnelle sont égales. Mais alors, pourquoi la Terre ne ressent-t-elle pas l'attraction de la pomme de la même manière que nous le constatons pour cette dernière puisque nous la voyons chuter ?

Raisonnons par rapport à un référentiel lié à la Terre.

La chute de la pomme est une réalité qui se déroule à nos yeux due à l'effet du champ de gravitation terrestre de valeur $9,8 \text{ N.kg}^{-1}$ (exercice résolu n°2)

Par contre le champ de gravitation dû à la pomme est totalement négligeable et reste incapable de provoquer la moindre perturbation sur le mouvement de la Terre.

Puisque les intensités des deux forces qui constituent l'interaction gravitationnelle sont égales, **il est clair que c'est le champ de gravitation qui exprime la nature du mouvement d'un corps et non pas la force gravitationnelle !**

La comparaison des deux champs gravitationnels créé par la pomme au centre de la Terre et celui créé par la Terre au niveau de la pomme, revient à une comparaison de masses.

Maintenant on comprend parfaitement bien pourquoi c'est la Terre de masse 6.10^{24} kg qui tourne autour du Soleil de masse 2.10^{30} kg et non pas l'inverse.

3. Champ de pesanteur

3.1 . Définition

Le vecteur champ de pesanteur $\vec{g}$ en un point d'altitude h par rapport à la Terre est donné par la relation :

$$\vec{g} = \frac{\vec{P}}{m}$$

- m est la masse du corps ponctuel (ou à répartition de masse à symétrie sphérique) dont le centre d'inertie est situé au point d'altitude h ; unité : **kg**.
- $\vec{P}$ est le poids de ce corps.

3.2 . Relation entre le champ de pesanteur et le champ de gravitation

Si on néglige l'effet de la rotation de la Terre autour de l'axe des pôles, le poids $\vec{P} = m \vec{g}$ du corps peut être assimilé à la force de gravitation universelle que la Terre exerce sur lui $\vec{F} = m \vec{g}$.

De l'égalité de ces deux forces on déduit que

$$\vec{g} = \vec{g} = - G \frac{M_T}{(R_T + h)^2} \vec{u} \quad (\text{Doc.15})$$

R_T et M_T sont respectivement le rayon et la masse de la Terre.

$\vec{u}$ est un vecteur unitaire ayant pour origine le centre de la Terre et est dirigé vers le point considéré au voisinage de la Terre.

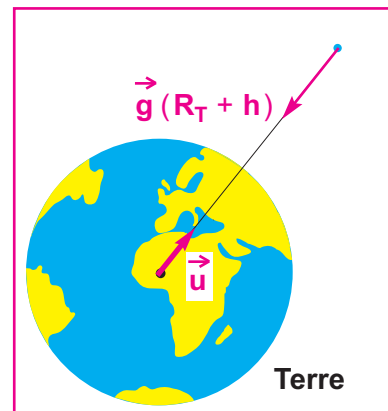
3.3 . Valeur du champ de pesanteur à l'altitude zéro

A l'altitude $h = 0$, le champ de pesanteur est :

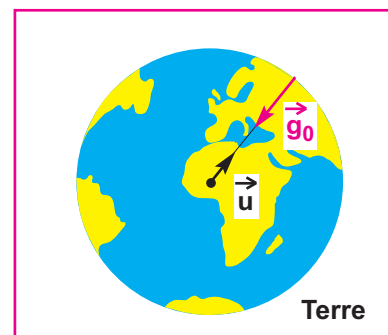
$$\vec{g}_0 = - G \frac{M_T}{R_T^2} \vec{u} \quad (\text{Doc.16})$$

L'expression de la valeur du champ de pesanteur à l'altitude zéro qui est située au niveau de la surface de la mer est :

$$\|\vec{g}_0\| = G \frac{M_T}{R_T^2}$$



Doc.15



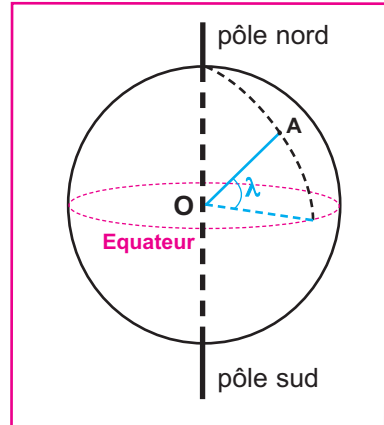
Doc.16 : le champ de pesanteur à la surface de la Terre

	λ	Paris	$\ \vec{g}_0\ \text{ (N.kg}^{-1}\text{)}$
Nord	90°	aux pôles	9,83
	36°	Tunis	9,80
	49°	Paris	9,81
	0°	Equateur	9,78
Sud	22°	Rio de Janeiro	9,79
	51°	Iles des Malouines	9,812

Doc.16 : quelques valeurs du champ de pesanteur selon la latitude.

LATITUDE

La latitude λ d'un point **A** de la surface de la Terre est l'angle que fait le rayon de la Terre passant par ce point avec le plan de l'équateur.



D'après le document (**Doc.16**) on remarque que $\|\vec{g}_0\|$ augmente quand on passe de l'équateur aux pôles.

$$\text{A une altitude } h : \|\vec{g}\| = \|\vec{g}_0\| \cdot \frac{R_T^2}{(R_T + h)^2}$$

D'après l'exercice résolu n°2 on a trouvé que :

$$\|\vec{g}_0\| = 9,8 \text{ N.kg}^{-1}$$

et à l'altitude $h = 32 \text{ km}$, on a calculé

$$\|\vec{g}(32 \text{ km})\| = 9,704 \text{ N.kg}^{-1}$$

$$\text{La variation relative est : } \frac{\Delta g}{g_0} = 1 \%$$

On peut alors supposer que la valeur du champ de gravitation ne change pratiquement pas jusqu'à une altitude de quelques dizaines de **kilomètres**.

En tenant compte du document **17** on peut affirmer que, dans un domaine restreint au voisinage de la Terre, le champ de pesanteur est supposé constant.

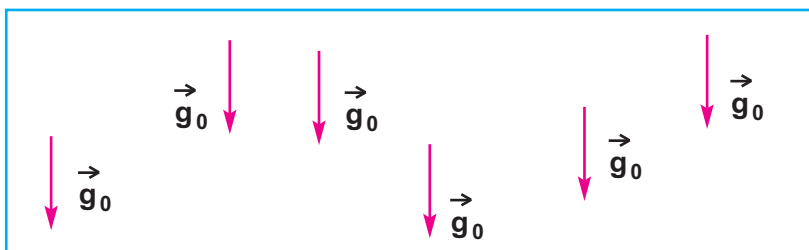
On dit qu'il est **uniforme**, c'est à dire de valeur constante et égale à celle au sol, de même direction et de même sens (**Doc.18**).

MATHÉMATIQUES

Entre deux points **M** et **M'** du globe terrestre, tels que les vecteurs champ de pesanteur $\vec{g}_M$ et $\vec{g}_{M'}$ font entre eux un angle de 1° , l'arc terrestre $\widehat{MM'}$ est égal à **111 km**.

En tout point de cet arc, le champ de pesanteur est presque le même.

Doc.17



Doc.18

4. Applications

4.1 . Phénomène des marées dans les océans

La Terre baigne dans les champs gravitationnels solaire et lunaire.

Le phénomène des marées est une manifestation de ces champs gravitationnels ; il s'agit d'un mouvement journalier d'oscillation de la mer, dont le niveau monte et descend alternativement en un même lieu.

Ce phénomène des marées résulte des attractions exercées sur notre planète par la Lune et le Soleil, et essentiellement sur les eaux des océans.

On considère que les océans et la Terre constituent deux systèmes indépendants :

La Terre : en son centre, le champ gravitationnel qui y règne est dû au Soleil et à la Lune ; sa valeur est supposée constante.

Les océans : un bloc d'eau appartenant aux océans baigne dans un champ gravitationnel résultant des champs gravitationnels solaire, lunaire et terrestre.



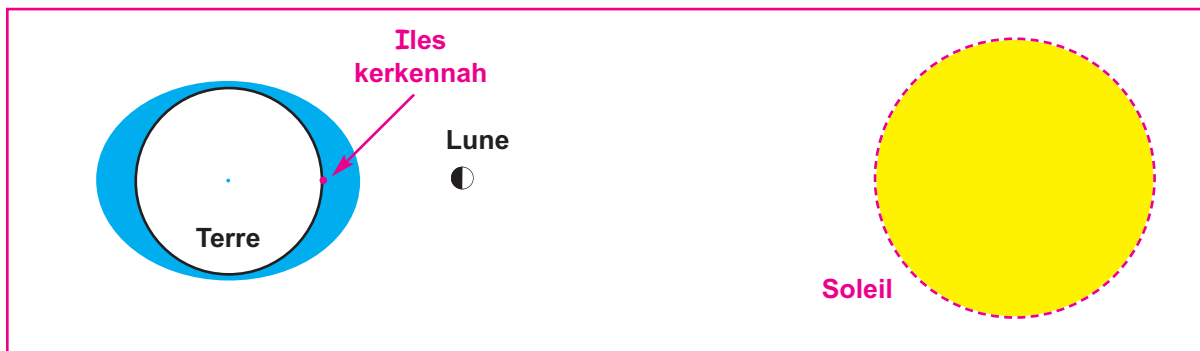
Photo.5-a : marée basse.



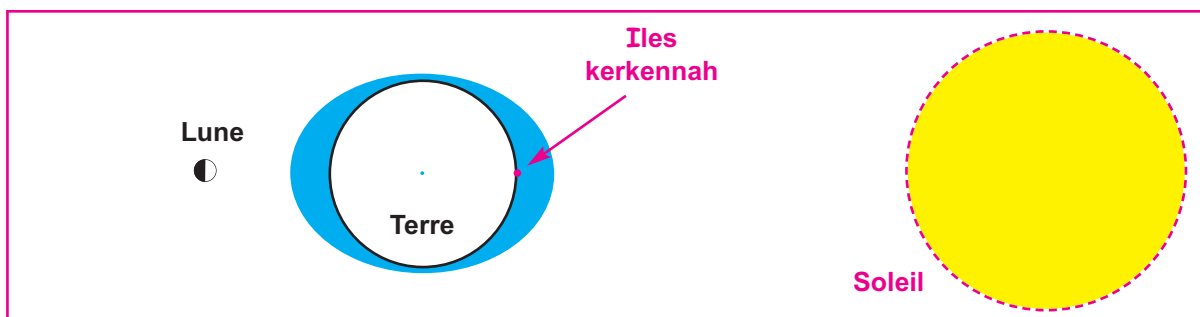
Photo.5-b : marée haute.

On connaît différents types de marées :

Les marées de vives eaux : elles se produisent quand la Lune est alignée entre la Terre et le Soleil (**Doc.19**) et aussi quand la Terre est alignée entre la Lune et le Soleil (**Doc.20**).

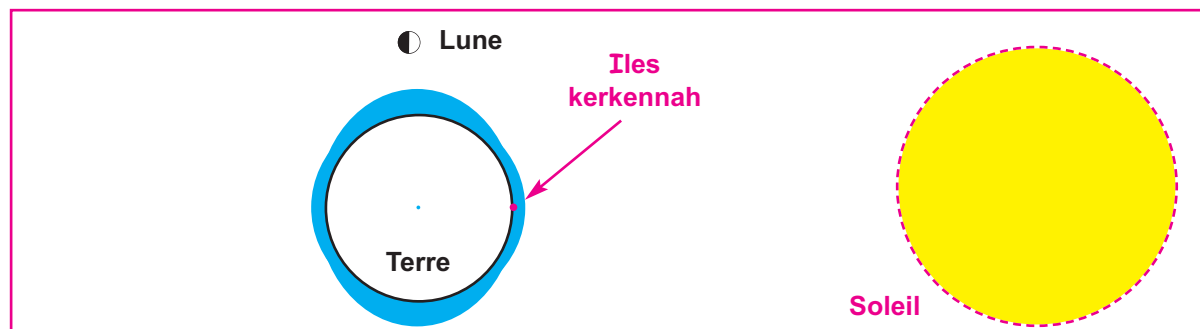


Doc.19 : Phénomène de marée haute aux Iles Kerkennah lors de la nouvelle Lune.



Doc.20 : Phénomène de marée haute aux Iles Kerkennah en pleine Lune.

Les marées de mortes eaux : elles se produisent quand la Lune, la Terre et le Soleil forment un triangle rectangle (**Doc.21**).

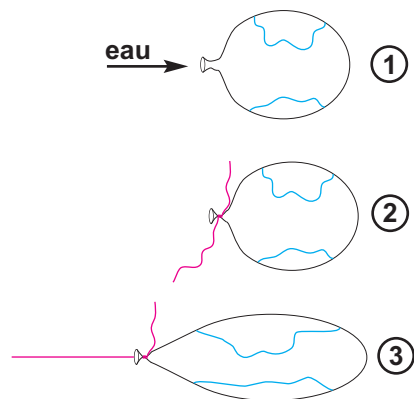


Doc.21 : Phénomène de marée de mortes eaux.

Activité expérimentale : fabrication d'une marée

Matériel : un ballon de baudruche, une ficelle, de l'eau.

- ① - remplir le ballon d'eau qui symbolise la Terre
- ② - fermer avec la ficelle en faisant un noeud
- ③ - tirer la ficelle d'un coup sec ; le ballon se déforme du côté où l'on tire, mais aussi du côté opposé.



4.2 . Astéroïdes et comètes

Le système solaire est l'ensemble formé d'une étoile moyenne (le Soleil), de **9** planètes (Vénus, Mercure, Terre, Mars, Jupiter, Saturne, Uranus, Neptune et Pluton), de satellites, d'**astéroïdes** et de **comètes**.

Chaque satellite tourne autour d'une planète comme par exemple :

- la Lune autour de la Terre
- Io, Europe, Ganymède et Callisto autour de Jupiter.

ASTÉROIDES :

Les **astéroïdes** ont été formés par les roches qui n'ont pas pu s'agglomérer lors de la formation du système solaire. Restes d'une planète avortée, ces petits corps sont répartis dans tout le système solaire ; ils sont les seuls corps célestes qui sont restés, jusqu'à aujourd'hui, tels qu'ils étaient à la formation de notre système solaire.

De notre Terre, ils nous apparaissent comme des points lumineux presque sans intérêt.

Grâce à la force gravitationnelle exercée par le Soleil, ils décrivent des orbites elliptiques autour du Soleil.

Ils sont généralement regroupés en grand nombre sur des orbites communes autour du Soleil appelées ceintures.

La ceinture principale : appelée encore ceinture d'astéroïdes, elle est située entre Mars et Jupiter de **2 à 4 UA** du Soleil.

Elle comporte la plupart des astéroïdes. **Cérès, Pallas** et **Vesta** contiennent la moitié de la masse totale de la ceinture principale ; ils ont des diamètres respectifs de **933, 523** et **501 km**. Plus de **200** ont un diamètre de **100 km**, un millier d'un diamètre supérieur à **30 km** et un million de corps avec un diamètre supérieur à **1 km**. L'espace entre les astéroïdes étant de plusieurs millions de **km**, les collisions sont très rares de nos jours.

UNITÉ DE DISTANCE

1 UA = distance Terre-Soleil
= **$1,496.10^8$ km**

La ceinture de Kuiper : il y a **40 ans**, un chercheur Kuiper avait postulé l'existence d'une ceinture au-delà de l'orbite de Neptune ; c'est une région du Système Solaire qui s'étend au-delà de l'orbite de Neptune de **40 à 50 UA** du Soleil, et qui contiendrait des milliers de corps de glace.

Elle a été découverte en **1992** et depuis, de l'ordre de **1000** corps ont été catalogués. Certains d'entre eux sont très gros; le plus gros ayant un diamètre dépassant **1000 km**.

Pluton, l'une des neuf planètes du système solaire, serait un astéroïde de la Ceinture de Kuiper !

La ceinture de Kuiper constitue la limite du système solaire.

D'autres ceintures :

- **Les Troyens** : au-delà de Jupiter et à la même distance de cette dernière au Soleil
- **Les Centaures** : se trouvent entre Jupiter et Neptune
- Une population d'astéroïdes résidant entre le Soleil et Mars ; ils sont regroupés en trois formations :
 - * **la formation des Altens** : au voisinage du Soleil à une distance inférieure de **1 UA**
 - * **la formation des Apollons** : un peu plus éloigné du Soleil que la Terre
 - * **la formation des Armors** : entre la Terre et Mars.

N'ayons pas peur si l'on dit que, de ces trois formations, par décrochement gravitationnel, des astéroïdes viendraient s'approcher de la Terre à une distance inférieure à la moitié de la distance Terre-Lune, ou même s'y écraser entraînant l'extinction des dinosaures il y a **65 Millions d'années** ; en Tunguska (Sibérie) en **1908**, **2000 km²** de forêt sont dévastés suite au choc d'un astéroïde avec notre planète.

COMÈTES :

Les **comètes** sont de petits corps glacés. Elles sont **1 million** à tourner autour du Soleil sous l'effet de la force gravitationnelle exercée par ce dernier.

Elles sont restées pratiquement inchangées grâce à leur éloignement du Soleil.

Dès **1995**, on sait que les molécules les plus abondantes des glaces cométaires sont : l'eau (**H₂O**), les monoxydes (**CO**), dioxyde de carbone (**CO₂**), le méthanol (**CH₃OH**).

Il existe un gigantesque réservoir de Comètes estimés à **6 milliards** et situés jusqu'à **20000 UA** du Soleil à mi-chemin des étoiles les plus proches, dans une très vaste région froide (- **269°C**) où la lumière est quasiment inexistante ; il s'agit du nuage d'**Oort**.

D'autres comètes se trouvent dans la ceinture de Kuiper.

Des millions de kilomètres séparent les Comètes les unes des autres.

B

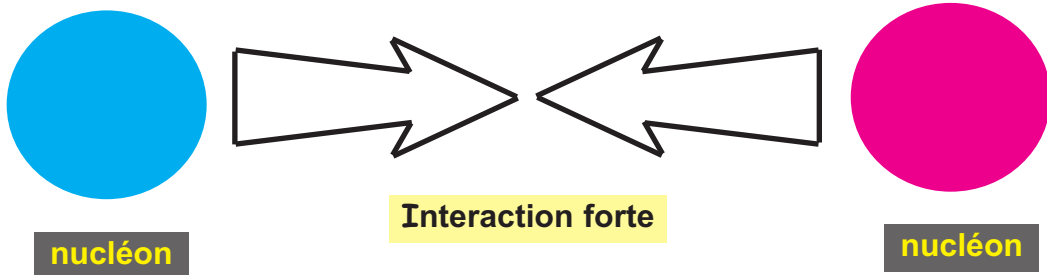
INTERACTION FORTE

L'histoire des interactions fortes commence en 1911 avec la découverte du noyau atomique par Rutherford.

En effet, il fallut trouver une nouvelle force pour expliquer que les noyaux atomiques ne se disloquent pas sous l'effet électrique répulsif des protons entre eux.

OBJECTIFS

- Expliquer la cohésion du noyau atomique.
- Interpréter la cohésion de la matière :
 - à l'échelle du noyau
 - à l'échelle des atomes, des molécules et à notre échelle
 - à l'échelle astronomique.



1. Introduction

Tous les phénomènes physiques, chimiques ou biologiques tels que la chute d'une pomme, la lumière émise d'une ampoule électrique, les transformations nucléaires qui font briller les étoiles et qui alimentent les centrales nucléaires, etc... peuvent être expliqués à l'aide de quatre interactions dites **interactions fondamentales**.

Les deux interactions, dont les effets sont connus depuis longtemps, sont :

Interaction gravitationnelle

Issac Newton est le premier qui, en **1687**, a compris que la force qui fait tomber la pomme et celle qui maintient la Lune sur son orbite autour de la Terre sont le résultat d'une même interaction : **l'interaction gravitationnelle**.

Il s'agit d'une interaction attractive dont les effets ne sont perceptibles que lorsque des corps très massifs sont en jeu ; elle explique la pesanteur, les marées ainsi que les trajectoires des planètes et des étoiles.

Interaction électromagnétique

L'interaction électrique et l'interaction magnétique sont unifiées en **1860** par Maxwell en une seule et même interaction : **l'interaction électromagnétique**.

Il s'agit d'une interaction qui agit sur les corps ayant une charge électrique ; elle peut -être attractive ou répulsive selon les signes des charges mises en jeu. Elle assure la cohésion de la matière en liant les électrons au noyau des atomes.

L'interaction électromagnétique permet d'expliquer l'électricité, le magnétisme, la lumière etc...

2. Cohésion de la matière à l'échelle du noyau et interaction forte

2.1 . Interactions dans un noyau d'Hélium

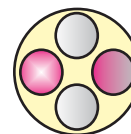
Un noyau d'Hélium ${}^4_2\text{He}$ est formé de deux neutrons

et deux protons (**Doc.22**).

2-1-1. Interaction gravitationnelle

Les nucléons possèdent une masse ; ils subissent une attraction gravitationnelle.

La valeur commune des deux forces qui constituent l'interaction gravitationnelle entre deux protons supposés jointifs est donnée par :



Doc.22 : modélisation du noyau d'Hélium .
Le rayon d'un nucléon est de $1,2 \cdot 10^{-15} \text{ m}$

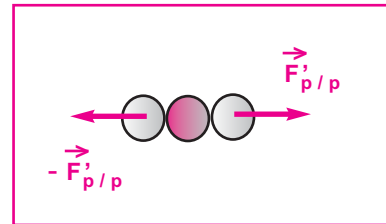
$$\|\vec{F}_{p/p}\| = G \frac{m_p \cdot m_p}{r^2} = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{(1,67 \cdot 10^{-27})^2}{(2,4 \cdot 10^{-15})^2} = 10^{-35} \text{ N}$$

2-1-2 . Interaction électrique

Les protons portent des charges positives ; ils subissent une répulsion électrique (**Doc.23**).

La valeur commune des deux forces qui constituent l'interaction électrique entre deux protons supposés séparés par un neutron est donnée par :

$$\|\vec{F}_{p/p}\| = k \frac{q_p \cdot q_p}{d^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{(1,6 \cdot 10^{-19})^2}{(4,8 \cdot 10^{-15})^2} = 10 \text{ N}$$



Doc.23

2-1-3 . Interaction forte

Au sein de ce minuscule noyau, l'attraction gravitationnelle entre les nucléons est pratiquement inexistante (10^{-35} N) alors que les protons se repoussent très fortement (10 N).

De plus les protons et les neutrons se déplacent à plus de 30.000 km.s^{-1} (plus d'un dixième de la vitesse de la lumière, soit le tour de la Terre en **1,34** seconde) !

Si les nucléons étaient soumis seulement à ces deux interactions, les noyaux se disloqueraient. Or le noyau de la plupart des atomes est stable ; il faut donc admettre l'existence d'un troisième type d'interaction capable de contrer la répulsion électrique et d'assurer la cohésion du noyau : **l'interaction forte**.

L'interaction forte assure la cohésion des noyaux atomiques

2.2 . Mode d'action de l'interaction forte

- L'interaction forte s'exerce sur les nucléons .
- Elle est de courte portée ; son rayon d'action est de l'ordre de la taille des noyaux atomiques, soit 10^{-15} m .
- Contrairement à l'interaction électromagnétique et à l'interaction gravitationnelle, l'interaction forte augmente avec la distance !

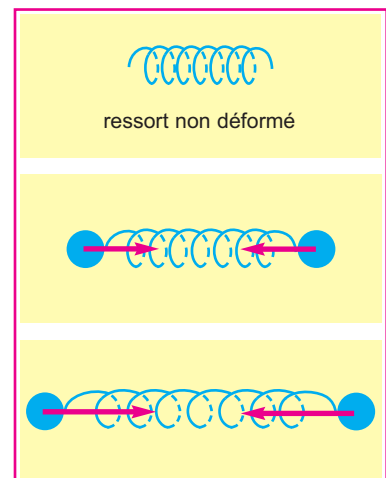
Plus les particules sont proches les unes des autres moins elles interagissent. Ce comportement est analogue à celui de deux billes attachées à un ressort : plus les billes s'éloignent l'une de l'autre, plus le ressort tente de les rapprocher (**Doc.24**).

2.3 . Les limites de l'interaction forte

Si le nombre de protons dans le noyau est important, l'interaction électrique prend le pas sur l'interaction forte et les noyaux deviennent instables.

C'est le cas des noyaux lourds instables tel que l'uranium.

LES QUARKS
En 1964, Murray Gell-Mann et George Zweig émettent l'hypothèse que les protons et les neutrons ne sont pas des particules élémentaires c'est à dire insécables mais constituées de particules plus petites appelées **quarks**.
En réalité, l'interaction forte s'exerce entre les quarks.

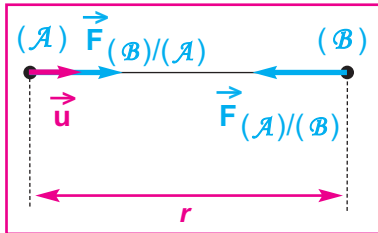


Doc.24 : plus les billes sont éloignées l'une de l'autre, plus le ressort tend à les rapprocher en exerçant une tension plus forte.

L'ESSENTIEL DU COURS

Loi de gravitation universelle

Deux corps ponctuels de masses respectives m_A et m_B et distants de r , placés en deux points **A** et **B** exercent l'un sur l'autre des forces d'attraction directement opposées :



$$\vec{F}_{(A)/(B)} = - G \frac{m(A) \cdot m(B)}{r^2} \vec{u}$$

$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N.m}^2.\text{kg}^{-2}$: constante de gravitation.

Un corps à répartition de masse à symétrie sphérique, comme la Terre, peut être remplacé par un corps ponctuel coïncidant avec son centre et dont la masse est égale à la masse du corps.

Champ de gravitation

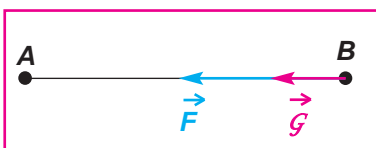
Le champ de gravitation créé, en un point **B**, par un corps ponctuel de masse m_A placé en **A** est :

$$\vec{G} = - G \frac{m_A}{AB^2} \vec{u}$$



Le corps ponctuel de masse m_B placé en **B** subit la force :

$$\vec{F}_{A/B} = m_B \vec{G}$$



Champ de pesanteur

On peut confondre champ de gravitation de la Terre et champ de pesanteur terrestre à une altitude h :

$$\vec{g}(h) = - G \frac{M_T}{(R_T + h)^2} \vec{u}$$

Le champ de pesanteur terrestre est uniforme dans un domaine restreint autour de la Terre.

Phénomène des marées

Le phénomène des marées résulte des attractions exercées sur notre planète par la Lune et le Soleil, et essentiellement sur les eaux des océans.

On connaît différents types de marées :

- **les marées de vives eaux** : elles se produisent quand la Lune est alignée entre la Terre et le Soleil et aussi quand la Terre est alignée entre la Lune et le Soleil.
- **les marées de mortes eaux** : elles se produisent quand la Lune, la Terre et le Soleil forment un triangle rectangle.

Astéroïdes

Les astéroïdes sont de petits corps n'ayant pas pu s'agglomérer en planètes ; ils sont généralement regroupés, au sein du système solaire, en grand nombre sur des orbites communes autour du Soleil appelées ceintures.

On connaît la **ceinture principale** et la **ceinture de Kuiper**.

Comètes

Les comètes sont de petits corps glacés réunis essentiellement dans le grand **nuage de Oort**. Elles sont **1 million** à tourner autour du Soleil sous l'effet de la force gravitationnelle exercée par ce dernier.

Interaction forte

L'interaction forte s'exerce entre les nucléons et assure la cohésion du noyau.

POUR EN SAVOIR PLUS

HISTORIQUE

Depuis les temps les plus lointains, l'observation des corps célestes dans le ciel constituait une science mais "intuitive" c'est-à-dire pur produit de l'inspiration de l'être humain et ne faisant pas l'objet de mesures.

Du temps des Grecs, dans l'Antiquité, l'univers se sépare en deux mondes différents : la Terre d'une part et le reste constitué par la Lune, le Soleil et les astres.

Aristote (- 350 ans avant **Jésus-Christ**) a fixé cette description du monde céleste dans son ouvrage "**De la physique**" : la Terre au centre, puis viennent la Lune, Mercure, Vénus, le Soleil, Mars, Jupiter et Saturne qui sont en mouvement sur des sphères concentriques centrées sur la Terre; les étoiles occupent la sphère la plus extérieure tout en restant fixes les unes par rapport aux autres.

Ptolémée (140 ans après **Jésus-Christ**) développe dans son œuvre "**La grande synthèse**" un système qui cadre parfaitement bien avec la vision d'**Aristote** et qui permet de calculer le mouvement des planètes, de la Lune et du Soleil.

Ce système a tenu bon pendant 15 siècles environ sans connaître de modifications.

Copernic (1473 - 1543) et **Kepler** (1571 - 1630) ont mis fin aux préceptes de la vision du monde établis par **Aristote**.

La Terre n'occupe plus une place privilégiée dans le système solaire ! Aussi bien la Terre que Mercure, Vénus, Mars, Jupiter et Saturne tournent autour du Soleil sur des trajectoires pouvant être une ellipse ou un cercle.



Photo.4 : Galilée (1564 - 1642)

Célèbre savant italien. Il peut être considéré comme le principal fondateur de la physique moderne. Partisan convaincu de la méthode expérimentale, il fit de belles découvertes en mécanique telle que la chute des corps.

Dans les dernières années de sa vie, Galilée devint aveugle. Quelle amertume dans cette déclaration faite à un ami, en 1638 : *" Ce ciel, ce monde, cet univers, que par mes observations merveilleuses et mes évidentes démonstrations j'avais agrandi cent et mille fois au-delà de tout ce qu'avaient cru les savants de tous les siècles passés, sont maintenant devenus pour moi si restreints et si diminués qu'ils ne s'étendent guère au-delà de l'espace occupé par ma personne ! "*

Grâce aux observations effectuées à l'aide de sa lunette astronomique, **Galilée** (1564 - 1642) offre une justification éclatante au système de **Copernic** ; on passe ainsi définitivement du système géocentrique d'**Aristote** dans lequel la Terre est le centre de l'univers, au système héliocentrique ayant pour centre le Soleil.

Notons que l'année du décès de **Galilée** correspond bien à celle de la naissance de **Isaac Newton** (1642 - 1727), quelle coïncidence !

En 1679 **Newton** reçoit du physicien anglais **Hooke** une lettre dans laquelle il lui soumettait l'idée suivante : **au cours de son mouvement circulaire, la planète (la Terre par exemple) est soumise**

à une force attractive exercée par le Soleil proportionnelle à $\frac{1}{r^2}$ (**r** est la distance séparant

le centre du Soleil à celui de la Terre). Jusqu'à là **Hooke** vient d'apporter une contribution de taille à ce qui sera la loi de gravitation universelle, mais **Newton** n'a pas donné suite à cette proposition audacieuse. Contre toute attente **Newton** publie en 1687 son ouvrage "**Les principia**" dans lequel il reprend, à propos de la force de gravitation universelle, exactement ce qui a été proposé par **Hooke** mais en y ajoutant qu'elle était proportionnelle aux masses des deux corps en question.

C'est ainsi que **Newton** bâtit l'expression de la valeur de la force gravitationnelle attractive entre deux corps supposés ponctuels de masses **m_A** et **m_B** et distants de **r** :

$$\|\vec{F}_{A/B}\| = \|\vec{F}_{B/A}\| = G \frac{m_A \cdot m_B}{r^2}$$

Je vérifie mes connaissances

Chaque question peut avoir une ou plusieurs réponses correctes

1- La valeur commune des deux forces constituant l'interaction gravitationnelle, calculée à l'aide de la formule de Newton - a - dépend de la forme des corps en présence. - b - ne dépend pas de la forme des corps en présence. - c - ne dépend pas de la forme des corps en présence si ces derniers ont la même forme.	3- Une sphère ponctuelle de masse $m = 0,1 \text{ kg}$ est lâchée sans vitesse initiale à 2m d'altitude. Le déplacement de l'objet vers la Terre a lieu parce que : - a - $\ \vec{F}_{T/S}\ = \ \vec{F}_{S/T}\$ - b - le solide est lâché sans vitesse initiale. - c - le champ gravitationnel créé par le solide au centre de la Terre est négligeable devant celui créé par la Terre à sa surface. - d - la masse du solide est négligeable devant celle de la Terre.
2- La Lune ne tombe pas sur la Terre - a - parce que, à l'Antiquité, on dit qu'il y a un diable derrière chaque planète ou satellite pour les retenir en suspension dans l'espace. - b - parce que la Lune est soumise à une force gravitationnelle exercée par la Terre. - c - parce que la Lune est d'une part soumise à une force gravitationnelle exercée par la Terre, et d'autre part elle se meut avec une vitesse constante.	4- Deux objets non chargés électriquement - a - peuvent se repousser - b - s'attirent. - c - s'attirent uniquement s'ils ont des formes identiques.

Je sais appliquer mes connaissances; je sais raisonner

Ex-1- En un lieu de latitude donnée, à la surface de la Terre, préciser, en le justifiant, si la direction d'un fil	à plomb est la même en plaine ou au pied d'une montagne.
Ex-2- Calculer la valeur commune aux forces gravitationnelles s'exerçant entre le Soleil et Jupiter. On donne : Masse du Soleil : $m_{\text{Soleil}} = 2.10^{30} \text{ kg}$	Masse de Jupiter : $m_{\text{Jupiter}} = 2.10^{27} \text{ kg}$ Distance Soleil-Jupiter : $d = 8.10^8 \text{ km}$. Constante de gravitation universelle : $G = 6,67.10^{-11} \text{ N.m}^2.\text{kg}^{-2}$
Ex-3- On considère deux boules de pétanque identiques, de masse $m = 812 \text{ g}$ et de rayon $r = 4,5 \text{ cm}$. On les pose par terre, en contact l'une avec l'autre. 1 - a - Calculer la valeur commune $\ \vec{F}\$ aux forces gravitationnelles s'exerçant entre les deux boules. b - Donner l'expression vectorielle de chacune de ces deux forces et les représenter sur un schéma en choisissant une échelle adaptée.	2 - a - Calculer la valeur $\ \vec{P}\$ du poids de la boule. b - Comparer la valeur de $\ \vec{F}\$ à celle de $\ \vec{P}\$; conclure. On donne : Masse d'une boule : $m = 812 \text{ g}$ Rayon d'une boule : $r = 4,5 \text{ cm}$ Rayon de la Terre : $R_T = 6390 \text{ km}$. Masse de la Terre : $M_T = 6.10^{24} \text{ kg}$ Constante de gravitation universelle : $G = 6,67.10^{-11} \text{ N.m}^2.\text{kg}^{-2}$

Ex-4- Les interactions gravitationnelle et électrique s'exercent au niveau de l'atome, par exemple entre les deux protons du noyau d'un atome d'hélium, où ils sont séparés d'une distance de l'ordre de $d = 1,0 \cdot 10^{-15} \text{ m}$.
On rappelle que la masse du proton vaut $m_p = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$.
On considérera que les protons sont des corps ponctuels.

- 1 - Donner les expressions des valeurs des forces exprimant l'interaction gravitationnelle et l'interaction électrique entre les deux protons.

- 2 - Pour chacune des deux interactions, préciser si elle est attractive ou répulsive.

- 3 - Donner les expressions vectorielles des forces correspondant à ces deux interactions.

- 4 - Exprimer le rapport des deux valeurs en fonction de la charge et de la masse du proton, puis calculer numériquement chacune d'elles.

- 5 - Représenter qualitativement par des segments fléchés les forces correspondant aux deux interactions.

- 6 - Expliquer pourquoi ces deux interactions ne permettent pas d'expliquer la cohésion du noyau étudié.

Ex-5- On considère l'interaction gravitationnelle entre une personne de masse m et un rocher de masse M distants de d . Dans la suite, ces deux corps sont tels qu'on peut appliquer la loi de gravitation universelle.

- 1 - Calculer la valeur commune $\|\vec{F}\|$ aux forces gravitationnelles s'exerçant entre ces deux corps.

- 2 - Calculer la valeur $\|\vec{P}\|$ du poids de la personne sachant que le champ

de pesanteur dans la position où elle se trouve a pour valeur $9,80 \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}$.

- 3 - Quelle doit être la masse M du rocher pour que la valeur de la force de gravitation soit égale à celle du poids de la personne.

Données : $m = 80 \text{ kg}$
 $M = 80 \text{ kg}$
 $d = 2 \text{ m}$

La constante de gravitation universelle est $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$

Ex-6- La Terre de masse m_T et de rayon r_T et la Lune de masse m_L et de rayon r_L sont supposées à répartition de masse à symétrie sphérique telles que $m_T = 81m_L$ et $r_T = \frac{11}{3} r_L$.

- 1 - Déterminer les caractéristiques du champ de gravitation lunaire $\vec{g}_{0S}$ à la surface de la Lune.

- 2 - Il existe sur la ligne joignant les astres un point M où les champs de gravitation lunaire et terrestre se compensent.

- a - Calculer la distance d du point M au centre de la Terre.

- b - Indiquer, sur le segment Terre - Lune, le domaine où l'action gravitationnelle de l'un des deux astres est prépondérante.

Données :

- valeur du champ de gravitation terrestre à sa surface $\|\vec{g}_{0T}\| = 9,80 \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}$

- distance des centres des deux astres Terre - Lune : $3,8 \cdot 10^5 \text{ km}$

Ex-7- L'astronome Pierre Bouguer (1698-1758) proposa des expériences s'appuyant sur la déformation d'un ressort pour mesurer la constante de gravitation universelle G .

Voici son raisonnement: " Supposons qu'on dispose d'un dynamomètre pour mesurer la valeur commune aux forces gravitationnelles s'exerçant entre la Terre de masse M_T et de rayon R_T et une boule d'acier de masse m , et que les mesures données par

ce dynamomètre soient si précises qu'on puisse lire de très faibles différences. En effectuant la mesure à deux altitudes différentes, il est possible de calculer la valeur de G ".

- 1 - Dispositif au sommet du Mont Blanc, à une altitude h_1 :

exprimer la valeur $\|\vec{P}_1\|$ du poids de la boule d'acier en fonction de M_T , R_T , m , h_1 et G .

2 - Dispositif au niveau de la mer :

exprimer la valeur $\|\vec{P}_0\|$ du poids de la boule d'acier en fonction de M_T , R_T , m et G .

3 - En déduire l'expression littérale de G en fonction de $\|\vec{P}_0\|$, $\|\vec{P}_1\|$, m , M_T , h_1 et R_T ; calculer sa valeur numérique sachant que :

$$m = 50 \text{ kg}$$

$$M_T = 6.10^{24} \text{ kg}$$

$$h_1 = 4932 \text{ m}$$

$$R_T = 6390 \text{ km}$$

$$\|\vec{P}_0\| = 490,06 \text{ N}$$

$$\|\vec{P}_1\| = 489,3 \text{ N}$$

Ex-8- Une expérience destinée à mesurer la constante de gravitation universelle G , et utilisant l'expérience de Cavendish décrite au paragraphe 1-1 de ce chapitre, a conduit aux résultats de mesure suivants :

$$2\ell = 20 \text{ cm}$$

$$m = 5.10^{-2} \text{ kg}$$

$$\mu = 30 \text{ kg}$$

$$C = 4,65.10^{-7} \text{ N.m}^{-1}$$

$$D = 0,05 \text{ m}$$

$$\alpha = 59,2'$$

Calculer la valeur de G .

MOUVEMENTS DANS LES CHAMPS

Chapitre 5 -ETUDE CINEMATIQUE D'UN SOLIDE EN MOUVEMENT DE TRANSLATION	115

Chapitre 6 -ETUDE DYNAMIQUE D'UN SOLIDE EN MOUVEMENT DE TRANSLATION	146

Chapitre 7 -SOLIDE EN MOUVEMENT DE ROTATION	162

Chapitre 8 -ÉNERGIE CINÉTIQUE	182

Chapitre 9 -MOUVEMENT DANS UN CHAMP GRAVITATIONNEL	207

Chapitre 10 -MOUVEMENT DANS UN CHAMP ELECTRIQUE UNIFORME	238

Chapitre 11 -MOUVEMENT DANS UN CHAMP MAGNETIQUE UNIFORME	267

5

ETUDE CINEMATIQUE D'UN SOLIDE EN MOUVEMENT DE TRANSLATION

La cinématique est l'étude mathématique des mouvements, indépendamment des causes qui les produisent et de la masse des corps en mouvement ; elle les décrit , mais ne les explique pas. Cependant , nous verrons dans les chapitres suivants que la détermination des causes des mouvements découle, en partie, de leur étude cinématique.



Photo.1 : TGV en mouvement.

OBJECTIFS

- Reconnaître un solide en mouvement de translation.
- Représenter les vecteurs position, vitesse et accélération d'un mobile.
- A l'aide de l'expérience, reconnaître chacun des mouvements suivants et être capable d'en écrire l'équation horaire :
 - mouvement rectiligne uniforme
 - mouvement rectiligne uniformément varié (accéléré ou retardé)
 - mouvement rectiligne sinusoïdal.
- Connaissant l'expression d'une grandeur cinématique (x, v ou a) en fonction du temps ainsi que les conditions initiales, retrouver les expressions des deux autres.
- Etablir, pour un mouvement rectiligne uniformément varié, la relation

$$v_2^2 - v_1^2 = 2a(x_2 - x_1).$$
- Caractériser un mouvement rectiligne sinusoïdal par son amplitude X_m et sa période T .
- Etablir la relation entre l'accélération et l'élongation d'un mobile en mouvement rectiligne sinusoïdal.

1. Généralités

1.1 . Solide de référence

La cinématique s'intéresse à l'étude des mouvements des corps sans se préoccuper des causes de ces mouvements.

L'état de mouvement ou l'état de repos d'un corps est une notion relative : par exemple, dans un avion en vol, un passager endormi est à la fois dans un état de repos par rapport à l'avion et dans un état de mouvement par rapport à la Terre ; s'il se lève et se déplace, son mouvement par rapport à l'avion sera différent de celui par rapport à la Terre.

CONCLUSION : la description d'un mouvement se fait par rapport à un corps choisi comme référence.

1.2 . Repères d'espace et de temps

Pour décrire mathématiquement les caractéristiques d'un mouvement, un observateur utilise un **repère d'espace** lié au solide de référence et un **repère de temps**.

Le repère d'espace est déterminé par une origine **O** et **trois axes** le plus souvent **orthonormés** ;

il est noté $\mathcal{R}\{\mathbf{O}, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\}$.

Le repère temps est constitué par une **origine des temps** ($t = 0$) et une horloge (ou chronomètre) ; l'**unité de temps** est la **seconde** de symbole **s** dans le système international.

1.3 . Référentiels

Un **référentiel** est un ensemble constitué par un objet de référence, un repère d'espace et un repère temps.

Les référentiels les plus connus sont :

RÉFÉRENTIEL DE COPERNIC

Le référentiel de Copernic est constitué par :

- un **corps de référence** : le système solaire.
- un **repère d'espace** : l'origine est le centre d'inertie du système solaire (pratiquement confondu avec le centre du Soleil), les trois vecteurs unitaires sont orientés vers trois corps lointains et pratiquement fixes : l'étoile polaire, la constellation Orion et une troisième étoile (**Doc.1**).
- un **repère temps** : une origine des temps et une horloge.

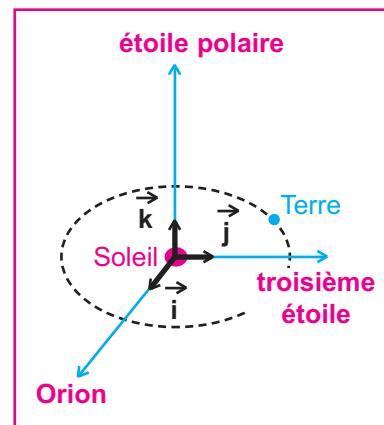
Ce référentiel est utilisé pour étudier le mouvement des planètes, des étoiles ...

INSTANT

Un **instant** est caractérisé par un nombre algébrique t , appelé **date**, correspondant à l'intervalle de temps qui sépare cet instant d'un autre instant dont la date est prise arbitrairement égale à **zéro**.

L'instant de date $t = 0$ est appelé **origine des temps**.

La date associée à un instant antérieur à l'origine des temps est négative.



Doc.1

RÉFÉRENTIEL HÉLIOCENTRIQUE

Le référentiel héliocentrique est constitué par :

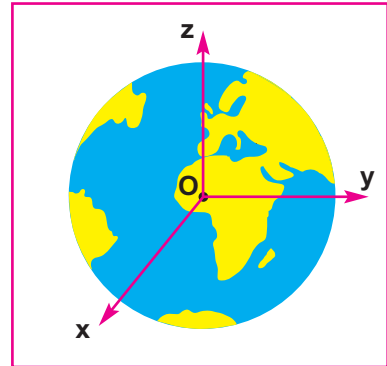
- **un objet de référence** : le Soleil.
- **un repère d'espace** : l'origine est le centre du Soleil, les trois vecteurs unitaires sont orientés vers trois corps lointains et pratiquement fixes : l'étoile polaire, la constellation Orion et une troisième étoile (**Doc.1**).
- **un repère temps** : une origine des temps et une horloge.
Ce référentiel est utilisé pour étudier le mouvement des planètes.

RÉFÉRENTIEL GÉOCENTRIQUE

Il est encore appelé **référentiel de Coriolis** ; il est constitué par :

- **un objet de référence** : la Terre
- **un repère d'espace** : l'origine est le centre de la Terre, les trois vecteurs unitaires sont orientés vers trois étoiles lointaines, pratiquement fixes et dont l'une est l'étoile polaire (**Doc.2**).
- **un repère temps** : une origine des temps et une horloge.

Ce référentiel est utilisé pour étudier le mouvement de la Lune et des satellites artificiels autour de la Terre.



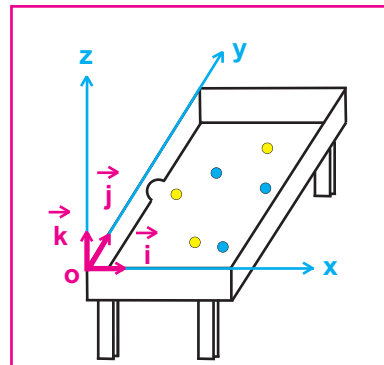
Doc.2

RÉFÉRENTIEL TERRESTRE

Il est encore appelé **référentiel de laboratoire** ; il est constitué par :

- **un objet de référence** : la Terre
- **un repère d'espace** : l'origine est un point de la surface de la Terre ou d'un corps au contact de la Terre, et les trois vecteurs unitaires constituent une base généralement orthonormée ; exemple : le repère d'espace $\mathcal{R}\{\mathbf{O}, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\}$ lié à la table de billard (**Doc.3**).
- **un repère temps** : une origine des temps et une horloge.

Ce référentiel est bien adapté à tout mouvement se produisant à la surface de la Terre.



Doc.3

2. Grandeurs cinématiques

2.1 . Repérage du point mobile

COORDONNÉES CARTÉSIENNES

La position **M** d'un point mobile à un instant de date **t** est définie dans l'espace rapporté au repère $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ généralement orthonormé par ses coordonnées cartésiennes **x**, **y** et **z** (**Doc.4**) ; elles dépendent de la date **t**.

Les fonctions **x = f(t)**, **y = h(t)** et **z = g(t)** sont appelées **équations horaires** ou **équations paramétriques de la trajectoire**.

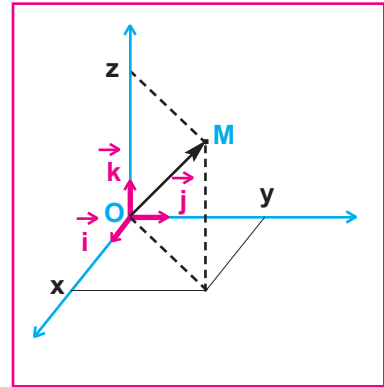
VECTEUR POSITION

A cette position **M** du point mobile, au cours de son mouvement, est associé un **vecteur position**

$$\vec{OM} = x \vec{i} + y \vec{j} + z \vec{k} \quad (\text{Doc.4}).$$

On peut le noter comme suit :

$$\vec{OM} \left[\begin{array}{l} x = x(t) \\ y = y(t) \\ z = z(t) \end{array} \right.$$

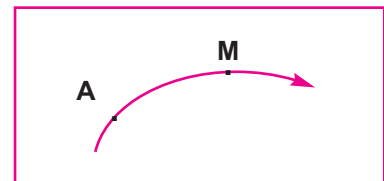


Doc.4

ABSCISSE CURVILIGNE

Si la trajectoire est curviligne, on peut l'orienter et choisir un point **A** comme origine.

La position **M** du point mobile à un instant **t** est donnée par la valeur algébrique de l'arc **s = $\widehat{AM}$** appelée **abscisse curviligne** (**Doc.5**).



Doc.5

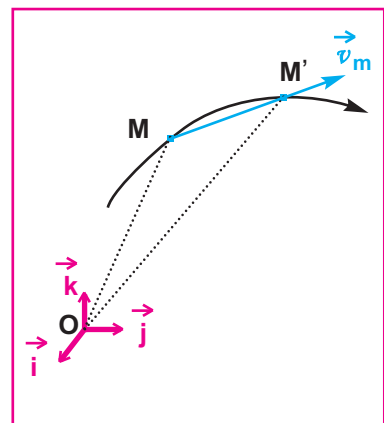
2.2 . Vecteur vitesse instantanée

2.2.1. Cas d'un point matériel

Désignons par **M** la position d'un point mobile à un instant **t** et par **M'** sa position à un instant **t + Δt** ; **Δt** est une grandeur positive correspondant à un intervalle de temps.

Le **vecteur vitesse moyenne** du mobile entre les dates **t** et **t + Δt** est défini par la relation vectorielle :

$$\vec{v}_m(t, t + \Delta t) = \frac{\vec{MM'}}{\Delta t} \quad (\text{Doc.6})$$



Doc.6

Il a même direction et même sens que le vecteur $\overrightarrow{MM'}$;
seulement ce vecteur vitesse moyenne ne décrit pas avec
précision le mouvement car, pendant l'intervalle
de temps Δt , le déplacement réel du mobile s'effectue le
long d'une courbe et non pas suivant le vecteur $\overrightarrow{MM'}$.

DÉFINITION

Pour que la description du mouvement dans un repère
(O , $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$) soit plus précise, il faut réduire Δt .
Si cet intervalle de temps Δt est très petit devant la durée
du mouvement et tend vers zéro, le vecteur

$$\vec{v}_m(t, t + \Delta t) = \frac{\overrightarrow{MM'}}{\Delta t} \quad \text{correspond pratiquement}$$

au **vecteur vitesse instantanée** $\vec{v}(t)$ à l'instant de date t .

$$\vec{v}(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\overrightarrow{MM'}}{\Delta t}$$

$$\begin{aligned} \vec{v}(t) &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\overrightarrow{MM'}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\overrightarrow{OM'} - \overrightarrow{OM}}{\Delta t} \\ &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \overrightarrow{OM}}{\Delta t} = \frac{d \overrightarrow{OM}}{dt} \end{aligned}$$

Le vecteur vitesse instantanée $\vec{v}(t)$ est la dérivée
par rapport au temps du vecteur position $\overrightarrow{OM}$

$$\vec{v}(t) = \frac{d \overrightarrow{OM}}{dt}$$

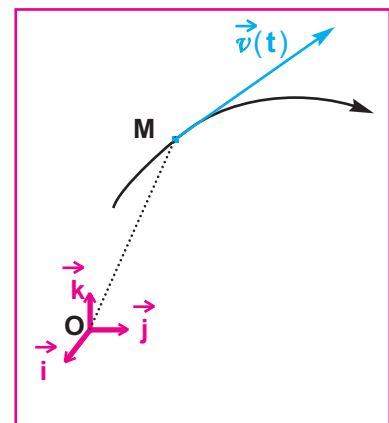
DIRECTION ET SENS

Lorsque $\Delta t \rightarrow 0$, $M' \rightarrow M$ et la direction du vecteur $\overrightarrow{MM'}$
tend vers la tangente à la trajectoire au point M (**Doc.7**).

La direction du vecteur vitesse instantanée
en un point M de la courbe est donnée
par la tangente à la courbe en ce point.

Δt étant positif, le sens de $\vec{v}(t)$ est celui de $\overrightarrow{MM'}$
donc celui du mouvement.

Le sens du vecteur vitesse instantanée
est celui du mouvement.



Doc.7

COORDONNÉES DU VECTEUR VITESSE INSTANTANÉE

$$\begin{aligned}\vec{v}(t) &= \frac{d \vec{OM}}{dt} = \frac{d}{dt} \left[x \cdot \vec{i} + y \cdot \vec{j} + z \cdot \vec{k} \right] \\ &= \frac{dx}{dt} \vec{i} + \frac{dy}{dt} \vec{j} + \frac{dz}{dt} \vec{k} \\ &= v_x \cdot \vec{i} + v_y \cdot \vec{j} + v_z \cdot \vec{k}\end{aligned}$$

On peut le noter comme suit :

$$\vec{v}(t) \left[\begin{array}{l} v_x = \frac{dx}{dt} \\ v_y = \frac{dy}{dt} \\ v_z = \frac{dz}{dt} \end{array} \right.$$

$$v_x = \frac{dx}{dt}, \quad v_y = \frac{dy}{dt} \quad \text{et} \quad v_z = \frac{dz}{dt}$$

sont les coordonnées du vecteur vitesse instantanée dans le repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

La valeur du vecteur vitesse instantanée est :

$$\|\vec{v}(t)\| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$$

QUELQUES VALEURS DE VITESSES

- électron dans un conducteur métallique : **quelques millimètres par seconde**
- piéton : **1,5 m.s⁻¹** environ
- coureur à pied : **7 à 10 m.s⁻¹**
- insecte : **8 à 16 m.s⁻¹**
- projectile d'une arme à feu : **400 à 1200 m.s⁻¹**
- train T.G.V : **105 m.s⁻¹** correspondant à **380 km.h⁻¹**
- satellite artificiel : **quelques milliers de m.s⁻¹**

2.2.2. Cas d'un solide en mouvement de translation

Pour un solide en mouvement de translation, on s'intéresse à l'étude du mouvement de son centre d'inertie **G** car il a le même mouvement que tous les autres points du solide.

Lorsque le mouvement est rectiligne, on associe un repère d'espace $(O, \vec{i})$ constitué par un seul axe.

Le vecteur position de **G** est : $\vec{OG} = x \vec{i}$

Son vecteur vitesse instantanée est :

$$\vec{v} = \frac{d\vec{OG}}{dt} = \frac{dx}{dt} \vec{i}$$

2.3 . Vecteur accélération instantanée

2.3.1. Cas d'un point matériel

Le vecteur accélération moyenne $\vec{a}_m$ d'un point mobile entre les instants de dates t et $t + \Delta t$ est défini par la relation vectorielle :

$$\vec{a}_m = \frac{\vec{v}(t + \Delta t) - \vec{v}(t)}{\Delta t} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

DÉFINITION

Le vecteur accélération instantanée $\vec{a}(t)$ est la limite, lorsque Δt tend vers **zéro**, du vecteur accélération moyenne entre les instants de dates t et $t + \Delta t$.

$$\vec{a}(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

Le vecteur accélération instantanée $\vec{a}(t)$

est la dérivé par rapport au temps du vecteur vitesse instantanée $\vec{v}(t)$

$$\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

L'accélération d'un point mobile est liée à la variation du vecteur vitesse par unité de temps du point mobile et non pas à l'augmentation de la valeur de sa vitesse comme on peut le penser communément.

COORDONNÉES DU VECTEUR ACCÉLÉRATION INSTANTANÉE

$$\begin{aligned} \vec{a}(t) &= \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d(v_x \cdot \vec{i} + v_y \cdot \vec{j} + v_z \cdot \vec{k})}{dt} \\ &= \frac{dv_x}{dt} \vec{i} + \frac{dv_y}{dt} \vec{j} + \frac{dv_z}{dt} \vec{k} \\ &= \frac{d}{dt} \left[\frac{dx}{dt} \right] \vec{i} + \frac{d}{dt} \left[\frac{dy}{dt} \right] \vec{j} + \frac{d}{dt} \left[\frac{dz}{dt} \right] \vec{k} \\ &= \frac{d^2x}{dt^2} \vec{i} + \frac{d^2y}{dt^2} \vec{j} + \frac{d^2z}{dt^2} \vec{k} \\ &= a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j} + a_z \cdot \vec{k} \end{aligned}$$

On peut le noter comme suit :

$$\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2 \vec{OM}}{dt^2} \quad \left[\begin{array}{lcl} a_x & = & \frac{dv_x}{dt} = \frac{d^2 x}{dt^2} \\ a_y & = & \frac{dv_y}{dt} = \frac{d^2 y}{dt^2} \\ a_z & = & \frac{dv_z}{dt} = \frac{d^2 z}{dt^2} \end{array} \right.$$

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d^2 x}{dt^2}$$

$$a_y = \frac{dv_y}{dt} = \frac{d^2 y}{dt^2}$$

$$a_z = \frac{dv_z}{dt} = \frac{d^2 z}{dt^2}$$

sont les coordonnées du vecteur accélération instantanée ;

sa norme est : $\|\vec{a}(t)\| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$

2.3.2. Vecteur accélération instantanée dans le repère de Frenet

Dans le cas d'une trajectoire plane, le vecteur accélération instantanée $\vec{a}$ peut s'écrire dans le **repère de Frenet**

$(M, \vec{T}, \vec{N})$ (**Doc.8**) : $\vec{a} = a_t \cdot \vec{T} + a_n \cdot \vec{N}$

$\vec{a}_t$: est l'accélération tangentielle ; elle traduit la variation par rapport au temps de la valeur de la vitesse $\vec{v}$.

$\vec{a}_n$: est l'accélération normale ; elle est responsable du changement de direction du vecteur vitesse $\vec{v}$.

$$\vec{a} = \frac{dv}{dt} \vec{T} + \frac{v^2}{r} \vec{N}$$

On peut le noter comme suit :

$$\vec{a} \left[\begin{array}{lcl} a_t & = & \frac{dv}{dt} \\ a_n & = & \frac{v^2}{r} \end{array} \right.$$

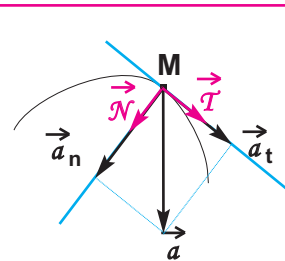
REPÈRE DE FRENET

Le **repère de Frenet** est un repère d'espace lié au point mobile en mouvement.

Son origine est, à chaque instant au cours du mouvement plan, la position **M** du point mobile.

Ses vecteurs unitaires sont :

- le vecteur $\vec{T}$ tangent à la trajectoire et dirigé dans le sens positif choisi arbitrairement sur la trajectoire.
- le vecteur $\vec{N}$, perpendiculaire à $\vec{T}$, est dirigé vers l'intérieur de la concavité de la trajectoire.



Doc.8

r est le rayon de courbure au point M ; il est supposé être le rayon du cercle auquel appartient l'élément d'arc où se trouve le point M .

La composante normale de l'accélération est centripète

car sa valeur $\frac{v^2}{r}$ est positive ; donc l'accélération $\vec{a}$ est

toujours tournée vers l'intérieur de la concavité de la trajectoire.

Si le point M appartient à une droite (cas d'une trajectoire rectiligne), r est infini et $a_n = 0$; le vecteur accélération est réduit à sa composante tangentielle ; il est porté par la trajectoire rectiligne.

Si le point M décrit une trajectoire circulaire avec une vitesse $\vec{v}$ de valeur absolue constante :

$$\|\vec{v}\| \text{ constante} \implies \frac{dv}{dt} = 0 \implies a_t = 0$$

l'accélération $\vec{a}$ est réduite à sa composante normale :

$$\vec{a} = \vec{a}_n = \frac{v^2}{r} \vec{\mathcal{N}}$$

$\vec{a}$ est un vecteur radial c'est à dire portée par un rayon, et centripète c'est à dire dirigée vers le centre de la trajectoire circulaire.

2.3.3. Cas d'un solide en mouvement de translation

Pour un solide en mouvement de translation, et comme pour la vitesse instantanée, on s'intéresse à l'accélération instantanée de son centre d'inertie G .

Dans un repère d'espace $(O, \vec{i})$ constitué par un seul axe le vecteur accélération instantanée, lorsque la trajectoire est rectiligne, s'écrit :

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} \vec{i}$$

ACTIVITÉS EXPÉRIMENTALES

PRINCIPE DE LA DÉTERMINATION EXPÉRIMENTALE DE LA VALEUR ABSOLUE DE LA VITESSE INSTANTANÉE DU CENTRE D'INERTIE D'UN SOLIDE EN MOUVEMENT DE TRANSLATION

UTILISATION D'UN CAPTEUR MESUREUR DE TEMPS

On utilise cette approche expérimentale dans les montages utilisant un solide auquel on peut coller un carton de largeur e (**Doc.9**).

L'un des deux bras du capteur comporte une source de lumière permettant d'émettre un pinceau lumineux très fin ; l'autre bras comporte une fente fine et rectiligne.

Le capteur sera disposé de sorte que la fente occupe la position d'abscisse x .

Le solide étant en mouvement, lorsque le côté avant du carton cache la fente, empêchant le pinceau lumineux de l'atteindre, le comptage du temps se déclenche ; il s'arrête dès que le côté arrière du carton passe devant la fente, lui permettant d'être de nouveau éclairée.

L'intervalle de temps Δt relevé sur l'afficheur du chronomètre correspond à la durée du passage du carton au niveau de la position d'abscisse x .

La valeur absolue de la vitesse instantanée du solide, à son passage par cette position, est donnée par la relation :

$$\|\vec{v}\| = \frac{e}{\Delta t}$$

à condition que Δt soit faible devant la durée du trajet e en m, Δt en s et $\|\vec{v}\|$ en m.s^{-1} .

UTILISATION D'UN CAPTEUR MESUREUR DE VITESSE

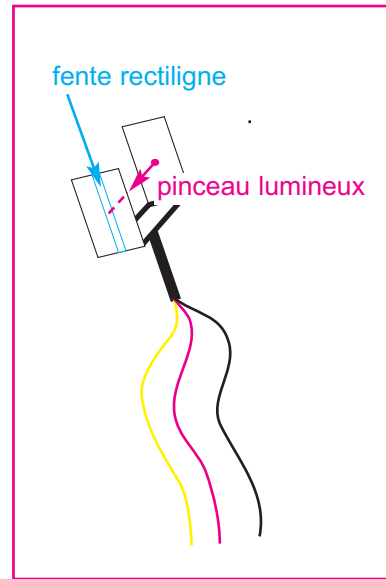
Contrairement au précédent, le capteur mesureur de vitesse comporte deux fentes fines espacées d'une distance e choisie par le constructeur (**Doc.10**).

Lorsque le carton accolé au solide cache la première fente le comptage se déclenche ; il s'arrête dès que l'autre fente est à son tour cachée.

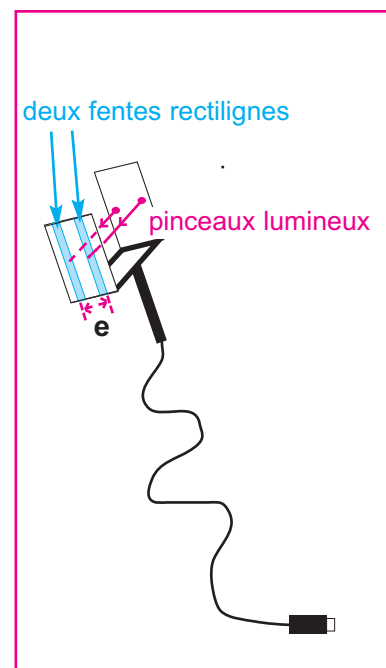
Ce qu'on lit sur l'afficheur correspond à la valeur absolue de la vitesse instantanée du solide à son passage par la position d'abscisse x ; en effet le chronomètre

se charge lui-même d'effectuer le calcul de $\frac{e}{\Delta t}$ où Δt

représente la durée que met le centre d'inertie G du solide pour effectuer le trajet e .



Doc.9



Doc.10

3. Mouvement rectiligne uniforme

3.1 . Choix du repère d'espace

Le mouvement est dit rectiligne si la trajectoire du point mobile est une ligne droite ; il est dans ces conditions plus commode de repérer la position $\mathbf{M}(t)$ du point mobile dans un repère $(O, \vec{i})$ porté par la trajectoire.

Dans ce repère, on peut écrire :

$\vec{OM} = x \cdot \vec{i}$; x est l'abscisse du point mobile à l'instant t .

$\vec{v} = v \cdot \vec{i}$; $v = \frac{dx}{dt}$ est la vitesse du point mobile à l'instant t .

$\vec{a} = a \cdot \vec{i}$; $a = \frac{dv}{dt}$ est l'accélération du point mobile à l'instant t .

3.2 . Equation horaire

Un mouvement est rectiligne uniforme si le vecteur vitesse garde la même direction, le même sens et la même valeur au cours du mouvement (**Doc.11**).

Désignons par v_0 la valeur algébrique de cette vitesse

$$\vec{v} = v_0 \cdot \vec{i} = \vec{C^{te}} ; v = v_0 = \frac{dx}{dt} = C^{te},$$

d'où $x = v_0 t + b$

L'abscisse instantanée x est une fonction affine du temps car sa dérivée v_0 est une constante.

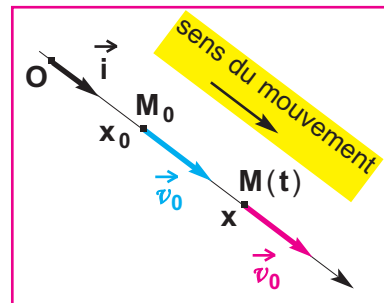
La constante b représente l'abscisse x_0 du point mobile à la date $t = 0$; elle est appelée **abscisse initiale** :

$$x = v_0 \cdot t + x_0$$

C'est l'équation horaire du mouvement rectiligne uniforme d'un point mobile.



Photo.2 : chronophotographie d'un corps en mouvement rectiligne uniforme.



Doc.11

4. Mouvement rectiligne uniformément varié

En 2ème année, nous avons vu qu'un mouvement rectiligne est uniformément accéléré ou retardé si la vitesse instantanée du mobile varie proportionnellement au temps.

Un mouvement rectiligne est **uniformément** varié (accéléré ou retardé) si le vecteur accélération instantanée est constant au cours du temps :

$$\vec{a} = \frac{dv}{dt} \vec{i} = \text{Constante}$$

Ch.5 - Etude cinématique d'un solide en mouvement de translation

La valeur de la vitesse instantanée v est une fonction affine du temps car sa dérivée a est une constante ; ceci permet d'écrire :

$$v = at + b$$

b est une constante qui correspond à la valeur de v à l'instant $t = 0$; elle est appelée **vitesse initiale**, et on la note v_0 .

$$v = at + v_0$$

Sachant que $v = \frac{dx}{dt}$, la fonction $x(t)$ qui admet pour dérivé

$$v = at + v_0, \text{ s'écrit } x(t) = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + C$$

La constante C représente l'abscisse x_0 du point mobile à l'instant $t = 0$; elle est appelée **abscisse initiale**.

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$$

C'est l'équation horaire d'un mouvement rectiligne uniformément varié (accéléré ou retardé).

MOUVEMENT RECTILIGNE UNIFORMÉMENT ACCÉLÉRÉ

Un mouvement rectiligne est uniformément accéléré si :

- la valeur absolue de la vitesse instantanée augmente au cours du temps, l'accélération étant constante et non nulle.

Puisque $\|\vec{v}\|$ augmente, $\|\vec{v}\|^2$ augmente aussi, ce qui permet d'écrire :

$$\frac{d(\|\vec{v}\|^2)}{dt} > 0 \text{ soit } \frac{d(\vec{v} \cdot \vec{v})}{dt} > 0$$

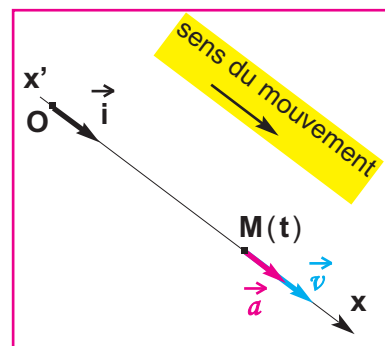
$$\Rightarrow 2\vec{v} \frac{d\vec{v}}{dt} > 0 \Rightarrow \vec{a} \cdot \vec{v} > 0$$

- le vecteur accélération est de même sens que celui du mouvement, ce qui peut être exprimé par la relation $\vec{a} \cdot \vec{v} \geq 0$; le signe $=$ concerne un point mobile qui est mis en mouvement rectiligne uniformément accéléré à partir du repos (**Doc.12**).

Remarque : le sens du mouvement ne veut pas dire le sens positif choisi arbitrairement pour le repère d'espace $(O, \vec{i})$.



Photo.3 : chronophotographie d'un corps en mouvement rectiligne uniformément accéléré.



Doc.12

MOUVEMENT RECTILIGNE UNIFORMÉMENT RETARDÉ

Un mouvement rectiligne est uniformément retardé si :

- la valeur absolue de la vitesse instantanée diminue au cours du temps, l'accélération étant constante et non nulle.

Puisque $\|\vec{v}\|$ diminue, $\|\vec{v}\|^2$ diminue aussi, ce qui permet d'écrire :

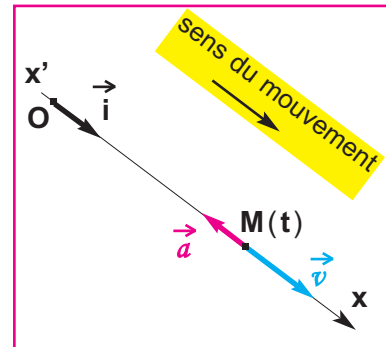
$$\frac{d(\|\vec{v}\|^2)}{dt} < 0 \quad \text{soit} \quad \frac{d(\vec{v} \cdot \vec{v})}{dt} < 0$$

$$\Rightarrow 2 \vec{v} \frac{d\vec{v}}{dt} < 0 \quad \Rightarrow \quad \vec{a} \cdot \vec{v} < 0$$

- le vecteur accélération est de sens contraire à celui du mouvement, ce qui peut être exprimé par la relation $\vec{a} \cdot \vec{v} \leq 0$; un tel mouvement finit par conduire à $v = 0$, qui peut être le point de départ d'un mouvement rectiligne uniformément accéléré (**Doc.13**).



Photo.4 : chronophotographie d'un corps en mouvement rectiligne uniformément retardé.



Doc.13

RELATION ENTRE LES CARRÉS DES VITESSES

Considérons deux positions du point mobile à deux instants t_1 et t_2 (**Doc.14**) ; les abscisses et les vitesses du point mobile à ces deux instants sont exprimées par les relations (1), (2), (3) et (4) :

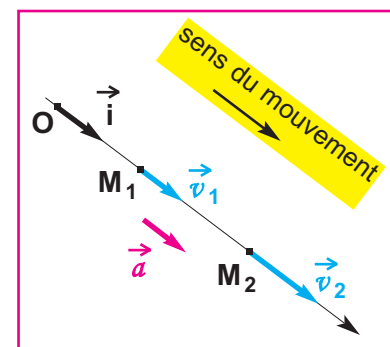
$$x_1 = \frac{1}{2} a t_1^2 + v_0 t_1 + x_0 \quad (1) \quad v_1 = a t_1 + v_0 \quad (2)$$

$$x_2 = \frac{1}{2} a t_2^2 + v_0 t_2 + x_0 \quad (3) \quad v_2 = a t_2 + v_0 \quad (4)$$

A l'aide des équations (2) et (4) exprimons $(v_2)^2 - (v_1)^2$ en fonction de $(x_2 - x_1)$

$$\begin{aligned} (v_2)^2 - (v_1)^2 &= (a t_2 + v_0)^2 - (a t_1 + v_0)^2 \\ &= a^2 t_2^2 + 2 a v_0 t_2 + v_0^2 - (a^2 t_1^2 + 2 a v_0 t_1 + v_0^2) \\ &= a^2 t_2^2 + 2 a v_0 t_2 - a^2 t_1^2 - 2 a v_0 t_1 \\ &= 2 a \left[\left(\frac{a}{2} t_2^2 + v_0 t_2 \right) - \left(\frac{a}{2} t_1^2 + v_0 t_1 \right) \right] \\ &= 2 a \left[\left(\frac{a}{2} t_2^2 + v_0 t_2 + x_0 \right) - \left(\frac{a}{2} t_1^2 + v_0 t_1 + x_0 \right) \right] = 2 a (x_2 - x_1) \end{aligned}$$

d'où $(v_2)^2 - (v_1)^2 = 2 a (x_2 - x_1)$



Doc.14

EXERCICE RÉSOLU N°1

ENONCÉ :

Dans un repère $\{O, \vec{i}, \vec{j}\}$, le vecteur vitesse d'un point mobile

$$\vec{v} = 5\vec{i} - (3t - 5)\vec{j} \quad (v \text{ en m.s}^{-1})$$

A l'instant $t_0 = 1 \text{ s}$, il passe par le point M_0 de coordonnées $x_0 = 2 \text{ m}$ et $y_0 = 3 \text{ m}$.

1- a - Donner les coordonnées cartésiennes du vecteur accélération.

- b - Donner les équations horaires $x = f(t)$ et $y = h(t)$ du point mobile.

- c - Ecrire l'équation cartésienne de la trajectoire.

2- a - Déterminer les caractéristiques du vecteur vitesse du mobile à l'instant $t = 1 \text{ s}$.

On précisera la valeur de l'angle α que fait $\vec{v}$ avec le vecteur unitaire $\vec{i}$.

- b - Déterminer les composantes normale et tangentielle $\vec{a}_T$ et $\vec{a}_N$ du vecteur accélération à l'instant $t = 1 \text{ s}$.

- c - En déduire le rayon de courbure r à cet instant.

SOLUTION

1 - a - Coordonnées cartésiennes du vecteur accélération :

$$v_x = 5 \text{ m.s}^{-1} \text{ et } a_x = \frac{dv_x}{dt} \text{ permettent d'écrire } a_x = 0$$

$$v_y = -3t + 5 \text{ et } a_y = \frac{dv_y}{dt} \text{ permettent d'écrire}$$

$$a_y = -3 \text{ m.s}^{-2}$$

- b - Equations horaires :

$$v_x = 5 \text{ m.s}^{-1} \text{ et } v_x = \frac{dx}{dt} \text{ permettent d'écrire } x = 5t + C_1$$

Détermination de la constante C_1 :

$$x(t_0 = 1 \text{ s}) = 5 \cdot 1 + C_1 = 2 \text{ d'où } C_1 = -3 \text{ m}$$

$$x = 5t - 3 \quad (1)$$

$$v_y = -3t + 5 \text{ et } v_y = \frac{dy}{dt} \text{ permettent d'écrire}$$

$$y = -\frac{3}{2}t^2 + 5t + C_2$$

Détermination de la constante C_2 :

$$y(t_0 = 1 \text{ s}) = -\frac{3}{2} \cdot 1^2 + 5 \cdot 1 + C_2 = 3 \text{ d'où } C_2 = -0,5 \text{ m}$$

$$y = -1,5t^2 + 5t - 0,5 \quad (2)$$

- c - Equation cartésienne de la trajectoire :

De la relation (1), on tire $t = \frac{x+3}{5}$ que l'on emplace dans (2) ;

$$y = -1,5 \frac{(x+3)^2}{25} + 5 \frac{(x+3)}{5} - 0,5$$

d'où $y = -0,06x^2 + 0,64x + 1,96$

la trajectoire est un arc de parabole (**Doc.15**).

2- a - Caractéristiques du vecteur vitesse à $t = 1$ s :

$v_x = 5 \text{ m.s}^{-1}$ et $v_y = 2 \text{ m.s}^{-1}$ (**Doc.15**).

Valeur de la vitesse : $\|\vec{v}\| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$

Application numérique :

$$\|\vec{v}\| = \sqrt{5^2 + 2^2}$$

$$\|\vec{v}\| = 5,39 \text{ m.s}^{-1}$$

Détermination de l'angle $\alpha = (\vec{v}, \vec{i})$ à $t = 1$ s :

$$\text{tg} \alpha = \frac{\|\vec{v}_y\|}{\|\vec{v}_x\|}$$

Application numérique :

$$\text{tg} \alpha = \frac{2}{5}$$

$$\alpha = 21,8^\circ$$

- b - Composantes normale et tangentielle de $\vec{a}$ à $t = 1$ s :

$$\|\vec{a}_T\| = \|\vec{a}\| \sin \alpha \text{ et } \|\vec{a}_N\| = \|\vec{a}\| \cos \alpha$$

Application numérique :

$$\|\vec{a}_T\| = 3 \cdot \sin(21,8) \quad \|\vec{a}_T\| = 1,11 \text{ m.s}^{-2}$$

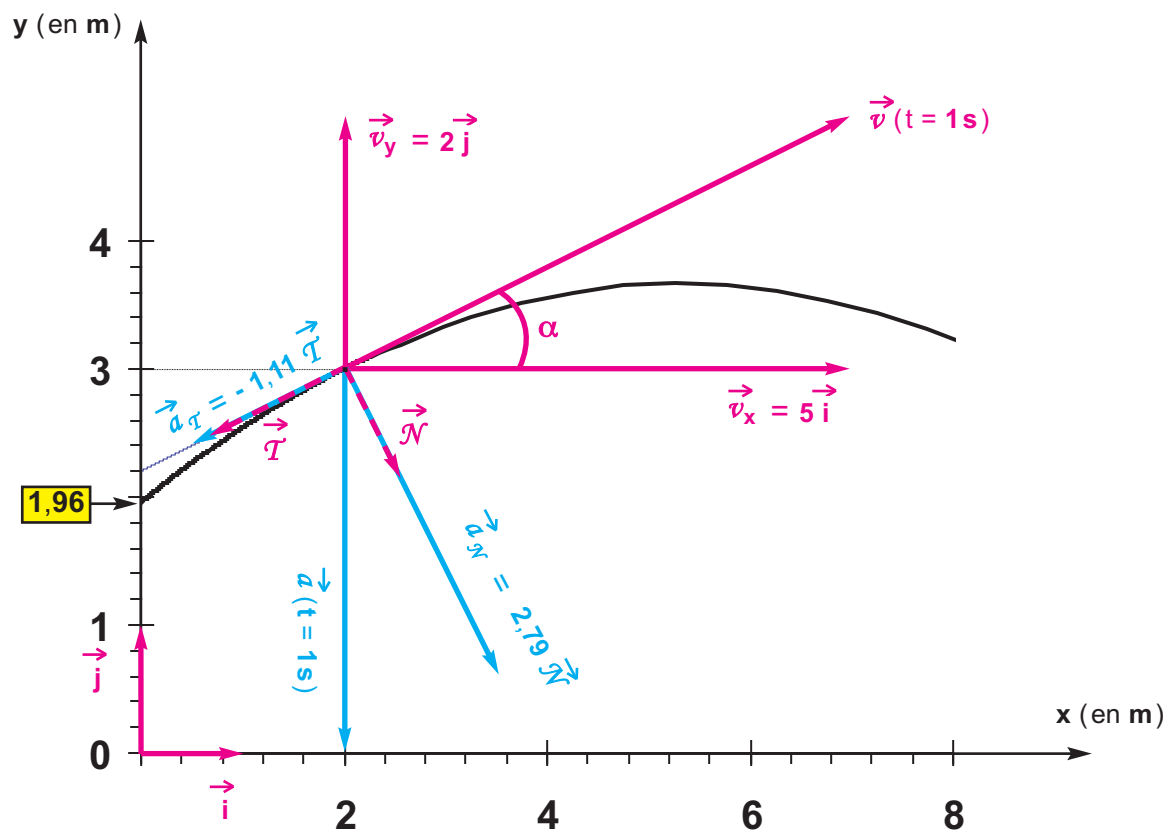
$$\|\vec{a}_N\| = 3 \cdot \cos(21,8) \quad \|\vec{a}_N\| = 2,79 \text{ m.s}^{-2} \text{ (**Doc.15**)}$$

- c - Rayon de courbure à $t = 1$ s :

$$\|\vec{a}_N\| = \frac{v^2}{r} \text{ d'où } r = \frac{v^2}{\|\vec{a}_N\|}$$

Application numérique : $r = \frac{(5,39)^2}{2,79}$

$$r = 10,41 \text{ m}$$



Doc.15

5. Mouvement rectiligne sinusoïdal

Considérons le dispositif expérimental du document **16-a**.

Il est constitué d'un ressort disposé verticalement ;
à son extrémité inférieure est accroché un solide (**S**)
de centre d'inertie **G**, l'autre extrémité étant fixe.

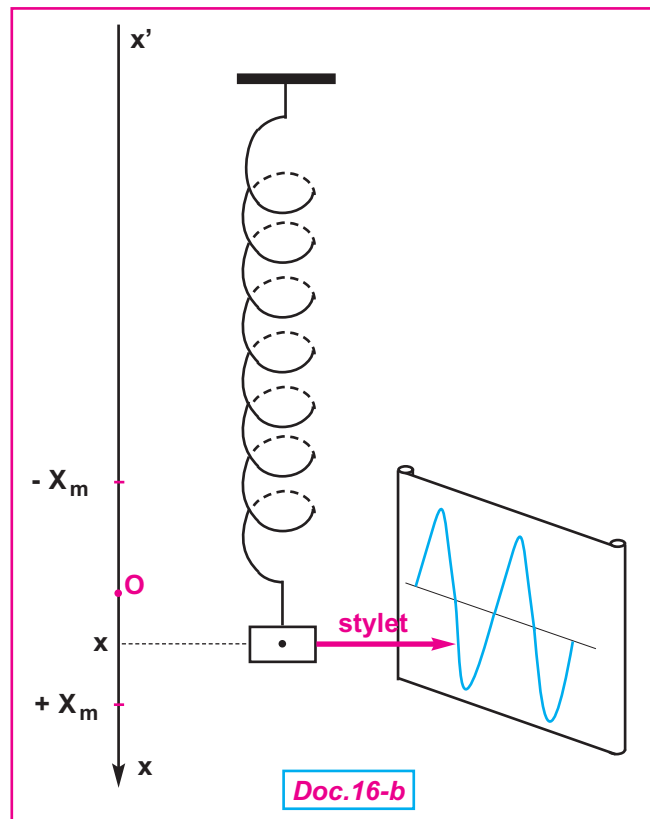
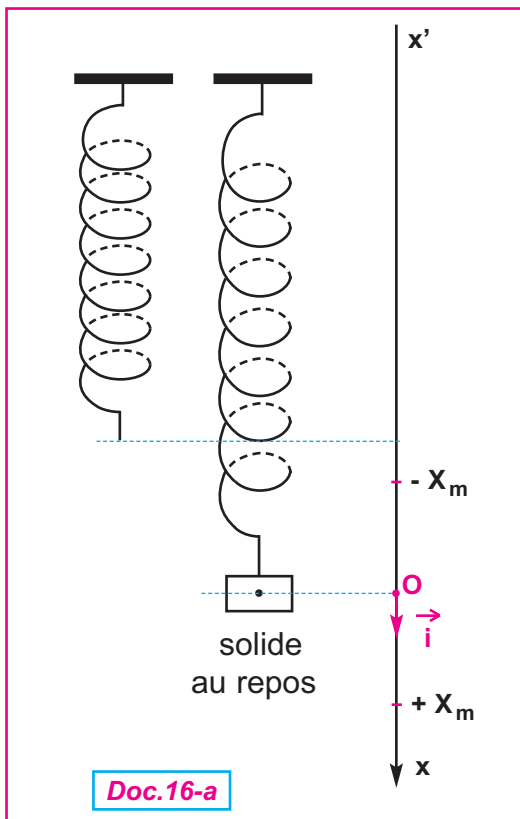
Lorsque le solide est en équilibre, **G** est en **O**, origine
d'un repère (**O, i**). On écarte (**S**) de sa position d'équilibre
verticalement de X_m et on le lâche sans lui communiquer
de vitesse initiale ; son centre d'inertie **G** se met à osciller entre
les deux positions d'abscisses $+X_m$ et $-X_m$.

On dit que **G** effectue un mouvement rectiligne périodique.

Un stylet solidaire du solide inscrit les différentes positions de
G sur le papier qui se déroule à vitesse constante (**Doc.16-b**).

La courbe obtenue correspondant à la représentation graphique
du centre d'inertie en fonction du temps est une sinusoïde.

Le mouvement de **G est dit alors rectiligne sinusoïdal.**

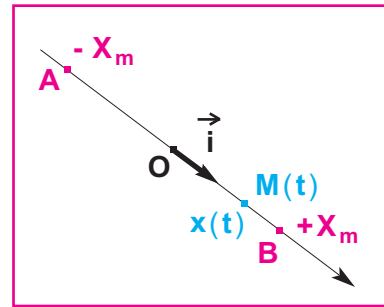


5.1 . Définition

Un point mobile est en mouvement rectiligne sinusoïdal si :

- sa trajectoire est un segment de droite $[AB]$ de milieu O (**Doc.17**)
- dans le repère $(O, \vec{i})$ d'origine O et porté par la trajectoire, son abscisse $x(t)$ (ou élongation instantanée) est une fonction sinusoïdale de la forme

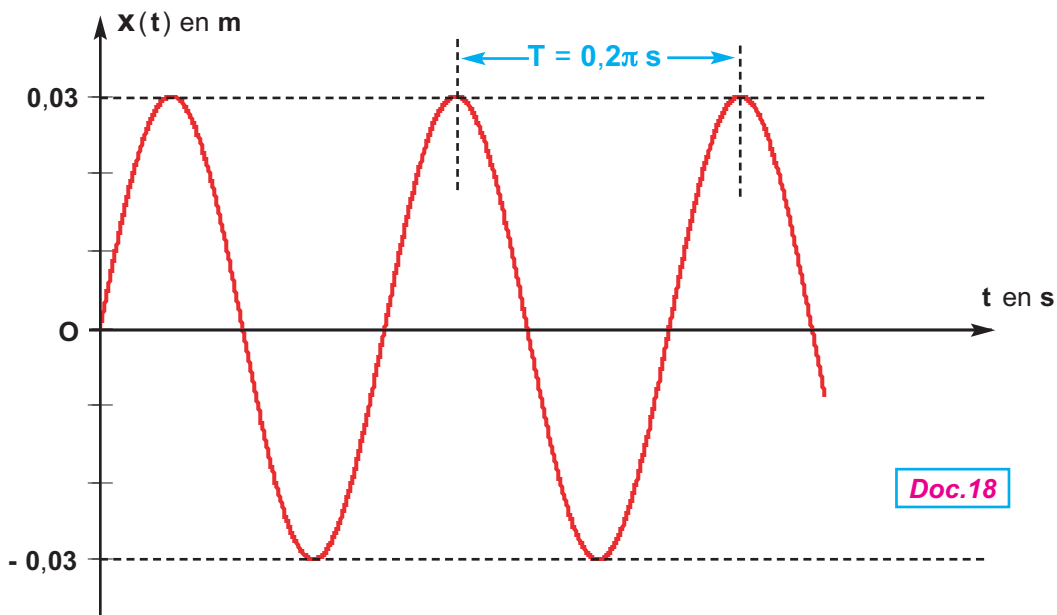
$$x(t) = X_m \sin \left(\frac{2\pi}{T} t + \varphi_x \right)$$



Doc.17

C'est l'équation horaire d'un mouvement rectiligne sinusoïdal.

Exemple : le document (**Doc.18**) correspond à la fonction $x(t) = 3 \cdot 10^{-2} \sin \left(\frac{2\pi}{T} t \right)$



Doc.18

PÉRIODE : T en **seconde**.

$$x(t + T) = X_m \sin \left[\frac{2\pi}{T}(t + T) + \varphi_x \right]$$

$$X_m \sin \left(\frac{2\pi}{T} t + 2\pi + \varphi_x \right)$$

$$X_m \sin \left(\frac{2\pi}{T} t + \varphi_x \right) = x(t)$$

Le point mobile se retrouve dans la même position d'abscisse $x(t)$ après avoir effectué une oscillation.

T est mesurée à l'aide d'un chronomètre.

FRÉQUENCE : $N = \frac{1}{T}$ correspond au nombre d'oscillations effectuées en une seconde ; l'unité est le Hertz (**Hz**).

MOUVEMENT PÉRIODIQUE

Il se répète identique à lui-même à des intervalles de temps égaux. Pendant une période le point mobile effectue une oscillation.

Au cours du mouvement périodique décrit dans le document (**Doc.17**) une oscillation peut être

$M \rightarrow B \rightarrow M \rightarrow A \rightarrow M$

$A \rightarrow O \rightarrow B \rightarrow O \rightarrow A$

$O \rightarrow B \rightarrow O \rightarrow A \rightarrow O$

La valeur commune à ces intervalles de temps est la période T du mouvement.

AMPLITUDE DU MOUVEMENT ou ÉLONGATION MAXIMALE :

Elle est donnée par X_m , et s'exprime en **m** ;
elle est déterminée à l'aide des conditions initiales.

ÉLONGATION À L'INSTANT t ou ABSCISSE À L'INSTANT t :

Elle est donnée par $x(t)$, et s'exprime en **m** ;
elle varie entre $-X_m$ et $+X_m$.

PULSATION DU MOUVEMENT : $\omega = \frac{2\pi}{T}$ en **rad.s⁻¹**

PHASE À L'INSTANT t : $\frac{2\pi}{T}t + \varphi$

c'est un angle qui s'exprime en radian (**rad**).

PHASE À L'INSTANT $t = 0$ ou PHASE INITIALE : φ en **rad**.

φ est déterminée à l'aide des conditions initiales :
à $t = 0$, $x(0) = X_m \sin(\varphi_x)$ d'où les valeurs possibles de φ_x .

5.2 . Vecteur vitesse instantanée

Le vecteur position s'écrit :

$$\overrightarrow{OM} = x(t) \vec{i} \text{ avec } x(t) = X_m \sin\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi_x\right)$$

Le vecteur vitesse instantanée s'écrit :

$$\begin{aligned} \vec{v} &= \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} = \frac{dx}{dt} \vec{i} = v(t) \vec{i} \\ v(t) &= \frac{dx(t)}{dt} = X_m \frac{2\pi}{T} \cos\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi_x\right) \\ &= X_m \frac{2\pi}{T} \sin\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi_x + \frac{\pi}{2}\right) \end{aligned}$$

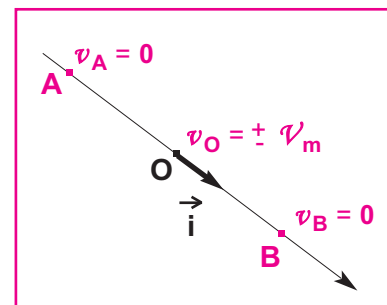
que l'on peut écrire sous la forme :

$$v(t) = v'_m \sin\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi_v\right)$$

$$\text{avec } v'_m = X_m \frac{2\pi}{T} \text{ et } \varphi_v = \varphi_x + \frac{\pi}{2}$$

$v(t)$ et v'_m en **m.s⁻¹**

La vitesse est nulle aux points de rebroussement **A** et **B**,
par contre elle est maximale en valeur absolue au milieu **O**
telle que $v_O = \pm v'_m$ (**Doc.19**) ; le signe de v_O dépend du
sens dans lequel évolue le mouvement du point mobile.



Doc.19

5.4 . Relation entre $x(t)$ et $v(t)$

$$\begin{cases} x(t) = X_m \sin \left(\frac{2\pi}{T} t + \varphi_x \right) \\ v(t) = X_m \frac{2\pi}{T} \cos \left(\frac{2\pi}{T} t + \varphi_x \right) \end{cases}$$

que l'on
peut écrire

$$\begin{cases} x(t) = X_m \sin \left(\frac{2\pi}{T} t + \varphi_x \right) & (1) \\ \frac{v(t)}{\left(\frac{2\pi}{T} \right)} = X_m \cos \left(\frac{2\pi}{T} t + \varphi_x \right) & (2) \end{cases}$$

(1)² + (2)² donne :

$$\frac{v^2(t)}{\left(\frac{2\pi}{T} \right)^2} + x^2(t) = X_m^2$$

X_m est constante ; lorsque $x(t)$ augmente en valeur absolue, $v(t)$ diminue en valeur absolue ; en O , $v(t)$ est

maximale et égale à $\pm X_m \frac{2\pi}{T} = \pm X_m \omega$

5.5 . Vecteur accélération instantanée

Dans le repère $(O, \vec{i})$ porté par la trajectoire, on peut écrire

$$\vec{a} = a(t) \vec{i}$$

RELATION ENTRE $a(t)$ ET $x(t)$

$$\begin{aligned} a(t) &= \frac{dv(t)}{dt} = \frac{d}{dt} \left[X_m \frac{2\pi}{T} \cos \left(\frac{2\pi}{T} t + \varphi_x \right) \right] = - X_m \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 \sin \left(\frac{2\pi}{T} t + \varphi_x \right) \\ &= - \frac{4\pi^2}{T^2} x(t) = - \omega^2 x(t) = \omega^2 X_m \sin \left(\frac{2\pi}{T} t + \varphi_x + \pi \right) \end{aligned}$$

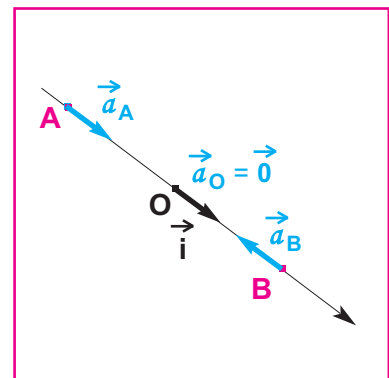
L'accélération peut s'écrire encore :

$$a(t) = A_m \sin \left(\frac{2\pi}{T} t + \varphi_a \right)$$

avec $A_m = \omega^2 X_m$ et $\varphi_a = \varphi_x + \pi$

$$a(t) = - \frac{4\pi^2}{T^2} x(t) \quad a(t) \text{ en } m.s^{-2}$$

L'accélération est nulle en O mais maximale en valeur absolue aux points A et B telle que :



Doc.19

$$a_A = \frac{4\pi^2}{T^2} X_m = \omega^2 X_m \quad \text{et} \quad a_B = - \frac{4\pi^2}{T^2} X_m = - \omega^2 X_m \quad (Doc.19).$$

RELATION ENTRE $x(t)$ ET $\frac{d^2x(t)}{dt^2}$

$$a(t) = \frac{d^2x(t)}{dt^2} = - \frac{4\pi^2}{T^2} x(t) = - \omega^2 x(t)$$

d'où

$$\frac{d^2x(t)}{dt^2} + \omega^2 x(t) = 0$$

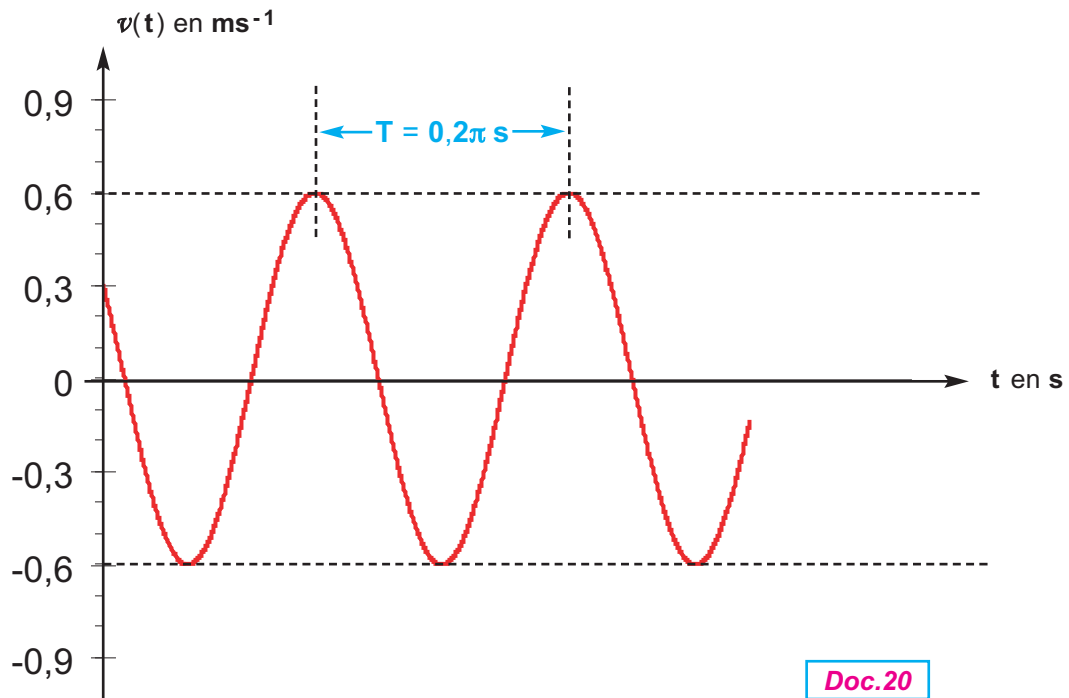
$$x(t) = X_m \sin \left(\frac{2\pi}{T} t + \varphi_x \right) = X_m \sin (\omega t + \varphi_x)$$

est une solution de cette équation.

EXERCICE RÉSOLU N°2

ENONCÉ :

La courbe du document **20** représente les variations de la vitesse $v(t) = V_m \sin\left(\frac{2\pi}{T} t + \varphi_v\right)$ d'un point mobile en mouvement rectiligne sinusoïdal.



- 1 -a- Nommer les paramètres V_m , T et φ_v ; déterminer leurs valeurs numériques.
 -b- En déduire l'amplitude X_m et la phase à l'origine φ_x de l'abscisse $x(t)$.
 -c- Ecrire l'équation horaire de $x(t)$.
- 2 - A quels instants le mobile passe-t-il par le point d'élongation $x = 0,03 \text{ m}$ avec une vitesse négative?

SOLUTION

1-a- Nomenclature des paramètres V_m , T et φ_v :

V_m : amplitude de la vitesse.

T : période du mouvement.

φ_v : phase à l'origine de la vitesse.

Valeurs numériques des paramètres V_m , T et φ_v :

On relève directement sur la courbe du document **20**,

$$V_m = 0,6 \text{ m.s}^{-1}$$

$$T = 0,2\pi \text{ s}$$

A l'instant $t = 0$, la fonction $v(t)$ est égale à $0,3 \text{ m.s}^{-1}$ et décroissante :

$$v(t=0) = V_m \sin(\varphi_v) \quad (1)$$

$$\frac{dv}{dt}(t=0) = V_m \frac{2\pi}{T} \cos(\varphi_v) < 0 \quad (2)$$

De la relation (1), on tire $\sin(\varphi_v) = \frac{v(t=0)}{V_m}$

Application numérique :

$$\sin(\varphi_v) = \frac{0,3}{0,6} = 0,5$$

$$\varphi_v = \frac{\pi}{6} \text{ rad} \quad \text{ou bien} \quad \varphi_v = \frac{5\pi}{6} \text{ rad}$$

D'après (2), nous retiendrons $\frac{5\pi}{6}$ car $\cos(\varphi_v) < 0$

$$\varphi_v = \frac{5\pi}{6} \text{ rad}$$

-b- Valeurs numériques des paramètres X_m et φ_x :

$$X_m = \frac{V_m}{\left(\frac{2\pi}{T}\right)}$$

Application numérique : $X_m = \frac{0,6}{\left(\frac{2\pi}{0,2\pi}\right)}$

$$X_m = 0,06 \text{ m}$$

$$\varphi_v = \varphi_x + \frac{\pi}{2} \quad \text{d'où} \quad \varphi_x = \varphi_v - \frac{\pi}{2}$$

Application numérique : $\varphi_x = \frac{5\pi}{6} - \frac{\pi}{2}$

$$\varphi_x = \frac{\pi}{3} \text{ rad}$$

-c- Equation horaire de l'abscisse x :

$$\frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0,2\pi} = 10 \text{ rad.s}^{-1}$$

$$x(t) = 0,06 \cdot \sin\left(10 t + \frac{\pi}{3}\right)$$

2- Détermination des instants tels que $x = 0,03 \text{ m}$ et $v < 0$:

$$x(t) = 0,06 \sin\left(10 t + \frac{\pi}{3}\right) = 0,03 \text{ m}$$

$$\sin \left(10 t + \frac{\pi}{3} \right) = \frac{1}{2}$$

$$10 t + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{6} + 2k\pi \text{ ou } \frac{5\pi}{6} + 2k\pi$$

$$\text{comme } v(t) = 0,6 \cdot \cos \left(10 t + \frac{\pi}{3} \right) < 0$$

$$10 t + \frac{\pi}{3} = \frac{5\pi}{6} + 2k\pi$$

$$t = \frac{1}{10} \left(\frac{5\pi}{6} - \frac{\pi}{3} + 2k\pi \right)$$

$$t = \frac{\pi}{20} + \frac{2k\pi}{10} = \frac{T}{4} + k.T$$

TRAVAUX PRATIQUES

But

- Réaliser en classe un enregistrement chronophotographique du mouvement d'une bille lâchée sans vitesse initiale.
- Reconnaître, à partir de cet enregistrement, la nature du mouvement du corps en chute libre.

ENREGISTREMENT CHRONOPHOTOGRAPHIQUE

Il y a deux possibilités :

- à l'aide d'une caméra Cam Web
- à l'aide d'un appareil photographique
- ou, à défaut, exploiter la figure du document (**Doc.21**).

TABLEAU DE MESURES

points	M ₀	M ₁	M ₂	M ₃	M ₄	M ₅
t (en s)						
x (en m)						

QUESTIONS :

Tracer la courbe $x = h(t^2)$; établir l'expression de $x = h(t^2)$.
 Déterminer l'accélération du mouvement de la bille.
 Conclure sur la nature de son mouvement.



Doc.21

L'ESSENTIEL DU COURS

Les grandeurs cinématiques (trajectoire, coordonnées, vitesse et accélération) dépendent du référentiel d'observation qui est constitué d'un objet de référence, d'un repère d'espace et d'un repère temps.

Le repérage de la position d'un point est déterminé par la connaissance des coordonnées cartésiennes x , y et z du point mobile dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$;

Dans le référentiel lié au point O , un point mobile M est défini par :

- un vecteur position $\vec{OM} = x \vec{i} + y \vec{j} + z \vec{k}$

- un vecteur vitesse $\vec{v}(t) = \frac{d\vec{OM}}{dt} = \frac{dx}{dt} \vec{i} + \frac{dy}{dt} \vec{j} + \frac{dz}{dt} \vec{k}$

- un vecteur accélération $\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{dv_x}{dt} \vec{i} + \frac{dv_y}{dt} \vec{j} + \frac{dv_z}{dt} \vec{k}$

Le vecteur accélération peut s'exprimer dans le repère de Frenet $(M, \vec{T}, \vec{N})$:

$$\vec{a}(t) = \frac{dv}{dt} \vec{T} + \frac{v^2}{r} \vec{N}$$

Un point mobile peut être :

- en mouvement rectiligne uniforme :

$$\vec{a} = \vec{0} ; \vec{v} = \text{Constante} ; \vec{OM} = (vt + x_0) \vec{i} .$$

- en mouvement rectiligne uniformément varié :

$$\vec{a} = \text{Constante} ; \vec{v} = (at + v_0) \vec{i} ; \vec{OM} = \left(\frac{1}{2} at^2 + v_0 t + x_0 \right) \vec{i} .$$

il est accéléré si $\vec{a} \cdot \vec{v} \geq 0$, retardé si $\vec{a} \cdot \vec{v} < 0$.

- en mouvement rectiligne sinusoïdal :

$$\vec{OM} = x(t) \vec{i} \text{ avec } x(t) = X_m \cdot \sin \left(\frac{2\pi}{T} t + \varphi_x \right)$$

$$\vec{a} = a(t) \vec{i} \text{ avec } a(t) = - \frac{4\pi^2}{T^2} x(t) = - \omega^2 x(t)$$

Je vérifie mes connaissances

1- Complétez les phrases suivantes :

- La valeur algébrique de la vitesse instantanée d'un point mobile est la dérivée de son par rapport au temps.
- Le vecteur accélération a le sens contraire du vecteur vitesse lorsque diminue.
- Dans un mouvement rectiligne uniforme l'accélération est .
- Dans un mouvement où la vitesse est constante, l'accélération est nulle.
- Dans un mouvement rectiligne uniformément varié, est constante.
- Lorsque le vecteur accélération est constant, la trajectoire est ou .

Chaque QCM peut avoir une ou plusieurs réponses correctes

2- L'équation horaire $x = f(t)$ du mouvement rectiligne uniforme d'un point mobile permet de connaître à tout instant :

- a - la vitesse du point mobile.
- b - l'accélération du point mobile.
- c - la position du point mobile.

3- L'équation horaire $x = f(t)$ du mouvement rectiligne uniformément retardé d'un point mobile permet de connaître à tout instant :

- a - la vitesse du mouvement du point mobile.
- b - l'accélération du mouvement du point mobile.
- c - la position du point mobile.
- d - l'instant où le mouvement du point mobile change de sens.
- e - la position où le mouvement du point mobile change de sens.

4- Les équations horaires $x = f(t)$ et $y = h(t)$ du mouvement plan d'un point mobile selon une trajectoire curviligne permettent de connaître à tout instant :

- a - la vitesse du point mobile.
- b - l'accélération du point mobile.
- c - la position du point mobile.
- d - les coordonnées de l'accélération du point mobile dans le repère de Frenet.
- e - le rayon de courbure de la trajectoire.

5- La trajectoire d'un point mobile est une courbe située dans un plan; sa vitesse est constante. À tout instant au cours du mouvement, le vecteur accélération du point mobile est :

- a - nul.
- b - perpendiculaire au vecteur vitesse.
- c - de direction tout à fait quelconque.

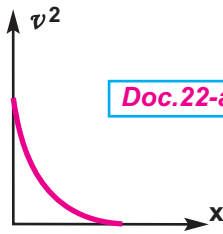
6- Un point mobile est animé d'un mouvement rectiligne sinusoïdal. Lorsqu'il passe par le milieu de sa trajectoire :

- a - sa vitesse est nulle.
- b - son accélération est maximale.
- c - la vitesse et l'accélération sont nulles.
- d - la vitesse est maximale en valeur absolue.

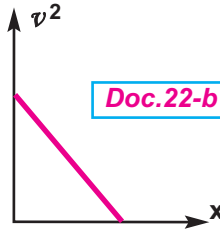
7- Un point mobile est animé d'un mouvement tel que le vecteur accélération varie au cours du temps :

- a - sa vitesse est constante.
- b - le sens du mouvement peut changer.
- c - la trajectoire est nécessairement rectiligne.

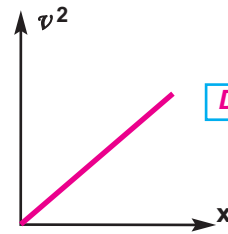
8- Un solide, lâché sur un plan incliné, glisse sans frottements selon un mouvement rectiligne uniformément accéléré. Lequel parmi les documents **22-a**, **b** ou **c** peut-il correspondre à la représentation graphique de v^2 en fonction de l'abscisse x ?



Doc.22-a

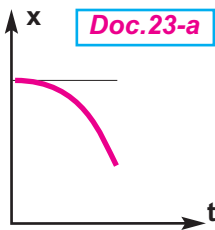


Doc.22-b

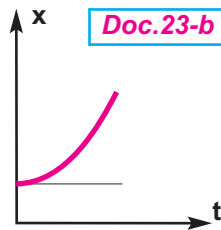


Doc.22-c

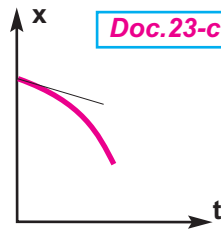
- 9- Un solide, lâché sans vitesse initiale, glisse sans frottement sur un plan incliné selon un mouvement rectiligne uniformément accéléré.
Lequel parmi les documents **23-a**, **b**, **c** ou **d** correspond-il à la représentation graphique de $x = f(t)$?



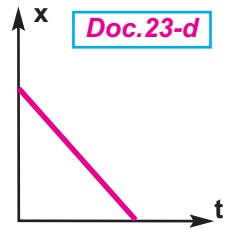
Doc.23-a



Doc.23-b



Doc.23-c



Doc.23-d

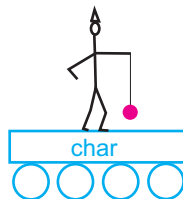
Je sais appliquer mes connaissances; je sais raisonner

- Ex-1-** Un clown est debout et immobile sur un char de carnaval avançant à vitesse constante. Il fait osciller régulièrement un Yo-Yo (boule attachée à un élastique) dans une direction perpendiculaire au plateau du char. (**Doc.24**)

Au centre du Yo-Yo est disposé une petite lampe allumée.

- 1 - Tracer la forme de la trajectoire de la lampe par rapport au référentiel du char.
- 2 - Tracer l'allure de la trajectoire de la lampe par rapport à un référentiel terrestre.

Doc.24



sens du mouvement



- Ex-2-** La vitesse d'écoulement du sang dans une artère est supposée constante et de valeur égale à $\|\vec{v}_s\| = 0,2 \text{ m.s}^{-1}$
- 1 - Calculer le chemin parcouru par une globule rouge pendant une durée de **4 s**.

- 2 - En supposant cette vitesse d'écoulement indépendante de la grosseur des artères, quelle est la durée de parcours d'un globule rouge partant du coeur et arrivant au pied d'un individu, après un parcours de **1,5 m** ?

- Ex-3-** Un automobiliste **A** quitte Tunis à **10h 30 min** et se dirige vers Sousse par l'autoroute. Un automobiliste **B** quitte Sousse à **10h 45 min** et se dirige vers Tunis par la même autoroute. Les valeurs de leurs vitesses respectives,

que l'on suppose constantes, sont :

$$\|\vec{v}_A\| = 100 \text{ km.h}^{-1}$$

$$\|\vec{v}_B\| = 130 \text{ km.h}^{-1}$$

La distance Tunis-Sousse, par l'autoroute, est égale à **D = 120 km** (**Doc.25**).

La distance Tunis-Sousse, par l'autoroute, est égale à $D = 120 \text{ km}$.

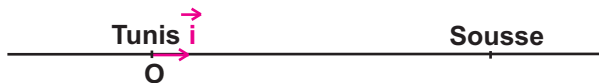
- 1 - Ecrire les équations horaires des mouvements de **A** et **B** sachant que l'automobiliste **A** quitte **Tunis**, qui

est confondu avec **O**, à $t = 0$.

On supposera que l'autoroute suit une ligne droite.

- 2 - A quelle distance de **Tunis** et à quelle heure les deux automobilistes se croisent-ils ?

Doc.25



- Ex-4- Un mobile (**M**) décrit une trajectoire

rectiligne munie d'un repère espace $(O, \vec{i})$; son vecteur accélération est constant pendant toute la durée du mouvement qui est fixée à $t_f = 5 \text{ s}$.

A l'instant $t_0 = 0$, le mobile part du point M_0 d'abscisse $x_0 = -0,5 \text{ m}$, avec une vitesse

$\vec{v}_0 = -\vec{i}$ (v_0 en m.s^{-1}), puis il passe au point M_1 , d'abscisse $x_1 = 5 \text{ m}$, avec

la vitesse $\vec{v}_1 = 4,7 \vec{i}$ (v_1 en m.s^{-1}).

- 1 - Déterminer les caractéristiques de l'accélération $\vec{a}_1$ du mobile.

- 2 - Calculer la date t_1 à laquelle le mobile passe au point M_1 .

- 3 - Donner l'équation horaire du mobile.

- 4 - A la date $t = 2 \text{ s}$, un deuxième mobile (**N**) part de la position d'abscisse $x_1 = 5 \text{ m}$, avec un mouvement rectiligne uniforme dont la vitesse est $\vec{v}_N = 4 \vec{i}$ (v_N en m.s^{-1}).

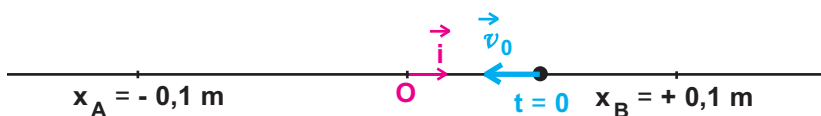
Calculer la date t_R et l'abscisse x_R en lesquelles le mobile (**M**) rattrape le mobile (**N**).

- 5 - Vérifier ces deux derniers résultats à l'aide des représentations graphiques des équations horaires des deux mobiles.

- Ex-5- Un point matériel, animé d'un mouvement rectiligne sinusoïdal, se déplace sur un segment **AB** de longueur **20 cm**. La période du mouvement est $T_0 = 2 \text{ s}$. A l'origine des temps le mobile est

à la position d'abscisse $x = 5 \text{ cm}$ et sa vitesse est négative. (Doc.26)

- 1 - Ecrire l'équation horaire du mouvement.
2 - A quel instant le mobile passe-t-il pour la 1^{ère} fois par la position d'équilibre ?



Doc.26

- Ex-6- Un mobile ponctuel (**M**), supposé ponctuel, est animé d'un mouvement rectiligne sinusoïdal de période $T = \frac{\pi}{10} \text{ s}$ de part et d'autre d'un point **O**.

- 1 - En choisissant comme origine des elongations le point **O**, déterminer l'équation horaire du mouvement de (**M**) sachant qu'à l'origine des temps, son abscisse x_0 est égale à **2 cm** et sa vitesse est nulle.

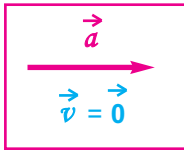
- 2 - Quelle est la vitesse maximale du mobile ? En quel point le mobile acquiert cette vitesse ?

- 3 - Quelle est la vitesse du mobile (**M**) quand son elongation vaut **0,5 cm**.

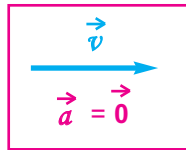
- 4 - Quelle est la vitesse du mobile à la date $t = 1 \text{ s}$? Quel est alors le sens du vecteur accélération ?

- Ex-7- Identifier dans chacun des documents 27-a, b, c ou d, la nature (rectiligne uniforme, rectiligne uniformément accéléré,

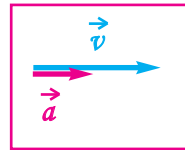
rectiligne uniformément retardé) du mouvement décrit par les vecteurs $\vec{a}$ et $\vec{v}$ représentés à un instant t quelconque.



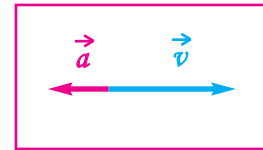
Doc.27-a



Doc.27-b



Doc.27-c



Doc.27-d

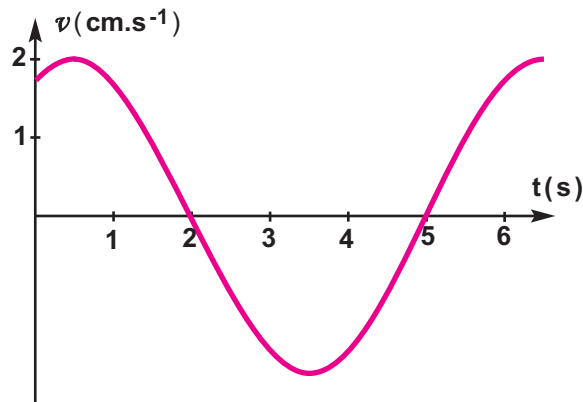
Ex-8- Un mobile est en mouvement rectiligne sinusoïdal. Le document (**Doc.28**) correspond à la courbe $v = f(t)$

1 - Dédurre de cette courbe:

- l'amplitude $\mathcal{V}_m$ de la vitesse
- la période T du mouvement

- la phase φ_v de la vitesse.

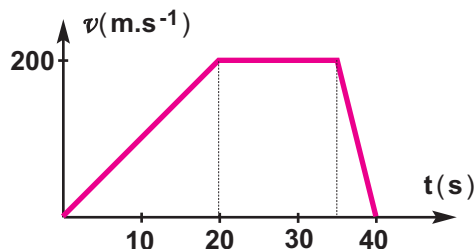
- 2 - Déterminer l'amplitude $\mathcal{X}_m$ et la phase φ_x de l'abscisse x du mobile (**M**).
- 3 - Dédurre de la courbe $v = f(t)$ la courbe $x = g(t)$ sans préciser d'échelle pour l'élongation x (**Doc.28**).



Doc.28

Ex-9- Un mobile décrit une trajectoire rectiligne. Sa position par rapport à un point **O** de la trajectoire orientée est repérée à l'instant t par son abscisse x .

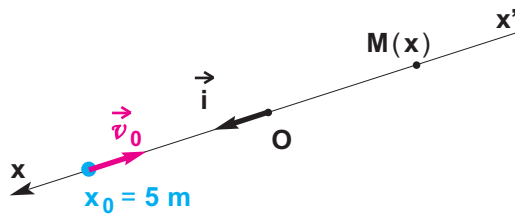
- 1 - Caractériser le mouvement du mobile durant les différentes étapes du trajet à partir du diagramme des vitesses. (**Doc.28**)
- 2 - Déterminer la distance totale parcourue par le mobile pendant les 40 s.



Doc.28

Ex-10- Le mouvement d'une bille lancée dans le sens **Ox** dans une gouttière rectiligne est déterminé par les données suivantes : $a = 2 \text{ m.s}^{-2}$ et à $t = 0$ (instant du lancement) $v_0 = -6 \text{ m.s}^{-1}$ et $x_0 = 5 \text{ m}$ (**Doc.29**).

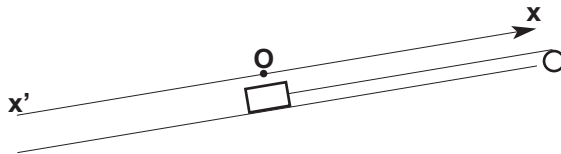
- 1 - Etablir les équations du mouvement.
- 2 - Déterminer l'intervalle de temps qui sépare les deux passages par l'origine **O**. Calculer la valeur de la vitesse de la bille à ces passages.



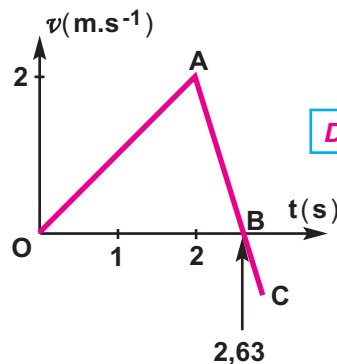
Doc.29

Ex-11- Un mobile M peut glisser sans frottement le long de la ligne de plus grande pente $x'Ox$ d'un plan incliné. Il est attaché à un fil inextensible tendu parallèle à $x'Ox$ (Doc.30-a). A l'instant $t_0 = 0$, le mobile (M) est au repos au point O , origine de l'axe,

et on applique au fil une traction qui fait gravir à (M) le plan incliné. On étudie le mouvement de (M). On en déduit la mesure v de la vitesse du mobile (M) à chaque instant et on trace le graphique $v = f(t)$ qui est le segment de droite OA (Doc.30-b).



Doc.30-a



Doc.30-b

Au temps $t_1 = 2$ s, le fil de traction casse. En représentant maintenant la vitesse v du mobile en fonction du temps t , on obtient la demi-droite ABC qui coupe l'axe des temps au point B d'abscisse $t_2 = 2,63$ s.

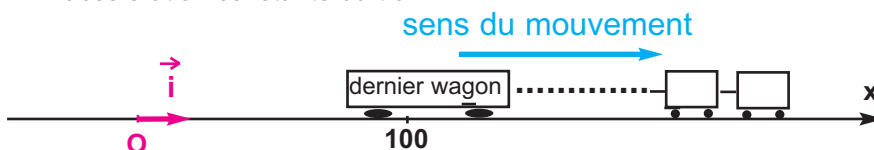
Déduire du graphique, sans calcul, la nature du mouvement de M et le sens du déplacement entre les dates t_0 et t_1 , t_1 et t_2 et t_2 et $t > t_2$.

- 1 - Déduire du graphique, sans calcul, la nature du mouvement de (M) et le sens du déplacement entre les dates t_0 et t_1 , t_1 et t_2 et $t > t_2$.
- 2 - Déterminer les caractéristiques du vecteur accélération au cours de chacune des trois phases.
- 3 - Déterminer la distance parcourue entre t_0 et t_2 .

Ex-12- Sur le quai d'une gare, une voyageuse, en retard, court avec une vitesse constante de valeur 8 m.s^{-1} pour essayer de prendre son train en stationnement à la gare. En $t = 0$, le train démarre alors qu'elle est encore à **100 mètres** du dernier wagon, au niveau de l'origine O d'un repère (O, i) . L'accélération constante du train

a une valeur de $0,5 \text{ m.s}^{-2}$ (Doc.31).

- 1 - La voyageuse rejoindra-t-elle son train? Sinon, à quelle distance minimale s'en trouvera-t-elle?
- 2 - Quelle devrait être, à l'instant du démarrage, la distance minimale entre le train et la voyageuse pour que celle-ci atteigne effectivement le dernier wagon?



Doc.31

6

Etude dynamique d'un solide en mouvement de translation

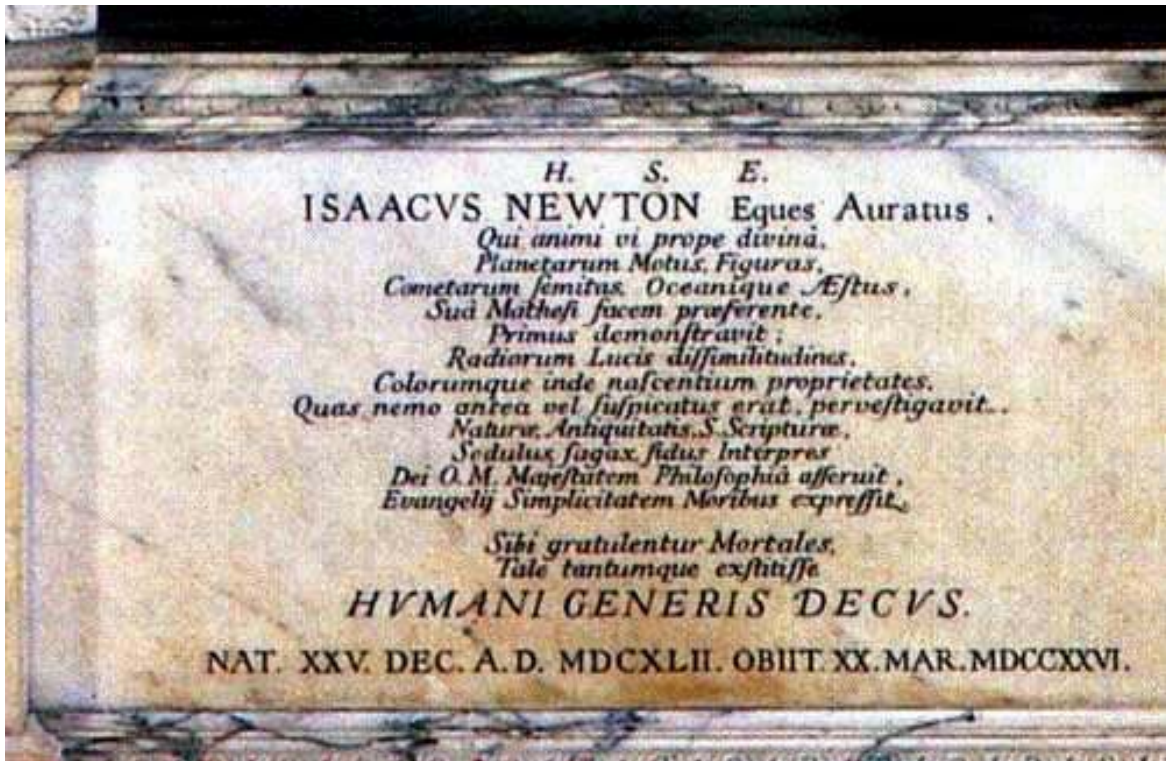


Photo.1

L'épithaphe* de Newton traduite du latin par Etienne DANIEL

ISAAC NEWTON Chevalier d'Or

Qui, par la pénétration de sa pensée quasi divine,
portant haut le flambeau de la connaissance,
démontra le premier

les déplacements et les configurations des planètes
les trajectoires des comètes et les mouvements des océans ;

Qui explora les différences de rayonnement de la lumière,
et, de là, les fondements de la genèse des couleurs
que personne jusqu'alors n'avait imaginés ;

Interprète appliqué, rapide et sûr
de la Nature, de l'Antiquité et des Saintes Ecritures,
il a affirmé par sa philosophie la Majesté de Dieu.

OBJECTIFS

- Distinguer entre la deuxième loi de Newton et le théorème du centre d'inertie.
- Reconnaître un référentiel galiléen.
- Appliquer la deuxième loi de Newton.
- Appliquer le théorème du centre d'inertie.
- Reconnaître un solide isolé et un solide pseudo-isolé.

* épithaphe : inscription gravée sur un tombeau

1. Référentiel galiléen

DÉFINITION : un référentiel galiléen est un référentiel où la première loi de Newton (ou principe d'inertie) peut être vérifiée.

Le référentiel de Copernic peut être considéré comme un référentiel galiléen.

Tout référentiel en mouvement de translation rectiligne et uniforme par rapport à un référentiel galiléen est galiléen.

EXEMPLES DE RÉFÉRENTIELS CONSIDÉRÉS COMME GALILÉENS :

- le référentiel héliocentrique peut être considéré comme galiléen
- le référentiel géocentrique peut être considéré comme galiléen pour des expériences ayant lieu pendant des durées petites devant une année, par exemple le mouvement d'un satellite autour de la Terre
- le référentiel terrestre peut être considéré comme galiléen pour des expériences à la surface de la Terre ayant lieu pendant des durées petites devant un jour ; dans les expériences de laboratoire, les mouvements des objets sont étudiés par rapport à des référentiels terrestres où l'origine du repère d'espace est relié au laboratoire : ces référentiels sont supposés galiléens.

EXEMPLES DE RÉFÉRENTIELS NE POUVANT PAS ÊTRE CONSIDÉRÉS COMME GALILÉENS :

- au cours d'un freinage, d'une accélération ou dans un virage, le référentiel lié à une automobile ne peut pas être considéré comme galiléen.
- le référentiel lié à un manège en mouvement de rotation, ne peut pas être considéré comme galiléen.

2. Deuxième loi de Newton

Il est facile de constater, qu'une force peut ralentir ou accélérer le mouvement d'un solide ou modifier la direction de son vecteur vitesse.

La deuxième loi de Newton précise la relation qui existe entre les forces s'exerçant sur un corps, entre autre, en mouvement de translation et le vecteur accélération.

ACTIVITÉ EXPÉRIMENTALE

On reprend le tableau de mesures rempli au cours des travaux pratiques réalisés dans le chapitre-5-.

points	M ₀	M ₁	M ₂	M ₃	M ₄	M ₅
t (en s)						
x (en m)						
$\ \vec{a}\ $ (en m.s ⁻²)						

On calcule la valeur du poids de la bille $\|\vec{P}\| = m\|\vec{g}\|$ avec $\|\vec{g}\| = 9,8 \text{ m.s}^{-2}$.

On compare cette valeur au produit $m\|\vec{a}\|$; vérifier que $\|\vec{P}\| = m\|\vec{a}\|$.

Le poids de la bille, assimilable à un objet ponctuel, est une force exercée par la Terre sur la bille, donc orientée vers le bas suivant la verticale passant par le centre de la bille.

Au cours du déplacement de la bille, la valeur de sa vitesse augmente ce qui implique que son mouvement est accéléré ; ceci permet de conclure que le vecteur accélération $\vec{a}$ est, autant que le vecteur vitesse, de direction verticale et dirigé vers le bas.

D'une part, les deux grandeurs vectorielles poids et accélération sont de même sens, d'autre part $\|\vec{P}\| = m\|\vec{a}\|$

ceci permet d'écrire $\vec{P} = m \vec{a}$

Ce résultat est applicable à tout corps ponctuel soumis à un système de forces $\{\vec{F}_i\}$ équivalent à une force unique $\vec{F} = \sum \vec{F}_i$; ce qui permet d'écrire :

$$\vec{F} = m \vec{a}$$

ENONCÉ DE LA DEUXIÈME LOI DE NEWTON

Dans un référentiel galiléen, la somme vectorielle des forces s'exerçant sur un corps ponctuel est égale, à chaque instant, au produit de la masse m de l'objet par son vecteur accélération $\vec{a}$

$$\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

Cette relation est appelée aussi **relation fondamentale de la dynamique**.



Photo.2

ISAAC NEWTON (1642 - 1727)

Est né le 25 Décembre 1642 (année de la mort de Galilée) à Woolsthorpe dans le Lincolnshire (Angleterre), de parents paysans.

A 12 ans, il part pour l'école secondaire de Grantham où il est un élève médiocre, il y reste quatre années jusqu'à ce que sa mère le rappelle à Woolsthorpe pour qu'il devienne fermier et qu'il apprenne à administrer son domaine. Pourtant, sa mère s'apercevant que son fils était plus doué pour la mécanique que pour le bétail, l'autorisa à retourner à l'école pour peut-être pouvoir entrer un jour à l'université.

Newton est devenu l'un des plus grands génies et savants de l'histoire humaine. On peut le comparer, par l'envergure des ses travaux et découvertes, à deux autres grands noms de la science : Archimède et Albert Einstein.

L'étendue de ses travaux et son éclectisme sont tels qu'il auraient suffi à faire la réputation d'une bonne douzaine de savants.

Il meurt le 30 mars 1727, son corps fut alors inhumé à Westminster, aux côtés des rois d'Angleterre.

Cette écriture vectorielle traduit une relation de cause à effet ; ceci permet d'affirmer que c'est la somme vectorielle des forces qui s'exercent sur le corps ponctuel qui est responsable de la variation de sa vitesse au cours du mouvement.

3. Théorème du centre d'inertie

Considérons un système matériel $(S) = \{M_i\}$ de masse m , constitué d'un ensemble de points matériels M_i de masses m_i .

Dans un repère galiléen, la relation fondamentale de la dynamique appliquée à un point matériel M_i appartenant au système (S) s'écrit : $\vec{F}_i = m_i \vec{a}_i$

La somme des forces agissantes sur (S) est alors :

$$\sum_{i=1}^n \vec{F}_i = \sum_{i=1}^n (m_i \vec{a}_i)$$

$$\text{soit} \quad \sum_{i=1}^n \vec{F}_{i(\text{int})} + \sum_{i=1}^n \vec{F}_{i(\text{ext})} = \sum_{i=1}^n (m_i \vec{a}_i)$$

Les forces intérieures s'annulent deux à deux, leur somme est alors nulle ; ceci nous permet d'écrire :

$$\sum_{i=1}^n \vec{F}_{i(\text{ext})} = \sum_{i=1}^n (m_i \vec{a}_i) = \sum m_i \left(\frac{d^2}{dt^2} \vec{OM}_i \right)$$

$$\sum_{i=1}^n \vec{F}_{i(\text{ext})} = \frac{d^2}{dt^2} \left(\sum m_i \vec{OM}_i \right)$$

$$\sum_{i=1}^n \vec{F}_{i(\text{ext})} = \frac{d^2}{dt^2} (m \vec{OG})$$

finalement, on obtient : $\sum_{i=1}^n \vec{F}_{i(\text{ext})} = m \cdot \vec{a}_G$

ENONCÉ DU THÉORÈME DU CENTRE D'INERTIE

Dans un repère galiléen, le centre d'inertie d'un système matériel de masse m a le même mouvement qu'un point matériel de même masse soumis à l'action de l'ensemble des seules forces extérieures au système.

$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m \cdot \vec{a}_G$$

REMARQUE :

La deuxième loi de Newton et le théorème du centre d'inertie sont valables dans le cadre de la mécanique newtonienne, c'est-à-dire tant que les vitesses des corps en mouvement étudiés sont petites devant celle de la lumière.

BARYCENTRE D'UN SYSTÈME MATÉRIEL

Le centre d'inertie G d'un système matériel est le barycentre des points matériels $M_1, M_2, \dots, M_i \dots$ qui le constituent pondérés chacun de sa masse m_i

$$\sum_{i=1}^n m_i \vec{OM}_i = \vec{OG} \sum m_i = m \vec{OG}$$

4. Applications

GLISSEMENT D'UN SOLIDE SUR UN PLAN INCLINÉ

On considère un solide (**S**) de masse **m** qui glisse sans frottement suivant la ligne de plus grande pente d'un plan incliné d'un angle α par rapport à l'horizontale.

On se propose de déterminer les caractéristiques du vecteur accélération du centre d'inertie **G** du solide.

Démarche à suivre :

- **Référentiel** : référentiel terrestre supposé galiléen ;
le repère d'espace (**O**, $\vec{i}$, $\vec{j}$) est lié au plan incliné comme l'indique le document 1.

- **Système** : solide (**S**).

- **Forces extérieures** : * $\vec{P} = m\vec{g}$: le poids, force exercée par la Terre sur le solide

$$\vec{P} \begin{cases} P_x = m \|\vec{g}\| \sin \alpha \\ P_y = -m \|\vec{g}\| \cos \alpha \end{cases}$$

* $\vec{R}_N$: la réaction normale du plan, force exercée par le plan sur le solide

$$\vec{R}_N = R_N \vec{j}$$

On négligera tout type de frottement.

Le solide (**S**) est constamment en contact avec le plan incliné ; la coordonnée y_G de son centre d'inertie **G** est constante au cours de ce mouvement rectiligne ; ceci permet d'écrire que :

$$a_{Gy} = \frac{d^2 y_G}{dt^2} = 0 \quad \text{d'où} \quad \vec{a}_G = a_{Gx} \vec{i}$$

Appliquons le théorème du centre d'inertie au système :

$$\vec{P} + \vec{R}_N = m \vec{a}_G \quad (1)$$

La projection de la relation (1) sur l'axe (**O** ; $\vec{i}$) porté par la ligne de plus grande pente du plan incliné donne

$$P_x = m a_G$$

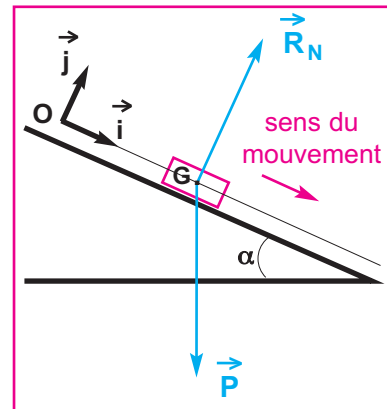
soit $m \|\vec{g}\| \sin \alpha = m a_G$

Le vecteur accélération est donnée par la relation :

$$\vec{a}_G = (\|\vec{g}\| \sin \alpha) \vec{i}$$



Photo.2



Doc.1

SOLIDE ISOLÉ; SOLIDE PSEUDO-ISOLÉ

Un solide isolé est un solide qui ne subit aucune action extérieure. Un tel solide ne peut exister dans le champ de pesanteur.

Si les actions extérieures qu'il subit se compensent, le solide est dit pseudo-isolé.

Dans les deux cas on a :

$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = \vec{0}$$

d'après le théorème du centre d'inertie :

$$m. \vec{a}_G = \vec{0} \implies \vec{a}_G = \vec{0}$$

$$\vec{a}_G = \frac{d\vec{v}_G}{dt} \implies \vec{v}_G = \text{constante}$$

Conclusion : le centre d'inertie du solide reste au repos s'il est initialement au repos sinon il continue à se déplacer selon un mouvement rectiligne uniforme.

Ce résultat est déjà connu depuis la Classe de 1^{ère} année sous le nom de ``Première loi de Newton'' ou ``Principe d'inertie''.

EXERCICE RÉSOLU

ENONCÉ :

Cet exercice décrit un modèle très simplifié du mouvement du centre d'inertie $\mathbf{G}$ d'un skieur le long d'un trajet $(\mathbf{AB})$ rectiligne et horizontal.

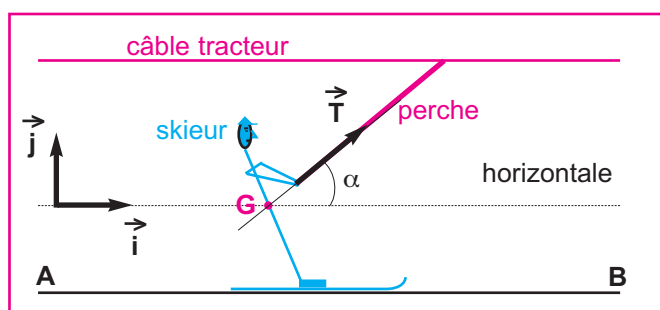
Durant tout le déplacement, l'ensemble des frottements est équivalent à une force $\vec{f}$ de valeur constante et égale à 50 N , supposée être appliquée en $\mathbf{G}$.

On supposera que le skieur, considéré comme un solide, reste constamment en contact avec la piste ; soit $m = 80 \text{ kg}$ sa masse lorsqu'il est muni de son équipement.

On donne la valeur du champ de pesanteur $\|\vec{g}\| = 9,8 \text{ m.s}^{-2}$.

Le skieur se tient immobile en $\mathbf{A}$ sur l'aire de départ d'un télési. Afin d'atteindre, au bout de 8 s , une vitesse de valeur égale à 2 m.s^{-1} en $\mathbf{B}$, il s'accroche à une perche faisant un angle α

égal à 45° avec l'horizontale et exerçant sur lui une force de traction $\vec{T}$ constante (**Doc.2**).



Doc.2

- 1 - Faire l'inventaire de toutes les forces qui s'exercent sur le skieur au cours du mouvement. Recopier le schéma et y représenter les forces.
- 2 - Déterminer les caractéristiques de l'accélération $\vec{a}$ du centre d'inertie $\mathbf{G}$ du skieur.
- 3 - En déduire la valeur de $\vec{T}$.

SOLUTION

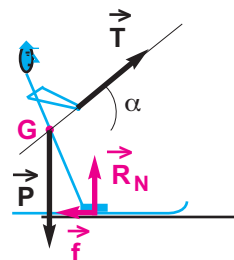
1 - Forces s'exerçant sur le skieur le long du trajet $(\mathbf{AB})$

$\vec{P}$: poids du skieur

$\vec{R}_n$: réaction normale de la piste sur le skieur

$\vec{f}$: force de frottement

$\vec{T}$: force exercée par la perche (**Doc.3**).



Doc.3

2 - Accélération $\vec{a}$ du centre d'inertie du skieur

Au cours de son mouvement, le skieur reste constamment au contact de la piste, et sa coordonnée y_G est constante :

$$\text{d'où } a_y = \frac{d^2 y_G}{dt^2} = 0 \implies \vec{a} = a_x \vec{i}$$

L'accélération $\vec{a}$ a une direction horizontale.

A propos de la direction et du sens du vecteur accélération de $\mathbf{G}$, on peut procéder autrement.

En effet, $\mathbf{G}$ décrit un mouvement rectiligne au cours duquel la valeur de la vitesse augmente ; on peut affirmer que le vecteur

Entre **A** et **B**, la valeur de la vitesse augmente; ceci implique que l'accélération $\vec{a}$ est de même sens que le mouvement.

L'accélération $\vec{a}$ est orientée de **A** vers **B**.

Montrons que la valeur de l'accélération $\vec{a}$ est constante :

- **Référentiel** : référentiel terrestre supposé galiléen ;

le repère d'espace : $(O, \vec{i}, \vec{j})$ lié à la piste comme l'indique le document 4 .

- **Système** : { skieur }

- **Forces extérieures** : les vecteurs forces sont reportés à partir d'un même point pour en faciliter l'exploitation ;

$$\vec{P} \begin{cases} P_x = 0 \\ P_y = -m \|\vec{g}\| \end{cases}, \quad \vec{R}_N \begin{cases} R_{Nx} = 0 \\ R_{Ny} = \|\vec{R}_N\| \end{cases}$$

$$\vec{f} \begin{cases} f_x = -\|\vec{f}\| \\ f_y = 0 \end{cases} \quad \text{et} \quad \vec{T} \begin{cases} T_x = \|\vec{T}\| \cos\alpha \\ T_y = \|\vec{T}\| \sin\alpha \end{cases}$$

Appliquons le théorème du centre d'inertie au système :

$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m \vec{a}$$

$$\vec{P} + \vec{R}_N + \vec{f} + \vec{T} = m \vec{a} \quad (1)$$

La projection de la relation (1) sur l'axe $(O; \vec{i})$ donne

$$-\|\vec{f}\| + \|\vec{T}\| \cos\alpha = m a \quad (2)$$

Tous les paramètres, autres que a , et intervenant dans la relation (2), sont constants ; donc la valeur de l'accélération est constante.

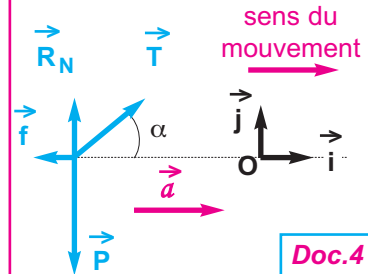
$$\text{D'où } \vec{v} = \vec{a} \cdot t + \vec{v}_0$$

$$\text{Donc} \quad \|\vec{a}\| = \frac{\|\vec{v}_B\|}{t_B - t_A}$$

$$\text{Application numérique : } \|\vec{a}\| = \frac{2}{8}$$

$$a = + 0,25 \text{ m.s}^{-2}$$

l'accélération est de même sens que celui du mouvement.



Doc.4

$$\text{à } t = t_B, \vec{v} = \vec{v}_B$$

$$\text{d'où } \vec{v}_B = \vec{a} \cdot t_B + \vec{v}_0 \quad (3)$$

$$\text{à } t = t_A, \vec{v} = \vec{v}_A = \vec{0}$$

$$\text{d'où } \vec{0} = \vec{a} \cdot t_A + \vec{v}_0 \quad (4)$$

$$(3) - (4) \Rightarrow$$

$$\vec{a} = \frac{\vec{v}_B}{t_B - t_A}$$

3 - Valeur de la force $\vec{T}$

$$\text{A partir de la relation (2) on peut écrire } \|\vec{T}\| = \frac{m a + \|\vec{f}\|}{\cos\alpha}$$

$$\text{Application numérique : } \|\vec{T}\| = \frac{80 \cdot 0,25 + 50}{\cos 45^\circ} \quad \|\vec{T}\| = 99 \text{ N}$$

L'ESSENTIEL DU COURS

Un référentiel galiléen est un référentiel où la première loi de Newton (ou principe d'inertie) peut être vérifiée.

Un référentiel terrestre sera considéré comme galiléen avec une approximation suffisante.

Deuxième loi de Newton : dans un référentiel galiléen, la somme vectorielle $\vec{F}$ des forces s'exerçant sur un corps ponctuel est égale au produit de la masse m du corps par son vecteur accélération $\vec{a}$, soit $\vec{F} = m \cdot \vec{a}$

Cette relation est appelé aussi **relation fondamentale de la dynamique**.

Théorème du centre d'inertie

Soit un système de centre d'inertie G , et $\sum \vec{F}_{\text{ext}}$ la somme vectorielle des forces extérieures agissant sur le système à l'instant t :

$$\text{alors } \sum \vec{F}_{\text{ext}} = m \cdot \vec{a}_G(t) \quad \text{dans un référentiel galiléen.}$$

Un solide, qui glisse sans frottement suivant la ligne de plus grande pente d'un plan incliné faisant l'angle α avec l'horizontale, possède un mouvement rectiligne uniformément

varié dont l'accélération a a pour valeur $\|\vec{a}\| = \|\vec{g}\| \sin \alpha$.

Un solide isolé est un solide qui ne subit aucune action extérieure.

Un solide est dit pseudo-isolé, s'il subit des actions extérieures qui se compensent.

TRAVAUX PRATIQUES

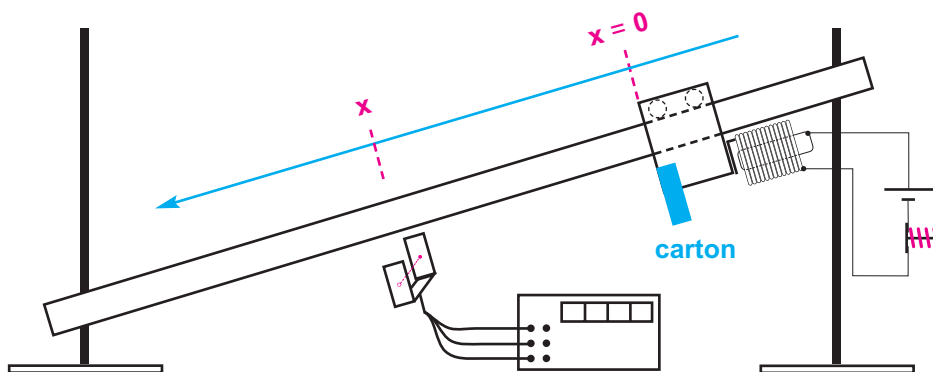
BUT

Appliquer le théorème du centre d'inertie à un solide en mouvement de translation, afin de déterminer la valeur de l'intensité de la force de frottement à laquelle il est soumis.

MATÉRIEL

- un chariot de masse m muni d'une bande en carton et pouvant se déplacer sur un rail incliné d'un angle α d'une dizaine de degrés par rapport à l'horizontale
- six chronomètres électriques au millième de seconde reliés chacun à un capteur
- un système électromécanique permettant de lâcher le chariot sans vitesse initiale
- une règle graduée au millimètre permet de repérer la position du chariot au cours de son mouvement
- une balance électronique
- un rapporteur muni d'un fil à plomb
- un papier millimétré.

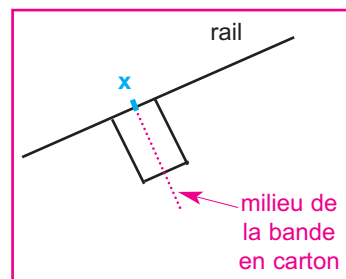
A défaut de matériels, on peut utiliser un seul chronomètre muni d'un capteur pour réaliser les mêmes mesures ; il suffit de changer la position du capteur selon les valeurs de x indiquées dans le tableau de mesures, et lâcher de nouveau le chariot dans les mêmes conditions initiales.



Doc.5

PROTOCOLE EXPÉRIMENTAL

- réaliser le montage correspondant au schéma du document 5
- déterminer la valeur de m à l'aide de la balance électronique
- mesurer la largeur e de la bande en carton fixé au chariot
- déterminer la valeur de l'angle α
- régler la position de l'électro-aimant de sorte que, lorsque celui ci retient le chariot, l'abscisse du milieu de la bande en carton est $x = 0$ (**Doc.6**)
- pour une position quelconque du chariot, le milieu de la bande en carton d'abscisse x doit être au centre du capteur
- pour chaque position d'abscisse x , on notera, sur le tableau de mesures, l'intervalle de temps Δt indiqué sur le chronomètre.



Doc.6

TABLEAU DE MESURES

Position	M_1	M_2	M_3	M_4	M_5	M_6
x (en s)						
Δt (en s)						

EXPLOITATION DES RÉSULTATS DE MESURES

1- Détermination de la valeur absolue de la vitesse au point M d'abscisse x

Parce que Δt est faible par rapport à la durée totale du mouvement du chariot, on supposera que la valeur absolue de la vitesse du chariot à son passage par la position

d'abscisse x correspond au rapport $\frac{e}{\Delta t}$

Si l'on dispose de mesureurs de vitesse, il suffit de les placer aux différentes positions M et de relever directement les différentes valeurs de la vitesse.

2- Compléter le tableau de mesures

Position	M_1	M_2	M_3	M_4	M_5	M_6
x (en m)						
Δt (en s)						
v (en $m \cdot s^{-1}$)						
v^2 (en $m^2 s^{-2}$)						

3- Tracer le graphique $v^2 = f(x)$

En déduire la valeur de l'accélération $\vec{a}$ du chariot.

- 4- En appliquant le théorème du centre d'inertie au solide en mouvement de translation, exprimer la valeur de la force de frottement en fonction de m , $\|\vec{g}\|$, α et a .
en déduire la valeur de $\|\vec{f}\|$.

POUR EN SAVOIR PLUS

LA MÉCANIQUE DE NEWTON

VUE PAR LE PRIX NOBEL DE PHYSIQUE RICHARD FEYNMAN

*Richard Feynman (1918 - 1988), éminent physicien américain, a reçu le prix Nobel en 1965. Renommé pour ses talents de pédagogue, il publie cette année-là **La nature de la physique**. Le texte suivant est un extrait de la traduction française (Le Seuil, 1980) de cet ouvrage.*

Richard Feynman illustre les lois de Newton :

"Qu'est-ce qui fait tourner les planètes autour du Soleil ?

Au temps de Kepler (1571 - 1630), il y avait des gens pour répondre qu'il y avait derrière chaque planète un ange battant des ailes et la poussant sur son orbite. [...]

Au même moment, Galilée (1564-1642) étudiait les lois de mouvement des objets les plus courants, qu'on trouve sur Terre. En étudiant ces lois, faisant un grand nombre d'expériences pour voir comment des boules roulent sur un plan incliné, comment les pendules se balancent, et d'autres encore, Galilée découvrit un grand principe, le principe d'inertie qui est le suivant : si rien n'agit sur un objet se déplaçant en ligne droite à une certaine vitesse, l'objet continuera indéfiniment à la même vitesse sur la même ligne droite.[...]

Le pas suivant fut franchi par Newton qui discuta la question: "Si elle ne va pas en ligne droite, que se passe-t-il alors ?". Et il donna la réponse suivante : il faut une force pour modifier la vitesse, de quelque façon que ce soit. Par exemple, si vous poussez une boule dans la direction où elle se déplace, elle accélérera. Si vous la voyez modifier sa direction, alors la force doit avoir agi de côté. La force peut se mesurer comme le produit des deux effets.

De combien change la vitesse pendant un petit intervalle de temps ? C'est ce que l'on appelle l'accélération ; et quand on la multiplie par un coefficient appelé masse de l'objet, ou son coefficient d'inertie, alors tout ça donne la force. On peut la mesurer.

Par exemple, lorsqu'on fait tourner au-dessus de sa tête une pierre attachée au bout d'une ficelle, on s'aperçoit qu'il faut tirer sur la ficelle ; la raison en est que la vitesse de la pierre sur son cercle, bien que constante, change de direction ; il faut donc une force qui tire en permanence vers l'intérieur, et elle est proportionnelle à la masse. De sorte que si l'on prend deux objets différents et qu'on les fait tourner au-dessus de sa tête l'un après l'autre, mais à la même vitesse, et qu'on mesure la force à exercer sur chacun, alors ces forces diffèrent dans la même proportion que les masses."

Dans tous les exercices qui seront traités, les mouvements des corps ont lieu dans des repères terrestres supposés galiléens.

Je vérifie mes connaissances

Chaque question peut avoir une ou plusieurs réponses correctes

1- Lorsqu'un solide est soumis à des forces dont la somme est constante, et de direction verticale :

- a - tous les points du solide ont une accélération constante
- b - le centre d'inertie du solide a une accélération constante
- c - le mouvement du centre d'inertie du solide a lieu avec une vitesse de valeur constante.

3- Le newton est la valeur de la force nécessaire pour :

- a - déplacer à la vitesse de 1 m.s^{-1} un objet de masse $m = 1 \text{ kg}$
- b - maintenir égale à 1 m.s^{-2} la valeur de l'accélération d'un objet de masse $m = 1 \text{ kg}$
- c - maintenir égale à 10^{-3} m.s^{-2} la valeur de l'accélération d'un objet de masse $m = 1000 \text{ kg}$.

2- La somme $\vec{F}$ des forces agissant sur un corps ponctuel de masse m produit une accélération $\vec{a}$.
Si on quadruple la valeur de la masse, la valeur de l'accélération est divisée par 2 lorsque la valeur de $\vec{F}$ est :

- a - multipliée par 8
- b - multipliée par 2
- c - divisée par 2.

4- Un solide est animé d'un mouvement rectiligne uniformément retardé :



- a - la somme des forces extérieures qui s'exercent sur le solide est constante et positive
- b - la somme des forces extérieures qui s'exercent sur le solide augmente au cours du mouvement
- c - la somme des forces extérieures qui s'exercent sur le solide diminue au cours du mouvement .
- d - la somme des forces extérieures est de sens contraire au mouvement.

Je sais appliquer mes connaissances; je sais raisonner

Ex-1- Un traîneau de masse $m = 150 \text{ kg}$ est tiré par des chiens sur un plan horizontal. Les frottements agissant sur le traîneau sont assimilables à une force $\vec{f}$ horizontale de valeur constante et égale à 400 N . L'attelage des chiens exerce sur le traîneau une force $\vec{F}$ horizontale de valeur constante.

- 1 - Quelles sont les forces exercées sur le traîneau ?
- 2 - Calculer la valeur de la somme de ces forces.
- 3 - Calculer la valeur de $\vec{F}$ si le mouvement du traîneau a lieu avec une vitesse de valeur constante.

Ex-2- Cet exercice décrit un modèle très simplifié du mouvement du centre d'inertie **G** d'un skieur le long d'un trajet comportant une portion (**BC**) rectiligne et inclinée d'un angle $\beta = 40^\circ$ par rapport à l'horizontale, et une plateforme (**CD**) rectiligne et horizontale. Durant tout le déplacement, l'ensemble des frottements est équivalent à une force $\vec{f}$ de valeur constante et égale à **50 N**, et qui est supposée être appliquée en **G**. On supposera que le skieur, considéré comme un solide, reste constamment en contact avec la piste ; soit **m = 60 kg** sa masse lorsqu'il est muni de son équipement. On donne la valeur du champ de pesanteur $\|\vec{g}\| = 9,8 \text{ m.s}^{-2}$ (**Doc.7**).

Trajet (BC)

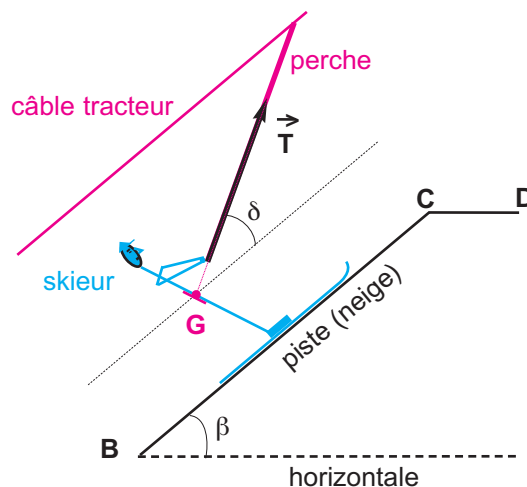
- 1 - Faire l'inventaire de toutes les forces qui s'exercent sur le skieur au cours du mouvement. Recopier le schéma et y représenter les forces.

- 2 - Le skieur quitte **B** avec une vitesse de valeur **2 m.s⁻¹**, et qui est maintenue constante jusqu'en **C** grâce à une perche à laquelle il est accroché et qui exerce sur lui une force de traction $\vec{T}$ inclinée par rapport à la piste d'un angle $\delta = 30^\circ$ et de valeur constante. Déterminer les caractéristiques de la tension $\vec{T}$.

Trajet (CD)

Arrivé en **C**, le skieur lâche la perche et s'engage sur la plate-forme avec une vitesse de **2 m.s⁻¹** qui l'amène jusqu'à l'arrêt en **D**.

- 3 - Faire l'inventaire de toutes les forces qui s'exercent sur le skieur au cours du mouvement. Recopier le schéma et y représenter les forces.
- 4 - Déterminer les caractéristiques de l'accélération $\vec{a}$ du centre d'inertie **G** du skieur.



Doc.7

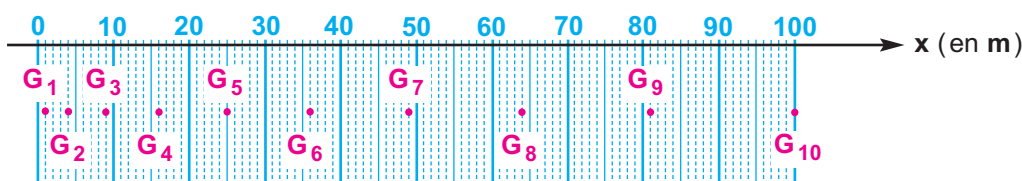
Ex-3- Une voiture de masse $M = 1200 \text{ kg}$ se déplace sur une route horizontale rectiligne. Elle est soumise à des actions mécaniques extérieures de deux types :

- les actions motrices, modélisées par un vecteur force $\vec{F}$, parallèle à la route, de valeur constante et égale à 3000 N ;
- les actions résistantes, modélisées par un vecteur force horizontal $\vec{f}$ de valeur inconnue mais constante.

Afin de déterminer la valeur de la force $\vec{f}$, on procède à la mesure de la vitesse de la voiture à différents instants, durant la phase de démarrage.

On photographie les positions successives de la voiture toutes les secondes. Le départ des photographies est synchronisé avec celui de la voiture. A $t = 0$, l'avant de la voiture au repos coïncide avec la position origine $x = 0$; la première position représentée est celle à l'instant $t = 1 \text{ s}$ (**Doc.8**).

- 1 - Tracer la courbe représentant les variations de l'abscisse x en fonction de t^2 .
- 2 - Déterminer les caractéristiques de l'accélération $\vec{a}$ de la voiture.
- 3 - En déduire la valeur de la force $\vec{f}$.



Doc.8

Ex-4- On peut lire dans une revue sportive la définition suivante :

Curling : jeu écossais qui remonte au **XVI^{ème}** siècle. On y joue sur une patinoire horizontale ; il s'agit d'atteindre un but circulaire avec un palet de pierre, muni d'une poignée, que l'on fait glisser sur la glace.

Le palet "pèse" **20 kg**. Le curling se joue entre équipes de quatre. Quand un joueur tire, deux de ses partenaires peuvent balayer la glace devant le palet pour en faciliter le glissement.

- 1- Dans cette question les forces de frottement sont négligées.

Un joueur pousse le palet pendant **3 s**

avec une force $\vec{F}$ constante, suivant une trajectoire rectiligne, le faisant ainsi passer de l'immobilité à la vitesse

de lancement $\vec{v}_L$ de valeur **$2,1 \text{ m.s}^{-1}$** ;

ensuite le palet poursuit seul sa trajectoire sur la glace.

- a- Préciser, en le justifiant, la nature du mouvement du centre d'inertie du palet pendant sa phase de lancement.

- b- Déterminer les caractéristiques du vecteur accélération $\vec{a}_1$ associé à ce mouvement ; en déduire la valeur de $\|\vec{F}\|$.

- d- Préciser, en le justifiant, la nature du mouvement du centre d'inertie du palet pour $t > 3,0 \text{ s}$?

- 2- En réalité il y a des frottements équivalents à une force $\vec{f}$ constante, et le palet lancé avec la vitesse $\vec{v}_L$ précédente parcourt **40 m** et atteint le but avec une vitesse que l'on considère comme nulle.

- a- Préciser, en le justifiant, la nature du mouvement du centre d'inertie du palet au cours de cette phase du mouvement.

- b- Déterminer les caractéristiques du vecteur accélération $\vec{a}_2$ associé à ce mouvement ; en déduire la valeur de $\|\vec{f}\|$.

- c- Calculer la durée mise pour effectuer le trajet de **40 m**.

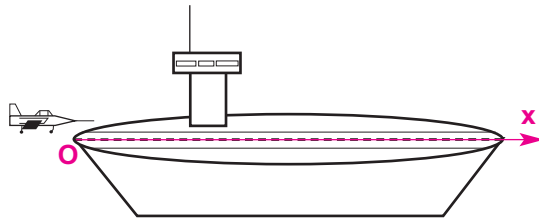
Ex-5- Etude d'un appontage

Un avion atterrit (apponte) sur le pont d'un porte-avions. Ce pont est supposé plan et horizontal. Il est assimilable à un référentiel galiléen. Le freinage de l'avion est uniquement assuré par des câbles, solidaires du pont, qui s'accrochent sous l'avion et le stoppent progressivement. Le mouvement de l'avion sur le pont peut être considéré comme un mouvement de translation rectiligne. Dans tout cet exercice, on ne tiendra pas compte des forces de frottement. La masse de l'avion est $m = 1,2 \cdot 10^4 \text{ kg}$. On choisit comme instant initial ($t = 0$), celui où l'avion touche le pont. Pour repérer la position de l'avion sur le pont du porte-avions on mesure la coordonnée d'un de ses points sur un axe (Ox), parallèle à la trajectoire, orienté dans le sens du mouvement et dont l'origine O se trouve à l'extrémité du pont (**Doc.9**).

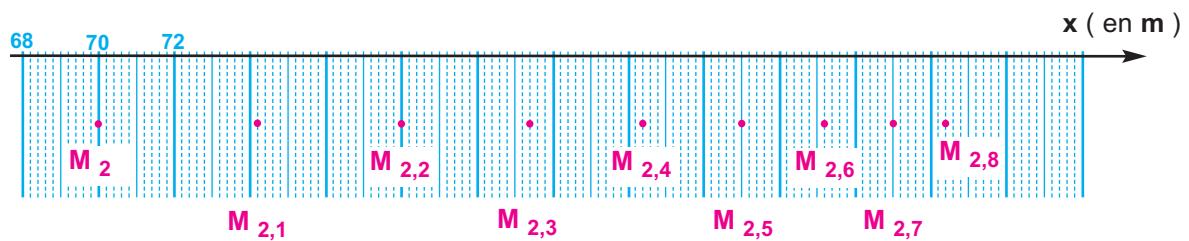
A l'instant $t = 2 \text{ s}$ (donc 2 s après que l'avion ait touché le pont), une série de clichés de l'avion est prise à intervalles de temps réguliers $\tau = 0,1 \text{ s}$.

On obtient le document (**Doc.10**) où, pour davantage de clarté, l'avion n'a pas été systématiquement figuré sur les clichés ; seul un point a été représenté.

- 1 - Tracer la courbe représentant les variations de l'abscisse x en fonction de t^2 .
- 3 - En utilisant le graphe précédent, déterminer, sur l'intervalle de temps $[2,1 \text{ s} ; 2,7 \text{ s}]$, les caractéristiques du vecteur accélération du mouvement. Préciser, en le justifiant, quel est le type de mouvement de l'avion.
- 4 - Déduire, en explicitant le raisonnement, les caractéristiques de la force $\vec{F}$ exercée par les câbles sur l'avion.



Doc.9



M_2 représente la position au temps $t = 2 \text{ s}$

$M_{2,1}$ représente la position au temps $t = 2,1 \text{ s}$

Doc.10

7

SOLIDE EN MOUVEMENT DE ROTATION

OBJECTIFS

- Distinguer un mouvement de rotation uniforme d'un mouvement de rotation uniformément varié.
- Reconnaître la nature du mouvement d'un solide en rotation, par recours à l'expérience.
- Connaissant l'expression d'une grandeur cinématique (θ , $\dot{\theta}$ ou $\ddot{\theta}$) en fonction du temps ainsi que les conditions initiales, retrouver les expressions des deux autres.
- Etablir, pour un mouvement de rotation uniformément varié, la relation :

$$\dot{\theta}_2^2 - \dot{\theta}_1^2 = 2 \ddot{\theta} (\theta_2 - \theta_1)$$

- Appliquer la relation fondamentale de la dynamique de rotation.



Photo.1 : l'effet du vent sur les pales se manifeste par un couple de forces qui fait tourner l'hélice.

1. Mouvement d'un point matériel sur une trajectoire circulaire

INTRODUCTION

Dans la vie courante, nous observons couramment des corps en rotation : plateau d'un manège, roues, pales d'un ventilateur ou d'une éolienne, etc...

Dans ce chapitre, nous allons étudier les relations entre le mouvement de rotation et la cause qui lui donne naissance.

Nous allons nous intéresser d'abord à l'étude cinématique et dynamique d'un corps ponctuel puis on abordera l'étude du mouvement de rotation d'un solide autour d'un axe fixe.

1.1 . Etude cinématique

1.1.1. ABSCISSE ANGULAIRE ET ABSCISSE CURVILIGNE

Considérons un point mobile décrivant une trajectoire circulaire de centre **O** et de rayon **R**.

Choisissons une origine **A** sur le cercle, un sens positif de rotation et un axe **Ox** (**Doc.1**).

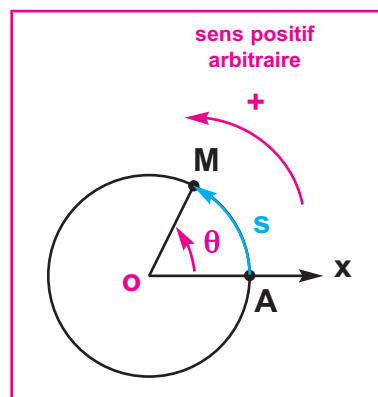
Le repérage de la position **M** du point mobile sur sa trajectoire peut se faire :

- soit par son **abscisse curviligne s** correspondant à la mesure algébrique de l'arc $\widehat{AM}$

$$s = \widehat{AM} \quad (\text{en m})$$

- soit par son **abscisse angulaire θ** correspondant à la mesure algébrique de l'angle orienté formé par l'axe $\vec{Ox}$ et le vecteur $\vec{OM}$

$$\theta = (\vec{Ox}, \vec{OM}) \quad (\text{en rad})$$



Doc.1

La relation entre **s** et **θ** est :

$$s = R \theta \quad (1)$$

1.1.2 .VECTEUR VITESSE ET VITESSE ANGULAIRE

Dérivons la relation (1) par rapport à la variable **t**

$$\frac{ds}{dt} = \frac{d(R\theta)}{dt}$$

R étant constant, on peut écrire :

$$\frac{ds}{dt} = R \frac{d\theta}{dt}$$

$\frac{ds}{dt}$ correspond à la mesure algébrique de la **vitesse**

linéaire v ; elle est telle que :

$$\vec{v}(t) = v \cdot \vec{T} \text{ dans le repère de Frenet } (\mathbf{M}, \vec{T}, \vec{N}) \text{ (Doc.2).}$$

Pour simplifier l'écriture, on adoptera la notation $\dot{\theta}$ pour $\frac{d\theta}{dt}$.

$\dot{\theta}$ représente la **vitesse angulaire instantanée** du point mobile ; elle s'exprime en **rad.s⁻¹**.

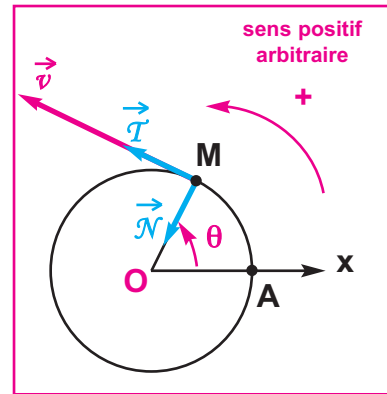
RELATION ENTRE LA VITESSE LINÉAIRE ET LA VITESSE ANGULAIRE

$$v = R \dot{\theta}$$

v (en **m.s⁻¹**)

R (en **m**)

$\dot{\theta}$ (en **rad.s⁻¹**)



Doc.2

1.1.3. VECTEUR ACCÉLÉRATION ET ACCÉLÉRATION ANGULAIRE

Dans le repère de **Frenet** $(\mathbf{M}, \vec{T}, \vec{N})$, le vecteur accélération admet deux composantes $\vec{a}_t$ et $\vec{a}_n$ (Doc.3) :

- la **composante normale**

$$\vec{a}_n = \frac{v^2}{R} \vec{N} = \frac{(R \dot{\theta})^2}{R} \vec{N} = R \dot{\theta}^2 \vec{N}$$

- la **composante tangentielle**

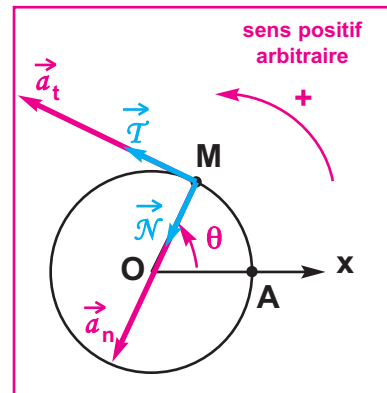
$$\vec{a}_t = \frac{dv}{dt} \vec{T} = \frac{d(R \dot{\theta})}{dt} \vec{T} = R \frac{d\dot{\theta}}{dt} \vec{T} = R \frac{d^2\theta}{dt^2} \vec{T}$$

Pour simplifier, on adoptera la notation $\ddot{\theta}$ pour $\frac{d^2\theta}{dt^2}$.

$\ddot{\theta}$ représente l'accélération angulaire du point mobile ;

elle s'exprime en **rad.s⁻²**.

$$\vec{a}_t = R \ddot{\theta} \vec{T}$$



Doc.3

Dans le repère de **Frenet** $(\mathbf{M}, \vec{T}, \vec{N})$ le vecteur accélération s'écrit :

$$\vec{a} = R \ddot{\theta} \vec{T} + R \dot{\theta}^2 \vec{N}$$

On peut établir une analogie entre le mouvement rectiligne uniforme et le mouvement circulaire uniforme d'un point matériel ; elle est récapitulée dans le tableau d'analogie suivant :

Mouvement rectiligne uniforme	Mouvement circulaire uniforme
accélération : $a = 0$	accélération angulaire $\ddot{\theta} = 0$ accélération $\vec{a}$ centripète de valeur $R \dot{\theta}^2$ constante
vitesse : $v = \text{Cte}$	vitesse angulaire : $\dot{\theta} = \text{Cte}$
abscisse : $x = vt + x_0$	abscisse angulaire : $\theta = \dot{\theta} t + \theta_0$

1.1.5. Mouvement circulaire uniformément varié

Un corps ponctuel a un mouvement circulaire uniformément varié si :

- sa trajectoire est un cercle
- son accélération angulaire $\ddot{\theta}$ est constante

$$\ddot{\theta} = \frac{d\dot{\theta}}{dt} = \text{Cte}$$

la vitesse angulaire, dont la dérivée par rapport au temps est constante, s'écrit :

$$\dot{\theta} = \ddot{\theta} t + \dot{\theta}_0$$

$\dot{\theta}_0$ étant une constante correspondant à la vitesse angulaire à l'instant $t = 0$.

D'autre part $\dot{\theta} = \frac{d\theta}{dt}$

l'abscisse angulaire θ , dont la dérivée par rapport au temps est $\dot{\theta} = \ddot{\theta} t + \dot{\theta}_0$, s'écrit :

$$\theta = \frac{1}{2} \ddot{\theta} t^2 + \dot{\theta}_0 t + \theta_0$$

θ_0 est une constante correspondant à l'abscisse angulaire à l'instant $t = 0$.

● Mouvement circulaire uniformément accéléré

Considérons le cas où le point mobile tourne de plus en plus vite, on dit que le mouvement est accéléré. La valeur absolue de sa vitesse angulaire augmente au cours du temps et par suite le carré de sa vitesse angulaire est une fonction croissante du temps.

Cette propriété est traduite mathématiquement par :

$$\frac{d(\dot{\theta})^2}{dt} > 0$$

soit $2 \dot{\theta} \frac{d\dot{\theta}}{dt} = 2 \dot{\theta} \ddot{\theta} > 0$

REMARQUE : si la vitesse angulaire initiale est nulle, sa valeur absolue ne peut que croître et le mouvement est accéléré.

CONCLUSION

Un mouvement circulaire est uniformément accéléré si,

$$\ddot{\theta} \text{ étant constante, } \dot{\theta} \cdot \ddot{\theta} \geq 0$$

● Mouvement circulaire uniformément retardé

Considérons le cas où le point mobile tourne de moins en moins vite, on dit que le mouvement est décéléré. La valeur absolue de sa vitesse angulaire diminue au cours du temps et par suite le carré de sa vitesse angulaire est une fonction décroissante du temps.

Cette propriété est traduite mathématiquement par :

$$\frac{d(\dot{\theta})^2}{dt} < 0$$

soit $2 \dot{\theta} \frac{d\dot{\theta}}{dt} = 2 \dot{\theta} \ddot{\theta} < 0$

CONCLUSION

Un mouvement circulaire est uniformément retardé si,

$$\ddot{\theta} \text{ étant constante, } \dot{\theta} \cdot \ddot{\theta} < 0$$

Dans le cas où le mouvement comporte deux phases, le produit $\dot{\theta} \cdot \ddot{\theta}$ est nul à l'instant où le mobile rebrousse chemin.

- Relation entre les carrés des vitesses angulaires et les abscisses angulaires

Considérons deux positions du point mobile à deux instants t_1 et t_2 ; les abscisses angulaires et les vitesses angulaires du point, à ces deux instants, sont exprimées par les relations (1), (2), (3) et (4) :

$$\theta_1 = \frac{1}{2} \ddot{\theta} t_1^2 + \dot{\theta}_0 t_1 + \theta_0 \quad (1) ; \quad \dot{\theta}_1 = \ddot{\theta} t_1 + \dot{\theta}_0 \quad (2)$$

$$\theta_2 = \frac{1}{2} \ddot{\theta} t_2^2 + \dot{\theta}_0 t_2 + \theta_0 \quad (3) ; \quad \dot{\theta}_2 = \ddot{\theta} t_2 + \dot{\theta}_0 \quad (4)$$

A l'aide des équations (2) et (4) exprimons $\dot{\theta}_2^2 - \dot{\theta}_1^2$ en fonction de $(\theta_2 - \theta_1)$

$$\begin{aligned} \dot{\theta}_2^2 - \dot{\theta}_1^2 &= (\ddot{\theta} t_2 + \dot{\theta}_0)^2 - (\ddot{\theta} t_1 + \dot{\theta}_0)^2 \\ &= (\ddot{\theta}^2 t_2^2 + 2 \ddot{\theta} \dot{\theta}_0 t_2 + \dot{\theta}_0^2) - (\ddot{\theta}^2 t_1^2 + 2 \ddot{\theta} \dot{\theta}_0 t_1 + \dot{\theta}_0^2) \\ &= 2 \ddot{\theta} \left[\left(\frac{1}{2} \ddot{\theta} t_2^2 + \dot{\theta}_0 t_2 \right) - \left(\frac{1}{2} \ddot{\theta} t_1^2 + \dot{\theta}_0 t_1 \right) \right] \\ &= 2 \ddot{\theta} \left[\left(\frac{1}{2} \ddot{\theta} t_2^2 + \dot{\theta}_0 t_2 + \theta_0 \right) - \left(\frac{1}{2} \ddot{\theta} t_1^2 + \dot{\theta}_0 t_1 + \theta_0 \right) \right] \\ &= 2 \ddot{\theta} (\theta_2 - \theta_1) \\ &\text{d'où } \boxed{\dot{\theta}_2^2 - \dot{\theta}_1^2 = 2 \ddot{\theta} (\theta_2 - \theta_1)} \end{aligned}$$

1.2 . Etude dynamique du mouvement circulaire d'un point matériel

Désignons par $\vec{F}$ la somme des forces s'exerçant sur un point matériel de masse m décrivant une trajectoire circulaire de centre O et de rayon R .

Appliquons la deuxième loi de Newton dans un repère terrestre supposé galiléen :

$$\vec{F} = m \vec{a} \quad (\text{Doc.5}).$$

En tenant compte des composantes tangentielle et normale du vecteur accélération $\vec{a}$ dans le repère $(M, \vec{T}, \vec{N})$, on peut écrire :

$$\vec{F} = m (\vec{a}_t + \vec{a}_n) \quad (\text{Doc.6})$$

$$\vec{F} = m R \ddot{\theta} \vec{T} + m \frac{v^2}{R} \vec{N}$$

$$\vec{F} = \vec{F}_t + \vec{F}_n$$

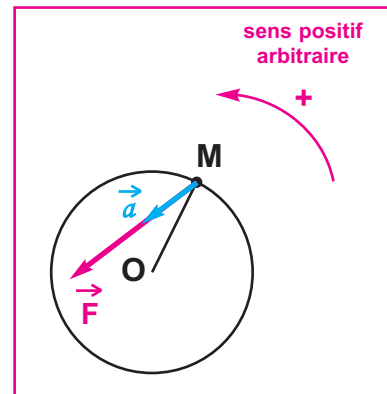
Pour établir une relation mathématique entre la cause et l'effet, calculons le moment de la force $\vec{F}$ par rapport à l'axe de rotation (Δ) normal en O au plan de la figure.

$$\mathcal{M}_{\vec{F}/(\Delta)} = \mathcal{M}_{\vec{F}_n/(\Delta)} + \mathcal{M}_{\vec{F}_t/(\Delta)}$$

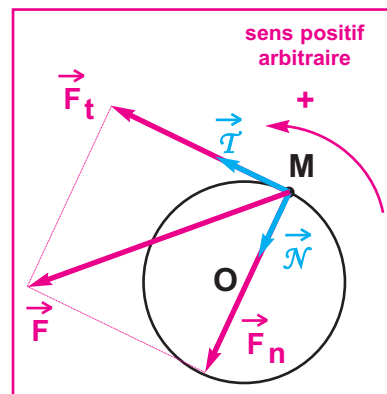
$$\mathcal{M}_{\vec{F}_n/(\Delta)} = 0 \quad \text{car la droite d'action de } \vec{F}_n \text{ coupe l'axe } (\Delta)$$

$$\mathcal{M}_{\vec{F}_t/(\Delta)} = \|\vec{F}_t\| \cdot R = (m R \ddot{\theta}) R = m R^2 \ddot{\theta}$$

d'où $\mathcal{M}_{\vec{F}/(\Delta)} = m R^2 \ddot{\theta}$



Doc.5



Doc.6

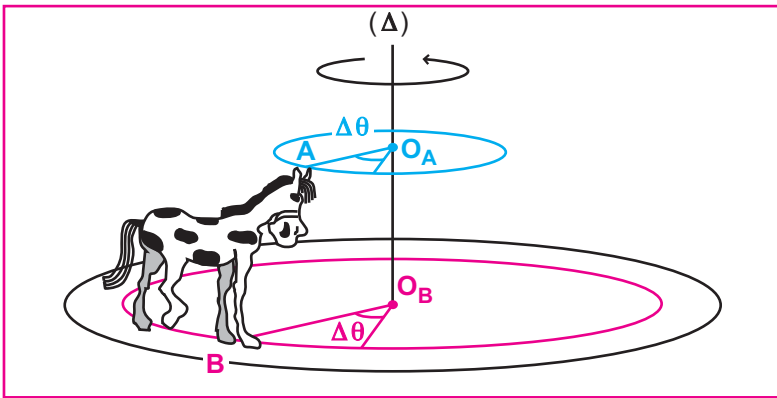
Le produit $m R^2$ traduit l'inertie qu'oppose le point matériel à la variation de sa vitesse angulaire. $m R^2$ est le moment d'inertie du point matériel par rapport à l'axe de rotation (Δ) .

2. Rotation d'un solide autour d'un axe fixe

2.1 . Abscisse et vitesse angulaires d'un solide en rotation autour d'un axe fixe

Considérons un cheval en bois fixé sur le plateau d'un manège ; l'ensemble est en mouvement de rotation autour d'un axe fixe (Δ) (**Doc.7**).

Tous ses points décrivent dans un plan perpendiculaire à (Δ) , des cercles centrés sur cet axe ; ils balayent le même angle $\Delta\theta$ pendant un même intervalle de temps Δt et par suite ils décrivent des mouvements circulaires autour de l'axe (Δ) avec la même vitesse angulaire donc avec la même accélération angulaire.



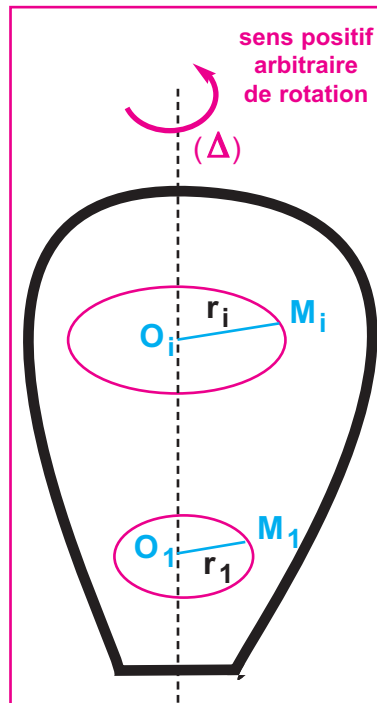
Doc.7 : tous les points du solide, en mouvement de rotation autour de l'axe fixe (Δ) , ont donc la même vitesse angulaire et la même accélération angulaire appelées respectivement vitesse angulaire et accélération angulaire du solide.

2.2 . Relation fondamentale de la dynamique pour un solide en rotation

Un solide (**S**) en mouvement de rotation autour d'un axe fixe (Δ) est un système constitué d'un ensemble de points matériels M_i de masse m_i décrivant chacun un mouvement circulaire de rayon r_i autour de (Δ) (**Doc.8**).

La somme des forces $\vec{F}_i$ exercées sur un point matériel M_i , animé d'un mouvement circulaire d'accélération angulaire $\ddot{\theta}$, est telle que :

$$\mathcal{M} \vec{F}_i / (\Delta) = m_i r_i^2 \ddot{\theta} \quad (1)$$



Doc.8

Calculons la somme algébrique $\mathcal{M}$ des moments de toutes les forces qui s'exercent sur les différents points matériels qui constituent le solide ; il vient, d'après (1) :

$$\mathcal{M} = \mathcal{M}_{\vec{F}_1 / (\Delta)} + \mathcal{M}_{\vec{F}_2 / (\Delta)} + \dots + \mathcal{M}_{\vec{F}_i / (\Delta)} + \dots$$

$$\mathcal{M} = (m_1 r_1^2) \ddot{\theta} + (m_2 r_2^2) \ddot{\theta} + \dots + (m_i r_i^2) \ddot{\theta} + \dots$$

$$\mathcal{M} = (m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + \dots + m_i r_i^2 + \dots) \ddot{\theta}$$

$$\mathcal{M} = \left\{ \sum m_i r_i^2 \right\} \ddot{\theta}$$

$\mathcal{M}$ représente la somme des moments par rapport à l'axe de rotation (Δ) des forces extérieures et des forces intérieures qui s'exercent sur les points matériels qui constituent le solide ; comme les forces intérieures forment deux à deux des couples de moment nul, $\mathcal{M}$ correspond donc à la somme des moments par rapport à l'axe de rotation (Δ) des forces extérieures qui s'exercent sur le solide.

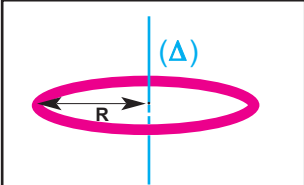
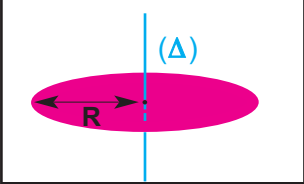
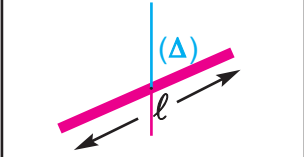
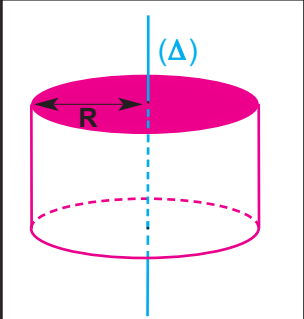
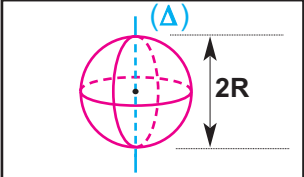
La grandeur $\sum m_i r_i^2$, notée **J**, est le moment d'inertie du solide par rapport à l'axe (Δ) ; elle caractérise l'inertie qu'oppose le solide à la variation de sa vitesse angulaire lorsqu'il est mis en mouvement de rotation autour de l'axe (Δ).

$$\mathcal{M} = J \ddot{\theta}$$

Cette expression traduit la relation fondamentale de la dynamique d'un solide en rotation autour d'un axe fixe (Δ).

- $\mathcal{M}$ représente la somme algébrique des moments par rapport (Δ), des forces extérieures exercées sur le solide ; elle s'exprime en **N.m**
- **J** est le moment d'inertie du solide par rapport à (Δ) ; il s'exprime en **kg.m²**
- $\ddot{\theta}$ est l'accélération angulaire du solide ; elle s'exprime en **rad.s⁻²**.

Expressions des moments d'inertie de quelques solides homogènes par rapport à leurs axes de symétrie (Δ)

Jante circulaire		$J = m R^2$
Disque homogène		$J = \frac{1}{2} m R^2$
Barreau homogène		$J = \frac{1}{12} m \ell^2$
Cylindre plein homogène		$J = \frac{1}{2} m R^2$
Sphère pleine homogène		$J = \frac{2}{5} m R^2$

À masses et à rayons égaux, le moment d'inertie n'est pas le même; il dépend en plus de la forme du solide et de la répartition de la masse.

2.2 . Application

DÉTERMINATION DU MOMENT D'UN COUPLE DE FROTTEMENT SUPPOSÉ CONSTANT

Considérons un solide de moment d'inertie J entraîné, à l'aide d'un moteur, dans un mouvement de rotation uniforme autour d'un axe fixe. On débraye le moteur, le solide effectue quelques tours puis s'immobilise sous l'action des forces de frottement équivalentes à un couple résistant de moment $\mathcal{M}_f$ que nous supposons constant.

On détermine l'accélération angulaire $\ddot{\theta}$ du solide et on calcule le moment du couple de frottement $\mathcal{M}_f$ en utilisant la relation fondamentale de la dynamique de rotation (exercice résolu).

EXERCICE RÉSOLU

ENONCÉ :

Un disque homogène de masse m égale à **100 g**, de rayon $R = 5 \text{ cm}$ tourne autour de son axe de révolution (Δ) à raison de $N = 3600 \text{ tours.min}^{-1}$ (**Doc.9-a**).

A l'instant $t_0 = 0$, on lui applique un couple de freinage de moment $\mathcal{M}_f$ constant ; il s'arrête à l'instant de date $t_1 = 3 \text{ min}$.

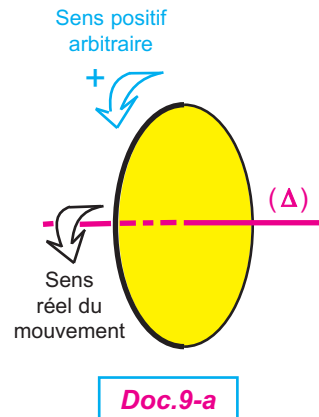
1- a- Préciser le signe de $\mathcal{M}_f$.

b- En appliquant la relation fondamentale de la dynamique de rotation, déterminer la nature du mouvement du disque.

2- a- Calculer la valeur de son accélération angulaire.

b- Calculer la valeur du moment $\mathcal{M}_f$.

3 - Calculer le nombre de tours effectués par le disque durant la phase de freinage.



SOLUTION

1 -a- Le signe de $\mathcal{M}_f$:

$\mathcal{M}_f$ est le moment d'un couple de freinage qui agit dans le sens contraire du sens réel du mouvement . Or ce dernier coïncide avec le sens positif choisi arbitrairement, donc **$\mathcal{M}_f$ est négatif**.

-b- Nature du mouvement du disque :

Appliquons , dans un référentiel terrestre supposé galiléen, la relation fondamentale de la dynamique de rotation au système { disque }

Forces extérieures :

- le poids $m \vec{g}$
- la réaction $\vec{R}$ exercée par l'axe de rotation (Δ) sur le disque
- le couple de frottement de moment $\mathcal{M}_f$; il n'est pas représenté sur le schéma du document (**Doc.9-b**).

Les droites d'action du poids $m \vec{g}$ et de la réaction $\vec{R}$ coupent l'axe de rotation (Δ) ; leurs moments par rapport à cet axe sont nuls.

La relation fondamentale de la dynamique de rotation s'écrit alors :

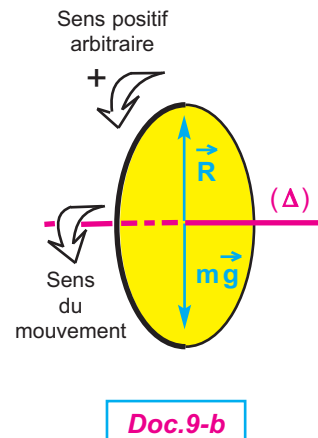
$$\mathcal{M}_f = J \ddot{\theta}$$

Le moment d'inertie J d'un disque par rapport à (Δ) est $\frac{1}{2} m R^2$;

il est positif et constant; d'autre part $\mathcal{M}_f$ est négatif et constant :

d'où $\ddot{\theta} = \frac{\mathcal{M}_f}{J}$ est négative et constante.

L'accélération angulaire $\ddot{\theta}$ est constante et a le signe contraire du sens réel du mouvement ; le produit $\dot{\theta} \ddot{\theta}$ est négatif et le mouvement de rotation du disque est donc uniformément retardé.



2 -a- Calcul de la valeur de l'accélération angulaire :

L'accélération angulaire étant constante, la vitesse angulaire s'écrit

$$\dot{\theta} = \ddot{\theta} t + \dot{\theta}_0$$

A l'instant t_0 : $\dot{\theta}_0 = \ddot{\theta} t_0 + \dot{\theta}_0$

A l'instant t_1 : $\dot{\theta}_1 = \ddot{\theta} t_1 + \dot{\theta}_0$

D'où
$$\ddot{\theta} = \frac{\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_0}{t_1 - t_0} = \frac{-\dot{\theta}_0}{t_1}$$

Application numérique :

$$t_1 = 180 \text{ s}, \quad \dot{\theta}_0 = \frac{2 \pi \cdot 3600}{60} = 120 \pi \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1};$$

$$\ddot{\theta} = \frac{-\left(\frac{2 \pi \cdot 3600}{60}\right)}{180}$$

$$\ddot{\theta} = -2,1 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-2}$$

-b- La valeur du moment du couple de frottement $\mathcal{M}_f$:

$$\mathcal{M}_f = \frac{1}{2} m R^2 \ddot{\theta}$$

Application numérique : $\mathcal{M}_f = 0,5 \cdot 0,1 \cdot (0,05)^2 \cdot (-2,1)$

$$\mathcal{M} = -2,625 \cdot 10^{-4} \text{ N} \cdot \text{m}$$

3- Le nombre de tours n effectués par le disque durant la phase de freinage :

La relation entre les carrés des vitesses angulaires, appliquée au disque, entre les instants de dates $t_0 = 0$ et $t_1 = 3 \text{ min}$ s'écrit :

$$\dot{\theta}_1^2 - \dot{\theta}_0^2 = 2 \ddot{\theta} (\theta_1 - \theta_0) \quad \text{où } \theta_0 \text{ et } \theta_1 \text{ désignent respectivement}$$

les abscisses angulaires aux instants t_0 et t_1 .

$$\theta_1 - \theta_0 = \frac{\dot{\theta}_1^2 - \dot{\theta}_0^2}{2 \ddot{\theta}} = \frac{-\dot{\theta}_0^2}{2 \ddot{\theta}}$$

$$2 \pi n = \frac{-\dot{\theta}_0^2}{2 \ddot{\theta}} = \frac{-\dot{\theta}_0^2}{2 \left(-\frac{\dot{\theta}_0}{t_1}\right)} = \frac{\dot{\theta}_0 t_1}{2} \quad \text{d'où} \quad n = \frac{\dot{\theta}_0 t_1}{4 \pi}$$

Application numérique :

$$n = \frac{120 \pi \cdot 180}{4 \pi}$$

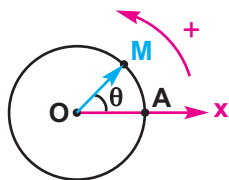
$$n = 5400 \text{ tours}$$

L'ESSENTIEL DU COURS

Mouvement circulaire

La trajectoire est un cercle de centre **O** et de rayon **R**.

Repérage d'un point mobile



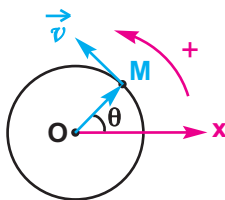
abscisse curviligne

$$s(t) = \widehat{AM}$$

abscisse angulaire

$$\theta(t) = (\vec{Ox}, \vec{OM})$$

Vitesse d'un point mobile



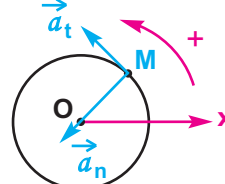
vitesse curviligne

$$v(t) = \frac{ds}{dt}$$

vitesse angulaire

$$\omega(t) = \frac{d\theta}{dt}$$

Vitesse d'un point mobile



accélération angulaire

$$\ddot{\theta} = \frac{d^2\theta}{dt^2}$$

accélération normale

$$\|\vec{a}_n\| = \frac{v^2}{R}$$

accélération tangentielle

$$\|\vec{a}_t\| = \frac{dv}{dt}$$

Cas particuliers de mouvements circulaires

Nature du mouvement	Accélération angulaire	Vitesse angulaire	Abscisse angulaire	Vecteur accélération
Mouvement circulaire uniforme	$\ddot{\theta} = 0$	$\dot{\theta} = \text{Cte}$	$\theta = \dot{\theta}t + \theta_0$	$\vec{a}_n = R\dot{\theta}^2 \vec{\mathcal{N}}, R\dot{\theta}^2 = \text{Cte}$ $\vec{a}_t = R\ddot{\theta} \vec{\mathcal{T}} = \vec{0}$
Mouvement circulaire uniformément varié	$\ddot{\theta} = \text{Cte}$	$\dot{\theta} = \ddot{\theta}t + \dot{\theta}_0$	$\theta = \frac{1}{2}\ddot{\theta}t^2 + \dot{\theta}_0t + \theta_0$	$\vec{a}_n = R\dot{\theta}^2 \vec{\mathcal{N}}$ $\vec{a}_t = R\ddot{\theta} \vec{\mathcal{T}}, R\ddot{\theta} = \text{Cte}$

Un mouvement est circulaire uniformément accéléré si $\ddot{\theta} \geq 0$ avec $\ddot{\theta} = \text{Cte}$

Un mouvement est circulaire uniformément retardé si $\ddot{\theta} < 0$ avec $\ddot{\theta} = \text{Cte}$

Mouvement de rotation d'un solide autour d'un axe (Δ) fixe

Dans le cas d'un solide animé d'un mouvement de rotation autour d'un axe (Δ) fixe :

- tous les points du solide ont des trajectoires circulaires dans des plans perpendiculaires à l'axe de rotation et centrées sur cet axe
- tous les points du solide ont, à un instant donné, la même vitesse angulaire et la même accélération angulaire appelées respectivement vitesse angulaire et accélération angulaire du solide.

Relation fondamentale de la dynamique de rotation $\mathcal{M} = J\ddot{\theta}$

$\mathcal{M}$ étant la somme des moments par rapport à un axe fixe (Δ) des forces extérieures exercées sur le solide.

J est le moment d'inertie du solide par rapport à l'axe de rotation (Δ) ; il traduit l'inertie qu'oppose le solide à la variation de sa vitesse angulaire.

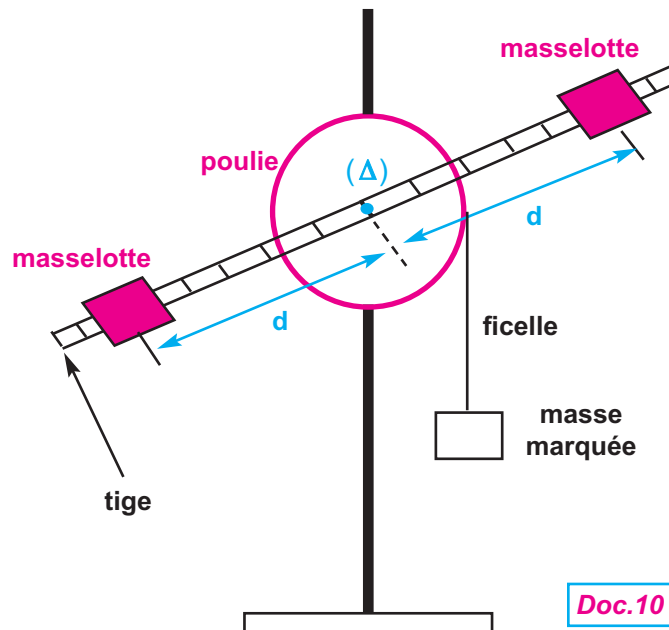
TRAVAUX PRATIQUES

BUT

Déterminer la nature du mouvement d'un solide en mouvement de rotation autour d'un axe fixe et en déduire son moment d'inertie par rapport à cet axe.

MATÉRIEL

- poulie de rayon r , mobile autour d'un axe de rotation horizontal (Δ) et sur laquelle est fixée, suivant un diamètre, une tige comportant deux masselottes diamétralement opposées et de positions réglables
- des masses marquées
- un chronomètre
- une ficelle inextensible et de masse négligeable
- un support maintenant la poulie (**Doc.10**).



PROTOCOLE EXPÉRIMENTAL

- enrouler la ficelle sur la gorge de la poulie et fixer à son extrémité libre une masse marquée de valeur m .
- à l'instant où on libère le système sans vitesse initiale à partir d'une position horizontale (ou verticale) de la tige prise comme origine des abscisses angulaires, on déclenche le chronomètre.
- mesurer la durée Δt nécessaire pour que la partie tournante effectue n tours.

TABLEAU DE MESURES

n (tours)	1	2	3	4	5
$\theta = 2 \pi . n$ (rad)					
t (s)					
$t^2 (s^2)$					

EXPLOITATION DES RÉSULTATS DE MESURES

- 1 - Tracer le graphe correspondant à $\theta = f(t^2)$, en déduire la nature du mouvement du solide en rotation et calculer son l'accélération angulaire exprimée en rad.s^{-1}
- 2 - Montrer que le moment d'inertie J de l'ensemble formé par la poulie, la tige et les deux masselottes est :

$$J = \frac{(m \|\vec{g}\| - m r \ddot{\theta}) r}{\ddot{\theta}}$$

Calculer la valeur de J .

Je vérifie mes connaissances

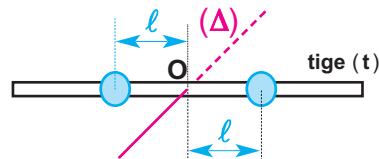
Chaque question peut avoir une ou plusieurs réponses correctes

- 1- La vitesse angulaire d'un point matériel appartenant à un solide mobile autour d'un axe fixe :
- a - dépend de sa distance par rapport à l'axe de rotation.
 - b - est la même pour tous les autres points du solide
 - c - est nulle pour les points du solide situés sur l'axe de rotation.

- 2- Un solide en mouvement de rotation uniforme autour d'un axe (Δ) fixe, est soumis à un ensemble de forces :
- a - de somme $\vec{F}$ constante
 - b - de somme $\vec{F}$ de valeur constante
 - c - dont la somme des moment par rapport à l'axe (Δ) est nulle.

- 3- Dans un mouvement circulaire uniforme :
- a - le vecteur vitesse est constant.
 - b - la valeur de l'accélération angulaire est constante.
 - c - l'accélération tangentielle est nulle.

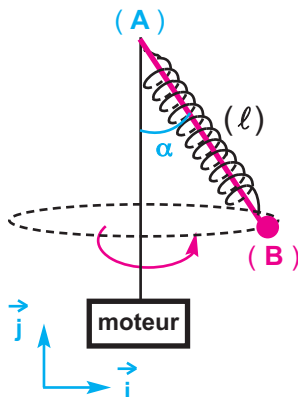
- 4- Deux solides ponctuels, de même masse m , sont fixés à égales distances ℓ du milieu O d'une tige (t) de masse négligeable, mobile autour de son axe de symétrie. Sous l'action d'un couple de forces de moment constant, l'ensemble acquiert une accélération $\ddot{\theta}$.



- a - $\ddot{\theta}$ est divisée par 2 lorsqu'on double ℓ et on divise m par 2 .
- b - $\ddot{\theta}$ double lorsqu'on divise ℓ par 2 et on double m
- c - $\ddot{\theta}$ ne change pas si on quadruple ℓ et on divise m par 4

Je sais appliquer mes connaissances; je sais raisonner

- Ex-1-** Un ressort, de masse négligeable et de raideur k , a une longueur à vide ℓ_0 . On y suspend une bille (B) supposée ponctuelle et de masse m , et on fixe son extrémité supérieure au point A d'une tige (t) verticale ; un moteur entraîne l'ensemble dans un mouvement de rotation avec une vitesse angulaire $\dot{\theta}$ constante (**Doc.11**)
L'axe du ressort dont la longueur devient égale à ℓ décrit un cône de demi-angle au sommet égal à α .



Doc.11

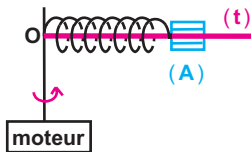
- 1 - Préciser, en justifiant la réponse, la direction et le sens du vecteur accélération $\vec{a}$ de la bille (B)
- 2 - Exprimer, dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$ lié au laboratoire, $\vec{a}$ en fonction de ℓ , α et $\dot{\theta}$.
- 3 - a - Reproduire le schéma du document 11 et représenter les forces qui s'exercent sur le système $\{ (B) \}$.
b - Appliquer la deuxième loi de Newton au système $\{ (B) \}$. Effectuer les projections nécessaires dans le repère d'espace $(O, \vec{i}, \vec{j})$, et déduire les valeurs de ℓ et $\dot{\theta}$.

Données : $\|\vec{g}\| = 9,8 \text{ N.kg}^{-1}$; $k = 10 \text{ N.m}^{-1}$;
 $\ell_0 = 20 \text{ cm}$; $m = 10 \text{ g}$ et $\alpha = 60^\circ$

Ex-2- Sur une tige (**t**), horizontale, assujettie à tourner selon un mouvement de rotation uniforme autour d'un axe vertical passant par **O**, peuvent coulisser sans frottement deux corps (**A**) et (**B**) supposés ponctuels et de masses $m_1 = m_2$.

1 - (**A**) est reliée au point **O** de la tige par l'intermédiaire d'un ressort de masse négligeable, de raideur **k** et de longueur à vide ℓ_0 (**Doc.12-a**).

a - Reproduire le schéma du document (**Doc.12-a**) et représenter le vecteur accélération et les forces, autres que la tension $\vec{T}$ du ressort, qui s'exercent sur le corps (**A**) au cours de son mouvement.



Doc.12-a

b - En appliquant la deuxième loi de Newton au système $\{(A)\}$, montrer que le ressort subit un allongement au cours de ce mouvement.

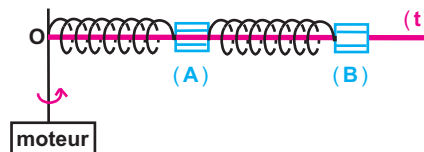
c - Calculer la longueur ℓ du ressort lorsque la vitesse de rotation de la tige

$$\text{est } \frac{5}{\pi} \text{ tr.s}^{-1}.$$

2 - Dans le montage précédent, on relie (**B**) à (**A**) par l'intermédiaire d'un deuxième ressort identique au précédent (**Doc.12-b**). Calculer la longueur de chaque ressort lorsque la vitesse de rotation de la tige

$$\text{est maintenue égale à } \frac{5}{\pi} \text{ tr.s}^{-1}.$$

Données : $\ell_0 = 14,2 \text{ cm}$; $k = 100 \text{ N.m}^{-1}$;
 $m_1 = m_2 = 100 \text{ g}$;



Doc.12-b

Ex-3 Une poulie constituée par deux cylindres (**C**₁) et (**C**₂) coaxiaux de rayons respectifs $R_1 = 20 \text{ cm}$ et $R_2 = 10 \text{ cm}$, peut tourner autour d'un axe horizontal (Δ) ; son moment d'inertie par rapport à cet axe est $J = 4,5 \cdot 10^{-3} \text{ kg.m}^2$.

On enroule sur (**C**₁) un fil (**f**₁) inextensible et de masse négligeable à l'extrémité duquel est accroché un solide (**S**₁) de masse $m_1 = 150 \text{ g}$. Sur (**S**₂) on enroule en sens contraire un fil (**f**₂) identique à (**f**₁) attaché à un solide (**S**₂) de masse $m_2 = 200 \text{ g}$.

On maintient le système au repos de sorte que le centre d'inertie de (**S**₁) occupe la position **O**, origine du repère d'espace (**O**, $\vec{i}$) et le centre d'inertie de (**S**₂) occupe la position **O'**, origine du repère d'espace (**O'**, $\vec{j}$) : on libère l'ensemble sans vitesse initiale à l'instant $t = 0$ (**Doc.13**).

1- a - Montrer que la poulie tourne dans le sens positif indiqué dans le document.

b - Lorsque la poulie tourne d'un angle θ , les solides (**S**₁) et (**S**₂) se déplacent respectivement de **x** et de **y**.

Exprimer **x** en fonction de R_1 et θ , et **y** en fonction de R_2 et θ .

c - En déduire les relations qui existent entre l'accélération angulaire de la poulie et les accélérations des solides (**S**₁) et (**S**₂).

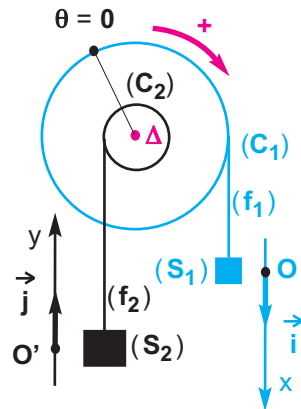
2- En supposant les frottements nuls, établir l'expression de l'accélération angulaire de la poulie en fonction de m_1 , m_2 , J , R_1 ,

R_2 et $\|\vec{g}\|$. En déduire la nature de son mouvement.

3- Calculer le temps mis par la poulie pour effectuer **5 tours** à partir du repos.

4- Une mesure expérimentale de cette durée a donné **3,54 s**. L'écart entre la durée calculée et la durée mesurée s'explique par la présence de forces de frottement exercées sur la poulie et équivalentes à un couple de moment $\mathcal{M}f$ constant. Calculer la valeur de $\mathcal{M}f$.

Donnée : $\|\vec{g}\| = 9,8 \text{ N.kg}^{-1}$.



Doc.13

Ex-4- Sur la gorge d'une poulie de rayon r , mobile sans frottement autour d'un axe fixe (Δ) horizontal, est enroulé un fil inextensible et de masse négligeable. A l'extrémité libre de ce fil est attaché un objet ponctuel (S) de masse M . On maintient le système {poulie, (S) } au repos de sorte que le fil soit tendu et (S) occupe la position O , origine du repère d'espace $(O, \vec{k})$; l'origine O du repère étant située à la distance h au dessus du sol. On abandonne le système sans vitesse initiale à l'instant $t = 0$, et (S) atteint le sol à l'instant t_1 (Doc.14).

Le moment d'inertie de la poulie par rapport à l'axe de rotation est J .

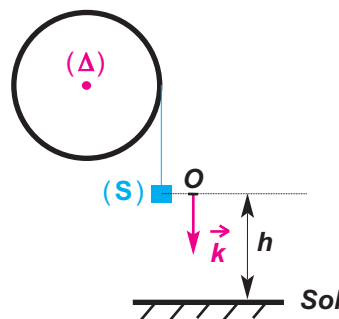
1 - En admettant que le mouvement de (S) est rectiligne uniformément accéléré :

- déterminer la valeur de l'accélération de (S) et en déduire celle de l'accélération angulaire de la poulie.
- déterminer la valeur de la tension $\vec{T}$ du fil.
- appliquer la relation fondamentale de la dynamique au système {Poulie} pour déterminer le moment d'inertie J de la poulie par rapport à l'axe (Δ) .

2 - A l'instant où (S) arrive au sol, le fil se détache de la poulie.

- Déterminer à cet instant la vitesse angulaire de la poulie.
- Déterminer la valeur de la force $\vec{f}$ qu'il faut appliquer tangentiellement à la poulie pour qu'elle effectue encore 6 tours avant de s'arrêter.

Données: $\|\vec{g}\| = 9,8 \text{ N.kg}^{-1}$; $r = 6 \text{ cm}$; $M = 300 \text{ g}$; $h = 3 \text{ m}$ et $t_1 = 1,22 \text{ s}$



Doc.14

Ex-5 Deux solides (C_1) et (C_2) , de masses respectives m_1 et m_2 sont reliés par un fil inextensible et de masse négligeable qui passe sur la gorge d'une poulie de rayon r et de moment d'inertie J par rapport à son axe de rotation horizontal (Δ) et pouvant tourner sans frottement autour de cet axe.

Le solide (C_2) , portant une surcharge (C) de masse m , est libéré sans vitesse initiale à partir du point O origine

du repère d'espace $(O, \vec{k})$.

Le mouvement du système $(S_2) = \{(C_2), (C)\}$ a lieu dans le sens positif du repère d'espace (Doc.15).

1- a - Reproduire le schéma du document 15 et représenter toutes les forces extérieures qui s'exercent sur chacun des systèmes suivants :

- (S_1) : {solide (C_1)}
- (S_2) : {solide (C_2) + (C)}
- (S_3) : {poulie}

b - En appliquant le théorème du centre d'inertie pour chacun des deux systèmes (S_1) et (S_2), et la relation fondamentale de la dynamique de rotation pour le système (S_3), établir l'expression de l'accélération du centre d'inertie du système (S_2) en fonction de m_1 , m_2 ,

J , R et $\|\vec{g}\|$. Calculer sa valeur.

2- A son passage par le point **A**, la surcharge (C) est retenue par un anneau.

Le solide (C_2) continue son mouvement avec une nouvelle accélération $\vec{a}_1$.

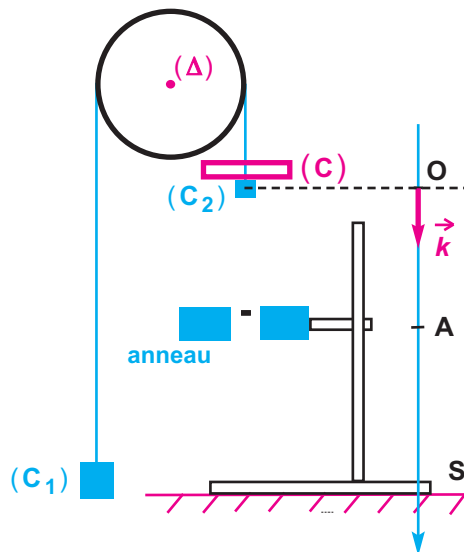
a - Donner l'expression de $\vec{a}_1$ et calculer sa valeur.

b - Déterminer l'abscisse du point **A** sachant que le solide (S_2) arrive au point **S** d'abscisse $z_S = 80 \text{ cm}$ avec une vitesse nulle.

Données :

$m_1 = 360 \text{ g}$; $m_2 = 340 \text{ g}$; $J = 5.10^{-4} \text{ kg.ms}^{-2}$;

$m = 100 \text{ g}$; $R = 5 \text{ cm}$ et $\|\vec{g}\| = 9,8 \text{ N.kg}^{-1}$.



Doc.15

8

ÉNERGIE CINÉTIQUE



Photo.1 : les méfaits de l'énergie cinétique.

OBJECTIFS

- Calculer l'énergie cinétique d'un solide en mouvement de translation.
- Calculer l'énergie cinétique d'un solide en mouvement de rotation autour d'un axe fixe.
- Appliquer le théorème de l'énergie cinétique pour déterminer entre autres la valeur d'une grandeur inaccessible à la mesure (force de frottement, réaction d'un support ...).

1. Rappels

1.1 . Energie cinétique

1.1.1. NOTION D'ÉNERGIE CINÉTIQUE

L'homme a pris conscience, depuis très longtemps, de l'énergie que possède un corps en mouvement.

Cette énergie liée à un mouvement est utilisée à des fins très diverses.

EXEMPLES

- l'énergie du bélier, utilisé au moyen âge pour défoncer les lourdes portes des forteresses assiégées (**Doc.1**).
- l'énergie du vent ou d'un courant d'eau pour entraîner une éolienne ou une turbine.
- l'énergie d'un marteau lancé pour enfoncer un clou.

Cette énergie que possède des corps en mouvement s'appelle énergie cinétique.

1.1.2. LES FACTEURS DONT DÉPEND L'ÉNERGIE CINÉTIQUE

Lors d'un accident :

- les dégâts causés par un camion sont plus importants que ceux occasionnés par une voiture roulant à la même vitesse.

L'énergie cinétique d'un solide en translation dépend de sa masse : c'est une fonction croissante de la masse.

- les dégâts causés par une voiture sont d'autant plus importants que sa vitesse est grande.

L'énergie cinétique d'un solide en translation dépend de sa vitesse : c'est une fonction croissante de la vitesse.



Photo.2 : engin utilisé au Moyen Age pour défoncer les lourdes portes des forteresses assiégées.

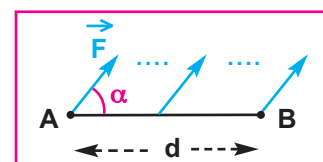
1.2 . Travail d'une force constante

L'expression du travail d'une force $\vec{F}$ constante dont le point d'application subit un déplacement rectiligne $\vec{AB}$ est donnée par la relation :

$$\mathcal{W}_{A \rightarrow B}(\vec{F}) = \vec{F} \cdot \vec{AB} = \|\vec{F}\| \|\vec{AB}\| \cos(\vec{F}, \vec{AB}) \quad (\text{Doc.1}).$$

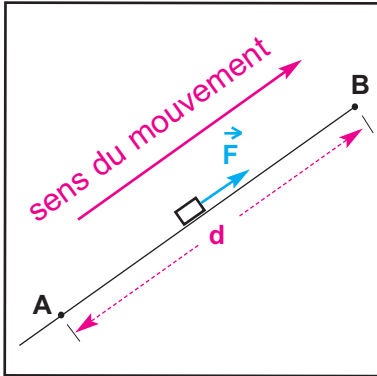
$$\mathcal{W}_{A \rightarrow B}(\vec{F}) = \|\vec{F}\| d \cos \alpha$$

$\|\vec{F}\|$ en **Newton (N)** ; d en **mètre (m)** ; $\mathcal{W}$ en **joule (J)**.



Doc.1

Exemples de travaux de forces constantes

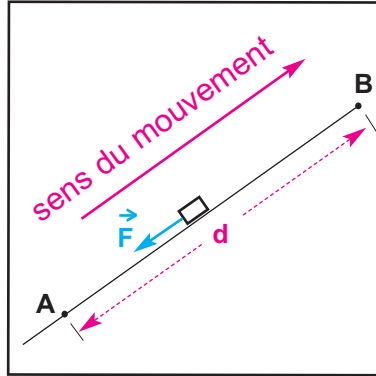


Le vecteur force $\vec{F}$ et le vecteur déplacement $\vec{AB}$ ont la même direction et le même sens ($\alpha = 0$).

$\vec{F}$ est une force motrice

$$\mathcal{W}_{A \rightarrow B}(\vec{F}) = \|\vec{F}\| \cdot d > 0$$

Le travail est moteur.

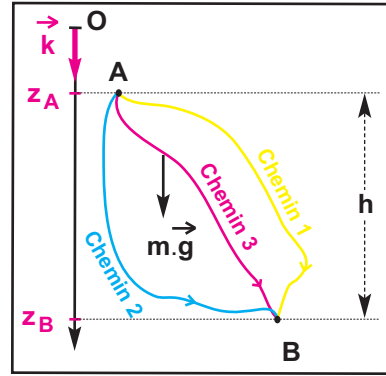


Le vecteur force $\vec{F}$ et le vecteur déplacement $\vec{AB}$ ont la même direction et sont de sens contraires ($\alpha = \pi$).

$\vec{F}$ est une force résistante

$$\mathcal{W}_{A \rightarrow B}(\vec{F}) = -\|\vec{F}\| \cdot d < 0$$

Le travail est résistant.



$$\mathcal{W}(m\vec{g}) = m \|\vec{g}\| (z_B - z_A)$$

z est pris sur un axe $(O, \vec{k})$ vertical et orienté vers le bas.

$$(z_B - z_A) = h > 0$$

$$\mathcal{W}(m\vec{g}) = m \|\vec{g}\| h$$

Le travail du poids est indépendant du chemin suivi.

2. Expression de l'énergie cinétique d'un point matériel

L'énergie cinétique d'un point matériel, de masse m , animé à un instant t d'une vitesse $\vec{v}$ est proportionnelle à sa masse et au carré de sa vitesse à cet instant.

$$\mathcal{E}_c = \frac{1}{2} m v^2$$

m en kg; v en $m \cdot s^{-1}$ et $\mathcal{E}_c$ en joule (J).

REMARQUE : l'énergie cinétique, comme la vitesse, est relative au référentiel d'étude.

3. Energie cinétique d'un système de points matériels

L'énergie cinétique, à un instant donné, d'un système de n points matériels de masses respectives m_i , dotés chacun d'une vitesse $\vec{v}_i$ par rapport à un repère donné, est égale à la somme des énergies cinétiques de chacun des points matériels qui le constituent à cet instant :

$$\mathcal{E}_c = \sum_{i=1}^{i=n} \frac{1}{2} m_i v_i^2$$

3.1 . Solide en translation

Décomposons le solide en n points matériels de masses respectives m_i .

Tous ces points matériels ont la même vitesse $\vec{v}_i$, égale à la vitesse $\vec{v}_G$ du centre d'inertie G du solide (**Doc.2**).

L'énergie cinétique d'un point matériel de masse m_i est

donnée par $E_{c_i} = \frac{1}{2} m_i v_i^2$ et l'énergie cinétique du solide a pour expression :

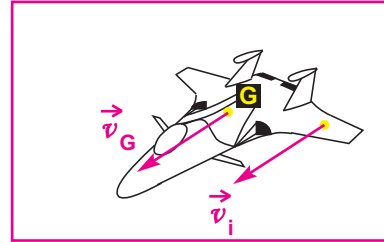
$$E_c = \frac{1}{2} v_G^2 \sum_{i=1}^{i=n} m_i$$

la masse totale du solide est $m = \sum_{i=1}^{i=n} m_i$

d'où :

L'énergie cinétique d'un solide en mouvement de translation, de masse m et animé d'une vitesse $\vec{v}$, est la même que celle d'un point matériel ayant la masse m et la même vitesse $\vec{v}$ que le solide.

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2$$



Doc.2 : tous les points du planeur ont le même vecteur vitesse.

EXERCICE D'APPLICATION

Un camion de masse $m = 300$ tonnes roule à une vitesse de valeur $\|\vec{v}\| = 80 \text{ km.h}^{-1}$.

1 - Calculer son énergie cinétique.

2 - Quelle est l'énergie cinétique d'une voiture de masse $m_1 = 800 \text{ kg}$ roulant à la même vitesse que le camion ? Conclure.

1- Energie cinétique du camion $E_c = \frac{1}{2} m \cdot v^2$

Application numérique :

$$E_c = 0,5.30.10^3 \cdot \left(\frac{80}{3,6}\right)^2$$

$$E_c = 7,4.10^6 \text{ J}$$

1- Energie cinétique de la voiture $E_{c_1} = \frac{1}{2} m_1 \cdot v^2$

Application numérique :

$$E_{c_1} = 0,5.800 \cdot \left(\frac{80}{3,6}\right)^2$$

$$E_{c_1} = 0,2.10^6 \text{ J}$$

A vitesse égale, l'énergie cinétique d'un véhicule croît avec sa masse !!

3.2 . Solide en rotation autour d'un axe fixe

Décomposons le solide en n points matériels de masses respectives m_i et décrivant chacun une trajectoire circulaire de rayon r_i autour de l'axe fixe (Δ) (**Doc.3**).

Tous les points matériels du solide ont la même vitesse angulaire $\dot{\theta}$ et des vitesses linéaires $v_i = r_i \dot{\theta}$ différentes.

L'énergie cinétique d'un point matériel de masse m_i est donnée par $\mathcal{E}_{c_i} = \frac{1}{2} m_i v_i^2 = \frac{1}{2} m_i r_i^2 \dot{\theta}^2$

et celle du solide a pour expression :

$$\mathcal{E}_c = \sum_{i=1}^{i=n} \frac{1}{2} m_i v_i^2 = \sum_{i=1}^{i=n} \frac{1}{2} m_i r_i^2 \dot{\theta}^2 = \frac{1}{2} \dot{\theta}^2 \sum_{i=1}^{i=n} m_i r_i^2$$

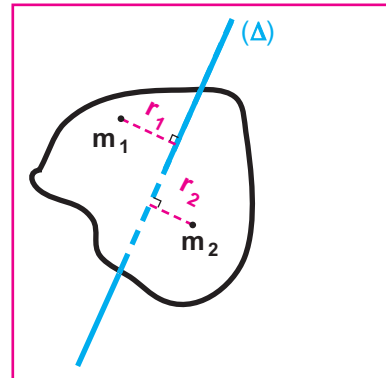
$J = \sum_{i=1}^{i=n} m_i r_i^2$ est le moment d'inertie du solide par rapport à

l'axe (Δ) d'où: $\mathcal{E}_c = \frac{1}{2} J \dot{\theta}^2$

Un solide de moment d'inertie J par rapport à un axe de rotation fixe, tournant avec une vitesse angulaire $\dot{\theta}$ autour de cet axe, possède une énergie cinétique égale au demi produit du moment d'inertie J par le carré de sa vitesse

angulaire $\dot{\theta}$.

$$\mathcal{E}_c = \frac{1}{2} J \dot{\theta}^2$$



Doc.3

4. Théorème de l'énergie cinétique

4.1 . cas d'un corps ponctuel en chute libre

ETUDE QUALITATIVE

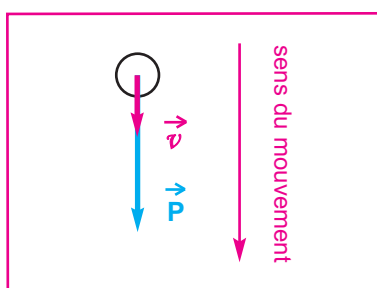
- Une bille ponctuelle, abandonnée sans vitesse initiale, tombe de plus en plus vite sous l'action de son poids qui est pratiquement la seule force agissante (**Doc.4-a**).

Remarque : au cours de ce mouvement de chute, l'énergie potentielle de pesanteur du système {Terre + bille} diminue et l'énergie cinétique de la bille augmente. Ce mode de transfert de l'énergie de la forme potentielle

à la forme cinétique résulte du travail du poids de la bille en mouvement.

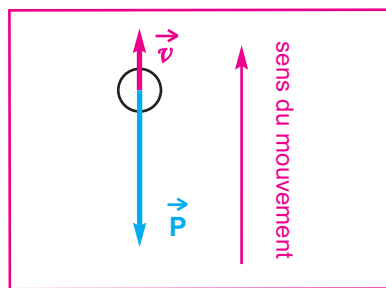
- Lançons la bille verticalement vers le haut; pendant la phase ascendante, le mouvement de la bille est ralenti sous l'action de son poids qui est pratiquement la seule force

agissante (**Doc.4-b**).



Doc.4-a : le poids est une force motrice; son travail est moteur.

Il augmente l'énergie cinétique de la bille.



Doc.4-b : le poids est une force résistante, son travail est résistant.

Il diminue l'énergie cinétique de la bille.

ETUDE QUANTITATIVE

Le référentiel d'étude est supposé galiléen.

• Evaluons la variation de l'énergie cinétique de la bille en chute libre, entre deux instants t_1 et t_2 correspondants à son passage par deux positions M_1 et M_2 d'abscisses respectives z_1 et z_2 par rapport à un repère d'espace $(O, \vec{k})$ et où les vitesses sont respectivement égales à $\vec{v}_1$ et $\vec{v}_2$: (**Doc.5**).

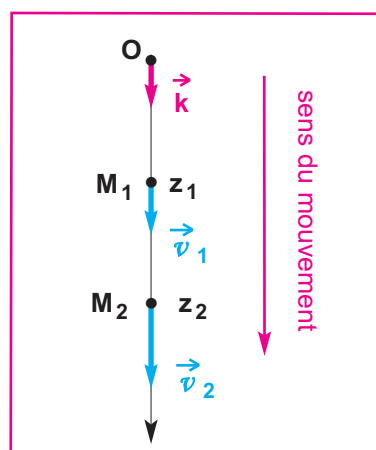
$$\mathcal{E}_{C2} - \mathcal{E}_{C1} = \frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2$$

$$\mathcal{E}_{C2} - \mathcal{E}_{C1} \text{ est noté par } \Delta \mathcal{E}_C$$

$t_1 \rightarrow t_2$

• La chute libre sans vitesse initiale dans le sens descendant est un mouvement rectiligne uniformément accéléré d'accélération $\vec{a} = \parallel \vec{g} \parallel \vec{k}$. Appliquons la relation entre les carrés des vitesses et les abscisses, ceci donne

$$v_2^2 - v_1^2 = 2 \parallel \vec{g} \parallel (z_2 - z_1)$$



Doc.5

- La variation de l'énergie cinétique $\Delta \mathcal{E}_C$ s'écrit alors :

$$\Delta \mathcal{E}_C = m \left\| \vec{g} \right\| (z_2 - z_1)_{t_1 \rightarrow t_2}$$

Le produit $m \left\| \vec{g} \right\| (z_2 - z_1)$ représente le travail du poids $\vec{P} = m \vec{g}$ au cours du déplacement correspondant au segment de longueur $(z_2 - z_1)$ parcouru entre les instants t_1 et t_2 ;

$$\text{d'où : } \Delta \mathcal{E}_C = \mathcal{W}(\vec{P})_{t_1 \rightarrow t_2}$$

CONCLUSION

La variation de l'énergie cinétique de la bille, en mouvement de chute libre, entre deux instants t_1 et t_2 est égale au travail de son poids, l'unique force qui s'exerce entre ces deux instants.

4.2 . Cas d'un solide en mouvement de rotation uniformément varié autour d'un axe fixe

$$\Delta \mathcal{E}_C = \frac{1}{2} J \dot{\theta}_2^2 - \frac{1}{2} J \dot{\theta}_1^2 = \frac{1}{2} J (\dot{\theta}_2^2 - \dot{\theta}_1^2)_{t_1 \rightarrow t_2}$$

D'après la relation des carrés des vitesses on peut écrire :

$$\Delta \mathcal{E}_C = \frac{1}{2} J \cdot 2 \ddot{\theta} (\theta_2 - \theta_1) = J \ddot{\theta} (\theta_2 - \theta_1)_{t_1 \rightarrow t_2}$$

Le produit $J \ddot{\theta}$ est égal à la somme algébrique $\mathcal{M}$ des moments, par rapport à l'axe de rotation (Δ), des forces extérieures qui s'exercent sur le solide; les moments des forces intérieures s'annulent deux à deux.

$$\text{D'où : } \Delta \mathcal{E}_C = \mathcal{M} (\theta_2 - \theta_1) = \mathcal{W} \left(\begin{array}{c} \text{forces exercées} \\ \text{sur le solide} \end{array} \right)_{t_1 \rightarrow t_2}$$

Le travail d'une force de moment $\mathcal{M}$ constant au cours d'une variation d'abscisse angulaire $\theta_2 - \theta_1$ est égal à :

$$\mathcal{M} (\theta_2 - \theta_1)$$

La variation de l'énergie cinétique du solide en mouvement de rotation, entre deux instants t_1 et t_2 est égale à la somme des travaux des forces qui s'exercent sur le solide entre ces deux instants.

4.3 . Enoncé du théorème de l'énergie cinétique

Les résultats des paragraphes 4.1 et 4.2, établis dans les cas particuliers d'un corps ponctuel en chute libre et d'un solide en mouvement de rotation uniformément varié autour d'un axe fixe, peuvent être généralisés et démontrés pour un système matériel quelconque : c'est le théorème de l'énergie cinétique.

ENONCÉ

Dans un référentiel galiléen, la variation de l'énergie cinétique d'un système matériel déformable ou indéformable, entre deux instants t_1 et t_2 quelconques, est égale à la somme algébrique des travaux de toutes les forces extérieures et intérieures au système entre ces deux instants.

$$\Delta E_C = \sum_{t_1 \rightarrow t_2} \mathcal{W} (\vec{F}_{\text{ext}} + \vec{F}_{\text{int}})$$

Cas d'un système déformable

La somme des travaux des forces intérieures n'est pas nécessairement nulle.

EXEMPLE - 1

Deux solides, reliés par un fil, compriment entre eux un ressort. On brûle le fil, le ressort se détend et communique aux deux solides des énergies cinétiques respectives E_{C_2} et E_{C_1} (Doc.6).

Les seules forces qui travaillent **au cours de l'éclatement** du système déformable {ressort + deux solides} sont les tensions intérieures au système.

EXEMPLE - 2

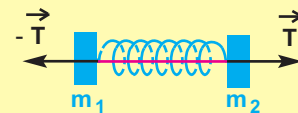
Pour un système formé de deux véhicules, au cours d'un accident, les seules forces qui travaillent sont les forces d'interaction qui sont des forces intérieures au système.

Cas d'un système indéformable

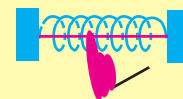
Toutes les forces intérieures s'annulent deux à deux, et la somme de leurs travaux est nulle. La variation de l'énergie cinétique est causée uniquement par la somme des travaux des forces extérieures exercées sur le solide.



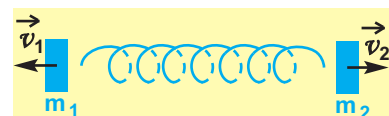
ressort non déformé



ressort comprimé et fil tendu



on brûle le fil



le ressort se détend et les travaux des forces intérieures $\vec{T}$ et $-\vec{T}$ transfèrent de l'énergie cinétique aux deux solides de masses respectives m_1 et m_2

Doc.6

VALIDITÉ DU THÉORÈME DE L'ÉNERGIE CINÉTIQUE

Dans ce paragraphe nous allons juste aborder, sans mener à son terme, la démonstration du théorème de l'énergie cinétique pour un solide en translation et ceci dans le but de justifier pourquoi ce théorème n'est valable que dans un repère galiléen.

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m (\vec{v})^2$$

$$\frac{dE_c}{dt} = m \vec{v} \cdot \frac{d\vec{v}}{dt} = m \vec{v} \cdot \vec{a}$$

D'après le théorème du centre d'inertie qui n'est applicable que dans un repère galiléen, on peut écrire :
 $m \vec{a} = \vec{F}$; $\vec{F}$ étant la somme des forces exercées sur le solide.

$$\text{d'où } \frac{dE_c}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v} = \mathcal{P}(\vec{F}) ;$$

$\mathcal{P}(\vec{F})$ correspond à la puissance de la somme des forces exercées sur le solide.

On continue la démonstration en écrivant :

$$dE_c = \mathcal{P}(\vec{F}) dt = d\mathcal{W} \quad (\text{il ne s'agit pas d'une multiplication des deux membres de la relation précédente par le facteur } dt !!!)$$

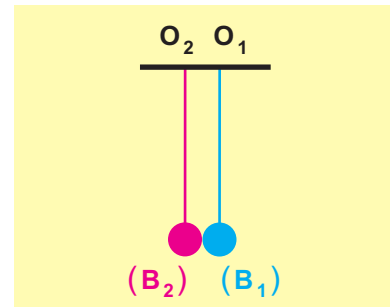
dE_c et $d\mathcal{W}$ représentent respectivement la variation de l'énergie cinétique entre deux instants t et $t + dt$, et le travail élémentaire de $\vec{F}$ pendant cet intervalle de temps dt .

5. Application du théorème de l'énergie cinétique

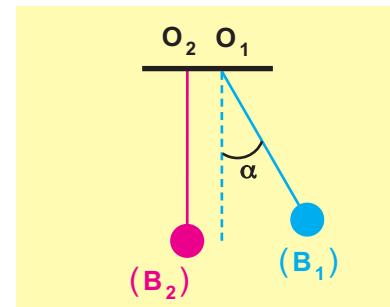
5.1 . Choc élastique et choc inélastique

ACTIVITÉ EXPÉRIMENTALE -1

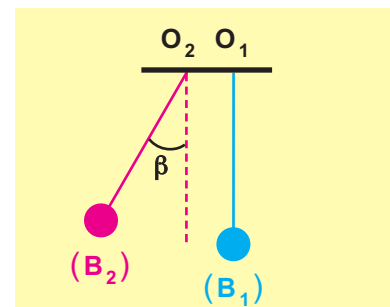
On considère deux pendules (P_1) et (P_2) identiques. Chacun d'eux consiste en une boule de billard (ou en acier) de masse m , accrochée à l'extrémité d'un fil, l'autre extrémité étant fixe. A l'équilibre, les deux boules (B_1) et (B_2) se touchent à peine (**Doc.7-a**). On soulève la boule (B_1) et on l'immobilise dans une position pour laquelle le fil tendu fait un angle α avec la verticale, puis on la libère sans vitesse initiale (**Doc.7-b**). Au passage par la verticale, la boule (B_1) heurte la bille (B_2) et s'immobilise. Sous l'effet du choc, la boule (B_2) s'écarte avec le fil tendu faisant un angle $\beta = \alpha$ avec la verticale (**Doc.7-c**).



Doc.7-a



Doc.7-b



Doc.7-c

Au cours du choc, il y a transfert d'énergie cinétique de la boule (B_1) à la boule (B_2) ayant permis à cette dernière de vaincre le travail résistant de son poids au cours de son mouvement après le choc.

Déterminons l'énergie cinétique $\mathcal{E}_c$ de (B_1) à son passage par la verticale tout juste avant le choc et l'énergie cinétique $\mathcal{E}'_c$ de (B_2) tout juste après le choc.

DÉTERMINATION DE $\mathcal{E}_c$

Appliquons le théorème de l'énergie cinétique au système (B_1) entre l'instant t_1 de sa libération sans vitesse initiale (le fil faisant un angle α avec la verticale) et l'instant t_2 de son passage par la verticale tout juste avant le choc et où son énergie cinétique est $\mathcal{E}_c$ (**Doc.8-a**).

Les forces exercées sur (B_1) entre ces deux instants sont :

- la tension $\vec{T}$ du fil
- le poids $m\vec{g}$ de la boule (B_1).

$$\Delta \mathcal{E}_c = \mathcal{W}(m\vec{g}) + \mathcal{W}(\vec{T})$$

$t_1 \rightarrow t_2 \quad t_1 \rightarrow t_2 \quad t_1 \rightarrow t_2$

$\mathcal{W}(\vec{T}) = 0$ car la force $\vec{T}$ est constamment normale au déplacement;

$$\Delta \mathcal{E}_c = \mathcal{E}_c.$$

$t_1 \rightarrow t_2$

$$\mathcal{E}_c = m \|\vec{g}\| \ell (1 - \cos \alpha)$$

DÉTERMINATION DE $\mathcal{E}'_c$

Appliquons le théorème de l'énergie cinétique au système (B_2) entre l'instant t_3 tout juste après le choc (le fil tendu et occupant la verticale) où son énergie cinétique est $\mathcal{E}'_c$, et l'instant t_4 (le fil tendu et faisant un angle β avec la verticale) où son énergie cinétique est nulle (**Doc.8-b**).

Les forces exercées sur (B_2) entre ces deux instants sont :

- la tension $\vec{T}'$ du fil
- le poids $m\vec{g}$ de la boule (B_2).

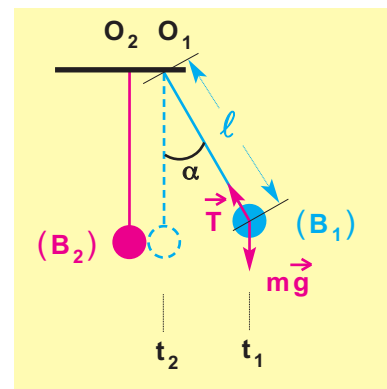
$$\Delta \mathcal{E}'_c = \mathcal{W}(m\vec{g}) + \mathcal{W}(\vec{T}')$$

$t_3 \rightarrow t_4 \quad t_3 \rightarrow t_4 \quad t_3 \rightarrow t_4$

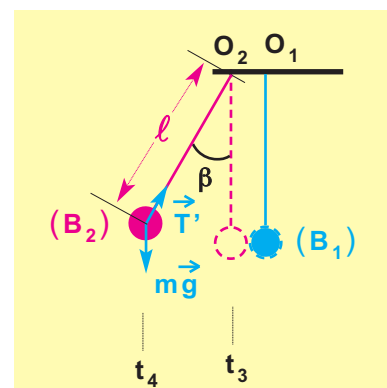
$\mathcal{W}(\vec{T}') = 0$ car la force $\vec{T}'$ est constamment normale au déplacement;

$$\Delta \mathcal{E}'_c = - \mathcal{E}'_c.$$

$t_3 \rightarrow t_4$



Doc.8-a



Doc.8-b

$$- \mathcal{E}'_c = - m \|\vec{g}\| \ell (1 - \cos\beta)$$

$$\mathcal{E}'_c = m \|\vec{g}\| \ell (1 - \cos\beta)$$

Comme $\alpha = \beta$, on en déduit que $\mathcal{E}_c = \mathcal{E}'_c$.

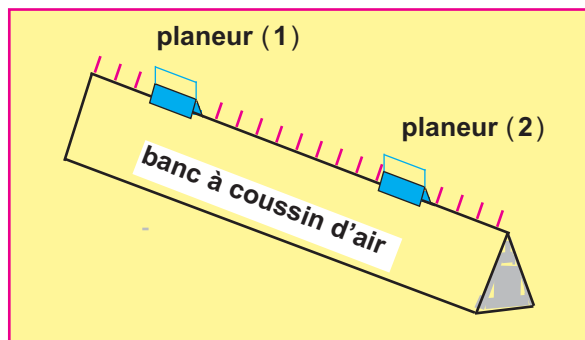
Au cours du choc, le transfert de l'énergie cinétique d'une boule à l'autre s'est effectué sans perte d'énergie; le choc est dit élastique.

Un choc élastique entre deux corps (S_1) et (S_2) conserve l'énergie cinétique du système $\{(S_1) + (S_2)\}$

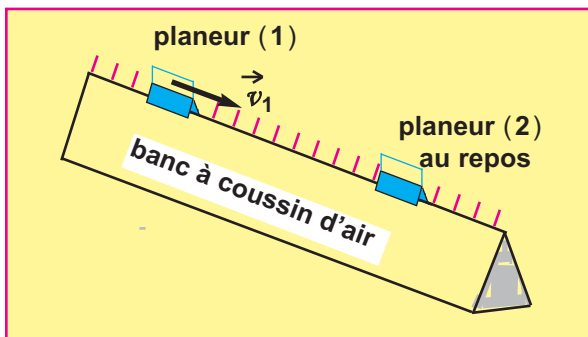
L'énergie cinétique du système $\{(S_1) + (S_2)\}$ tout juste avant le choc est égale à son énergie cinétique tout juste après le choc.

ACTIVITÉ EXPÉRIMENTALE -2

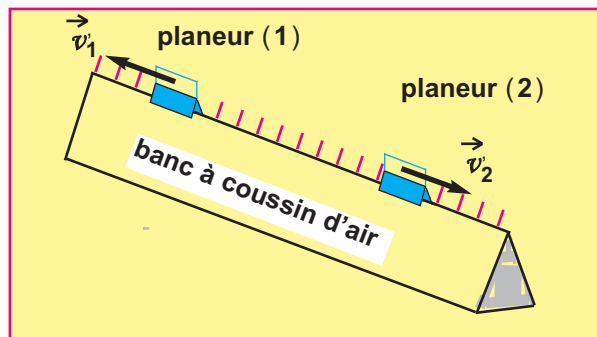
Sur une table à coussin d'air, on réalise un choc entre deux planeurs (1) et (2) de masses respectives $m_1 = 17 \text{ g}$ et $m_2 = 25 \text{ g}$ (**Doc.9- a**). Le planeur (1), animé d'une vitesse $\vec{v}_1$, heurte le planeur (2) initialement au repos (**Doc.9- b**), lui communique une vitesse $\vec{v}'_2$ et rebondit avec une vitesse $\vec{v}'_1$ (**Doc.9- c**).



Doc.9-a



Doc.9-b



Doc.9-c

Les mesures des valeurs des vitesses ainsi que les valeurs calculées des énergies cinétiques avant et après le choc sont consignées dans le tableau suivant :

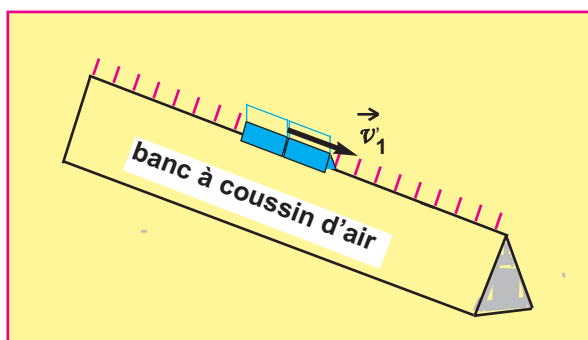
planeur	Vitesse avant le choc en m.s ⁻¹	Vitesse après le choc en m.s ⁻¹	$\mathcal{E}_c$ avant le choc en J	$\mathcal{E}_c$ après le choc en J
(1)	1	0,19	$8,5 \cdot 10^{-3}$	$0,3 \cdot 10^{-3}$
(2)	0	0,81	0	$8,2 \cdot 10^{-3}$

Nous constatons que les énergies cinétiques du système formé par les deux planeurs avant et après le choc sont égales.

Le choc conserve l'énergie cinétique, il est dit élastique

ACTIVITÉ EXPÉRIMENTALE - 3

Munissons maintenant chacun des deux planeurs d'un ruban adhésif. Le planeur (1) animé de la vitesse $\vec{v}_1$ heurte le planeur (2) initialement au repos. Après le choc, les deux planeurs s'accrochent et continuent leur mouvement avec une vitesse $\vec{v}'_1$ (Doc.9- d).



Les mesures des valeurs des vitesses ainsi que les valeurs calculées des énergies cinétiques des deux planeurs avant et après le choc sont consignées dans le tableau suivant :

planeur	Vitesse avant le choc en m.s ⁻¹	Vitesse après le choc en m.s ⁻¹	$\mathcal{E}_c$ avant le choc en J	$\mathcal{E}_c$ après le choc en J
(1)	1	0,4	$8,5 \cdot 10^{-3}$	$3,84 \cdot 10^{-3}$
(2)	0		0	

On constate que l'énergie cinétique du système formé par les deux planeurs avant le choc est plus grande que son énergie cinétique après le choc.

La diminution de l'énergie cinétique du système des deux planeurs par le travail résistant des forces intérieures.

Le choc ne conserve pas l'énergie cinétique, il est dit inélastique

5.2 . Détermination d'une force de liaison

Dans certaines situations, la détermination de la valeur d'une force de liaison, nécessite l'utilisation du théorème de l'énergie cinétique.

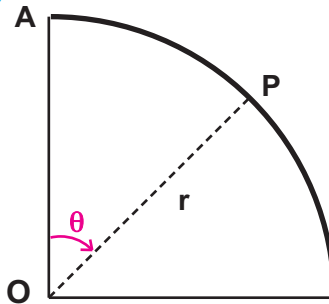
L'exercice suivant permettra cette application.

EXERCICE D'APPLICATION

Un solide (**S**) de masse **m**, assimilable à un point matériel, peut glisser sans frottement sur une gouttière ayant la forme d'un quart de cercle de centre **O** et de rayon **r**.

On le déplace légèrement de sorte qu'il quitte le sommet **A** avec une vitesse nulle.

Une position **P** de (**S**) à un instant **t** est repérée par l'angle θ que fait le rayon **OP** avec le rayon **OA** (**Doc.10-a**).

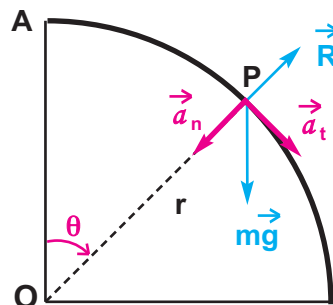


Doc.10-a

- 1 - a - Reproduire le schéma du document 10-a et représenter les forces exercées sur (**S**) au point **P**.
- 1 - b - Appliquer, au point **P**, la deuxième loi de Newton au système (**S**), et en déduire les expressions de :
 - la composante tangentielle a_t du vecteur accélération en fonction de $\|\vec{g}\|$ et θ .
 - le module $\|\vec{R}\|$ de la réaction de la gouttière en fonction de **m**, $\|\vec{g}\|$, θ et de la vitesse **v** au point **P**.
- 2 - a - En appliquant le théorème de l'énergie cinétique au système (**S**) entre l'instant où il quitte **A** et celui où il se trouve au point **P**, exprimer le module du vecteur vitesse de (**S**), en fonction de $\|\vec{g}\|$, θ et **r**.
- 2 - b - En déduire l'expression de $\|\vec{R}\|$ en fonction de $\|\vec{g}\|$, θ et **m**.
- 2 - c - Déterminer, en degré, la valeur de l'angle θ lorsque le solide (**S**) quitte la gouttière.

Solution

- 1 - a - Représentation des forces exercées sur (**S**)



Doc.10-b

1 - b - Composantes tangentielle et normale du vecteur accélération

La deuxième loi de Newton appliquée au système (S) dans le référentiel terrestre supposé galiléen s'écrit : $m\vec{g} + \vec{R} = m\vec{a}$

Projection sur $P, \vec{T}$: $m\|\vec{g}\|\sin\theta = ma_t$ (1) d'où $a_t = \|\vec{g}\|\sin\theta$ (1')

Projection sur $P, \vec{N}$: $m\|\vec{g}\|\cos\theta - \|\vec{R}\| = ma_n$ (2)

or $a_n = \frac{v^2}{r}$ d'où $\|\vec{R}\| = m\|\vec{g}\|\cos\theta - m\frac{v^2}{r}$ (2')

2 - a - Module du vecteur vitesse de (S)

Appliquons le théorème de l'énergie cinétique au solide (S) :

t_1 : instant où (S) quitte le point A sans vitesse initiale

t_2 : instant où (S) est au point P (Doc.10-c).

$$\Delta E_c = \underset{t_1 \rightarrow t_2}{W(m\vec{g})} + \underset{t_1 \rightarrow t_2}{W(\vec{R})} \Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 - 0$$

$$= m\|\vec{g}\|r(1 - \cos\theta) + 0 \Rightarrow \|\vec{v}\| = \sqrt{2\|\vec{g}\|r(1 - \cos\theta)}$$

2 - b - Expression du module de la réaction de la gouttière

Dans l'expression (2') on remplace $\frac{v^2}{r}$ par $2\|\vec{g}\|(1 - \cos\theta)$

On obtient

$$\|\vec{R}\| = m\|\vec{g}\|(3\cos\theta - 2)$$

2 - c - Valeur de θ lorsque le solide (S) quitte la gouttière

Lorsque (S) perd tout contact avec la gouttière, la réaction $\vec{R}$ s'annule :

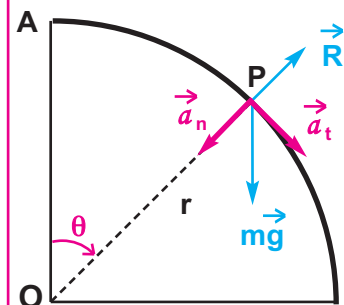
$$\|\vec{R}\| = 0 \Rightarrow (3\cos\theta - 2) = 0 \Rightarrow \cos\theta = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow \theta = 48,2^\circ$$

L'accélération tangentielle

$a_t = \frac{dv}{dt} = \|\vec{g}\|\sin\theta$ n'est pas constante car θ dépend du temps.

L'établissement des équations d'un tel mouvement dépasse le cadre du secondaire et le théorème de l'énergie cinétique s'impose pour déterminer l'expression de la vitesse au point P.



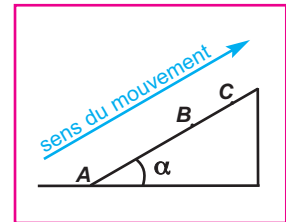
Doc.10-c

EXERCICE RÉSOLU

ENONCÉ :

On considère un véhicule de masse $m = 100\text{kg}$ en mouvement sur une piste inclinée d'un angle $\alpha = 30^\circ$ par rapport à l'horizontale. Au cours de son mouvement, le véhicule est constamment soumis à des forces de frottements dont la résultante $\vec{f}$ a une valeur constante $\|\vec{f}\| = 100\text{ N}$.

Lorsque le véhicule se déplace, son centre d'inertie G décrit la ligne de plus grande pente. (Doc.11-a)



Doc.11-a

- 1- Sous l'effet d'une force motrice $\vec{F}$, développée par le moteur et de même direction que la ligne de plus grande pente, le véhicule quitte la position **A** avec une vitesse nulle et atteint la position **B** avec une vitesse de valeur $\|\vec{v}_B\| = 20\text{ m.s}^{-1}$. En appliquant le théorème de l'énergie cinétique au système constitué par le véhicule, calculer la valeur de $\vec{F}$.

On donne $AB = 100\text{ m}$.

- 2- Arrivé au point **B**, la force motrice est supprimée et le véhicule continue son mouvement jusqu'au point **C** où sa vitesse s'annule. Calculer la distance **BC**.

On donne $\|\vec{g}\| = 9,8\text{ m.s}^{-2}$

SOLUTION

1- Détermination de la valeur de $\|\vec{F}\|$

- Système : {véhicule}.
- Référentiel : Référentiel **terrestre** supposé galiléen.
- Les deux états :

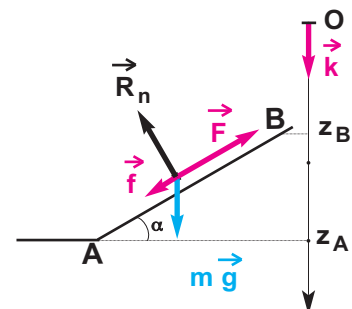
état initial : G en **A** ; $\mathcal{E}_{C(A)} = 0$

état final : G en **B** ; $\mathcal{E}_{C(B)} = \frac{1}{2} m v_B^2$ (Doc.11-b)

Comment appliquer le théorème de l'énergie cinétique ?

- 1- Choisir un système
- 2- Définir le référentiel d'étude
- 3- Définir clairement les deux instants (s'aider d'un schéma pour préciser les deux états)
- 4- Dresser le bilan des forces appliquées au système et calculer leurs travaux entre les deux instants considérés
- 5- Formuler et appliquer le théorème

Forces appliquées	Travaux effectués par les forces entre A et B
Le poids $m\vec{g}$	$w_{A \rightarrow B}(m\vec{g}) = m \ \vec{g}\ (z_B - z_A)$ $= - m \ \vec{g}\ AB \sin \alpha$
La réaction normale $\vec{R}_n$ du plan	$w_{A \rightarrow B}(\vec{R}_n) = 0$
La force motrice $\vec{F}$	$w_{A \rightarrow B}(\vec{F}) = \ \vec{F}\ \cdot AB$
La force de frottement $\vec{f}$	$w_{A \rightarrow B}(\vec{f}) = - \ \vec{f}\ \cdot AB$



Doc.11-b

Appliquons le théorème de l'énergie cinétique :

$$\Delta \mathcal{E}_c = \sum_{A \rightarrow B} w(\vec{F}_{\text{ext}} + \vec{F}_{\text{int}})$$

$$\mathcal{E}_{c(B)} - \mathcal{E}_{c(A)} = -m \|\vec{g}\| AB \sin \alpha + \|\vec{F}\| \cdot AB - \|\vec{f}\| \cdot AB$$

$$\frac{1}{2} m v_B^2 = (-m \|\vec{g}\| \sin \alpha + \|\vec{F}\| - \|\vec{f}\|) AB$$

$$\|\vec{F}\| = \frac{\frac{1}{2} m v_B^2}{AB} + \|\vec{f}\| + m \|\vec{g}\| \sin \alpha$$

Application numérique :

$$\|\vec{F}\| = \frac{0,5 \cdot 100 \cdot (20)^2}{100} + 100 + 100 \cdot 9,8 \cdot 0,5$$

$$\|\vec{F}\| = 790 \text{ N}$$

2- Détermination de la distance BC

- Système : {véhicule}.
- Référentiel : Référentiel **terrestre** supposé galiléen.
- Les deux états :

état initial : **G** en **B** ; $\mathcal{E}_{c(B)} = \frac{1}{2} m v_B^2$

état final : **G** en **C** ; $\mathcal{E}_{c(C)} = 0$

Forces appliquées	Travaux effectués par les forces entre A et B
Le poids $m\vec{g}$	$w_{B \rightarrow C}(m\vec{g}) = m \ \vec{g}\ (z_C - z_B)$ $= -m \ \vec{g}\ BC \sin \alpha$
La réaction normale $\vec{R}_n$ du plan	$w_{B \rightarrow C}(\vec{R}_n) = 0$
La force de frottement $\vec{f}$	$w_{B \rightarrow C}(\vec{f}) = -\ \vec{f}\ \cdot AB$

Appliquons le théorème de l'énergie cinétique :

$$\Delta \mathcal{E}_c = \sum_{B \rightarrow C} w(\vec{F}_{\text{ext}} + \vec{F}_{\text{int}})$$

$$\mathcal{E}_{c(C)} - \mathcal{E}_{c(B)} = -m \|\vec{g}\| BC \sin \alpha - \|\vec{f}\| \cdot BC$$

$$-\frac{1}{2} m v_B^2 = -(m \|\vec{g}\| \sin \alpha + \|\vec{f}\|) BC$$

$$BC = \frac{\frac{1}{2} m v_B^2}{\|\vec{f}\| + m \|\vec{g}\| \sin \alpha}$$

Application numérique :

$$BC = \frac{0,5 \cdot 100 \cdot (20)^2}{100 + 100 \cdot 9,8 \cdot 0,5}$$

$$BC = 33,9 \text{ m}$$

L'ESSENTIEL DU COURS

- L'énergie cinétique d'un objet ponctuel de masse **m** ou d'un solide en mouvement de translation de même masse, animé d'une vitesse $\vec{v}$ est donnée par :

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2$$

m en **kg** ; **v** en **m.s⁻¹** ; **E_c** en **joule**.

- L'énergie cinétique d'un solide de masse **m** dont le centre d'inertie **G** est animé d'une vitesse $\vec{v}_G$ s'écrit :

$$E_c = \frac{1}{2} m v_G^2$$

- L'énergie cinétique d'un solide en rotation autour d'un axe fixe est donnée par :

$$E_c = \frac{1}{2} J \dot{\theta}^2$$

J : moment d'inertie par rapport à un axe de rotation fixe.

$\dot{\theta}$: vitesse angulaire, en rad.s⁻¹

REMARQUE : l'énergie cinétique, comme la vitesse, est relative au référentiel d'étude.

ENONCÉ DU THÉORÈME DE L'ÉNERGIE CINÉTIQUE

Dans un référentiel galiléen, la variation de l'énergie cinétique d'un système matériel déformable ou indéformable, entre deux instants **t₁** et **t₂** quelconques est égale à la somme algébrique des travaux de toutes les forces extérieures et intérieures au système entre ces deux instants.

$$\Delta E_c = E_c(t_2) - E_c(t_1) = \sum_{t_1 \rightarrow t_2} \mathcal{W}(\vec{F}_{\text{ext}} + \vec{F}_{\text{int}})$$

TRAVAUX PRATIQUES

BUT

Vérifier le théorème de l'énergie cinétique.

MATÉRIEL

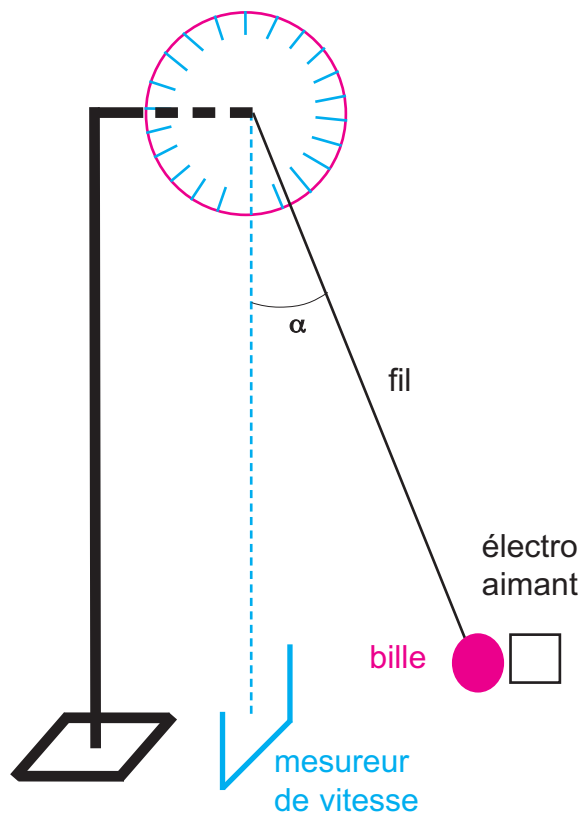
- un pendule formé d'une bille de rayon r d'environ **1cm**, de masse m , attaché à un fil inextensible, de masse négligeable et de longueur ℓ telle que $\ell + r = 1 \text{ m}$.
- un électro-aimant
- un rapporteur
- un mesureur de vitesse
- un support.

PROTOCOLE EXPÉRIMENTAL

- Réaliser le montage représenté sur la figure ci -contre.
- Ecarter le pendule d'un angle α à partir de la verticale et positionner l'électro-aimant de manière à retenir la bille dans une position telle que le plan formé par la direction du fil et la verticale passe par le milieu des bras du mesureur de vitesse.
- Libérer le pendule en agissant sur l'électro-aimant et noter la valeur de la vitesse.

TABLEAU DE MESURES

α (en degré)	5	10	15	20	25
$\cos \alpha$					
$\ \vec{v}\ (\text{m.s}^{-1})$					
$E_c = \frac{1}{2} m v^2 (\text{J})$					



Doc.12

EXPLOITATION DES RÉSULTATS DE MESURES

- 1 - Tracer le graphe correspondant à $E_c = f(\cos \alpha)$
- 2 - Etude théorique : Etablir l'expression de E_c en fonction de m , $\|\vec{g}\|$, L , d et α . En déduire la valeur de $\|\vec{g}\|$

On admettra que la bille est libérée par l'aimant sans vitesse initiale.

- 3 - Conclure.

Je vérifie mes connaissances

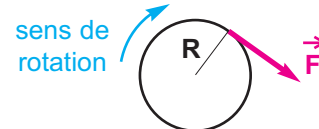
Chaque question peut avoir une ou plusieurs réponses correctes

- 1-** Un solide de masse m en mouvement de translation suivant une trajectoire rectiligne inclinée par rapport à l'horizontale ; l'étude du mouvement se fait par rapport à un référentiel terrestre supposé galiléen. Il est soumis à une force de frottement $\vec{f}_d$. A l'instant initial t_1 , il est animé d'une vitesse $\vec{v}_1$ et son centre d'inertie se trouve en A . A l'instant t_2 , il est animé d'une vitesse $\vec{v}_2$ et son centre d'inertie se trouve en B .

- a - $\mathcal{E}_c(B) - \mathcal{E}_c(A) = \mathcal{W}_{AB}(\vec{f}_d)$
- b - $\mathcal{E}_c(B) - \mathcal{E}_c(A) = \mathcal{W}_{AB}(\vec{f}_d) + \mathcal{W}_{AB}(\vec{P})$
- c - $\mathcal{E}_c(B) - \mathcal{E}_c(A) = \mathcal{W}_{AB}(\vec{P})$
- d - $\mathcal{E}_c(B) - \mathcal{E}_c(A) = \mathcal{W}_{AB}(\vec{R}_n) + \mathcal{W}_{AB}(\vec{P})$

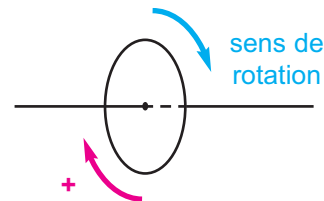
- 2-** Un solide en mouvement de translation de masse m est animé d'une vitesse v et possède une énergie cinétique $\mathcal{E}_c$.
- a - $\mathcal{E}_c$ double si $\|\vec{v}\|$ double, m étant constante.
 - b - $\mathcal{E}_c$ reste inchangée si m double et $\|\vec{v}\|$ est divisée par 2
 - c - $\mathcal{E}_c$ double si $\|\vec{v}\|$ double et m est divisée par 2

- 3-** Un disque décrit, à partir du repos, un angle $\Delta\theta$ au cours de son mouvement de rotation autour d'un axe fixe horizontal, sous l'action d'une force $\vec{F}$ tangentielle au disque et de valeur constante au cours du mouvement.



- a - $\mathcal{E}_c$ double si $\Delta\theta$ double, $\|\vec{F}\|$ étant constante.
- b - $\mathcal{E}_c$ ne change pas si $\Delta\theta$ double et $\|\vec{F}\|$ est divisée par 2
- c - $\mathcal{E}_c$ ne change pas si R double et $\Delta\theta$ est divisée par 2

- 4-** Un disque est en mouvement de rotation uniforme de vitesse angulaire $\dot{\theta}_0$. A l'instant $t = 0$ le disque est soumis à un couple de frottement, de moment $\mathcal{M}_f$; l'arrêt a lieu au bout de n tours.



- a - $\Delta\theta$ ne change pas si $\dot{\theta}_0$ est divisée par 2 et $|\mathcal{M}_f|$ double.
- b - $\Delta\theta$ double si $|\mathcal{M}_f|$ double et $\dot{\theta}_0$ ne change pas
- c - $\Delta\theta$ est divisée par 2 si $|\mathcal{M}_f|$ double et $\dot{\theta}_0$ est divisée par 4.

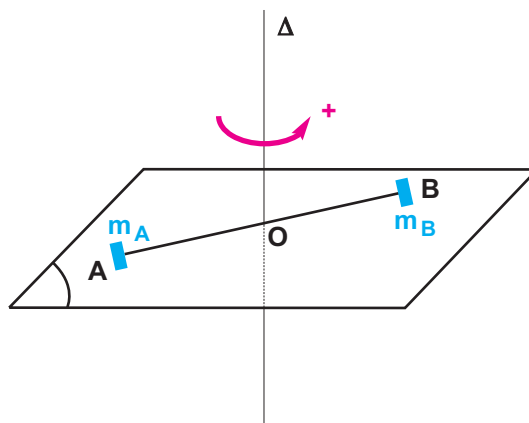
Je sais appliquer mes connaissances; je sais raisonner

Ex-1- Une barre **AB** horizontale de masse **$m = 6 \text{ kg}$** , de longueur **$AB = 2 \ell = 2 \text{ m}$** , est mobile autour d'un axe (Δ) vertical passant par **O** milieu de **AB**. La barre est munie de deux surcharges quasi ponctuelles de masses **$m_A = 0,2 \text{ kg}$** et **$m_B = 0,4 \text{ kg}$** fixées aux extrémités **A** et **B** (**Doc-13**).

1 - Calculer le moment d'inertie du système { barre, m_A , m_B }.

2 - Sur l'axe de rotation, on applique un couple moteur de moment constant **$\mathcal{M}_m$** ; il s'exerce aussi des forces de frottement équivalentes à un couple de moment **$\mathcal{M}_f = 0,6 \text{ N.m}$** supposé constant. La barre initialement immobile est lancée par le moteur à la vitesse de rotation de **$360 \text{ tours.min}^{-1}$** ; cette vitesse est atteinte au bout de **250 tours** .

Calculer le moment du couple moteur en justifiant le signe de **$\mathcal{M}_m$** .

**Doc.13**

Ex-2- Aux extrémités **A** et **B** d'une tige de masse négligeable sont fixées des masses ponctuelles : **m** en **A** et **$2m$** en **B**, cette tige peut osciller dans un plan vertical, autour d'un axe horizontal (**O**, Δ); **$OA = \ell$** , **$OB = 2\ell$** (**Doc- 14**).

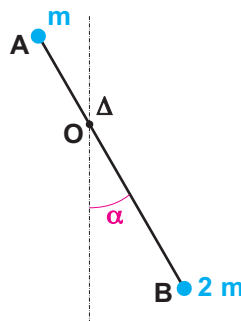
1 - Déterminer la position du centre d'inertie de l'ensemble des deux masses.

2 - Pour **$\alpha = 90^\circ$** , le pendule est abandonné sans vitesse initiale. Calculer la vitesse angulaire du système {(A), (B)} lorsque le pendule passe par sa position d'équilibre. On négligera les forces de frottements.

Données :

$$\|\vec{g}\| = 9.8 \text{ m.s}^{-2}$$

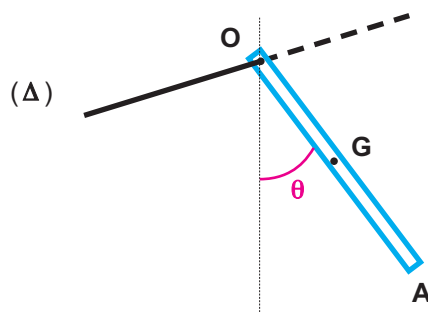
$$\ell = 60 \text{ cm}.$$

**Doc.14**

Ex-3- Une barre homogène **OA** est mobile sans frottement autour d'un axe horizontal (Δ) passant par son extrémité **O**. Sa masse est $m = 1,2 \text{ kg}$, sa longueur $\ell = 80 \text{ cm}$ et son moment d'inertie

par rapport à l'axe (Δ) est $J_{\Delta} = \frac{1}{3} m \ell^2$

La barre étant initialement dans sa position d'équilibre stable, on lui communique une vitesse angulaire $\dot{\theta}_0$. La barre tourne alors autour de l'axe (Δ), dans un plan vertical. Sa position est repérée par l'angle θ qu'elle fait avec la verticale (**Doc-15**).



Doc.15

1 - Déterminer la vitesse angulaire $\dot{\theta}$

de la barre en fonction de θ , de $\dot{\theta}_0$ et des autres paramètres caractérisant le système.

2 - Calculer l'écart maximal θ_m pour

$$\dot{\theta}_0 = 3,3 \text{ rd.s}^{-1}$$

3 - Quelle doit être la valeur minimale de $\dot{\theta}_0$ pour que la barre fasse un tour complet ?

Données :

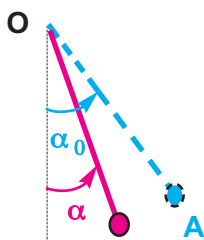
$$\|\vec{g}\| = 9,8 \text{ m.s}^{-2}$$

Ex-4- Un pendule simple est formé d'une boule (**S**), de masse $m = 100 \text{ g}$, fixée

à l'extrémité **A** d'un fil **OA**, de masse négligeable et dont l'extrémité **O** est attachée à un point fixe. La boule est supposée ponctuelle et la distance qui sépare le point de suspension **O** du fil au centre d'inertie **G** de la boule est ℓ . On écarte le pendule d'un angle α_0

de sa position d'équilibre et on le libère sans vitesse initiale.

Une position quelconque du pendule au cours de son mouvement est repérée par l'angle α que fait la direction du fil tendu avec la verticale (**Doc-16-a**).



Doc.16-a

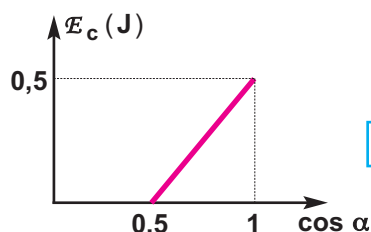
Le diagramme de l'énergie cinétique de la boule (**B**) en fonction de $\cos \alpha$ est porté sur le document **16-b**.

1 - Etablir, pour une position quelconque du pendule, l'expression de l'énergie cinétique de la boule en fonction de m , ℓ , α , α_0 et $\|\vec{g}\|$.

2 - En exploitant le diagramme du document **16**, déterminer :

- la valeur de la longueur ℓ
- la valeur de α_0
- la valeur de la vitesse de la boule à son passage par la position d'équilibre.

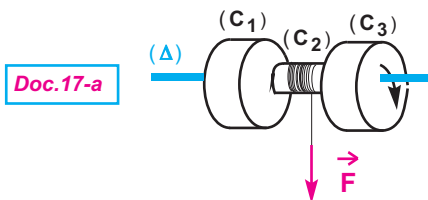
$$\text{Données : } \|\vec{g}\| = 9,8 \text{ N.kg}^{-1}$$



Doc.16-b

Ex-5- Un volant homogène est constitué de trois cylindres pleins (C_1), (C_2), (C_3), de même axe (Δ), solidaires les uns des autres, disposés comme l'indique le schéma du document 17-a. Les cylindres (C_1) et (C_3) sont identiques, de même masse M et de rayon R ; le cylindre (C_2) a pour rayon r et pour masse m .

- 1 - Calculer le moment d'inertie J du volant par rapport à l'axe (Δ).
- 2 - On enroule autour de (C_2) un fil inextensible et de masse négligeable telle qu'une extrémité du fil est fixée à un point de la surface de (C_2).
Le volant, initialement au repos, est lancé en tirant sur l'autre extrémité du fil avec une force $\vec{F}$ constante, orthogonale à l'axe (Δ).

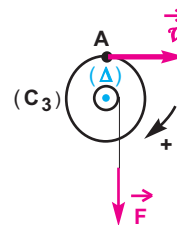


L'action de $\vec{F}$ cesse quand le volant a effectué n tours à partir du repos.

- a - Exprimer, le travail de la force $\vec{F}$ au cours de la phase de lancement en fonction de $\|\vec{F}\|, r$ et de n .
- b - En appliquant le théorème de l'énergie cinétique au système {volant}, déterminer la vitesse angulaire du volant à la fin de la phase de lancement.
- c - Calculer à cet instant, la valeur de la vitesse acquise par un point A situé à la périphérie du cylindre (C_3) (Doc-16-b).

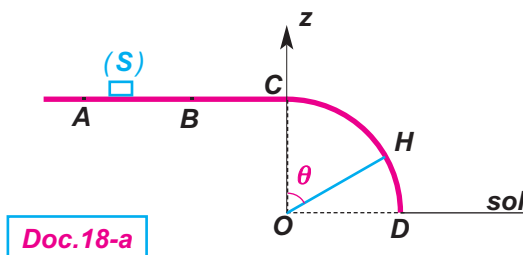
Données :

$\|\vec{F}\| = 10 \text{ N}$, $M = 1 \text{ kg}$, $R = 5 \text{ cm}$,
 $r = 1,5 \text{ cm}$, $m = 0,1 \text{ kg}$, $n = 5 \text{ tours}$.



- Ex 6-** Un chariot (S) de masse $M = 10 \text{ kg}$ est placé sur des rails disposés suivant une trajectoire ($ABCD$) contenue dans un plan vertical et composée :
- d'une portion rectiligne horizontale (ABC) telle que $AB = 0,5 \text{ m}$
 - d'une portion circulaire (CD) de rayon r et de centre O pris comme origine de l'axe vertical Oz passant par C (Doc.18-a).
- Dans tout l'exercice, on supposera tout type de frottement négligeable.

Des sportifs entrent en compétition en se prêtant au jeu suivant : un sportif exerce sur (S), initialement au repos en A , une force $\vec{F}$ horizontale et constante tout le long du trajet (AB) afin de lui imprimer une vitesse $\vec{v}_B$ en B .
Arrivé en C avec une vitesse $\vec{v}_C = \vec{v}_B$, le chariot suit le trajet circulaire qu'il quitte en une position H telle que l'angle $(\vec{OC}, \vec{OH}) = \theta$.



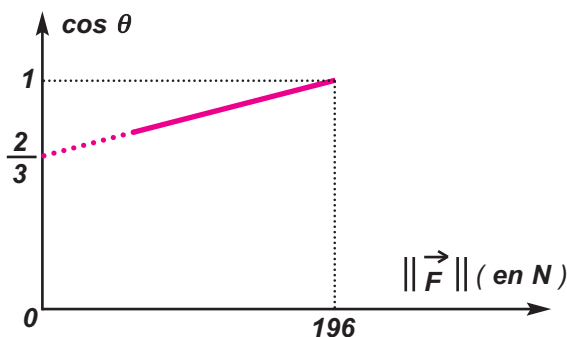
1- Mouvement suivant le trajet (AB) .

- a - Représenter les forces que nous supposons être appliquées au centre d'inertie **G** du chariot
- b - En appliquant le théorème de l'énergie cinétique au système constitué par le chariot, montrer que la valeur de la vitesse $\vec{v}_B$ s'écrit :

$$\|\vec{v}_B\| = \sqrt{\frac{2 \|\vec{F}\| \cdot \|\vec{AB}\|}{M}}$$

2- Mouvement suivant le trajet circulaire (CD)

Pour chaque sportif participant à la compétition, on note la valeur de $\vec{F}$ et l'angle θ correspondant à la position **H** où le chariot quitte les rails entre **C** et **D**.



Doc.18-b

Ceci permet de tracer la courbe

$$\cos \theta = f(\|\vec{F}\|) \text{ (Doc.18-b).}$$

- a - Représenter le(s) force(s) s'exerçant sur (**S**) au point **H**
- b - En appliquant au point **H** le théorème du centre d'inertie au système (**S**) montrer que

$$v_H^2 = \|\vec{g}\| \cdot r \cdot \cos \theta$$

- c - Montrer que

$$\cos \theta = \left(\frac{2 \|\vec{AB}\|}{3M \|\vec{g}\| r} \right) \cdot \|\vec{F}\| + \frac{2}{3}$$

- d - déduire la valeur de r sachant que

$$\|\vec{g}\| = 9,8 \text{ N.kg}^{-1}$$

Ex 7- On étudie le mouvement du centre d'inertie **G** d'un solide de masse **m = 0,5 kg** glissant sur une piste (**ABCD**) (**Doc.19-a**).

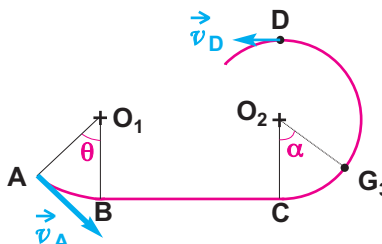
- la partie **AB** est un arc de cercle de rayon r et telle que $(\vec{O_1A}, \vec{O_1B}) = \theta = 60^\circ$.
- la partie **BC** est rectiligne et horizontale de longueur $\ell = 1 \text{ m}$.
- la partie **CD** est un demi-cercle de rayon r .

- seule la partie **BC** présente des frottements équivalents à une force constante .

- 1 - a - Donner les expressions littérales exprimant les travaux des forces extérieures s'exerçant sur le solide au cours du trajet (**ABCD**)

- b - En appliquant le théorème de l'énergie cinétique, établir que $v_D^2 = v_A^2 + b$; **b** sera exprimée en fonction des paramètres de l'exercice .

Doc.19-a

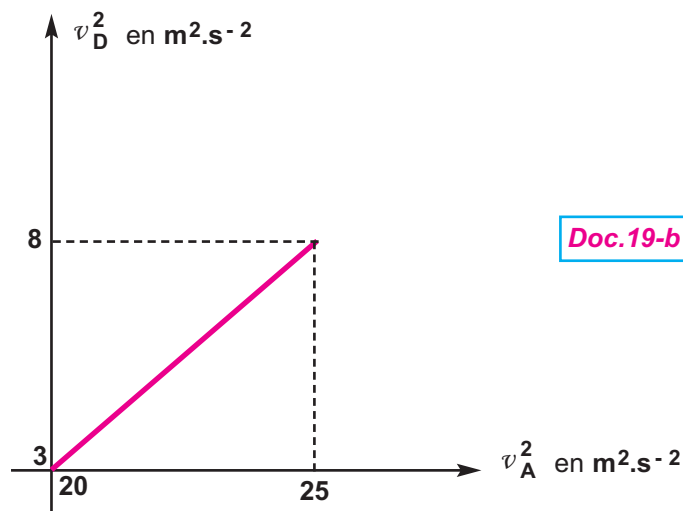


- 2 - Deux mesureurs de vitesse sont placés en **A** et **D** et permettent de mesurer les valeurs des vitesses $\vec{v}_A$ et $\vec{v}_D$. Ainsi on trace la courbe $v_D^2 = f(v_A^2)$ (**Doc.19-b**). En déduire la valeur de $\|\vec{f}\|$.
- 3 - Etablir l'expression de la valeur de la réaction $\vec{R}_1$ exercée par la portion

de piste **CD** sur le solide en un point entre **C** et **D** défini par $\alpha = (\vec{O_2C}, \vec{O_2M})$

en fonction de m , $\|\vec{g}\|$, r , α et sa vitesse $\|\vec{v}\|$ en ce point.

- 4 - Quelle est la valeur minimale de la vitesse $\|\vec{v}_A\|$ pour que le solide atteigne le point **D**.



9

Mouvement dans un champ gravitationnel



Photo.1 : l'eau de ces jets dessine des paraboles.

OBJECTIFS

- Appliquer la relation fondamentale de la dynamique
 - au mouvement d'un projectile
 - au mouvement d'un satellite.
- Retrouver la troisième loi de Kepler.

1. Mouvement d'un projectile

1.1 . Introduction

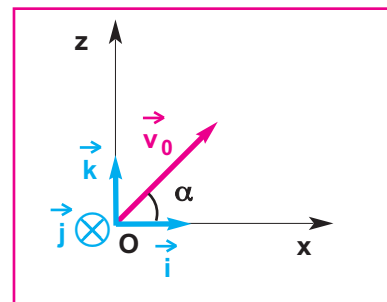
Un caillou projeté par le pneu d'un camion vers l'arrière ; une fléchette sortant de l'extrémité du canon d'un pistolet, une balle frappée avec une raquette, une boule métallique lancée par un athlète ... Tous ces objets, dont les centres de gravité décrivent, au cours de leur évolution dans l'air, des trajectoires paraboliques, portent le nom de **projectiles**.

Au cours de leur mouvement, ces objets sont soumis pratiquement à la seule action de leurs poids ; ils sont en chute libre.

1.2 . La chute libre avec vitesse initiale non verticale

Un solide (**S**), de masse **m** et de centre d'inertie **G**, est lancé à l'instant **t = 0** d'un point **O**, origine du repère d'espace (**O**, **i**, **j**, **k**) avec une vitesse initiale $\vec{v}_0$ contenue dans le plan vertical (**i**, **k**) et faisant un angle α avec l'horizontale (**Doc.1**).

Etudions le mouvement du centre d'inertie **G** de ce projectile dans le champ de pesanteur supposé uniforme, par rapport au référentiel terrestre.



Doc.1

$$\vec{a} = \vec{g} \quad (\text{d'après la 2}^{\text{ème}} \text{ loi Newton})$$

1. 2.1 . Equations horaires du mouvement

Les conditions initiales (à **t = 0**) :

$$\vec{a} \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = 0 \\ a_z = - \|\vec{g}\| \end{cases} \quad \vec{v}_0 \begin{cases} v_{0x} = \|\vec{v}_0\| \cos \alpha \\ v_{0y} = 0 \\ v_{0z} = \|\vec{v}_0\| \sin \alpha \end{cases} \quad \vec{OG}_0 \begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \\ z_0 = 0 \end{cases}$$

COORDONNÉES DU VECTEUR VITESSE

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} \begin{cases} a_x = \frac{d\vec{v}_x}{dt} \\ a_y = \frac{d\vec{v}_y}{dt} \\ a_z = \frac{d\vec{v}_z}{dt} \end{cases}$$

- $a_x = \frac{dv_x}{dt} = 0$; donc v_x est constante.

Etant constante, v_x garde sa valeur initiale à l'instant $t = 0$

$$v_x = \|\vec{v}_0\| \cos \alpha$$

- $a_y = \frac{dv_y}{dt} = 0$; donc v_y est constante.

Etant constante, v_y garde sa valeur initiale à l'instant $t = 0$

$$v_y = 0$$

- $a_z = \frac{d\vec{v}_z}{dt} = -\|\vec{g}\|$, d'où $v_z = -\|\vec{g}\|t + \text{cte}$

La constante correspond à v_z à l'instant $t = 0$.

$$v_z = -\|\vec{g}\|t + \|\vec{v}_0\| \sin \alpha$$

$$\text{D'où } \vec{v} \left[\begin{array}{l} v_x = \|\vec{v}_0\| \cos \alpha \\ v_y = 0 \\ v_z = -\|\vec{g}\|t + \|\vec{v}_0\| \sin \alpha \end{array} \right.$$

COORDONNÉES DU VECTEUR POSITION

$$\vec{v} = \frac{d\vec{OG}}{dt} \left[\begin{array}{l} v_x = \frac{dx}{dt} \\ v_y = \frac{dy}{dt} \\ v_z = \frac{dz}{dt} \end{array} \right.$$

$$\bullet \quad v_x = \frac{dx}{dt} = \|\vec{v}_0\| \cos \alpha ; \text{ d'où } x = (\|\vec{v}_0\| \cos \alpha) t + \text{cte}$$

La constante correspond à l'abscisse x à l'instant $t = 0$: $x_0 = 0$

$$x = (\|\vec{v}_0\| \cos \alpha) t$$

$$\bullet \quad v_y = \frac{dy}{dt} = 0 ; y \text{ est alors constante, sa valeur}$$

correspond à celle de y à l'instant $t = 0$: $y_0 = 0$

$$y = 0$$

$$\bullet \quad v_z = \frac{dz}{dt} = -\|\vec{g}\| t + \|\vec{v}_0\| \sin \alpha$$

La fonction z dont la dérivée est une fonction affine du temps s'écrit :

$$z = -\frac{1}{2} \|\vec{g}\| t^2 + (\|\vec{v}_0\| \sin \alpha) t + \text{cte}$$

La valeur de la constante correspond à la coordonnée z à l'instant $t = 0$: $z_0 = 0$.

$$\text{D'où : } z = -\frac{1}{2} \|\vec{g}\| t^2 + (\|\vec{v}_0\| \sin \alpha) t$$

$$\overrightarrow{OG} \left[\begin{array}{l} x = (\|\vec{v}_0\| \cos \alpha) t \\ y = 0 \\ z = -\frac{1}{2} \|\vec{g}\| t^2 + (\|\vec{v}_0\| \sin \alpha) t \end{array} \right.$$

- La coordonnée y étant constamment nulle, le mouvement s'effectue dans le plan vertical $\mathbf{OXZ}$, c'est à dire dans le plan qui contient le vecteur vitesse $\vec{v}_0$.
- Les coordonnées x et z correspondent aux équations paramétriques de la trajectoire.

1.2.2 . Equation cartésienne de la trajectoire

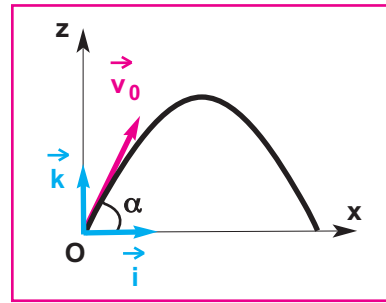
L'équation cartésienne de la trajectoire est la relation qui lie les coordonnées x et z ; on l'obtient en éliminant le paramètre t entre ces deux coordonnées.

De l'expression de x , on tire celle de t et on la remplace dans l'équation de z .

$$x = (\|\vec{v}_0\| \cos \alpha) t \Rightarrow t = \frac{x}{\|\vec{v}_0\| \cos \alpha} \quad \text{d'où}$$

$$z = -\frac{1}{2} \|\vec{g}\| \left(\frac{x}{\|\vec{v}_0\| \cos \alpha} \right)^2 + \|\vec{v}_0\| \sin \alpha \frac{x}{\|\vec{v}_0\| \cos \alpha}$$

$$z = -\left(\frac{\|\vec{g}\|}{2 v_0^2 \cos^2 \alpha} \right) x^2 + (\tan \alpha) x$$



Doc.2

La trajectoire du centre d'inertie d'un corps en chute libre avec vitesse initiale non verticale est parabolique (Doc.2).

Pour $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ rad, la trajectoire du centre d'inertie G

du projectile possède un sommet S de coordonnées (x_S, z_S) .

En balistique (science du mouvement des projectiles d'armes à feu), on utilise les termes **flèche** et **portée** que nous allons définir dans les paragraphes suivants :

LA FLÈCHE

La flèche est la hauteur maximale, atteinte par le projectile, par rapport au sol.

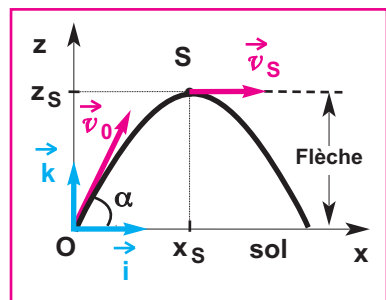
Elle correspond à la coordonnée z_S du sommet S de la trajectoire du centre d'inertie G quand l'origine O du repère d'étude est au niveau du sol (Doc.3).

Cherchons l'expression de z_S :

En S , le vecteur vitesse est horizontal et sa composante selon l'axe Oz s'annule à l'instant t_S telle que :

$$v_{zS} = -\|\vec{g}\| t_S + \|\vec{v}_0\| \sin \alpha = 0 \Rightarrow t_S = \frac{\|\vec{v}_0\| \sin \alpha}{\|\vec{g}\|}$$

$$z_S = -\frac{1}{2} \|\vec{g}\| t_S^2 + (\|\vec{v}_0\| \sin \alpha) t_S$$



Doc.3

$$z_S = - \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2 \|\vec{g}\|} + \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{\|\vec{g}\|}$$

$$z_S = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2 \|\vec{g}\|}$$

La flèche est maximale pour $\alpha = \frac{\pi}{2}$ rad, ce qui correspond à un tir vertical.

LA PORTÉE

La portée est l'abscisse x_P du point d'impact **P** du corps lancé avec le sol. Dans l'exemple correspondant au document 4, l'ordonnée de **P** est nulle.

$$z = - \left(\frac{\|\vec{g}\|}{2 v_0^2 \cos^2 \alpha} \right) x^2 + (\tan \alpha) x = 0$$

$$= \left(- \frac{\|\vec{g}\|}{2 v_0^2 \cos^2 \alpha} x + (\tan \alpha) \right) x = 0$$

La solution $x = 0$ correspond à l'abscisse du point de lancement, l'autre solution correspond à l'abscisse du point **P**.

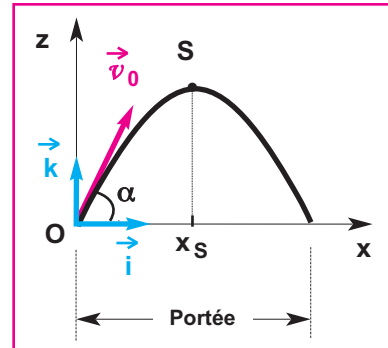
$$x_P = \frac{2 v_0^2 \cos^2 \alpha \tan \alpha}{\|\vec{g}\|} = \frac{2 v_0^2 \cos^2 \alpha \sin \alpha}{\|\vec{g}\| \cos \alpha}$$

$$= \frac{2 v_0^2 \cos \alpha \sin \alpha}{\|\vec{g}\|} \quad x_P = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{\|\vec{g}\|}$$

Remarquons que :

- pour une même vitesse initiale $\vec{v}_0$ donnée, la portée est maximale pour $\sin 2\alpha = 1$, soit $\alpha = 45^\circ$.
- pour une vitesse initiale de valeur constante, on a une même portée pour deux angles de tir α_1 et α_2 solutions de l'équation $x_P = d$: les deux solutions α_1 et α_2 sont telles que : $2\alpha_1 = \pi - 2\alpha_2$ soit $\alpha_1 = \frac{\pi}{2} - \alpha_2$
- en remplaçant x_P dans l'expression de la coordonnée $x(t)$ établie dans la page-4, on trouve

$$t_P = \frac{2 \|\vec{v}_0\| \sin \alpha}{\|\vec{g}\|}$$



Doc.4

On peut retrouver l'expression de x_S en remarquant que, par raison de symétrie de la trajectoire parabolique par rapport à la verticale passant par le sommet **S**, on peut écrire :

$$x_P = 2 x_S$$

L'expression de x_S se déduit de celle de x en remplaçant t par t_S ; ce qui permet d'écrire :

$$x_S = (\|\vec{v}_0\| \cos \alpha) t_S$$

$$= (\|\vec{v}_0\| \cos \alpha) \frac{\|\vec{v}_0\| \sin \alpha}{\|\vec{g}\|}$$

$$= \frac{v_0^2 \sin \alpha \cos \alpha}{\|\vec{g}\|}$$

$$x_P = 2 x_S = 2 \frac{v_0^2 \sin \alpha \cos \alpha}{\|\vec{g}\|}$$

$$x_P = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{\|\vec{g}\|}$$

CHUTE LIBRE AVEC VITESSE INITIALE VERTICALE ET DIRIGÉE VERS LE HAUT

Lorsque le projectile est lancé à partir du point **O**, avec une vitesse $\vec{v}_0$, verticale et dirigée vers le haut ($\alpha = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$), la trajectoire est portée par la verticale passant par **O** (**Doc.5**). Le mouvement est rectiligne ; il est décrit par les équations suivantes :

$$\vec{a} = - \|\vec{g}\| \vec{k}$$

$$\vec{v} = (- \|\vec{g}\| t + \|\vec{v}_0\|) \vec{k}$$

$$\vec{OG} = (- \frac{1}{2} \|\vec{g}\| t^2 + \|\vec{v}_0\| t) \vec{k}$$

Le projectile rebrousse chemin au point **S**, à l'instant t_s lorsque sa vitesse s'annule.

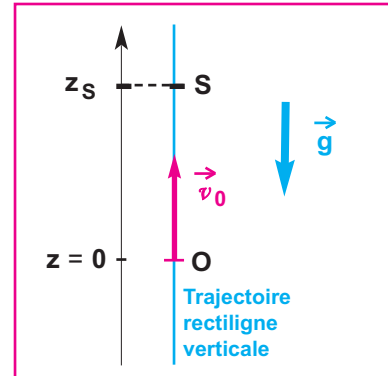
$$\vec{v}_s = - \|\vec{g}\| t_s + \|\vec{v}_0\| = 0 \Rightarrow t_s = \frac{\|\vec{v}_0\|}{\|\vec{g}\|}$$

La coordonnée z_s du point **S** est obtenu en remplaçant t par t_s dans l'expression de z .

$$\begin{aligned} z_s &= - \frac{1}{2} \|\vec{g}\| t_s^2 + \|\vec{v}_0\| t_s \\ &= - \frac{1}{2} \|\vec{g}\| \left(\frac{\|\vec{v}_0\|}{\|\vec{g}\|} \right)^2 + \|\vec{v}_0\| \frac{\|\vec{v}_0\|}{\|\vec{g}\|} \\ &= - \frac{1}{2} \frac{v_0^2}{\|\vec{g}\|} + \frac{v_0^2}{\|\vec{g}\|} \end{aligned}$$

d'où :

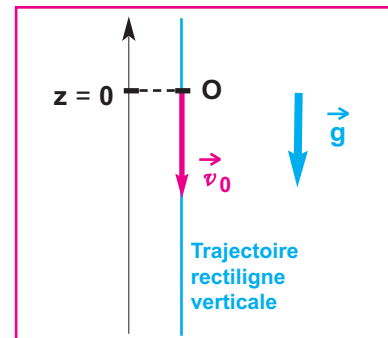
$$z_s = \frac{1}{2} \frac{v_0^2}{\|\vec{g}\|}$$



Doc.5 : Chute libre avec vitesse initiale verticale et dirigée vers le haut.

Le mouvement comporte deux phases :

- mouvement ascendant uniformément retardé avec arrêt instantané au point **S**
- mouvement descendant uniformément accéléré.



Doc.6 : Chute libre avec vitesse initiale verticale et dirigée vers le bas.

Le mouvement est rectiligne uniformément accéléré.

CHUTE LIBRE AVEC VITESSE INITIALE VERTICALE ET DIRIGÉE VERS LE BAS

La trajectoire est rectiligne ; elle est portée par la verticale passant par le point de lancement **O** (**Doc.6**).

Le mouvement est décrit par les équations :

$$\vec{a} = - \|\vec{g}\| \vec{k}$$

$$\vec{v} = (- \|\vec{g}\| t - \|\vec{v}_0\|) \vec{k}$$

$$\vec{OG} = (- \frac{1}{2} \|\vec{g}\| t^2 - \|\vec{v}_0\| t) \vec{k}$$

EXERCICE RÉSOLU N°1

ENONCÉ :

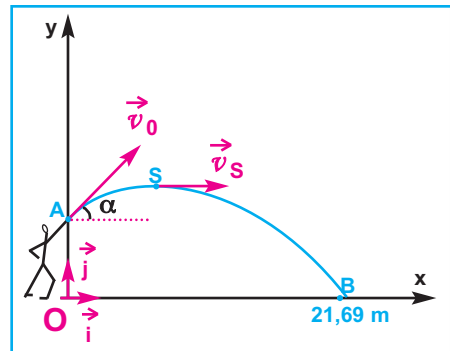
Lors des championnats du monde d'athlétisme qui eurent lieu à Paris, en août **2003**, le vainqueur de l'épreuve du lancer du poids (Andrey Mikhnevich) a réussi un jet à une distance **D = 21,69 m**.

Pour simplifier les raisonnements, on ne travaillera que sur le centre d'inertie **G** du boulet métallique dont le mouvement a lieu dans un plan vertical ; en outre, au cours de son mouvement, le boulet est soumis uniquement à son poids $\vec{P}$ et que dans cette région la valeur du champ

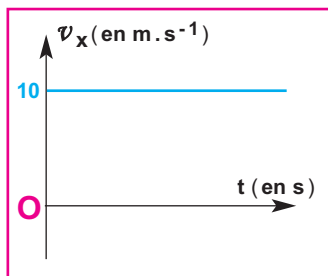
de pesanteur est $\|\vec{g}\| = 9,8 \text{ m.s}^{-2}$ (**Doc-7**).

L'entraîneur de l'un de ses concurrents souhaite étudier ce lancer. Pour cela, il dispose pour **G**, en plus de la valeur **21,69 m** de record, des deux documents **8** et **9** tracés à l'aide d'un dispositif approprié et correspondant à $v_x(t)$ et $v_y(t)$.

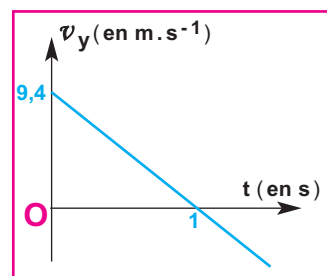
Le boulet a quitté la main de l'athlète à la position indiquée dans le document 7.



Doc.7



Doc.8



Doc.9

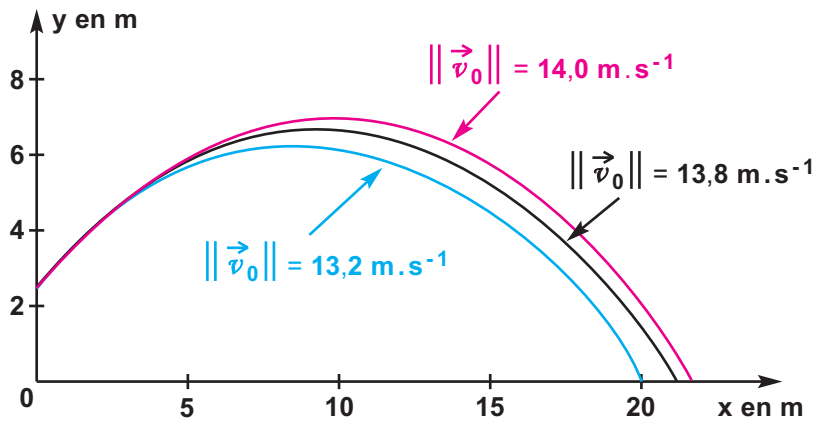
- 1- Déterminer les caractéristiques de la vitesse initiale $\vec{v}_0$.
- 2- Déterminer l'instant t_s où le boulet atteint le sommet **S** de la trajectoire.
- 3- Etude dynamique :
 - a- En appliquant le théorème du centre d'inertie au système {**boulet**} dans le repère d'espace $(O, \vec{i}, \vec{j})$ associé à un référentiel terrestre supposé galiléen, trouver les coordonnées du vecteur accélération $\vec{a}$ de **G**.
 - b- Etablir l'équation de la trajectoire de **G** en fonction des données littérales.
 - c- En déduire la valeur de y_A .
- 4- L'entraîneur veut ensuite savoir sur quel(s) paramètre(s) il peut travailler pour améliorer la performance de l'athlète. Celui-ci est plus petit que le recordman du monde, sa taille est telle que l'altitude initiale de ses lancers n'est au maximum que de $h' = 2,45 \text{ m}$.

L'entraîneur décide donc d'étudier l'influence de la valeur $\|\vec{v}_0\|$ de la vitesse initiale du lancer et de l'angle de tir α .

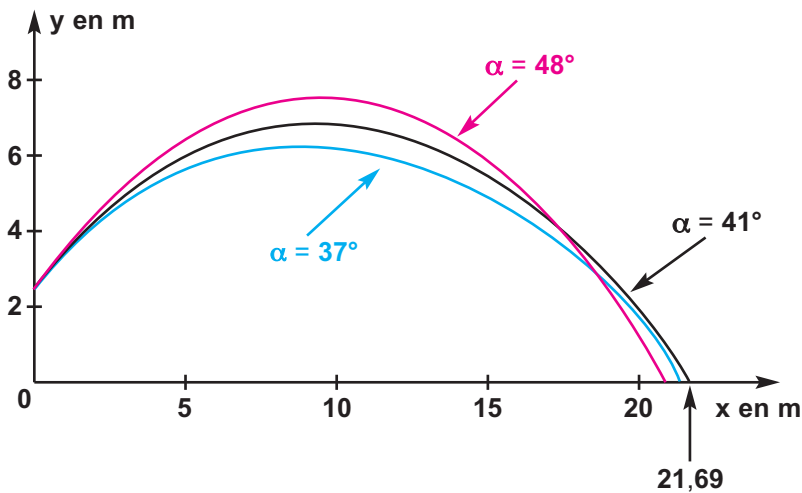
Il réalise des séries de simulations rassemblées dans les réseaux de courbes correspondants aux documents **10** et **11**.

Sur le document **11**, l'angle de tir est maintenu constant soit $\alpha = 41^\circ$.

Sur le document **11**, la vitesse est maintenue constante soit $\|\vec{v}_0\| = 13,8 \text{ m.s}^{-1}$.



Doc.10



Doc.11

-a- A partir des documents 10 et 11, choisir parmi les propositions suivantes celle(s) qui est (sont) correcte(s).

1) Pour un angle α fixé, quand $\|\vec{v}_0\|$ augmente, la distance horizontale D du jet :

- augmente
- diminue
- est la même
- augmente, passe par un maximum puis diminue
- diminue, passe par un minimum puis augmente

2) Pour une vitesse initiale de valeur $\|\vec{v}_0\|$ fixée, quand α augmente, la distance horizontale D du jet :

- augmente
- diminue
- est la même
- augmente, passe par un maximum puis diminue
- diminue, passe par un minimum puis augmente

-b- Confronter les documents 10 et 11 pour en déduire si, parmi les combinaisons proposées, il en existe une satisfaisante pour battre le record du monde. Justifier la réponse.

SOLUTION

1- Caractéristiques de $\vec{v}_0$:

D'après le document 8, $v_{0x} = 10 \text{ m.s}^{-1}$

D'après le document 9, $v_{0y} = 9,4 \text{ m.s}^{-1}$

D'après le document 7,

$$\|\vec{v}_0\| = \sqrt{v_{0x}^2 + v_{0y}^2}$$

et $\text{tg } \alpha = \frac{v_{0x}}{v_{0y}}$

Application numérique :

$$\|\vec{v}_0\| = \sqrt{(10)^2 + (9,4)^2}$$

$$\|\vec{v}_0\| = 13,7 \text{ m.s}^{-1}$$

$$\text{tg } \alpha = \frac{9,4}{10} \quad \text{donc}$$

$$\alpha = 43^\circ$$

2- Instant t_s :

En S, d'après le document 7 la vitesse est horizontale, donc

$v_{sy} = 0$; d'après le document 9, ceci a lieu à l'instant $t_s = 1 \text{ s.}$

3-a- Coordonnées de $\vec{a}$:

système : {boulet} .

Référentiel terrestre supposé galiléen.

Forces extérieures : poids $\vec{P} = m \vec{g}$.

Appliquons le théorème du centre d'inertie au système.

$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m \vec{a} \Leftrightarrow m \vec{g} = m \vec{a} \quad \text{d'où } \vec{a} = \vec{g}$$

donc

$$\vec{a} \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = - \|\vec{g}\| = - 9,8 \text{ m.s}^{-2} \end{cases}$$

-b- Equation de la trajectoire de G :

Conditions initiales : $t = 0$

$$\vec{v}_0 \begin{cases} v_{0x} = \|\vec{v}_0\| \cos \alpha \\ v_{0y} = \|\vec{v}_0\| \sin \alpha \end{cases} \quad \vec{OG}_0 \begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = y_A \end{cases}$$

d'après les conditions initiales

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} \Rightarrow \vec{v} \begin{cases} v_x = \text{cte}_1 \\ v_y = - \|\vec{g}\| t + \text{cte}_2 \end{cases}$$

$$\text{cte}_1 = \|\vec{v}_0\| \cos \alpha \quad \text{et} \quad \text{cte}_2 = \|\vec{v}_0\| \sin \alpha$$

$$\vec{v} \begin{cases} v_x = \|\vec{v}_0\| \cos \alpha \\ v_y = -\|\vec{g}\| t + \|\vec{v}_0\| \sin \alpha \end{cases}$$

$$\vec{v} = \frac{d\vec{OG}}{dt} \Rightarrow \vec{OG} \begin{cases} x = \|\vec{v}_0\| \cos \alpha t + \text{cte}_3 \\ y = -\frac{1}{2} \|\vec{g}\| t^2 + (\|\vec{v}_0\| \sin \alpha) t + \text{cte}_4 \end{cases}$$

d'après les conditions initiales :

$$\text{cte}_3 = 0 \quad \text{et} \quad \text{cte}_4 = y_A$$

$$\text{d'où : } \vec{OG} \begin{cases} x = (\|\vec{v}_0\| \cos \alpha) t \\ y = -\frac{1}{2} \|\vec{g}\| t^2 + (\|\vec{v}_0\| \sin \alpha) t + y_A \end{cases}$$

éliminons t entre x et y :

$$x = (\|\vec{v}_0\| \cos \alpha) t \Rightarrow t = \frac{x}{(\|\vec{v}_0\| \cos \alpha)}$$

remplaçons t dans y :

$$y = -\frac{1}{2} \|\vec{g}\| \left[\frac{x}{(\|\vec{v}_0\| \cos \alpha)} \right]^2 + \|\vec{v}_0\| \sin \alpha \left[\frac{x}{(\|\vec{v}_0\| \cos \alpha)} \right] + y_A$$

$$\text{d'où : } y = -\frac{\|\vec{g}\|}{2 v_0^2 \cos^2 \alpha} x^2 + (\text{tg } \alpha) x + y_A$$

-c- Valeur de y_A :

remplaçons x et y par leurs valeurs en B

$$0 = -\frac{\|\vec{g}\|}{2 v_0^2 \cos^2 \alpha} x_B^2 + (\text{tg } \alpha) x_B + y_A$$

$$\text{d'où : } y_A = \frac{\|\vec{g}\|}{2 v_0^2 \cos^2 \alpha} x_B^2 - (\text{tg } \alpha) x_B$$

Application numérique :

$$y_A = \frac{9,8}{2 (13,7)^2 \cos^2 (43^\circ)} (21,69)^2 - \text{tg} (43^\circ) \cdot (21,69)$$

$$y_A = 2,54 \text{ m}$$

2. Mouvement des satellites

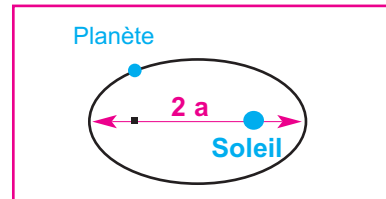
2.1 Mouvement des planètes autour du soleil

Au début du **XVII^e siècle**, l'astronome et physicien allemand **Johannes Kepler** formula trois lois qui décrivaient, pour la première fois, les mouvements des planètes autour du Soleil.

Les deux premières lois de Kepler furent publiées en **1609** et la troisième loi en **1618**. Peu après, **Isaac Newton** montra que ces lois pouvaient se déduire de la loi d'attraction universelle et à partir des lois de la mécanique classique.

PREMIÈRE LOI DE KÉPLER

Dans un référentiel héliocentrique, les planètes décrivent des ellipses dont l'un des foyers coïncide avec le centre du Soleil (**Doc 13**).

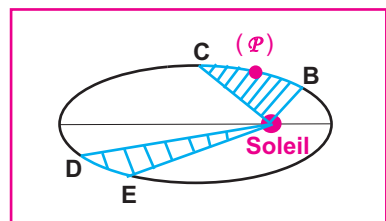


Doc.13 : la distance $2a$ correspond au grand axe.

DEUXIÈME LOI DE KÉPLER : LOI DES AIRES

Les aires balayées par le rayon qui joint le centre du Soleil au centre d'une planète, pendant des intervalles de temps égaux, sont égales (**Doc 14**).

- Pour deux planètes en mouvement sur deux orbites différentes, les aires balayées pendant un même intervalle de temps sont différentes.
- La planète tourne plus vite lorsqu'elle est plus proche du Soleil.



Doc.14 : une planète (Φ) décrit une ellipse dont l'un des foyers est le centre du Soleil. Les aires **SBC** et **SDE** balayées par le rayon qui joint le centre du soleil et la planète (Φ) pendant des intervalles de temps égaux, sont égales.

TROISIÈME LOI DE KÉPLER

Le tableau ci dessous donne la période **T** et le rayon **r** de l'orbite partiellement circulaire de quelques planètes du système solaire.

Planète	Vénus	Terre	Mars	Jupiter	Saturne
T	224,70 J	365,25 J	1,88 an	11,86 an	29,46 an
r (m)	$1,08 \cdot 10^{11}$	$1,5 \cdot 10^{11}$	$2,28 \cdot 10^{11}$	$7,78 \cdot 10^{11}$	$1,43 \cdot 10^{12}$
$\frac{T^2}{r^3}$ ($s^2 \cdot m^{-3}$)	$2,99 \cdot 10^{-19}$	$2,99 \cdot 10^{-19}$	$2,99 \cdot 10^{-19}$	$2,99 \cdot 10^{-19}$	$2,99 \cdot 10^{-19}$

On constate que le quotient $\frac{T^2}{r^3}$ est constant et indépendant de la planète en orbite.

Ce résultat est valable pour les orbites elliptiques en prenant pour **r** la longueur **a** du demi grand axe de l'ellipse.

Il constitue la troisième loi de Kepler.

2.2 . Mouvement des satellites autour des planètes

2. 2.1 . Les lois du mouvement

Les trois lois de Kepler s'appliquent également aux satellites d'une planète :

- la troisième loi s'écrit : $\frac{T^2}{r^3} = K_p$;

la valeur de K_p ne dépend que de la planète considérée et est indépendante des satellites en orbites

- pour tous les satellites de la planète Jupiter, K_p est égal à $3,11.10^{-19} \text{ s}^2.\text{m}^{-3}$
- pour tous les satellites de la Terre, K_p a une valeur proche de $9,9.10^{-14} \text{ s}^2.\text{m}^{-3}$ (voir le tableau ci dessous).

Satellite de la Terre	Spot 2	Météosat	Fen-Youn1	Lune
$T \text{ (s)}$	6120 s	$8,616.10^4$	$6,168.10^3$	$2,36.10^6$
$a \text{ (m)}$	7210.10^3	42178.10^3	7278.10^3	$3,84.10^8$
$\frac{T^2}{r^3}$ ($\text{s}^2.\text{m}^{-3}$)	$9,9.10^{-14}$	$9,86.10^{-14}$	$9,86.10^{-14}$	$9,8.10^{-14}$

2. 2.2 . Mouvement d'un satellite terrestre

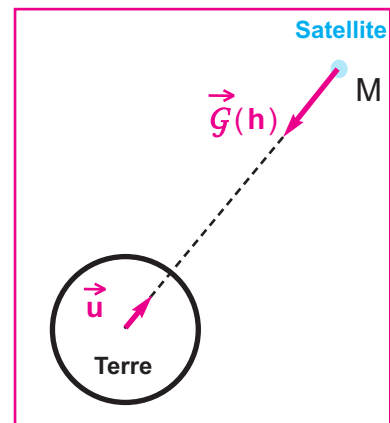
Etudions le mouvement d'un satellite, de masse m , porté à l'aide d'une fusée en un point M de l'espace d'altitude h , puis libéré avec une vitesse $\vec{v}_0$, par rapport au référentiel géocentrique.

En admettant que la Terre a une répartition de masse à symétrie sphérique, le vecteur champ gravitationnel au point M est donné par l'expression :

$$\vec{G}(h) = - G \frac{M_T}{(R_T + h)^2} \vec{u} \quad (\text{Doc 15}).$$

M_T : masse de la Terre

R_T : rayon de la Terre.



Doc.15

ACCÉLÉRATION DU SATELLITE

Système : les dimensions du système {satellite} sont très petites devant la distance le séparant de la Terre ; il peut être considéré comme un corps ponctuel.

Référentiel d'étude : référentiel géocentrique.

Forces appliquées : le système est soumis pratiquement à la seule force gravitationnelle

$$\vec{F}_{T/S} = - G \frac{m \cdot M_T}{(R_T + h)^2} \vec{u} \quad (\text{Doc 16}).$$

Les forces de gravitation exercées par le Soleil et par la Lune sont négligeables devant celle exercée par la Terre.
Les forces de frottement sont aussi négligeables car le satellite est en dehors de l'atmosphère.

Application de la deuxième loi de Newton :

$$\vec{F}_{T/S} = m \vec{G}(h) = m \vec{a}$$

$$\text{d'où } \vec{a} = \vec{G}(h) = - G \frac{M_T}{(R_T + h)^2} \vec{u}$$

Au niveau du sol ($h = 0$), le vecteur champ gravitationnel a pour expression:

$$\vec{G}(0) = - G \frac{M_T}{R_T^2} \vec{u}$$

Le produit $G M_T$ est égal à $\| \vec{G}(0) \| R_T^2$

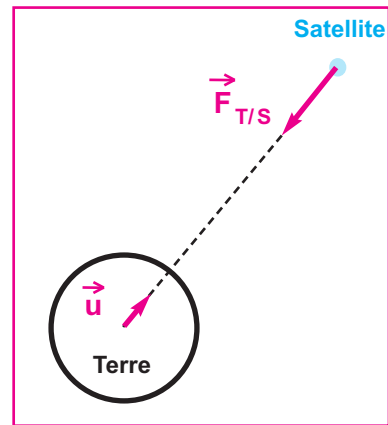
Ceci nous permet d'écrire :

$$\vec{a} = \vec{G}(h) = - \| \vec{G}(0) \| \frac{R_T^2}{(R_T + h)^2} \vec{u}$$

L'accélération du satellite est dirigée vers le centre de la Terre ; elle est dite centripète.

REMARQUES

- L'accélération étant centripète, la trajectoire du satellite est située dans un plan passant par le centre de la Terre.
- La trajectoire peut être elliptique ou circulaire selon les conditions initiales de libération du satellite.
- Dans la suite du cours, on se limitera à l'étude des trajectoires circulaires.



Doc.16

VITESSE DU SATELLITE

Dans le repère de Frenet $(\mathbf{M}; \vec{\tau}, \vec{\mathcal{N}})$, le vecteur accélération a pour expression :

$$\vec{a} = \frac{dv}{dt} \vec{\tau} + \frac{v^2}{(R_T + h)} \vec{\mathcal{N}}$$

$$\text{Or } \vec{a} = \vec{\mathcal{G}}(h) = - \left\| \vec{\mathcal{G}}(0) \right\| \frac{R_T^2}{(R_T + h)^2} \vec{u} = \left\| \vec{\mathcal{G}}(0) \right\| \frac{R_T^2}{(R_T + h)^2} \vec{\mathcal{N}}$$

$$\text{car } \vec{u} = - \vec{\mathcal{N}}$$

En identifiant les deux expressions précédentes de l'accélération, on peut écrire :

- $\frac{dv}{dt} = 0$, ce qui signifie que la valeur de la vitesse est constante

Le mouvement du satellite est circulaire uniforme

$$\bullet \quad \frac{v^2}{(R_T + h)} = \left\| \vec{\mathcal{G}}(0) \right\| \frac{R_T^2}{(R_T + h)^2}$$

$$\left\| \vec{v} \right\| = R_T \sqrt{\frac{\left\| \vec{\mathcal{G}}(0) \right\|}{(R_T + h)}} = \sqrt{\frac{G M_T}{(R_T + h)}}$$

PÉRIODE DU MOUVEMENT DU SATELLITE

La période du satellite est égale à la durée d'un tour ; comme l'orbite circulaire, de périmètre $2\pi(R_T + h)$, est parcourue avec une vitesse de valeur constante, on peut écrire :

$$T = \frac{2\pi(R_T + h)}{\left\| \vec{v} \right\|} = \frac{2\pi(R_T + h)}{R_T \sqrt{\frac{\left\| \vec{\mathcal{G}}(0) \right\|}{(R_T + h)}}}$$

$$T = \frac{2\pi (R_T + h) \sqrt{R_T + h}}{R_T \sqrt{\|\vec{G}(0)\|}}$$

$$T = \frac{2\pi \sqrt{(R_T + h)^3}}{R_T \sqrt{\|\vec{G}(0)\|}}$$

Elevons au carré les deux membres de la relation précédente :

$$T^2 = \frac{4\pi^2 (R_T + h)^3}{R_T^2 \|\vec{G}(0)\|} \Rightarrow \frac{T^2}{(R_T + h)^3} = \frac{4\pi^2}{R_T^2 \|\vec{G}(0)\|}$$

Le produit $R_T^2 \|\vec{G}(0)\|$ est égal à $G.M_T$; ceci nous permet d'écrire :

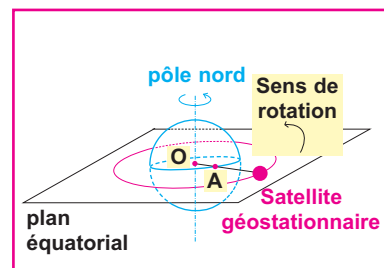
$$\frac{T^2}{(R_T + h)^3} = \frac{4\pi^2}{G.M_T}$$

Le quotient $\frac{T^2}{(R_T + h)^3}$ est constant et ne dépend que de la masse de la Terre, responsable de l'attraction gravitationnelle ; ce qui vérifie la 3^{ème} loi de Kepler.

2.3 . Satellite géostationnaire

Un satellite géostationnaire est un satellite qui apparaît immobile pour un observateur lié à la Terre. En réalité, il évolue à plus de **10.000 km.h⁻¹** en décrivant dans le même sens que celui de la rotation de la Terre, une orbite circulaire située à **35.786 km** d'altitude et contenue dans le plan de l'équateur. Sa période est de **1 jour sidéral** correspondant à la durée que met la Terre pour effectuer un tour sur elle même ; sa durée est de **86164 s** soit **23 h 56 min**.

Les satellites géostationnaires sont un relais idéal pour les télécommunications et forment un réseau de surveillance pour les prévisions météorologiques (**Doc 17**).



Doc.17

EXERCICE RÉSOLU N°2

ENONCÉ :

Le transit de Vénus

Quelques données astronomiques :

Soleil : Masse $M_s = 2 \cdot 10^{30} \text{ kg}$

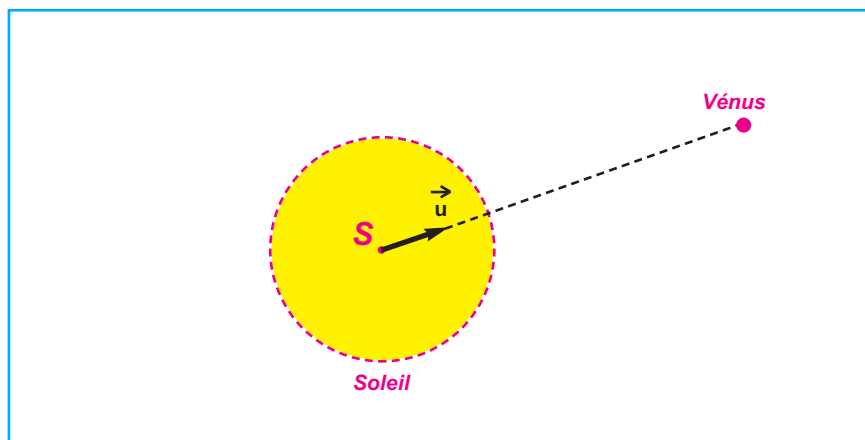
Vénus : Distance moyenne au Soleil $d_2 = 10^8 \text{ km}$

Constante de gravitation universelle $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ u.S.I}$

Le transit d'une planète correspond à son passage entre la Terre et le Soleil.

On assimilera la Terre et Vénus à des objets ponctuels, alors que le Soleil est à répartition de masse à symétrie sphérique. On supposera que la planète Vénus tourne autour du Soleil sur une trajectoire circulaire dont le centre est celui du Soleil.

- 1- Comment nomme t-on le référentiel d'étude du mouvement de Vénus ?
- 2- Recopier le schéma du document **18**; nommer, exprimer vectoriellement et y représenter la force exercée par le Soleil sur la planète Vénus. On négligera l'effet de toutes autres planètes sur Vénus.
- 3- Quelle phrase, figurant dans les énoncés, est une approximation d'une loi des lois de Kepler que l'on précisera.
- 4- Dans le référentiel d'étude choisi à la question **1**, montrer que le mouvement circulaire de Vénus est uniforme ; exprimer la valeur de sa vitesse et en calculer la valeur numérique.
- 5- Etablir la troisième loi de Kepler ; en déduire la valeur de la période **T** de révolution de Vénus autour du Soleil.



Doc-18

SOLUTION

1 - Référentiel d'étude du mouvement de Vénus

Référentiel héliocentrique

2 - Force de gravitation exercée par le Soleil sur Vénus

$$\vec{F}_{S/V} = -G \frac{M_S \cdot M_V}{(d_2)^2} \vec{u} \quad (\text{Doc-19})$$

M_V : masse de Vénus.

3 - Approximation d'une des lois de Kepler

"Vénus tourne autour du Soleil sur une trajectoire circulaire dont le centre correspond à celui du Soleil" est une approximation de la 1^{ère} loi de Képler qui stipule que la trajectoire est elliptique.

4 - Mouvement circulaire uniforme de Vénus

Système : {**Vénus**}

Référentiel héliocentrique

Forces extérieures : $\vec{F}_{S/V}$

Appliquons la 2^{ème} loi de Newton

$$\vec{F}_{S/V} = M_V \cdot \vec{a}$$

Dans le repère de Frenet : (Doc-20)

$$\vec{a} = \frac{dv}{dt} \vec{T} + \frac{v^2}{d_2} \vec{N}$$

Comme $\vec{F}_{S/V}$ est centripète, $\vec{a}$ est centripète;

alors $\frac{dv}{dt} = 0$ et $v = \text{constante}$.

Le mouvement est circulaire uniforme.

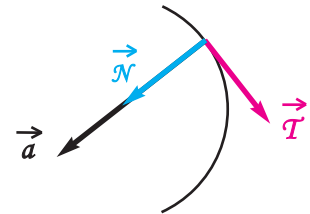
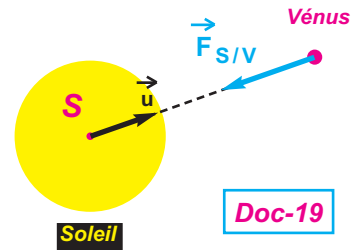
$$\frac{v^2}{d_2} = G \frac{M_S}{(d_2)^2} \Rightarrow v^2 = G \frac{M_S}{d_2}$$

$$\|\vec{v}\| = \sqrt{G \frac{M_S}{d_2}}$$

Application numérique :

$$\|\vec{v}\| = \sqrt{\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 2 \cdot 10^{30}}{10^{11}}}$$

$$\|\vec{v}\| = 3,65 \cdot 10^4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$



5 - La période T de révolution de Vénus autour du Soleil

$$T = \frac{\text{périmètre de l'orbite de Vénus}}{\|\vec{v}\|}$$

$$T = \frac{2 \pi d_2}{\|\vec{v}\|} = \frac{2 \pi d_2}{\sqrt{G \frac{M_S}{d_2}}}$$

$$\text{d'où : } \frac{T^2}{(d_2)^3} = \frac{4 \pi^2}{G \cdot M_S} \quad \text{3ème loi de Képler}$$

$$T = \sqrt{\frac{4 \pi^2 (d_2)^3}{G \cdot M_S}}$$

$$\text{Application numérique : } T = \sqrt{\frac{4 \pi^2 (10^{11})^3}{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 2 \cdot 10^{30}}}$$

$$T = 1,72 \cdot 10^7 \text{ s}$$

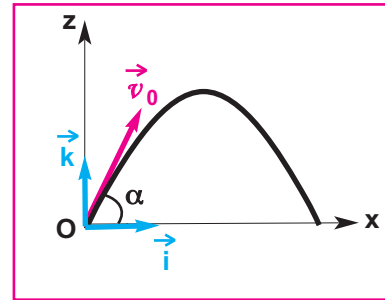
L'ESSENTIEL DU COURS

PROJECTILE

En chute libre avec vitesse initiale $\vec{v}_0$, faisant un angle α avec l'horizontale, le centre d'inertie **G** décrit une trajectoire parabolique située dans le plan vertical contenant le vecteur $\vec{v}_0$.

Les conditions initiales (à $t = 0$) :

$$\vec{v}_0 \begin{cases} v_{0x} = \|\vec{v}_0\| \cos\alpha \\ v_{0y} = 0 \\ v_{0z} = \|\vec{v}_0\| \sin\alpha \end{cases} \quad \vec{OG}_0 \begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \\ z_0 = 0 \end{cases}$$



Vecteur accélération :

$$\vec{a} \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = 0 \\ a_z = -\|\vec{g}\| \end{cases}$$

Vecteur vitesse :

$$\vec{v} \begin{cases} v_x = \|\vec{v}_0\| \cos\alpha \\ v_y = 0 \\ v_z = -\|\vec{g}\| t + \|\vec{v}_0\| \sin\alpha \end{cases}$$

Vecteur espace :

$$\vec{OG} \begin{cases} x = (\|\vec{v}_0\| \cos\alpha) t \\ y = 0 \\ z = -\frac{1}{2} \|\vec{g}\| t^2 + (\|\vec{v}_0\| \sin\alpha) t \end{cases}$$

Equation cartésienne de la trajectoire :

$$z = -\frac{\|\vec{g}\|}{2 v_0^2 \cos^2\alpha} x^2 + (\tan\alpha) x$$

SATELLITES

Les satellites naturels et artificiels tournent autour des planètes
 Les planètes, les comètes et les astéroïdes tournent autour du Soleil
 Tous ces corps célestes évoluent selon les mêmes lois et sont soumis à la gravitation.

Les trois lois de Kepler :

1^{ère} loi : dans un référentiel héliocentrique, les planètes décrivent des ellipses dont l'un des foyers coïncide avec le centre du Soleil.

2^{ème} loi : les aires balayées par le rayon qui joint le centre du Soleil au centre d'une planète, pendant des intervalles de temps égaux, sont égales.

3^{ème} loi : le carré de la période de révolution d'une planète est proportionnel au cube de la demi-longueur du grand axe de son orbite.

$$\frac{T^2}{a^3} = k$$

Pour une trajectoire circulaire, **a** correspond au rayon du cercle.

Satellite terrestre

La trajectoire du centre d'inertie du satellite est située dans un plan passant par le centre de la Terre. Elle peut être elliptique ou circulaire selon les conditions initiales de satellisation.

Lorsque la trajectoire est circulaire :

- le mouvement du centre d'inertie du satellite est uniforme
- la valeur de sa vitesse est donnée par l'expression :

$$\|\vec{v}\| = R_T \sqrt{\frac{\|\vec{G}(0)\|}{(R_T + h)}}$$

- la valeur de la période **T** du mouvement est telle que :

$$\frac{T^2}{(R_T + h)^3} = \frac{4\pi^2}{G.M_T}$$

Un satellite géostationnaire décrit, dans le même sens que celui de la rotation de la Terre sur elle-même, une orbite circulaire située à **35786 km** d'altitude et contenue dans le plan de l'équateur.

Sa période est de **1 jour sidéral** soit **23h56mn**.

Le satellite apparaît immobile pour un observateur lié à la Terre.

TRAVAUX PRATIQUES

BUT

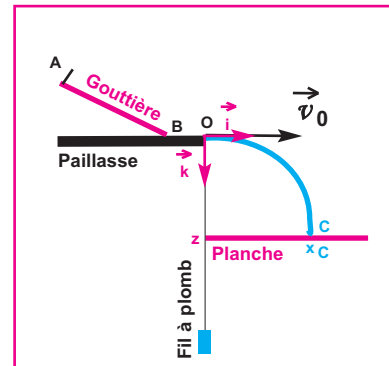
- Tracer point par point la trajectoire d'un projectile
- Déterminer la valeur du vecteur vitesse initiale du projectile

MATÉRIEL

- Une gouttière
- Une planche
- Support à crémaillère (à défaut ; utiliser des pieds munis de noix de serrage)
- Papier millimétré, un papier carbone
- Bille en acier
- Fil à plomb
- Mètre

PROTOCOLE EXPÉRIMENTAL

- Placer la gouttière **AB** inclinée de quelques degrés par rapport à la pailleasse comme l'indique la figure (**Doc.12**).
- La planche est disposée horizontalement sur un support à crémaillère.
Le fil à plomb permettra de disposer le bord de la planche et celui de la pailleasse dans le même plan vertical.
- Coller sur la planche un papier blanc que l'on recouvre avec du papier carbone.
- Libérée sans vitesse initiale du point **A**, la bille effectue le chemin **ABO**. Arrivée en **O**, origine du repère (**O**, $\vec{i}$, $\vec{k}$), la bille aborde un mouvement de chute libre avec une vitesse initiale $\vec{v}_0$ horizontale.
- On fait varier l'ordonnée **z** du plan de la planche en agissant sur le support à crémaillère et on mesure à chaque fois l'abscisse **x_C** du point d'impact **C** grâce à la trace laissée par la bille sur le papier blanc.
- Remplir le tableau de mesures suivant :



Doc.12

z (m)	0,1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0,9	0.8
x (m)								
x ² (m ²)								

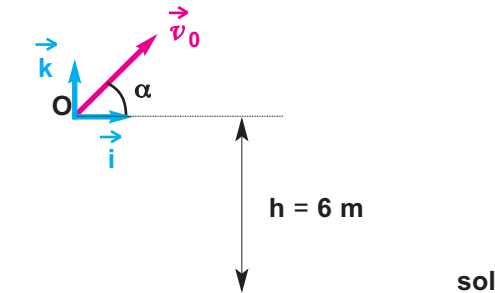
EXPLOITATION DES RÉSULTATS DE MESURES

- 1- Tracer la trajectoire du centre d'inertie de la bille en reportant $z = f(x)$
- 2- Tracer la courbe $z = f(x^2)$
- 3- Etablir l'équation théorique $z = f(x^2)$ et en déduire la valeur de $\|\vec{v}_0\|$.

Je vérifie mes connaissances

Chaque question peut avoir une ou plusieurs réponses correctes

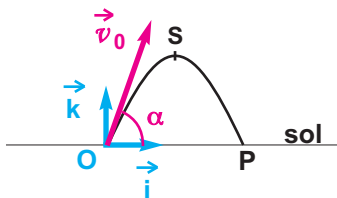
- 1-** Une bille est lancée à partir d'un point **O** situé à **6 m** au dessus du sol, avec une vitesse $\vec{v}_0$ pointée vers le haut et faisant un angle $\alpha = 30^\circ$ avec l'horizontale.



L'angle que fait l'horizontale avec le vecteur vitesse $\vec{v}$ de la bille au cours de son mouvement de chute libre est :

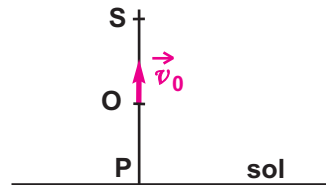
- a - toujours inférieur à 30°
- b - toujours supérieur à 30°
- c - prend une valeur supérieure à 30° en certains points de la trajectoire.

- 2-** Un projectile est lancé en **O** depuis le sol horizontal avec une vitesse $\vec{v}_0$, faisant un angle $\alpha = 45^\circ$ avec l'horizontale. Il retombe en **P**. On appelle **S** le sommet de la trajectoire. Pour des vitesses de valeurs identiques, lorsque l'angle α augmente :
- a - la durée du mouvement du projectile augmente
 - b - la flèche z_S augmente
 - c - la portée x_S augmente.



- 3-** Au sommet de la trajectoire d'un mouvement de chute libre, la vitesse est :
- a - nulle
 - b - verticale
 - c - horizontale
 - d - de valeur minimale.

- 4 -** une bille est lancée verticalement vers le haut à partir d'un point **O** situé au dessus du sol. La valeur de sa vitesse s'annule en un point **S** où elle rebrousse chemin et retombe en **P**. On appelle $\vec{v}$ le vecteur vitesse instantanée de la bille. Le vecteur accélération de la bille :
- a - est colinéaire à $\vec{v}$ et de sens opposé à $\vec{v}$ lors du mouvement de **O** vers **S**
 - b - est colinéaire à $\vec{v}$ et de même sens que $\vec{v}$ lors du mouvement de **S** vers **P**
 - c - est toujours perpendiculaire à $\vec{v}$.



- 5 -** L'orbite de Mercure dans le référentiel héliocentrique est elliptique. Le centre **S** du soleil est situé :
- a - au centre de l'ellipse
 - b - à l'un des foyers de l'ellipse
 - c - entre le centre et l'un des foyers.

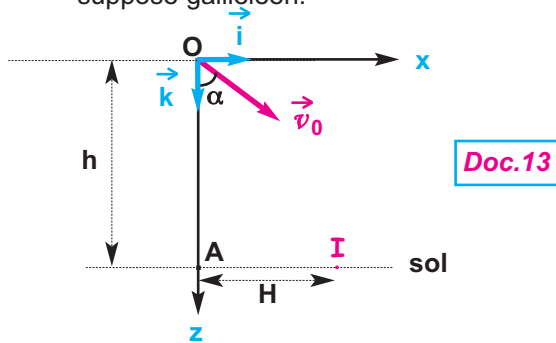
- 6 -** Un satellite terrestre décrit une orbite circulaire de rayon **r** dans le référentiel géocentrique. Si le rayon passe à la valeur **4r**, la valeur de sa vitesse :
- a - est multipliée par **2**
 - b - est divisée par **4**
 - c - est divisée par **16**.

- 7 -** La période de révolution de la Terre autour du soleil est :
- a - la durée d'un jour
 - b - la durée de parcours de l'orbite
 - c - la durée d'une année.

- 8 -** La période orbitale d'un satellite terrestre sur une trajectoire circulaire de rayon **r** est **T**. La période d'un deuxième satellite terrestre en orbite circulaire de rayon **r' = 2r** est :
- a - **T' = 4 T**
 - b - **T' = 2**
 - c - **T' = 2√2 T**.

Je sais appliquer mes connaissances; je sais raisonner

Ex-1- A $t = 0$, un corps ponctuel, est lancée d'un point O origine du repère d'espace ($O; \vec{i}, \vec{k}$), situé à la distance h du sol, avec une vitesse $\vec{v}_0$, faisant un angle α avec la verticale et orientée vers le bas. A $t_I = 0$, le corps touche le sol en un point I situé à une distance H de A (**Doc-13**). La résistance de l'air est négligeable. Le référentiel d'étude est terrestre supposé galiléen.



Données :

Intensité du champ de pesanteur :

$$\|\vec{g}\| = 9,8 \text{ m.s}^{-2} \quad \|\vec{v}_0\| = 10 \text{ m.s}^{-1}$$

$\alpha = 8^\circ$ et $h = 1,40 \text{ m}$.

- 1 - Déterminer les équations horaires du mouvement ; en déduire l'équation de la trajectoire.
- 2 - Déterminer :
 - la valeur de H
 - la valeur de t_I
 - la valeur de la vitesse au point I .

Ex-2- Deux corps (**A**) et (**B**) supposés ponctuels, sont lâchés du même point O d'un balcon, origine d'un repère d'espace ($O; \vec{i}, \vec{k}$), et situé à une altitude h par rapport au sol. (**A**) est lâché sans vitesse initiale, et, au même instant, (**B**) est lancé avec une vitesse initiale horizontale $\vec{v}_0$ parallèle à $\vec{i}$.

*"On pense que (**B**) touchera le sol plus tard que (**A**)".*

On considérera que le référentiel terrestre est galiléen et que tous les frottements sont supposés nuls (**doc-14**).

- 1 - On considère que le mouvement a lieu dans le plan vertical xOz .

Etablir sous forme littérale les équations horaires $x(t)$ et $z(t)$ du mouvement du corps (**B**).

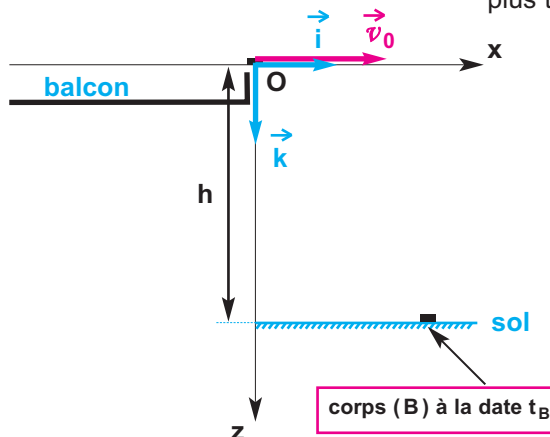
- 2 - En déduire l'expression littérale de la durée de chute t_B ; Calculer sa valeur.

Données :

$$\|\vec{g}\| = 10 \text{ m.s}^{-2}$$

$h = 5 \text{ m}$.

- 3 - À l'aide de ce résultat, montrer que l'on a tort, et préciser si (**B**) arrive au sol plus tôt ou en même temps que (**A**).



Ex-3- Akrem décide d'utiliser ses connaissances en mécanique pour étudier le mouvement de la flèche tirée par son pistolet. Il considère la flèche comme un objet ponctuel.

I - Étude du mouvement de la flèche

A $t = 0$, la flèche est tirée du point M_1 situé à la hauteur h_1 du sol, avec une vitesse initiale $\vec{v}_0$ faisant l'angle α avec l'horizontale (**Doc-15-a**).

- 1 - Dans le repère d'espace $(O; \vec{i}, \vec{k})$, O étant le point du sol se trouvant à la verticale de M_1 , établir sous forme littérale les équations horaires $x(t)$ et $z(t)$ du mouvement de la flèche après son lancement.

En déduire l'équation de la trajectoire et sa nature. L'instant initial est celui où la flèche se trouve au point M_1 .

- 2 - La cible est un disque de centre C . Le point C , sera-il atteint ? justifier la réponse.

Données :

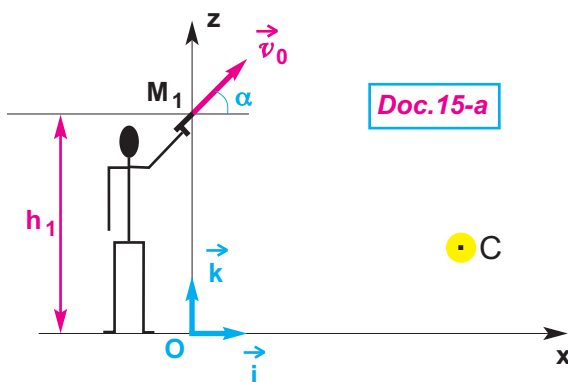
$$\|\vec{g}\| = 9,8 \text{ m.s}^{-2}$$

$$h_1 = 10 \text{ m}$$

$$x_C = 10 \text{ m} ; z_C = 1,2 \text{ m}$$

$$\|\vec{v}_0\| = 10 \text{ m.s}^{-1}$$

$$\alpha = 45^\circ$$



Doc.15-a

II - Détermination de la valeur de la vitesse initiale $\vec{v}_0$

A cet effet Akrem effectue deux essais.

1 - Tir vertical

Le canon du pistolet est vertical ; son extrémité est située au point M_2 tel que $h_2 = 1,7 \text{ m}$ (**doc-15-b**).

Il tire vers le haut et constate que la flèche touche le sol $2,2 \text{ s}$ après son départ de M_2 .

Calculer la valeur de $\|\vec{v}_0\|$ en utilisant les équations établies dans la première partie.

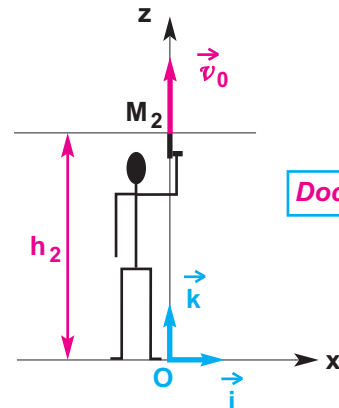
2 - Tir horizontal

Pour tirer horizontalement, Akrem abaisse le pistolet. Le canon de celui-ci est maintenant horizontal ; son extrémité est située au point M_3 tel que

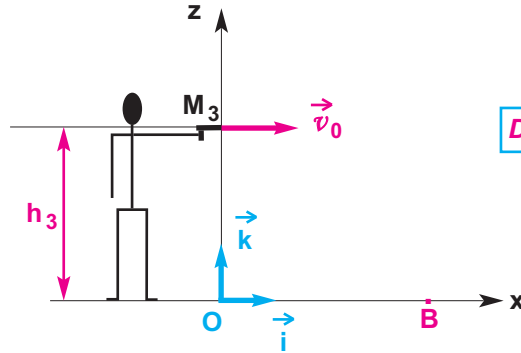
$$h_3 = 1,2 \text{ m} \text{ (doc-15-c)}.$$

Il tire et constate que la flèche touche le sol en un point B qui se trouve sur la même horizontale que O , à une distance égale à $4,9 \text{ m}$.

Calculer la valeur de $\|\vec{v}_0\|$ en utilisant les équations établies dans la première partie.



Doc.15-b



Doc.15-c

Ex-4- Dans cet exercice, on ne tient pas compte de l'action de l'air sur la balle de tennis de masse m . Vitesse et position de la balle désignent la vitesse et la position de son centre d'inertie.

- 1 - Un joueur de tennis effectue un service (**doc-16**). Il lance d'abord la balle avec une vitesse $\vec{v}_1$ verticale et dirigée vers le haut, depuis le point P tel que $OP = h$. La balle atteint, sans vitesse, le point P' situé sur la même verticale et telle que $OP' = h'$. Lorsque la balle est en P' , le joueur la frappe avec sa raquette ; elle quitte alors ce point avec une vitesse $\vec{v}_0$ horizontale dans le plan de la figure.

La balle passe par le point M , au-dessus du filet vertical (f) distant du joueur de d .

La hauteur du filet est ℓ .

- a - Déterminer la valeur de $\|\vec{v}_1\|$.
- b - Etablir, dans le repère d'espace $(O; \vec{i}, \vec{k})$, l'équation de la trajectoire de la balle après l'impulsion communiquée par la raquette.
 - Déterminer la valeur de $\|\vec{v}_0\|$.
 - Déterminer la valeur de l'angle β que fait la vitesse $\vec{v}_M$ avec l'horizontale.
 - Quelle est la valeur minimale de $\|\vec{v}_0\|$ pour que la balle touche le filet ?

Données :

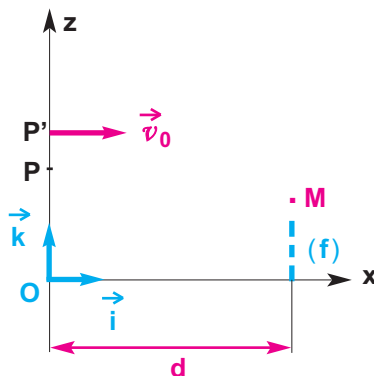
$$h = 2,2 \text{ m}$$

$$h' = 1,2 \text{ m}$$

$$d = 12,5 \text{ m}$$

$$\ell = 0,9 \text{ m}$$

$$z_M = 1,5 \text{ m.}$$



Doc.16

Ex-5- Un gravillon assimilé à son centre d'inertie **G** est projeté vers l'arrière par le pneu d'un camion. Il quitte le pneu à l'instant

$t = 0$, avec une vitesse $\vec{v}_0$ de valeur

$\|\vec{v}_0\| = 12 \text{ m.s}^{-1}$ et faisant un angle $\alpha = 37^\circ$ avec l'horizontale. La vitesse est définie dans le référentiel terrestre lié à la route et supposé galiléen (**doc-17**)

- 1 - Établir les équations horaires $\mathbf{x}(t)$ et $\mathbf{z}(t)$ du mouvement du gravillon dans le repère $(O; \vec{i}, \vec{k})$.

À la date $t = 0$, le gravillon se trouve au point **O**.

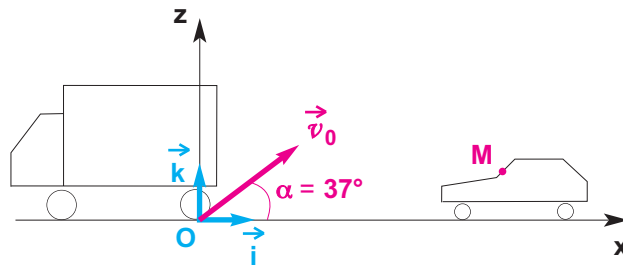
- 2 - Donner l'allure de la trajectoire.

- 3 - Une voiture suit le camion à la vitesse constante de 90 km.h^{-1} . Le gravillon heurte le pare-brise de la voiture au point **M** à l'instant t_M . À la date $t = 0$, le point **M** de la voiture est à une distance $d = 44 \text{ m}$ du point **O**.

- a - Établir l'équation horaire $\mathbf{x}_M(t)$ du mouvement du point **M** dans le repère $(O; \vec{i}, \vec{k})$

- b - Calculer la valeur de t_M . En déduire la hauteur **h** du point d'impact **M** par rapport au sol.

$$\|\vec{g}\| = 9,8 \text{ m.s}^{-2}$$



Ex-6- Un satellite artificiel, de masse $m = 2,5 \text{ tonnes}$ gravite autour de la Terre sur une orbite circulaire à une altitude constante $h = 270 \text{ km}$.

La Terre est considérée comme ayant une répartition de masse à symétrie sphérique.

Données :

Masse de la Terre : $M_T = 6.10^{24} \text{ kg}$

Rayon de la Terre : $R_T = 6,4 .10^3 \text{ km}$.

Constante de gravitation : $G = 6,67.10^{-11} \text{ S.I}$

- 1 - Préciser le référentiel d'étude approprié.
- 2 - Montrer que le mouvement du satellite se fait avec une vitesse constante ; calculer sa valeur.
- 3 - Calculer sa période de révolution.

Ex-7- La sonde " orbiteur planétaire " de masse **m**, chargée de prendre des photos de la surface de Mercure, est placée sur une trajectoire circulaire autour de Mercure de rayon $r = 3,5.10^3 \text{ km}$ (**Doc-18**).

Données :

Constante de gravitation universelle :

$G = 6,67.10^{-11} \text{ S.I}$.

Masse de Mercure : $M = 3,3.10^{23} \text{ kg}$.

La planète Mercure est à répartition de masse à symétrie sphérique.

La sonde est assimilée à son centre d'inertie et n'est soumise qu'à l'attraction de Mercure.

- 1 - Quand dit-on qu'un référentiel est galiléen ? Préciser le référentiel d'étude approprié.

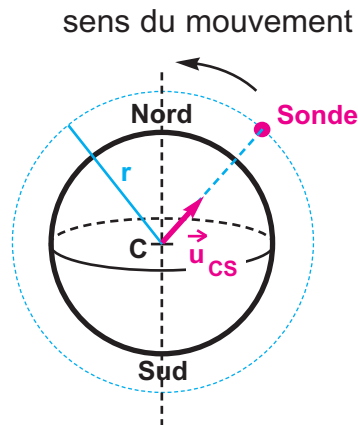
- 2 - La force gravitationnelle exercée par Mercure sur la sonde a pour expression vectorielle.

$$\vec{F} = - \frac{G.M.m}{r^2} \vec{u}_{cs}$$

- a - Rappeler la signification de chacune des lettres.

- b - L'orbiteur exerce-t-il une force sur la planète Mercure ? Si oui, sa valeur est-elle plus petite, égale ou plus grande que celle de la force exercée par Mercure sur l'orbiteur ? Justifier.

- c** - En appliquant, dans le référentiel d'étude, le théorème du centre d'inertie à la sonde choisie comme système, donner l'expression vectorielle de l'accélération de son centre d'inertie. Calculer sa valeur.
- 3 - a** - Montrer que le mouvement de la sonde est nécessairement uniforme.
- b** - Établir l'expression littérale de sa vitesse; la calculer.
- c** - Établir la troisième loi de Képler. Calculer la valeur de la période de révolution de la sonde autour de Mercure.



Doc.18

Ex-8- Le **21 juillet 1969** à **3 h 56 min** (heure française), Armstrong est le premier homme à poser le pied sur la Lune : c'est la mission **Apollo XI**. Parti de la Terre le **16 juillet** avec trois astronautes à bord, **Apollo XI** se satellise autour de la Lune le **19 juillet** sur une orbite circulaire à **100 km** d'altitude.

Apollo XI comprend trois parties (voir **document 19**) : un module de service (masse **24 tonnes**), un module de commande (**6 tonnes**) et le module lunaire ou LEM (**15 tonnes**).

Le **20 juillet**, Armstrong et Aldrin quittent Collins (qui reste en orbite dans le module de commande) et se glissent dans le module lunaire

Le **LEM** se sépare du module de commande et commence à descendre vers la Lune : juste avant le contact, à **20 m** du sol, sa vitesse n'est plus que de **1,5 km.h⁻¹** par rapport au sol lunaire ; il se pose à **21 h 17 min**.

Armstrong sortira après quelques heures de travail préparatoire et de vérifications. On se propose d'étudier l'orbite lunaire d'**Apollo XI** et la descente du **LEM**. On ne s'intéresse qu'au mouvement des centres d'inertie du vaisseau et du **LEM**.

Données :

Absence d'atmosphère sur la Lune.
 Masse de la Lune : $M_L = 7,35 \cdot 10^{22} \text{ kg}$.
 Elle est supposée à répartition de masse à symétrie sphérique.
 Rayon lunaire : $R_L = 1,74 \cdot 10^3 \text{ km}$.
 Constante de gravitation universelle :
 $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ S.I.}$.
 Intensité du champ de pesanteur à la surface de la Lune :

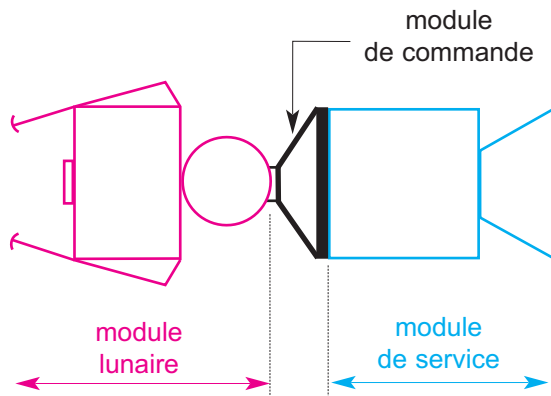
$$\|\vec{g}_L\| = 1,62 \text{ m.s}^{-2}$$

On négligera l'influence de la Terre et du Soleil sur les objets étudiés au voisinage de la Lune.

L'étude sera faite par rapport à un référentiel défini par le centre de la Lune et trois étoiles " fixes ". Ce référentiel sera considéré comme galiléen.

- 1 - a** - Écrire l'expression de la valeur de la force subie par le vaisseau de masse **m** au voisinage de la Lune à l'altitude **h** ; préciser les unités des grandeurs utilisées (sauf celle de **G**).
- b** - Sur un schéma clair où apparaîtra la Lune, représenter la force subie par le vaisseau en orbite ainsi que la direction du vecteur vitesse de ce vaisseau.

- 2 - a - Établir l'expression du vecteur accélération du vaisseau en fonction des données.
 b - La valeur de l'accélération dépend-elle de la masse de l'objet en orbite ?
 c - Représenter le vecteur accélération sur le schéma précédent.
- 3 - On rappelle que l'orbite d'**Apollo XI** est circulaire.
 a - Démontrer que le mouvement de son centre d'inertie **C** est uniforme.
 b - Établir l'expression de la vitesse de **C** ; dépend-elle de la masse **m** ?
- c - En déduire l'expression de la période de révolution **T** d'**Apollo XI** sur son orbite lunaire.
- d - Calculer numériquement la vitesse de **C** et la période **T** ; on rappelle que **h = 100 km**.
- 4 - Quel est le mouvement du **LEM** par rapport à **Apollo XI**, entre l'instant où on enlève ses attaches avec le reste du vaisseau et l'instant où on allume les moteurs pour amorcer la descente ?



Doc.19

Ex-9- Galilée commença à observer la planète **Jupiter** en janvier **1610** avec une lunette de sa fabrication.

Il découvrit qu'autour de Jupiter tournaient " quatre lunes ", auxquelles il donna le nom d'astres médicéens ; ce sont quatre satellites de Jupiter : **Io**, **Europe**, **Ganymède** et **Callisto**.

Données :

Constante de gravitation universelle :

G = 6,67.10⁻¹¹ S.I .

Masse de **Jupiter** : **M_J = 1,9.10²⁷ kg.**

Rayon de **Jupiter** : **R_J = 7,15.10⁴ km.**

Période de rotation de **Jupiter** sur elle-même (ou rotation propre) :

T_J = 9 h 55 min .

Masse du satellite **Europe** (noté **E**) : **M_E**

Rayon de l'orbite du satellite **Europe** :

r_E = 6,7.10⁵ km ;

Période de révolution du satellite **Europe** autour de **Jupiter** : **T_E = 3 j 13 h 14 min .**

Tous les corps seront supposés à répartition de masse à symétrie sphérique. On supposera que chaque satellite n'est soumis qu'à l'influence de **Jupiter**.

- 1 - a - Représenter sur un schéma la force de gravitation $\vec{F}_{J \rightarrow E}$ exercée par Jupiter sur **Europe**, et celle $\vec{F}_{E \rightarrow J}$ exercée par **Europe** sur **Jupiter**.

- b - Donner l'expression vectorielle de $\vec{F}_{J \rightarrow E}$, les centres des deux astres étant séparés d'une distance **d**.

- 2 - a - Le mouvement du satellite **Europe** (noté **E**) est étudié dans le référentiel " jupitocentrique ".
 - Par analogie avec le référentiel géocentrique, donner les caractéristiques du référentiel " jupitocentrique ".
 - Montrer que le mouvement du satellite **Europe** en orbite circulaire est uniforme dans le référentiel " jupitocentrique ".

- b - Comparer les vecteurs vitesse $\vec{v}_1$ et $\vec{v}_2$

et accélération $\vec{a}_1$ et $\vec{a}_2$ du satellite aux points **E₁** et **E₂** .

Reproduire le document **20** et y tracer ces vecteurs (avec les mêmes échelles en **E₁** et **E₂**).

3 -

- a - Établir que la valeur de la vitesse d'un satellite de **Jupiter** est telle que :

$$v^2 = \frac{G \cdot M_J}{r} \text{ où } r \text{ désigne le rayon}$$

de l'orbite du satellite.

- b - En déduire l'expression de la période **T** de révolution du satellite en fonction de **G**, **M_J** et **r**.

c -

- α - Montrer que le rapport $\frac{T^2}{r^3}$

est constant pour les différents satellites de **Jupiter** ; à quelle loi de **Képler** correspond-il ?.

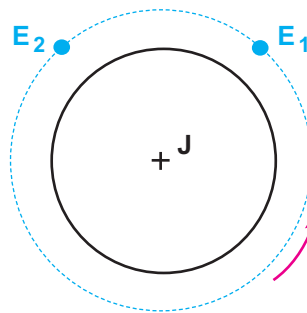
- β - La période de révolution de **Io** autour de **Jupiter** est **T_{Io} = 1 j 18 h 18 min**.

Thébé, un autre satellite de Jupiter, possède une orbite de rayon moitié de celui de l'orbite de **Io**.

Déterminer la période de révolution **T_{Th}** de **Thébé** autour de **Jupiter**.

- d - Par analogie avec la définition d'un satellite géostationnaire, un satellite " jupitostationnaire " est un satellite fixe par rapport à **Jupiter**.

Europe est-il " jupitostationnaire " ? Justifier, sans calculs, uniquement à l'aide des données fournies .



Doc.20

Sens de rotation
du satellite sur
son orbite

Ex-10- Extraits de l'ouvrage de Newton
" Les Principes mathématiques de la philosophie naturelle "

Proposition I

Les forces par lesquelles les satellites de Jupiter sont retirés perpétuellement du mouvement rectiligne (...) sont dirigées vers le centre de Jupiter et sont inversement proportionnelles aux carrés de leur distance à ce centre.

Proposition V

Les satellites de Jupiter gravitent vers Jupiter, ceux de Saturne vers Saturne, et les planètes principales vers le Soleil, et c'est par la force de leur gravité que ces corps (...) sont retirés à tout moment de la ligne droite et qu'ils sont retenus dans des orbites curvilignes.

Proposition VI

Tous les corps gravitent vers chaque planète et, sur la même planète, (...)

leurs forces de gravité, à égale distance du centre, sont proportionnelles à la masse que chacun d'eux contient.

On considère que tous les satellites et les planètes sont des corps dont la répartition de la masse est à symétrie sphérique.

Les mouvements sont étudiés dans le référentiel " jupitérocentrique " (d'origine le centre de Jupiter et d'axes dirigés vers trois étoiles fixes).

On note **M** la masse de Jupiter et **G** la constante de gravitation universelle.

- A - 1 -** Donner l'expression vectorielle de la force d'interaction gravitationnelle exercée par Jupiter sur un de ses satellites de masse **m** et situé à la distance **r** du centre **O** de Jupiter. Faire un schéma explicatif.

- 2 -** Donner, dans les propositions ci-dessus, les citations en accord avec cette expression vectorielle.

- 3** - Pourquoi est-il important de préciser que la répartition de la masse des corps est à symétrie sphérique ?

B - On considère que Ganymède, un satellite de Jupiter, satellite de masse m , est soumis à la seule force de gravitation due à Jupiter et que son mouvement est circulaire de centre **O** (centre de Jupiter) et de rayon r .

1 - Montrer que le mouvement du satellite est uniforme.

2 - Établir l'expression de la vitesse $\|\vec{v}\|$ de Ganymède en fonction de G , M et r ; en déduire l'expression de la période T de révolution.

3 - Parmi les plus gros satellites de Jupiter, Europe gravite à raison de **14 kms⁻¹** alors que Ganymède met **1 minute** pour parcourir **660 km**.
Quel est le satellite le plus éloigné de Jupiter ? Justifier.

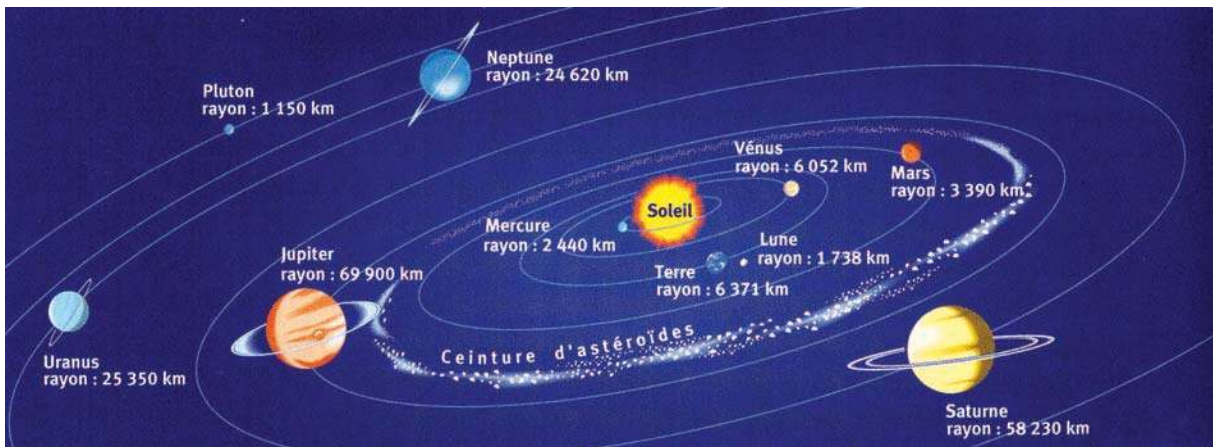


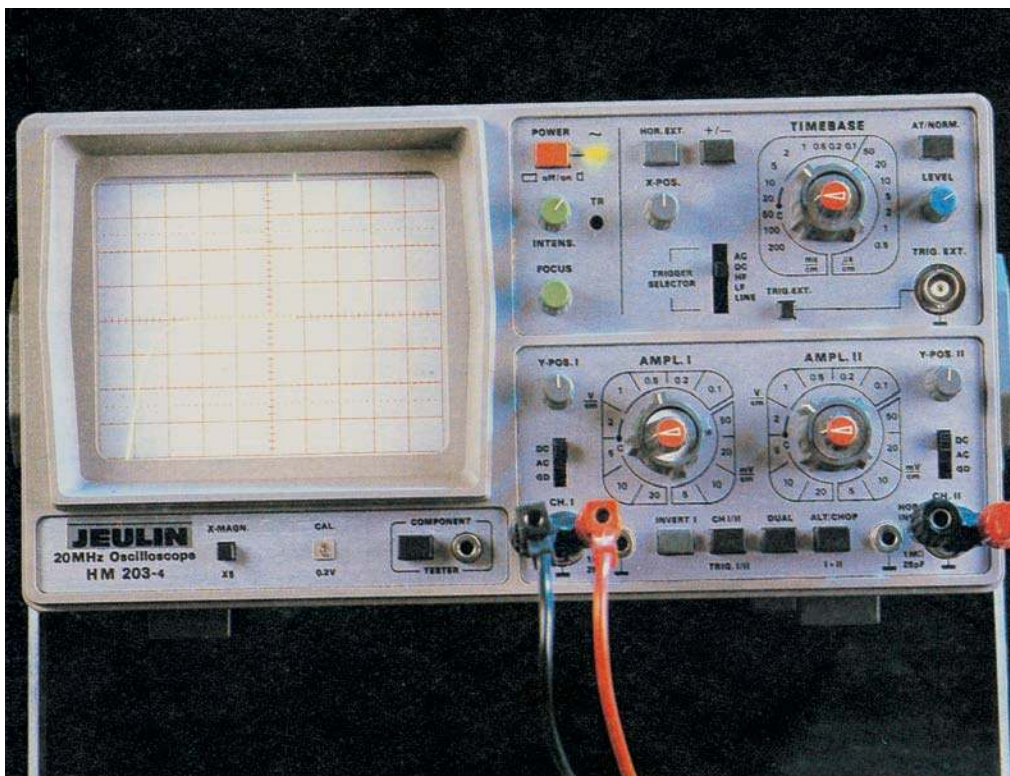
Photo.2 : Le système solaire. Les rayons des planètes sont indiqués.
Les échelles de distance ne sont pas respectées.

10

MOUVEMENT DANS UN CHAMP ELECTRIQUE UNIFORME

OBJECTIFS

- Calculer le travail d'une force électrique.
- Appliquer l'expression du travail d'une force électrique :
$$W_{A \rightarrow B} = q (V_A - V_B)$$
- Appliquer la relation fondamentale de la dynamique au mouvement d'une particule chargée dans un champ électrique uniforme.



Dans un oscilloscope, c'est l'impact d'un faisceau d'électrons sur l'écran qui permet de visualiser le tracé d'une tension variable $u(t)$; mais comment accélère-t-on des électrons pour obtenir un faisceau et comment le dévie-t-on ?

Photo.1

1. Travail d'une force électrique

1.1 . Travail élémentaire d'une force électrique dans un champ électrique uniforme

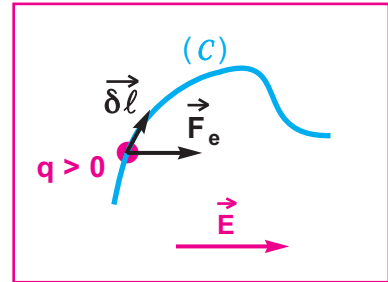
Considérons une charge ponctuelle q positive se trouvant dans une région où règne un champ électrique uniforme $\vec{E}$. La force électrique $\vec{F}_e = q \vec{E}$ est constante. Considérons la charge q en mouvement suivant une trajectoire (C) quelconque dans le champ électrique uniforme $\vec{E}$.

Décomposons la trajectoire (C) en une succession de petits tronçons qui peuvent être assimilés à des segments rectilignes qu'on appellera déplacements élémentaires ;

un déplacement élémentaire est noté $\vec{\delta\ell}$ (**Doc.1**).

Le travail de la force électrique $\vec{F}_e$ le long de $\vec{\delta\ell}$, appelé travail élémentaire et noté $\delta\mathcal{W}(\vec{F}_e)$, est défini par :

$$\delta\mathcal{W}(\vec{F}_e) = \vec{F}_e \cdot \vec{\delta\ell}$$



Doc.1

1.2 . Travail d'une force électrique dans un champ électrique uniforme

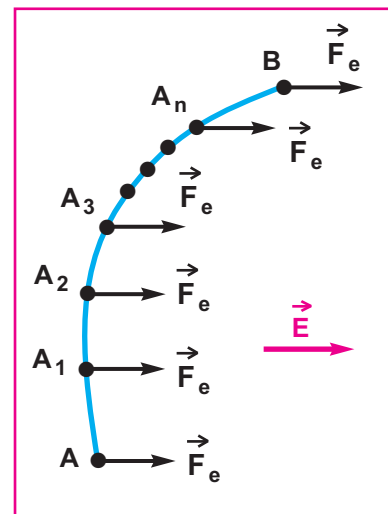
Le travail de la force électrique $\vec{F}_e$ le long du trajet (C) est égal à la somme des travaux élémentaires de cette force le long des déplacements élémentaires supposés rectilignes $\vec{AA_1}$, $\vec{A_1A_2}$, $\vec{A_2A_3}$, ... $\vec{A_nB}$ (**Doc.2**).

Calculons la somme des travaux élémentaires de la force électrique $\vec{F}_e$:

$$\begin{aligned} \mathcal{W}(\vec{F}_e)_{A \rightarrow B} &= \sum_A^B \delta\mathcal{W}(\vec{F}_e) = \sum_A^B \vec{F}_e \cdot \vec{\delta\ell} \\ &= \vec{F}_e \cdot \vec{AA_1} + \vec{F}_e \cdot \vec{A_1A_2} + \vec{F}_e \cdot \vec{A_2A_3} + \dots + \vec{F}_e \cdot \vec{A_nB} \\ &= \vec{F}_e \cdot (\vec{AA_1} + \vec{A_1A_2} + \vec{A_2A_3} + \dots + \vec{A_nB}) \end{aligned}$$

c'est-à-dire :

$$\mathcal{W}(\vec{F}_e)_{A \rightarrow B} = \vec{F}_e \cdot \vec{AB} = q \vec{E} \cdot \vec{AB}$$



Doc.2

CONCLUSION

Le travail de la force électrique s'exerçant sur une charge ponctuelle q qui se déplace dans un champ électrique uniforme $\vec{E}$ est indépendant du chemin suivi ; il ne dépend que des positions du point de départ A et du point d'arrivée B dans le champ électrique (**Doc.3**) :

$$\mathcal{W}_{A \rightarrow B}(\vec{F}_e) = \vec{F}_e \cdot \vec{AB} = q \vec{E} \cdot \vec{AB}$$

1.3 . Notion de différence de potentiel

Considérons un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$ dans la région de l'espace où règne le champ électrique uniforme $\vec{E}$ (**Doc.3**), dans ce repère le vecteur $\vec{AB}$ s'écrit :

$$\vec{AB} = \vec{AO} + \vec{OB} = \vec{OB} - \vec{OA}$$

Par conséquent :

$$\begin{aligned} \vec{E} \cdot \vec{AB} &= \vec{E} \cdot (\vec{OB} - \vec{OA}) \\ &= \vec{E} \cdot \vec{OB} - \vec{E} \cdot \vec{OA} \\ &= (-\vec{E} \cdot \vec{OA}) - (-\vec{E} \cdot \vec{OB}) \end{aligned}$$

DÉFINITION :

Le produit scalaire $(-\vec{E} \cdot \vec{OA})$ est appelé potentiel électrique du point A se trouvant dans l'espace où règne le champ électrique uniforme, on le note V_A ;

le produit scalaire $(-\vec{E} \cdot \vec{OB})$ est appelé potentiel électrique du point B se trouvant dans l'espace où règne le champ électrique uniforme, on le note V_B .

LA DIFFÉRENCE DE POTENTIEL ÉLECTRIQUE :

La différence $(V_A - V_B)$ est appelée **différence de potentiel électrique** entre les points A et B .

Ainsi, le produit scalaire $\vec{E} \cdot \vec{AB}$ est égal à la différence de potentiel électrique $(V_A - V_B)$ entre les points A et B :

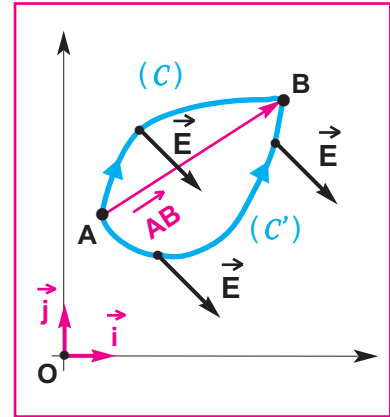
$$\vec{E} \cdot \vec{AB} = (V_A - V_B)$$

$$\text{avec } V_A = -\vec{E} \cdot \vec{OA}$$

$$\text{et } V_B = -\vec{E} \cdot \vec{OB}.$$

UNITÉ :

L'unité du potentiel électrique est le **volt (V)**.



Doc.3 :

$$\mathcal{W}_{(C)}(\vec{F}_e) = \mathcal{W}_{(C')}(\vec{F}_e) = \vec{F}_e \cdot \vec{AB}$$

EXPRESSION DU TRAVAIL DE LA FORCE ÉLECTRIQUE :

L'expression du travail d'une force électrique s'exerçant sur une charge électrique ponctuelle q se déplaçant

dans un champ électrique uniforme $\vec{E}$ d'un point **A** porté à un potentiel électrique V_A vers un point **B** porté à un potentiel électrique V_B peut s'écrire :

$$\mathcal{W}_{A \rightarrow B}(\vec{F}_e) = q \vec{E} \cdot \vec{AB} = q (V_A - V_B)$$

$$\mathcal{W}_{A \rightarrow B}(\vec{F}_e) = q (V_A - V_B)$$

REMARQUES :

- La différence de potentiel électrique ($V_A - V_B$) est égale à la différence entre le potentiel électrique du point de départ **A** et le potentiel électrique du point d'arrivée **B**.
- La différence de potentiel électrique peut être abrégée par **d.d.p.** électrique.
- La tension électrique U_{AB} entre deux points **A** et **B** est la différence de potentiel électrique ($V_A - V_B$) entre ces deux points : $U_{AB} = (V_A - V_B)$.

L'ÉLECTRON-VOLT :

Lorsqu'on exprime en **joule** le travail de la force électrique s'exerçant sur une charge ponctuelle, le résultat présente une valeur numérique trop faible ; on utilise alors une autre unité plus appropriée : l'**électron-volt (eV)**

L'électron-volt est égal au travail d'une force électrique appliquée à une particule qui porte la charge élémentaire $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ et qui se déplace entre deux points entre lesquels existe une **d.d.p.** de **1 Volt** :

$$1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

1.4 . Relation entre la valeur du champ électrique uniforme et la différence de potentiel électrique

Un champ électrique uniforme est établi dans la région de l'espace entre deux plaques (P_1) et (P_2) parallèles et portées respectivement aux potentiels électriques $V_{(P_1)}$ et $V_{(P_2)}$ tels que $V_{(P_2)}$ soit inférieur à $V_{(P_1)}$.

Considérons deux points **A** et **B** de la région où règne le champ électrique (**Doc.4**), et établissons l'expression du produit scalaire $\vec{E} \cdot \vec{AB}$:

Dans le repère orthonormé ($O, \vec{i}, \vec{j}$) on a :

$$\vec{AB} = (x_B - x_A) \vec{i} + (y_B - y_A) \vec{j} \text{ et } \vec{E} = E \vec{i},$$

$$\text{D'où, } \vec{E} \cdot \vec{AB} = E (x_B - x_A).$$

$$\text{Or } \vec{E} \cdot \vec{AB} = V_A - V_B, \text{ par conséquent :}$$

$$E (x_B - x_A) = V_A - V_B \text{ d'où l'expression}$$

$$E = \frac{(V_A - V_B)}{x_B - x_A} = \frac{U_{AB}}{x_B - x_A}$$

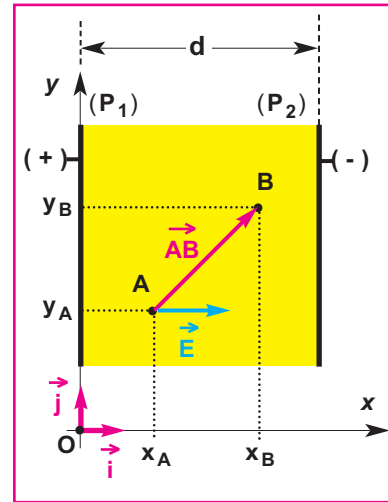
Lorsque les points **A** et **B** sont respectivement sur les plaques (P_1) et (P_2), la différence de potentiel entre ces deux points devient $(V_{(P_1)} - V_{(P_2)}) = U_{P_1 P_2}$.

En désignant par **d** l'écartement des plaques (P_1) et (P_2), on a alors $d = |x_B - x_A|$.

Le champ électrique étant uniforme, sa valeur $\|\vec{E}\|$ est constante et vérifie :

$$\|\vec{E}\| = \frac{|U_{P_1 P_2}|}{d} = \frac{|U_{AB}|}{|x_B - x_A|}$$

Cette relation permet de calculer la différence de potentiel électrique entre deux points quelconques situés entre les plaques qui délimitent le champ électrique uniforme.



Doc.4

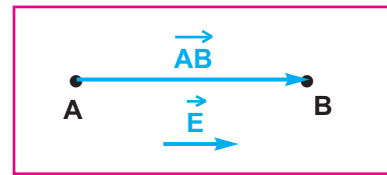
1.5 . Sens du champ électrique

Supposons pour simplifier que $\vec{E}$ et $\vec{AB}$ ont la même direction.

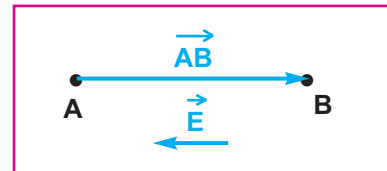
● Si $V_A > V_B$, $(V_A - V_B) > 0$, ce qui équivaut à dire que $\vec{E} \cdot \vec{AB} > 0$, ce qui implique que $\vec{E}$ a le même sens que $\vec{AB}$ (**Doc.5-a**) ; par conséquent, $\vec{E}$ est dirigé du point **A** porté au potentiel électrique V_A le plus élevé vers le point **B** porté au potentiel électrique V_B le moins élevé.

● Si $V_B > V_A$ alors $(V_A - V_B) < 0$ ce qui équivaut à dire que $\vec{E} \cdot \vec{AB} < 0$, ce qui implique que $\vec{E}$ a le sens contraire de $\vec{AB}$ (**Doc.5-b**), par conséquent, $\vec{E}$ est dirigé du point **B** porté au potentiel électrique V_B le plus élevé vers le point **A** porté au potentiel électrique V_A le moins élevé.

Le champ électrique est dirigé
dans le sens des potentiels décroissants



Doc.5-a



Doc.5-b

1.6 . Généralisation : Champ électrique quelconque

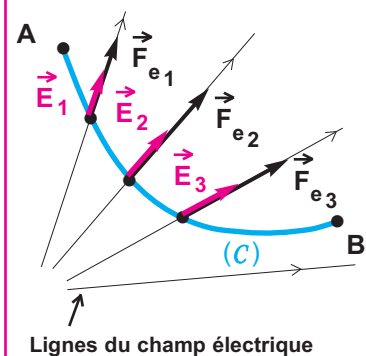
On montre que dans un champ électrique quelconque (**Doc.6**), le travail de la force électrique $\vec{F}_e$ s'exerçant sur une charge ponctuelle q est indépendant du chemin suivi, il ne dépend que des potentiels électriques des points de départ et d'arrivée.

$$\mathcal{W}(\vec{F}_e)_{A \rightarrow B} = q (V_A - V_B)$$

CHAMP ÉLECTRIQUE QUELCONQUE

Un champ électrique est quelconque lorsqu'il n'est pas uniforme, ses caractéristiques (direction, sens, valeur) changent d'un point à l'autre dans la région de l'espace où il règne.

CAS D'UNE CHARGE POSITIVE

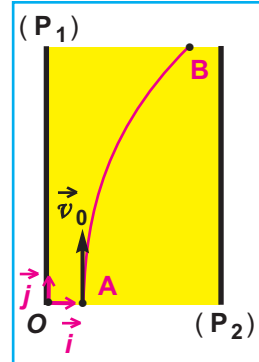


Doc.6

EXERCICE RÉSOLU N° 1

ÉNONCÉ :

Entre deux plaques (P_1) et (P_2), distantes de $d = 2 \text{ cm}$, est appliquée une tension $U_{P_1P_2} = 10 \text{ V}$. Une charge ponctuelle q de valeur absolue $3,2 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, pénètre par le point A et décrit une trajectoire curviligne (AB) (*Doc.7*). Au cours de son mouvement, on négligera l'effet du poids de la particule chargée.



Doc.7

- 1 -a- Quelle est la nature du champ électrique $\vec{E}$ qui règne entre les deux plaques ?
- b- Déterminer les caractéristiques de $\vec{E}$.
- c- En déduire le signe de la charge q .
- 2 - Etablir l'expression de la d.d.p. U_{AB} et la calculer sachant que $(x_B - x_A) = 1 \text{ cm}$.
- 3 - Calculer le travail de la force électrique qui s'exerce sur la charge ponctuelle au cours de son déplacement le long de (AB) en **joule** puis en **électron-volt**.

SOLUTION

1 -a- Nature du champ électrique $\vec{E}$

Champ électrique uniforme.

-b- Caractéristiques de $\vec{E}$

- Direction : perpendiculaire aux plaques (P_1) et (P_2).
- Sens : suivant les potentiels décroissants, c'est-à-dire de (P_1) vers (P_2).

- Valeur : $\|\vec{E}\| = \frac{U_{P_1P_2}}{d}$

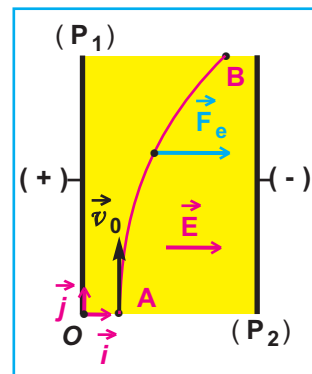
Application numérique : $\|\vec{E}\| = 500 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}$

-c- Signe de la charge q

La force électrique qui s'exerce sur la charge est $\vec{F}_e = q \cdot \vec{E}$,

elle a même direction que $\vec{E}$ donc perpendiculaire aux plaques.

D'après le sens de la déviation, on peut conclure que $\vec{F}_e$ et $\vec{E}$ ont même sens, donc $q > 0$ (*Doc.8*).



Doc.8

2 - Expression de la d.d.p. U_{AB}

$U_{AB} = \vec{E} \cdot \vec{AB}$; dans le repère ($O, \vec{i}, \vec{j}$), on a $\vec{E} = E \vec{i} = + \|\vec{E}\| \vec{i}$ et $\vec{AB} = (x_B - x_A) \vec{i} + (y_B - y_A) \vec{j}$, alors :

$$U_{AB} = \|\vec{E}\| \vec{i} \cdot [(x_B - x_A) \vec{i} + (y_B - y_A) \vec{j}]$$

$$U_{AB} = \|\vec{E}\| (x_B - x_A)$$

Application numérique : $U_{AB} = 500 \cdot 0,01 = 5 \text{ V}$.

$U_{AB} = 5 \text{ V}$

On remarque que seules les abscisses selon l'axe perpendiculaire aux plaques figurent dans la formule de la d.d.p. U_{AB} .

3 - Calcul du travail de la force électrique

$$\mathcal{W}_{A \rightarrow B}(\vec{F}_e) = q(V_A - V_B)$$

Application numérique :

$$\mathcal{W}_{A \rightarrow B}(\vec{F}_e) = 1,6 \cdot 10^{-18} \text{ J}$$

Calcul du travail en électron-volt : $\mathcal{W}_{A \rightarrow B}(\vec{F}_e) = \frac{1,6 \cdot 10^{-18}}{1,6 \cdot 10^{-19}} = 10 \text{ eV}$.

$$\mathcal{W}_{A \rightarrow B}(\vec{F}_e) = 10 \text{ eV}$$

2 . Accélération d'une particule chargée dans un champ électrique uniforme

2.1 . Dispositif expérimental

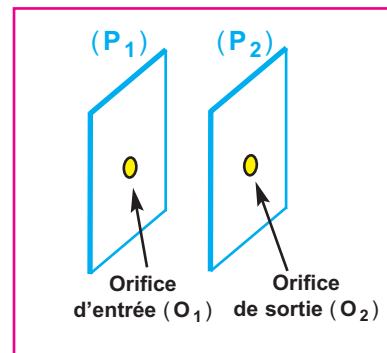
Deux plaques (P_1) et (P_2) distantes de d , entre lesquelles on applique une tension continue positive

$U_{P_1 P_2} = (V_{(P_1)} - V_{(P_2)})$, sont placées dans une ampoule où règne un vide poussé (**Doc.9**). Les plaques (P_1) et (P_2) comportent respectivement les orifices (O_1) et (O_2) qui sont disposés tels que la droite ($O_1 O_2$) soit parallèle au vecteur

champ électrique uniforme $\vec{E}$ (**Doc.10**).

Un dispositif approprié permet d'injecter des particules assimilables à des corps ponctuels ayant chacune une charge q **positive** et une vitesse pratiquement nulle au voisinage de l'orifice (O_1).

Dans l'espace délimité par les deux plaques règne un champ électrique uniforme ; de ce fait, chaque particule est soumise à une force électrique constante $\vec{F}_e = q \vec{E}$.



Doc.9

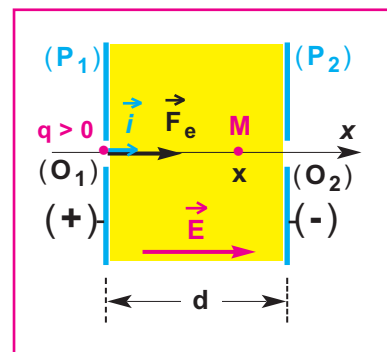
2.2 . Etude dynamique

On supposera que la valeur du poids $\vec{P}$ de la particule est négligeable devant celle de la force électrique $\vec{F}_e$. Dans un référentiel terrestre supposé galiléen, on applique la deuxième loi de Newton au système constitué par la particule conformément à la description du document 10.

$\vec{F}_e = m \vec{a}$, la masse m et $\vec{F}_e$ sont constants, donc $\vec{a}$ est constant et de même sens que $\vec{F}_e$,

comme la vitesse initiale $\vec{v}_0$ est nulle alors

le mouvement de la particule est rectiligne uniformément accéléré.



Doc.10

Etablissons l'expression de la valeur algébrique de l'accélération $\vec{a}$ dans le repère $(O, \vec{i})$:

On a $\vec{F}_e = m \vec{a}$ qui est équivalent à $q \vec{E} = m \vec{a}$

Or, $\vec{a} = a \vec{i}$ et $\vec{E} = E \vec{i}$, donc :

$q E \vec{i} = m a \vec{i}$, c'est-à-dire $q E = m a$.

On sait que $E = \frac{U_{P_1 P_2}}{x_2 - x_1}$, x_1 et x_2 étant

respectivement les abscisses de (O_1) et (O_2) ;

d'où :
$$\frac{q U_{P_1 P_2}}{x_2 - x_1} = m a$$

par conséquent :

$$a = \frac{q U_{P_1 P_2}}{m (x_2 - x_1)}$$

$x_2 - x_1 > 0$, $q > 0$ et $U_{P_1 P_2} > 0$, donc la valeur algébrique de l'accélération est positive.

DÉTERMINATION DE LA VITESSE DE SORTIE DE LA PARTICULE EN (O_2)

PREMIÈRE MÉTHODE :

Puisque le mouvement est rectiligne uniformément accéléré, on peut appliquer la relation entre les carrées des vitesses v_1 et v_2 aux points O_1 et O_2 et leurs abscisses x_1 et x_2 .

$v_2^2 - v_1^2 = 2 a (x_2 - x_1)$, or $v_1 = 0$ et $x_2 - x_1 = d$, alors :

$$v_2^2 = 2 \frac{q U_{P_1 P_2}}{m d} d = \frac{2 q}{m} U_{P_1 P_2}$$

d'où :
$$\|\vec{v}_{(O_2)}\| = \sqrt{\frac{2 q}{m} U_{P_1 P_2}}$$

$q > 0$ et $U_{P_1 P_2} > 0$, on peut alors écrire que :

$q U_{P_1 P_2} = |q| |U_{P_1 P_2}|$; par conséquent :

$$\|\vec{v}_{(O_2)}\| = \sqrt{|U_{P_1 P_2}|} \sqrt{\frac{2 |q|}{m}}$$

La charge q et la masse m de la particule sont constantes ; alors, on conclut que :

A sa sortie d'un champ électrique uniforme, la particule a une vitesse de valeur proportionnelle à la racine carrée de la valeur absolue de la tension accélératrice.

DEUXIÈME MÉTHODE :

On va retrouver le résultat précédent en appliquant le théorème de l'énergie cinétique au système constitué par la particule entre l'instant d'entrée, sans vitesse, par l'orifice (O_1) et l'instant de sortie par l'orifice (O_2) animé

d'une vitesse $\vec{v}_{(O_2)}$.

$$\Delta \mathcal{E}_C = \mathcal{E}_{C_2} - \mathcal{E}_{C_1} = \mathcal{W}(\vec{F}_e)_{(O_1) \rightarrow (O_2)}$$

$$\frac{1}{2} m v_2^2 - 0 = q U_{P_1 P_2},$$

$$\text{d'où : } \frac{1}{2} m v_2^2 = |q| |U_{P_1 P_2}|$$

$$\text{par conséquent : } \|\vec{v}_{(O_2)}\| = \sqrt{\frac{2|q|}{m}} \sqrt{|U_{P_1 P_2}|}$$

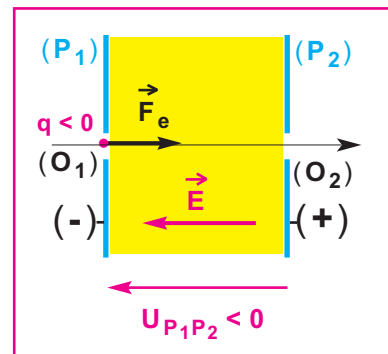
REMARQUES :

• Considérons le cas où la particule, assimilable à un corps ponctuel, a une charge q **négative** et une vitesse pratiquement nulle au voisinage de l'orifice (O_1) ; pour que cette particule ait un mouvement rectiligne uniformément accéléré il faut appliquer aux bornes des plaques (P_1) et (P_2) une tension $U_{P_1 P_2}$ **négative** (**Doc.11**).

On constate de nouveau que la charge q et la tension $U_{P_1 P_2}$ sont de même signe, ce qui nous permet d'écrire que :

$$q U_{P_1 P_2} = |q| |U_{P_1 P_2}|.$$

$$\text{Donc : } \|\vec{v}_{(O_2)}\| = \sqrt{\frac{2|q|}{m}} \sqrt{|U_{P_1 P_2}|}$$



Doc.11

- Lorsque la charge q et la tension $U_{P_1P_2}$ sont de même signe, le travail de la force électrique $\vec{F}_e$ s'appliquant de l'orifice (O_1) vers l'orifice (O_2) est moteur : $\mathcal{W}'(\vec{F}_e)_{(O_1) \rightarrow (O_2)} > 0$.

Donc, l'énergie cinétique de la particule augmente ; par conséquent, le champ électrique uniforme qui règne entre les plaques (P_1) et (P_2) est un champ électrique accélérateur.

2.3 . Application : le canon à électrons

Le canon à électrons est un dispositif se trouvant dans un tube où règne un vide poussé. Ce dispositif permet d'obtenir un faisceau rectiligne d'électrons ayant tous la même vitesse ; ce **faisceau d'électrons** est alors dit **homocinéétique**.

Le document **12** correspond au schéma du canon à électrons d'un oscilloscope.

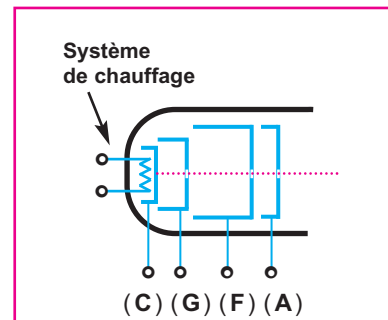
Les électrodes (**C**), (**G**), (**F**) et (**A**) sont respectivement portées aux potentiels électriques $V_{(C)}$, $V_{(G)}$, $V_{(F)}$ et $V_{(A)}$.

Le filament de chauffage permet d'extraire les électrons de la cathode (**C**) avec une vitesse pratiquement nulle. $V_{(G)}$ étant supérieur à $V_{(C)}$, la grille (**G**), éloigne les électrons de la cathode et contrôle leur débit pour modifier à volonté la luminosité du spot.

D'autre part, $V_{(F)}$ étant supérieur à $V_{(G)}$, l'électrode (**F**), focalise les électrons et leur donne davantage d'énergie cinétique, on obtient à la sortie de l'électrode (**F**) un faisceau fin.

Enfin, $V_{(A)}$ étant supérieur à $V_{(F)}$, l'électrode (**A**) achève l'accélération des électrons qui sont alors animés d'une vitesse de valeur :

$$\|\vec{v}\| = \sqrt{\frac{2e}{m} U_{AC}}$$



Doc.12 : CANON À ÉLECTRONS

Dans un oscilloscope, la tension accélératrice U_{AC} est égale à **2000 V**.

Les tensions intermédiaires sont : $U_{GC} = 100 \text{ V}$; $U_{FG} = 1000 \text{ V}$ et $U_{AF} = 900 \text{ V}$.

La vitesse acquise à la sortie du canon à électrons est environ égale à **26600 km.s⁻¹**.

EXERCICE RÉSOLU N°2

ÉNONCÉ :

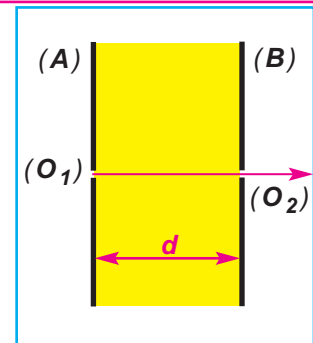
Entre deux plaques (A) et (B), distantes de $d = 5 \text{ cm}$ on établit une tension de valeur absolue $U = 1 \text{ kV}$. La plaque (A) comporte un orifice (O_1) et la plaque (B) un orifice (O_2) tels que la droite (O_1O_2) soit parallèle au champ électrique $\vec{E}$.

Un électron de masse $m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ et de charge $q = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ est mis en mouvement rectiligne uniformément accéléré à partir de l'orifice (O_1) où sa vitesse est supposée nulle (Doc.13).

- 1 - Montrer que la valeur du poids $\vec{P}$ de l'électron est négligeable devant celle de la force électrique qui s'exerce sur l'électron.

On donne $\|\vec{g}\| = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

- 2 - Préciser, en le justifiant, le signe de U_{AB} .
- 3 - En appliquant le théorème de l'énergie cinétique, déterminer la valeur de la vitesse de l'électron à sa sortie en (O_2).



Doc.13

SOLUTION

COMMENTAIRE

1 - Montrons que le poids est négligeable

Entre les plaques accélératrices, la particule est soumise

à la force électrique $\vec{F}_e = q \cdot \vec{E}$ et au poids $\vec{P} = m \cdot \vec{g}$.

Calculons le rapport des valeurs de ces forces :

$$\frac{\|\vec{P}\|}{\|\vec{F}_e\|} = \frac{m \|\vec{g}\|}{e \|\vec{E}\|} = \frac{m \|\vec{g}\| d}{e U}$$

Application numérique :

$$\frac{\|\vec{P}\|}{\|\vec{F}_e\|} = 3 \cdot 10^{-15} \ll 1$$

Cela signifie que la valeur du poids est négligeable devant celle de la force électrique qui s'exerce sur l'électron.

2 - Signe de la d.d.p. U_{AB}

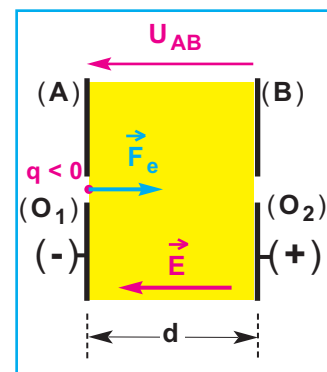
Le mouvement de la particule chargée est rectiligne uniformément accéléré, donc le vecteur accélération $\vec{a}$ est de même sens que le mouvement, c'est-à-dire de (A) vers (B).

D'après la deuxième loi de Newton, appliquée au système

{électron}, $\vec{F}_e = m \vec{a}$; donc, $\vec{F}_e$ et $\vec{a}$ sont de même sens,

alors la force $\vec{F}_e$ est orientée de (A) vers (B) (Doc.14).

D'autre part $\vec{F}_e = q \vec{E}$ et $q < 0$; donc le sens du vecteur champ électrique est contraire au sens de la force électrique, c'est-à-dire de (B) vers (A) ; on sait que le sens du vecteur champ électrique est dirigé vers les potentiels décroissants, donc $V_{(A)} < V_{(B)}$, d'où $V_{(A)} - V_{(B)} = U_{AB} < 0$.



Doc.14

3- Calcul de la vitesse de sortie du champ accélérateur

Appliquons le théorème de l'énergie cinétique au système {électron} dans un repère terrestre supposé galiléen :

$$\Delta \mathcal{E}_C = \mathcal{E}_{C2} - \mathcal{E}_{C1} = \mathcal{W}(\vec{F}_e) = q (V_{(A)} - V_{(B)}) = -e U_{AB}.$$

$(O_1) \rightarrow (O_2)$
 $(O_1) \rightarrow (O_2)$

La vitesse au point **B** est $\vec{v}$. Au point **A**, la vitesse est nulle.

D'autre part : $-e U_{AB} = -e (-U) = e U$; par conséquent :

$$\|\vec{v}\| = \sqrt{\frac{2e}{m} U}$$

Application numérique :

$$\|\vec{v}\| = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^3}{9,1 \cdot 10^{-31}}} = 1,875 \cdot 10^7 \text{ m.s}^{-1}$$

$$\|\vec{v}\| = 1,875 \cdot 10^7 \text{ m.s}^{-1}$$

3 . Déviation d'une particule chargée dans un champ électrique uniforme

3.1 . Expérience qualitative

La photo.2 montre une ampoule en verre transparent, vide d'air. Dans la partie cylindrique de l'ampoule, se trouve un canon à électrons qui produit un faisceau d'électrons homocinétique.

Ce faisceau d'électrons pénètre entre deux plaques horizontales qui se trouvent dans la partie sphérique de l'ampoule avec une vitesse initiale $\vec{v}_0$ parallèle aux plaques. Le faisceau d'électrons subit alors une déviation (ou déflexion) d'allure parabolique entre les deux plaques horizontales, d'où leur qualification de plaques défectrices.

Une substance fluorescente rend visible la courbure de la trajectoire des électrons.

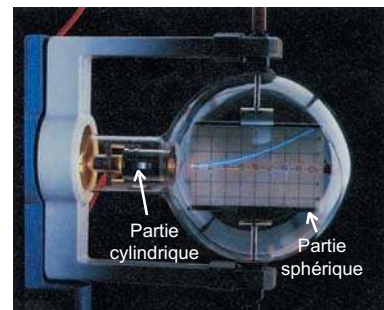
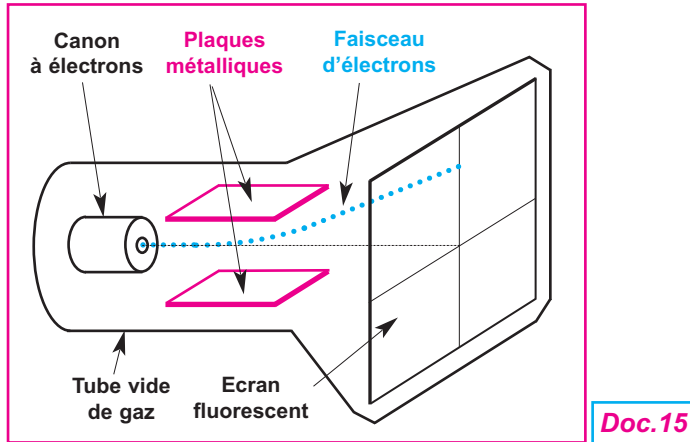


Photo.2

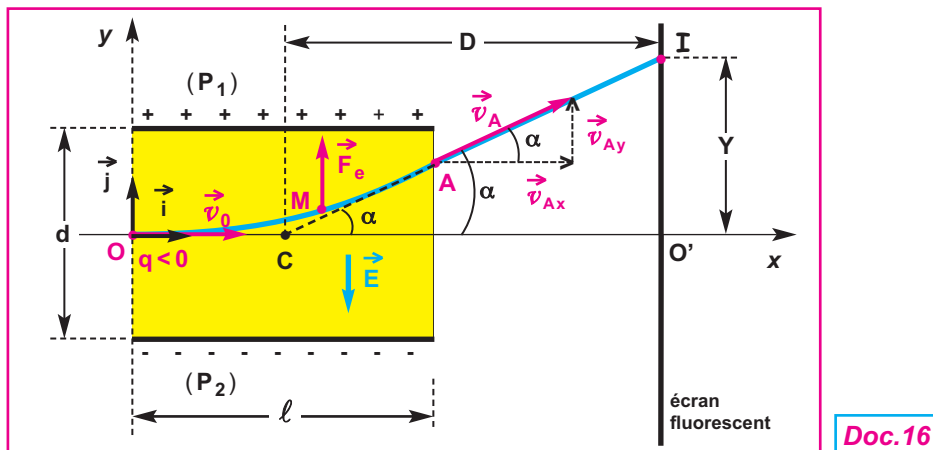
3.2 . Etude du mouvement des électrons entre les plaques défectrices

Le document **15** schématise un dispositif comprenant un canon à électrons, deux plaques défectrices horizontales et un écran fluorescent.



Les deux plaques métalliques, notées (P_1) et (P_2) , sont horizontales et symétriques par rapport à l'axe du canon à électrons ; elles sont écartées d'une distance d l'une de l'autre et leur longueur est ℓ (**Doc.16**).

Un écran plan fluorescent, perpendiculaire à l'axe du canon à électrons, est placé à une distance D du centre C des plaques.



Le mouvement de l'électron de masse m et de charge $q = -e = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ est étudié dans le repère d'espace $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ lié au laboratoire et considéré comme galiléen.

À l'instant $t = 0$, l'électron pénètre par le point O

avec la vitesse $\vec{v}_0 = v_0 \vec{i}$ entre deux plaques (P_1) et (P_2) aux bornes desquelles on applique une tension continue **positive** $U = V_{(P_1)} - V_{(P_2)}$.

Le champ électrique $\vec{E}$ qui en résulte agit sur les électrons dans l'espace de longueur ℓ mesurée à partir du point **O** ;
sa valeur est $\|\vec{E}\| = \frac{U}{d}$ (**Doc.16**).

LES CONDITIONS INITIALES :

Dans le repère d'espace (**O** , $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$), les vecteurs $\vec{i}$ et $\vec{j}$ étant dans le plan de la figure (**Doc.16**), les coordonnées du vecteur position initiale $\vec{OM}_0$ et du vecteur vitesse initiale $\vec{v}_0$ d'un électron sont :

$$\vec{OM}_0 \begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \\ z_0 = 0 \end{cases} \quad \vec{v}_0 \begin{cases} v_{0x} = \|\vec{v}_0\| \\ v_{0y} = 0 \\ v_{0z} = 0 \end{cases}$$

Les coordonnées du vecteur champ électrique $\vec{E}$ sont :

$$\vec{E} \begin{cases} E_x = 0 \\ E_y = -\|\vec{E}\| \\ E_z = 0 \end{cases}$$

Le poids $\vec{P}$ de l'électron étant négligeable par rapport à la force électrique $\vec{F}_e$, appliquons la deuxième loi de Newton au système constitué par l'électron assimilable à un corps ponctuel :

$$\vec{F}_e = m \vec{a} \text{ équivalent à } q \vec{E} = m \vec{a}$$

$$\text{d'où l'accélération : } \vec{a} = \frac{q}{m} \vec{E} = \frac{-e}{m} \vec{E}$$

dont les coordonnées sont :

$$\vec{a} \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = \frac{e \|\vec{E}\|}{m} = \frac{e U}{m d} \\ a_z = 0 \end{cases}$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}, \quad \text{d'où la vitesse } \vec{v} \text{ s'écrit :}$$

$$\vec{v} \left[\begin{array}{l} v_x = C^{te} \\ v_y = \frac{e U}{m d} t + C^{te} \\ v_z = C^{te} \end{array} \right.$$

D'après les conditions initiales :

$$\vec{v} \left[\begin{array}{l} v_x = \|\vec{v}_0\| \quad (1) \\ v_y = \frac{e U}{m d} t \quad (2) \\ v_z = 0 \end{array} \right.$$

$$\vec{v} = \frac{d\vec{OM}}{dt} \quad \text{d'où le vecteur position } \vec{OM} \text{ s'écrit :}$$

$$\vec{OM} \left[\begin{array}{l} x = \|\vec{v}_0\| t + C^{te} \\ y = \frac{e U}{2 m d} t^2 + C^{te} \\ z = C^{te} \end{array} \right.$$

D'après les conditions initiales :

$$\vec{OM} \left[\begin{array}{l} x = \|\vec{v}_0\| t \quad (3) \\ y = \frac{e U}{2 m d} t^2 \quad (4) \\ z = 0 \end{array} \right.$$

Quel que soit l'instant t , on a : $z = 0$; *le mouvement de l'électron s'effectue dans le plan ($O, \vec{i}, \vec{j}$).*

EQUATION CARTÉSIENNE DE LA TRAJECTOIRE

On obtient l'équation de la trajectoire en éliminant le temps t entre les coordonnées x et y , données par les relations (3) et (4) :

$$(3) \text{ donne : } t = \frac{x}{\|\vec{v}_0\|},$$

en remplaçant t par $\frac{x}{\|\vec{v}_0\|}$ dans (4),

on obtient l'équation de la trajectoire

$$y = \frac{e U}{2 m d v_0^2} x^2 \quad (5).$$

Donc, *la trajectoire d'un électron du faisceau a la forme d'un arc de parabole.*

VITESSE DE L'ÉLECTRON AU POINT DE SORTIE A

L'électron quitte l'espace délimité par les deux plaques (P_1) et (P_2) au point A à l'instant t_A ; il est animé

d'une vitesse $\vec{v}_A$ et son abscisse est $x_A = \ell$;

d'après la relation (3) on peut écrire $x_A = \|\vec{v}_0\| t_A$ d'où

$$t_A = \frac{x_A}{\|\vec{v}_0\|} = \frac{\ell}{\|\vec{v}_0\|},$$

les coordonnées de la vitesse $\vec{v}_A$ sont alors :

$$\vec{v} \begin{cases} v_{Ax} = \|\vec{v}_0\| \\ v_{Ay} = \frac{e U \ell}{m d \|\vec{v}_0\|} \\ v_{Az} = 0 \end{cases}$$

L'expression de la valeur de la vitesse au point A est :

$$\|\vec{v}_A\| = \sqrt{v_{Ax}^2 + v_{Ay}^2} = \sqrt{v_0^2 + \left(\frac{e U \ell}{m d \|\vec{v}_0\|} \right)^2}$$

LA DÉVIATION DU FAISCEAU D'ÉLECTRONS

L'électron du faisceau homocinéétique pénètre dans le champ électrique avec la vitesse $\vec{v}_0$.

En négligeant l'effet du poids à la sortie de l'espace

où règne le champ électrique uniforme $\vec{E}$, on peut alors considérer que le mouvement de l'électron est rectiligne uniforme (*principe de l'inertie*), sa trajectoire

(**AI**) est un segment de droite qui porte le vecteur $\vec{v}_A$.

La déviation de l'électron est l'angle α entre

les directions de $\vec{v}_0$ et $\vec{v}_A$.

On peut déterminer la déviation α de deux manières :

- première méthode :

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\|\vec{v}_{Ay}\|}{\|\vec{v}_{Ax}\|}, \text{ puisque } v_{Ax} = \|\vec{v}_0\|$$

$$\text{et } v_{Ay} = \frac{e U \ell}{m d \|\vec{v}_0\|} \text{ alors } \operatorname{tg} \alpha = \frac{e U \ell}{m d v_0^2}.$$

- deuxième méthode :

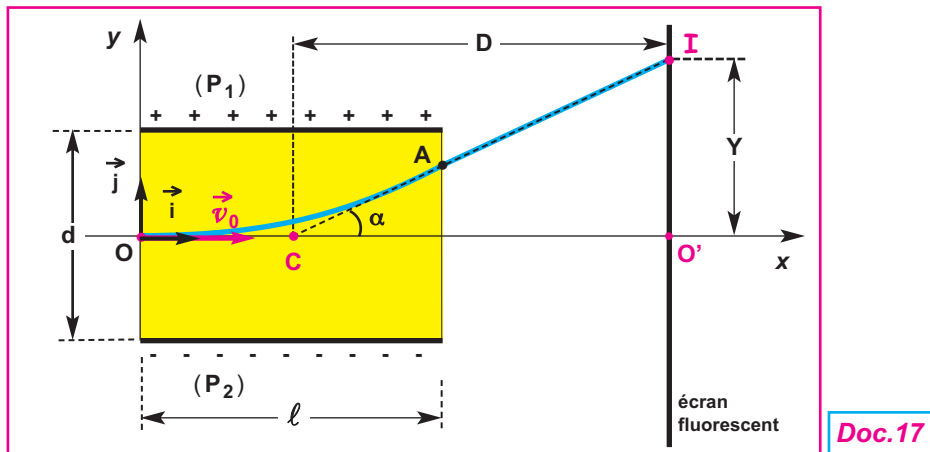
$\operatorname{tg} \alpha$ est la pente de la droite tangente à la trajectoire au point **A** ; elle est égale à la valeur de la dérivée de y par rapport à x pour $x = \ell$.

$$y(x) = \frac{e U}{2 m d v_0^2} x^2 \text{ alors } \frac{dy}{dx} = \frac{e U}{m d v_0^2} x ;$$

$$\text{quand } x = \ell \text{ alors : } \operatorname{tg} \alpha = \frac{e U \ell}{m d v_0^2}$$

La déviation α augmente lorsque la tension U augmente et inversement.

DÉFLEXION ÉLECTRIQUE DE L'ÉLECTRON



Doc.17

Le point d'impact de l'électron sur l'écran est le point **I**.

La **déflexion électrique de l'électron** est la distance $Y = O'I$ (**Doc.17**), le point **O'** est le centre de l'écran, c'est le point où viendrait l'électron en l'absence de champ électrique.

Pour calculer la déflexion électrique **Y**, on va utiliser une propriété de la parabole : la **droite tangente à la parabole en un point A** d'abscisse $x_A = l$, coupe l'axe $(O\vec{i})$

en un point **C** d'abscisse $x_C = \frac{l}{2}$.

$$\text{ainsi } \tan \alpha = \frac{Y}{CO'} = \frac{Y}{D} ; \text{ donc } Y = D \tan \alpha,$$

$$\text{cependant, on a déjà établi que } \tan \alpha = \frac{e U \ell}{m d v_0^2}.$$

$$\text{Donc, } Y = \frac{e U \ell}{m d v_0^2} U, \text{ de la forme } Y = K U$$

$$\text{avec } K = \frac{D e \ell}{m d v_0^2} = \text{constante.}$$

Par conséquent : **Y est proportionnel à U**.

La **déflexion électrique** est proportionnelle à la tension appliquée aux bornes des plaques de déviation.

3.3 . Application : l'oscilloscope

L'oscilloscope comprend un tube cathodique où on distingue trois parties essentielles :

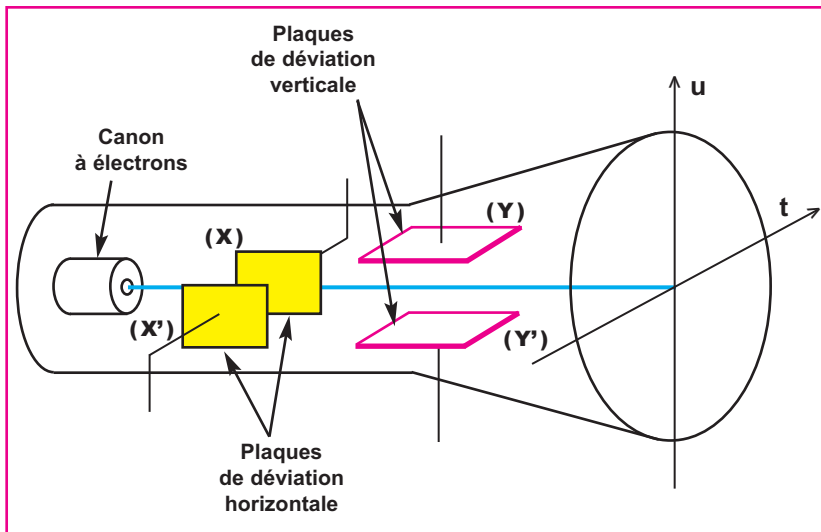
- le canon à électrons qui produit, focalise et accélère les électrons de façon à obtenir un faisceau d'électrons homocinétique
- le système de déviation constitué de deux paires de plaques (les unes verticales et les autres horizontales) entre lesquelles on établit des tensions permettant de dévier le faisceau respectivement suivant les directions horizontale et verticale
- l'écran fluorescent sur lequel l'impact des électrons fait apparaître une petite tâche lumineuse qu'on appelle **spot** et dont la couleur dépend de la substance enduite sur la paroi interne de l'écran (**Doc.18**).

À ces trois parties s'ajoutent des dispositifs électroniques permettant un réglage commode de l'appareil.

Le tube cathodique est schématisé dans le document 19.

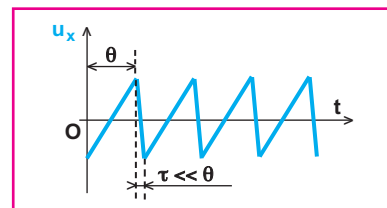
SUBSTANCE	COULEUR
Oxyde de zinc + Silicate de manganèse	vert
Sulfate de zinc + Cuivre	bleu-vert
Tungstate de calcium	bleu-violet
Phosphate de zinc + Cuivre	rouge

Doc.18



Doc.19

Quand on applique entre les deux plaques (X') et (X) de déviation horizontale une tension u_x en dents de scie (**Doc.20**) et une tension u entre les deux plaques (Y') et (Y) de déviation verticale, des champs électriques $\vec{E}_x$ et $\vec{E}_y$ variables dans le temps apparaissent entre ces deux paires de plaques, déviant le faisceau d'électrons qui trace, sur l'écran, la courbe représentant $u(t)$.



Doc.20 : TENSION EN DENTS DE SCIE

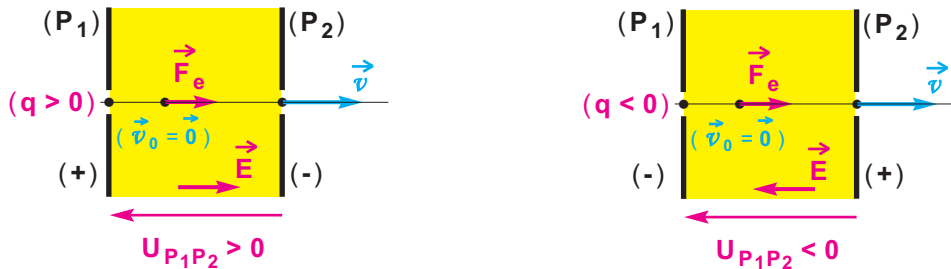
Elle permet au spot de balayer l'écran de gauche à droite à vitesse constante, puis de revenir très rapidement à gauche.

L'ESSENTIEL DU COURS

- Une charge ponctuelle q , qui se déplace dans un champ électrique uniforme $\vec{E}$ d'un point de départ A vers un point d'arrivée B portés respectivement aux potentiels électriques V_A et V_B , est soumise à une force électrique $\vec{F}_e$ dont le travail est indépendant du chemin suivi ;

son expression est : $\mathcal{W}_{A \rightarrow B}(\vec{F}_e) = q(V_A - V_B)$.

- Le champ électrique $\vec{E}$ est dirigé dans le sens des potentiels électriques décroissants.
- Un champ électrique uniforme permet d'accélérer des particules chargées :



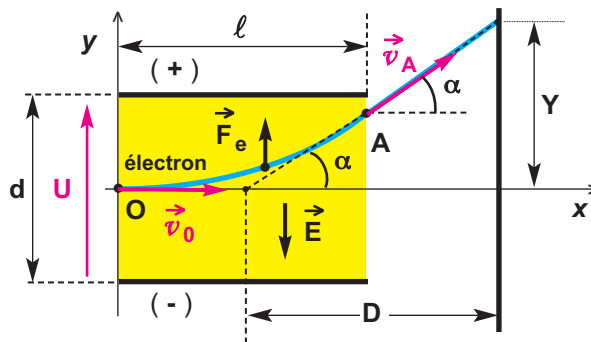
Le vecteur accélération vaut $\vec{a} = \frac{\vec{F}_e}{m} = \frac{q \vec{E}}{m} = \vec{C}^{te}$; puisque la vitesse initiale $\vec{v}_0 = \vec{0}$, alors

le mouvement de la particule est rectiligne uniformément accéléré.

À la sortie du champ accélérateur, la valeur de la vitesse est proportionnelle à la racine carrée de la tension accélératrice :

$$\|\vec{v}\| = \sqrt{\frac{2|q|}{m} |U_{P_1 P_2}|}$$

- Un champ électrique uniforme $\vec{E}$ permet de dévier un faisceau de particules chargées, dans le cas d'un faisceau d'électrons on a :



$\vec{a} = \frac{\vec{F}_e}{m} = \frac{q \vec{E}}{m} = \vec{C}^{te}$; ses coordonnées sont ($a_x = 0$; $a_y = \frac{e \|\vec{E}\|}{m}$; $a_z = 0$)

■ La trajectoire est parabolique dans le plan (Oxy), son équation est : $y = \frac{e U}{2 m d v_0^2} x^2$.

■ La déflexion électrique Y est proportionnelle à la tension U appliquée aux bornes des plaques de

déviation ; son expression est : $Y = \frac{D e \ell}{m d v_0^2} U$

TRAVAUX PRATIQUES

BUT

- Visualiser les lignes du champ relatives à un champ électrique uniforme.
- Chercher la forme des surfaces équipotentielles entre deux électrodes planes en regards.
- Etablir la relation $\|\vec{E}\| = \frac{U_{PN}}{d}$

A - EXPÉRIENCE QUALITATIVE :

Visualisation des lignes de champ relatives à un champ électrique uniforme.

MATÉRIEL

- une cuve à fond transparent.
- deux plaques rectangulaires en cuivre à fixé dans la cuve, l'une en face de l'autre, et distantes de **3 cm**.
- un générateur de tension continue réglable et permettant d'obtenir quelques **kilovolts**.
- quatre fils électriques de connexion.
- deux pinces crocodile.
- huile de paraffine.
- de la semoule.

PROTOCOLE

On relie les plaques de cuivre, préalablement placées dans la cuve contenant de l'huile de paraffine, aux pôles (+) et (-) du générateur entre lesquelles on maintient une tension de quelques **kilovolts**.

On saupoudre la surface de l'huile de paraffine avec les grains de semoule.

CONCLUSION

Les grains de semoule s'orientent en se disposant suivant des lignes perpendiculaires aux plaques. Elles matérialisent les lignes de champ électrique créées entre les deux plaques en regard.

B - EXPÉRIENCE QUANTITATIVE :

- Recherche de la forme des surfaces équipotentielles entre deux électrodes planes en regards.
- Détermination des caractéristiques du champ électrique uniforme.

MATÉRIEL

- une cuve à fond transparent.
- deux plaques rectangulaires en cuivre fixées dans la cuve, l'une en face de l'autre, et distantes de **10 cm**.
- un générateur de tension continue réglable et permettant d'obtenir **6 V**.
- un voltmètre muni d'une sonde (**S**) (à défaut on utilise un fil droit en cuivre).
- quatre fils électriques de connexion.
- trois pinces crocodile.
- deux papiers millimétrés numérotés (**1**) et (**2**).
- une solution de sulfate de cuivre (**0,1 mol.L⁻¹**).

PROTOCOLE

- On relie les plaques de cuivre (**P**) et (**N**) respectivement aux pôles (+) et (-) du générateur entre lesquelles on maintient une tension continue de **6 V**.
- On relie la plaque (**N**) et la **sonde (S)** aux bornes du voltmètre.
- On pose sous la cuve le papier millimétré (**1**), il permet de repérer la position de la sonde par rapport à l'une des deux plaques.
- Sur le papier millimétré (**2**), on dessine deux traits parallèles représentant en vrai grandeur les deux électrodes (Positive) et (Négative).

MESURES

Plaçons la **sonde (S)** à une distance **d** par rapport à la plaque (**N**) et mesurons à chaque fois la **d.d.p** U_{MN} .

TABLEAU DES MESURES

d (10^{-2} m)						
$U_{MN} = (V_M - V_N)$ (Volt)						
$\frac{U_{MN}}{d}$ ($V \cdot m^{-1}$)						

EXPLOITATION DES RESULTATS DES MESURES

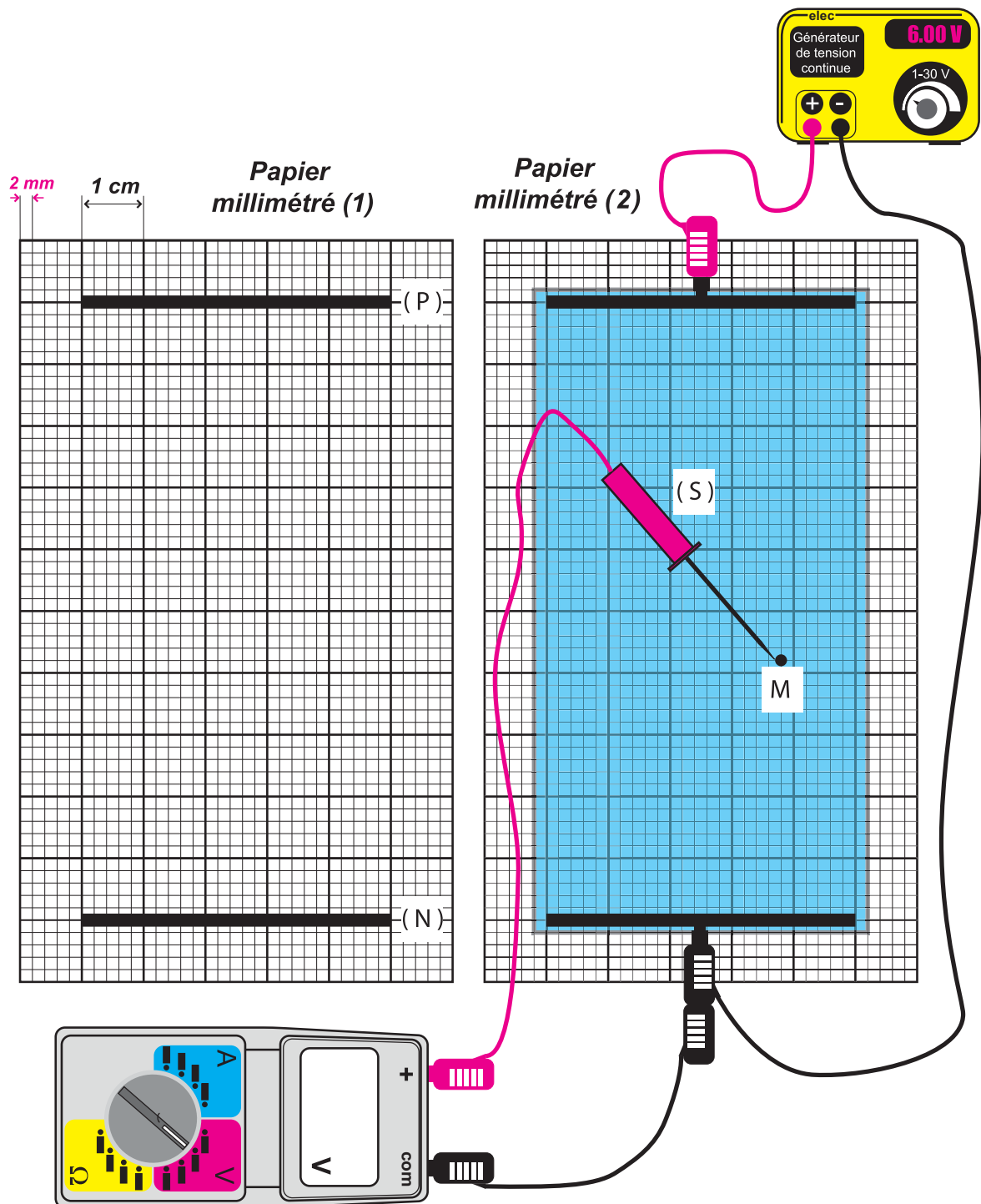
Montrer que le rapport $\frac{U_{MN}}{d}$ a la même valeur quelque soit la position du point entre les deux plaques ; elle correspond à la valeur du vecteur champ électrique qui règne entre les plaques (**P**) et (**N**).

CONCLUSION :

Deux plaques métalliques identiques, en regard l'une de l'autre, séparées d'une distance **d** et reliées aux pôles (+) et (-) d'un générateur de tension continu, créent dans l'espace qui les sépare un champ électrique uniforme dont les lignes de champ sont orthogonales aux plaques, dirigées du potentiel le plus élevé vers le potentiel le moins élevé.

La valeur du vecteur champ électrique $\vec{E}$ est donnée par :

$$\|\vec{E}\| = \frac{U_{PN}}{d}$$



Je vérifie mes connaissances

Chaque question peut avoir une ou plusieurs réponses correctes

- 1- Concernant le travail d'une force électrique, laquelle des propositions suivantes est correcte :

a - $\mathcal{W}_{A \rightarrow B}(\vec{F}_e) = q U_{AB}$.

b - $\mathcal{W}_{A \rightarrow B}(\vec{F}_e) = q U_{BA}$.

c - $\mathcal{W}_{A \rightarrow B}(\vec{F}_e) = |q| |U_{AB}|$.

- 2- Laquelle des propositions suivantes est correcte :
En négligeant le poids devant la force électrique, la variation de l'énergie cinétique d'une particule chargée est :

a - $\Delta \mathcal{E}_c = \mathcal{E}_{cB} - \mathcal{E}_{cA} = q (V_B - V_A)$.

b - $\Delta \mathcal{E}_c = \mathcal{E}_{cB} - \mathcal{E}_{cA} = q (V_A - V_B)$.

- 3- Le travail d'une force électrique s'exerçant sur une particule électrisée qui se déplace dans un champ électrique uniforme peut être :

- a - nulle
- b - positive
- c - négative

- 4- Une particule chargée q pénètre avec une vitesse initiale $\vec{v}_0$ de direction parallèle aux deux plaques (A) et (B) entre lesquelles règne un champ électrique uniforme $\vec{E}$ et où le poids est d'effet négligeable. On affirme alors que : quelque soit le signe de la charge q , le mouvement de la particule est parabolique dans le plan formé

par les vecteurs $\vec{v}_0$ et $\vec{E}$.

Cette affirmation est-elle vraie ou fausse ?

- 5- Un champ électrique uniforme $\vec{E}$ règne entre deux plaques (P_1) et (P_2) portées respectivement aux potentiels électriques $V_{(P_1)}$ et $V_{(P_2)}$. Une particule électrisée portant une charge négative q pénètre avec une vitesse initiale $\vec{v}_0$ dans le champ $\vec{E}$ par un trou de la plaque (P_1). En négligeant le poids, la particule aura un mouvement rectiligne uniformément accéléré si :

a - $\vec{v}_0 = \vec{0}$ et $V_{(P_1)} > V_{(P_2)}$.

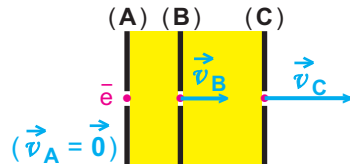
b - $\vec{v}_0$ et la force électrique $\vec{F}_e$ ont le même sens.

c - La direction de $\vec{v}_0$ n'est pas perpendiculaire aux plaques.

Laquelle des trois propositions précédentes est correcte ?

Je sais appliquer mes connaissances ; je sais raisonner

Ex-1- On étudie les accélérations successives d'un électron par les plaques (A), (B) et (C). L'électron se présente au trou de la plaque (A) avec une vitesse considérée comme nulle (**Doc.21**). On donne : $U_{BA} = 100 \text{ V}$; $U_{CB} = 900 \text{ V}$.
 $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$; $m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$.



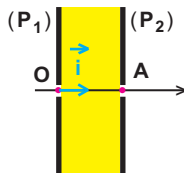
Doc.21

Appliquer le théorème de l'énergie cinétique pour déterminer :

- La valeur $\|\vec{v}_B\|$ de la vitesse avec laquelle l'électron passe par l'orifice de la plaque (B).
- La valeur $\|\vec{v}_C\|$ de la vitesse de passage de l'électron par l'orifice de la plaque (C).

Ex-2- À $t_0 = 0 \text{ s}$, des ions Kr^{8+} , de masse $m = 14 \cdot 10^{-26} \text{ kg}$, de charge q , pénètrent en O avec une vitesse presque nulle entre deux plaques (P_1) et (P_2) écartées d'une distance $d = 1 \text{ cm}$ et soumises à la tension $U = 98000 \text{ V}$. Ils sortent par le point A avec une vitesse $\vec{v}_A$ (**Doc.22**).

- Représenter la force électrique $\vec{F}$ s'exerçant sur un ion Kr^{8+} , le champ électrique $\vec{E}$ et comparer les potentiels électriques $V_{(P_1)}$ et $V_{(P_2)}$.
- Montrer qu'on peut négliger l'effet du poids devant celui de la force électrique.



Doc.22

3 - Déterminer la nature du mouvement d'un ion Kr^{8+} .

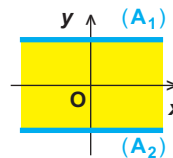
4 - Calculer la valeur algébrique de son accélération $\vec{a}$.

5 - Calculer la valeur de l'instant t_A de sortie par le point A.

6 - Calculer en $\text{km} \cdot \text{s}^{-1}$ la valeur $\|\vec{v}_A\|$ de la vitesse de sortie par le point A.

7 - Comment peut-on augmenter $\|\vec{v}_A\|$?
 Peut-on l'augmenter indéfiniment ?

On donne : $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$; $\|\vec{g}\| = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.



Doc.23

Ex-3- Une boule électrisée supposée ponctuelle, de masse $m = 0,05 \text{ g}$, de charge $q < 0$, est en équilibre en un point O (0 mm ; 0 mm) entre deux plaques (**Doc.23**) horizontales (A_1) et (A_2) distantes de $d = 4 \text{ cm}$ et aux bornes desquelles on a appliqué une tension $U_0 = 4 \text{ kV}$.

- Représenter le poids $\vec{P}$ et la force électrique $\vec{F}$ qui s'exercent sur la boule en équilibre en O.
 - Représenter le champ électrique $\vec{E}$.

c - Comparer les potentiels électriques $V_{(A_1)}$ et $V_{(A_2)}$ des deux plaques.

2 - Décrire ce que l'on observerait lorsqu'on maintient aux bornes des plaques :

a - la tension $U_1 = 4,5 \text{ kV}$.

b - la tension $U_2 = 3,5 \text{ kV}$.

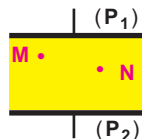
3 - Calculer le travail de la force électrique s'exerçant sur la boule quand elle s'est déplacée verticalement vers le haut du point O vers le point D (0 mm ; 12 mm) sachant que la tension appliquée est

$U_3 = 5 \text{ kV}$. On donne $\|\vec{g}\| = 9,8 \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}$.

Ex-4- Deux plaques (P_1) et (P_2) parallèles et horizontales sont fixées à l'intérieur d'une ampoule vide de gaz. Elles sont reliées aux pôles (+) et (-) d'un générateur de haute tension qui délivre une tension $U = V_{(P_1)} - V_{(P_2)} = 2700 \text{ V}$ (**Doc.24-a**).

- 1 - a - Associer les pôles (+) et (-) aux plaques correspondantes.
b - Tracer une ligne orientée du champ électrique $\vec{E}$ et qui passe par le point N.
c - Représenter le vecteur $\vec{E}$ au point M.
- 2 - Calculer la valeur $\|\vec{E}\|$ du champ électrique sachant que l'écartement des plaques est $d = 6 \text{ cm}$.
- 3 - En réalité, ces plaques servent à dévier la trajectoire du mouvement d'un faisceau d'électrons qui entrent dans la région du champ électrique $\vec{E}$ par le point O avec une vitesse $\vec{v}_0$

Doc.24-a



et sortent par le point S avec une vitesse $\vec{v}_S$ en suivant une trajectoire parabolique (**Doc.24-b**).

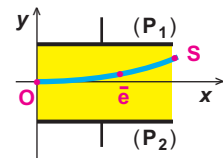
- a - Ecrire l'expression du travail de la force électrique $\vec{F}$ qui s'exerce sur un électron du point O vers le point S.
- b - Quel est le signe de la différence de potentiel électrique ($V_S - V_O$) ?
Calculer sa valeur numérique sachant que les coordonnées du point de sortie sont S ($x_S = 10 \text{ cm}$; $y_S = 2 \text{ cm}$).
- c - Calculer en μJ et en **électron-volt** le travail $\mathcal{W}(\vec{F})_{O \rightarrow S}$.

- 4 - En appliquant le théorème de l'énergie cinétique au système constitué par un électron, calculer la valeur de la vitesse de sortie $\vec{v}_S$.

On donne : $\|\vec{v}_0\| = 18,750 \cdot 10^6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$;

$m = 0,91 \cdot 10^{-30} \text{ kg}$.

Doc.24-b



Ex-5- Des noyaux d'hélium He^{2+} (particule α), de masse $m = 6,64 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$, de charge $q = 3,2 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, sont émis avec une vitesse négligeable à travers l'ouverture (O_1) d'une plaque (P_1). Ils traversent successivement trois régions (I), (II), (III) d'une enceinte dans laquelle on a fait le vide (**Doc.25**). On négligera l'action gravitationnelle sur leur mouvement.

- 1 - La région (I) est limitée par les plaques (P_1) et (P_2), auxquelles on applique une tension $U_0 = U_{P_1 P_2}$.
On veut que les particules α , en passant par (O_2), aient une vitesse $\vec{v}_0$ ayant la direction de la droite ($O_1 O_2$).
a - Quel est le signe de U_0 ?
b - Déterminer l'expression de $\|\vec{v}_0\|$ et calculer sa valeur.
On donne $U_0 = 2000 \text{ V}$.

- 2 - Les particules α pénètrent avec la vitesse $\vec{v}_0$ dans la région (II), de longueur $L = 50 \text{ cm}$, où n'existe aucun champ électrique.

- a - Quelle est la nature du mouvement des particules dans cette région ?
b - Quelle est la durée du trajet d'une particule dans cette région ?

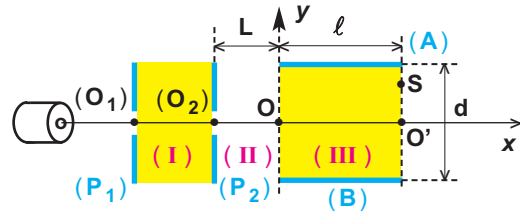
- 3 - Après avoir franchi la région (II), les particules α pénètrent en O dans la région (III) de longueur $\ell = 20 \text{ cm}$ entre les deux plaques (A) et (B) distantes de

$d = 5 \text{ cm}$. Le champ électrique $\vec{E}$ dans la région (III) est créé par une tension U_{AB} .

- a - Déterminer le sens de $\vec{E}$ pour que les particules α sortent par le point S se trouvant au dessus du point O'.
- b - En déduire le signe de U_{AB} .
- c - Montrer que le mouvement des particules α dans la région (III) est curviligne dans le plan (OXY).

- d - Etablir l'équation de la trajectoire ;
en déduire :
- la valeur de U_{AB} pour que $O'S = 5 \text{ mm}$.
- la durée du trajet O_2S .

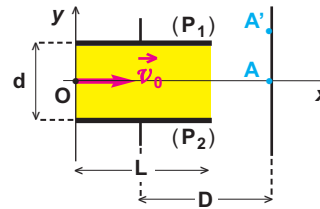
Doc.25



Ex-6- On se propose de déterminer la vitesse d'éjection des particule α de charge $q = 3,2 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ et de masse $m = 6,64 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$. Ces particules pénètrent par le point O avec une vitesse horizontale $\vec{v}_0$ dans l'espace vide entre deux plaques horizontales (P_1) et (P_2) . La distance entre les plaques est $d = 10 \text{ cm}$ et leur longueur est $L = 15 \text{ cm}$ (Doc.26). En absence de champ électrique entre (P_1) et (P_2) , on observe une tache A sur une plaque photographique disposée

perpendiculairement à $X'X$ et se trouvant à une distance $D = 50 \text{ cm}$ du centre des plaques. Lorsqu'on applique une tension continue $U = 6 \cdot 10^4 \text{ V}$ aux bornes de (P_1) et (P_2) , on constate une tache se forme en un point A' .

- 1 - Etablir l'équation de la trajectoire du mouvement d'une particule α dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$.
- 2 - Déterminer la valeur $\|\vec{v}_0\|$ de la vitesse d'éjection des particules α sachant que $AA' = 8,5 \text{ mm}$.



Doc.26

Ex-7- Les plaques déviatrices (A) et (B) ont une longueur $L = 20 \text{ cm}$ et sont séparées d'une distance $d = 7 \text{ cm}$.

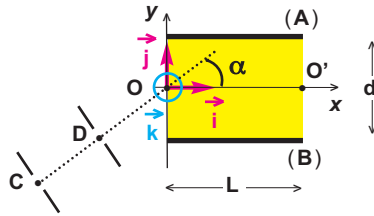
Le repère d'étude $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ a une origine O équidistante des deux plaques. Des protons sont émis au point C sans vitesse, ils sont ensuite accélérés entre C et D par une tension $U = 1000 \text{ V}$. Le faisceau homocinéétique obtenu pénètre en O dans la région délimitée par les plaques (A) et (B) avec une

vitesse $\vec{v}_0$ incliné d'un angle $\alpha = 30^\circ$ par rapport au vecteur $\vec{i}$ (Doc.27).

- 1 - Déterminer la valeur $\|\vec{v}_0\|$ de la vitesse avec laquelle les protons entre par le point O entre les plaques (A) et (B) .

On donne : masse d'un proton $m = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$; charge électrique d'un proton $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$.

- 2 - Indiquer le signe que doit avoir $(V_{(A)} - V_{(B)})$ pour que le faisceau de protons passe par le point O' ($L, 0, 0$).
- 3 - La tension continue qui est maintenue aux bornes de (A) et (B) est U' .
 - a - Etablir l'équation de la trajectoire des protons dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ en fonction de U, U', α et d .
 - b - Calculer la valeur de U' qui permet de réaliser la sortie en O' .
- 4 - Dans le cas où la tension U' a la valeur précédemment calculée, déterminer à quelle distance minimale de la plaque supérieure (A) passe le faisceau de protons.



Doc.27

Ex-8- Dans le vide d'un tube cathodique, le filament de chauffage émet des électrons avec une vitesse initiale négligeable. Les électrons sont accélérés entre les électrodes (C) et (A) où existe un champ électrique uniforme créé par la tension positive U_0 .

La valeur de la vitesse des électrons avec laquelle ils traversent l'anode (A)

est $\|\vec{v}_0\| = 16000 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$.

1 - Calculer U_0 .

On donne : charge électrique de l'électron

- $e = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$; masse de

l'électron $m = 0,91 \cdot 10^{-30} \text{ kg}$.

2 - Le faisceau d'électrons subit une déviation entre les plaques (P_1) et (P_2) qui sont soumises à une tension $U_{P_1P_2}$

pouvant être positive ou négative (Doc.28).

a - Vers quel sens (vers le haut ou vers le bas) est dévié le faisceau d'électrons lorsque $U_{P_1P_2} > 0$?

$U_{P_1P_2} < 0$?

b - Montrer que les coordonnées du vecteur accélération $\vec{a}$ dans le repère cartésien ($O, \vec{i}, \vec{j}$) sont

$$(a_x = 0 ; a_y = \frac{-e U_{P_1P_2}}{m d}).$$

c - Etablir l'équation de la trajectoire et vérifier que la déviation parabolique est en accord avec le signe de $U_{P_1P_2}$.

d - Montrer que la déviation Y du spot sur l'écran est proportionnelle à $U_{P_1P_2}$.

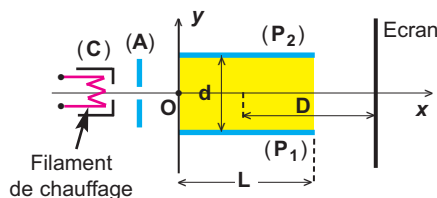
e - Sachant que $d = 2 \text{ cm}$ et $L = 4 \text{ cm}$, quelle doit être la distance D pour que

$$\text{la sensibilité } \frac{U_{P_1P_2}}{Y}$$

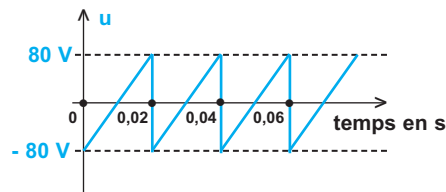
soit égale à $20 \text{ V} \cdot \text{cm}^{-1}$.

3 - La distance D ayant la valeur trouvée ci-dessus, on applique à présent une tension en dents de scie de période $T = 0,02 \text{ s}$ et dont la valeur varie de -80 V à $+80 \text{ V}$ (Doc.29).

Montrer que, sur l'écran, le spot décrit périodiquement de part et d'autre de sa position centrale, un segment de droite dont on calculera la longueur avec une vitesse constante dont on calculera la valeur.



Doc.28



Doc.29

11

MOUVEMENT DANS UN CHAMP MAGNETIQUE UNIFORME

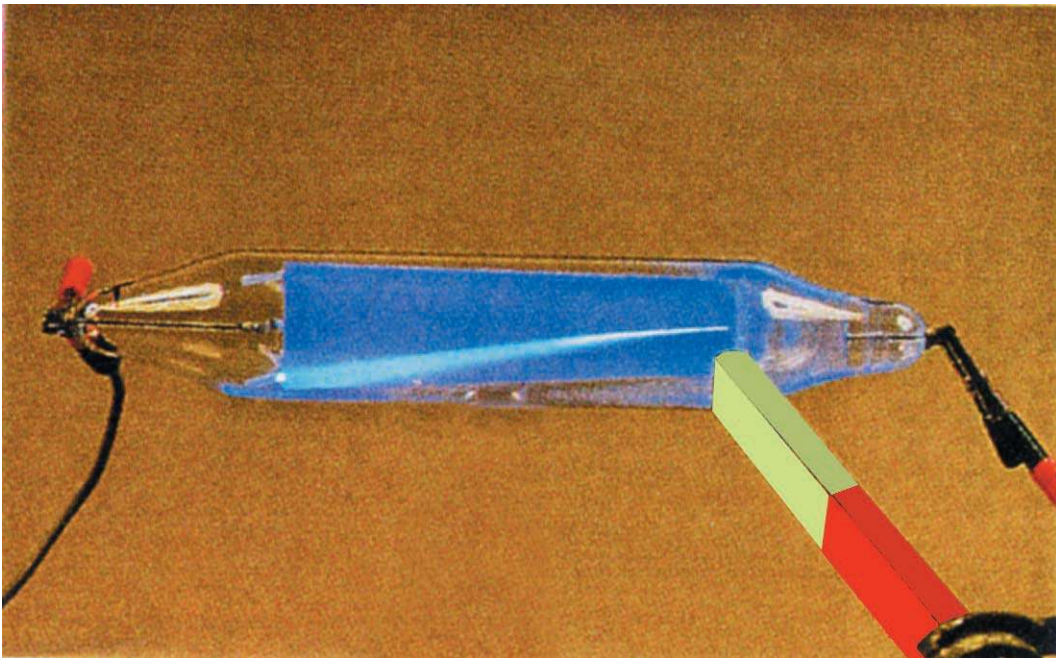


Photo.1 : Déviation d'un faisceau d'électrons par un champ magnétique dans un tube de Crookes

OBJECTIFS

- Appliquer la relation fondamentale de la dynamique au mouvement d'une particule chargée dans un champ magnétique uniforme.
- Calculer la force de Lorentz.

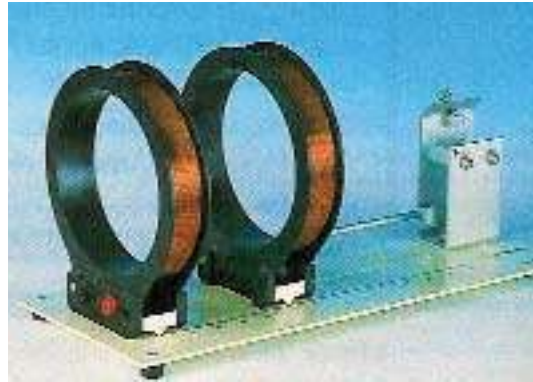
1. La force de Lorentz

1.1 . Activité expérimentale

EXPÉRIENCE :



Photo.3



LES BOBINES DE HELMHOLTZ

Les bobines de Helmholtz sont deux bobines circulaires de rayon R et de même axe. Elles sont situées à une distance R l'une de l'autre. Leurs spires sont parcourues par des courants électriques continus de même sens et de même intensité ce qui fait apparaître un champ magnétique uniforme résultant des deux champs magnétiques créés par les bobines.

Photo.2

L'appareillage se compose de deux parties :

- Deux bobines de Helmholtz qui créent dans le volume

qu'elles délimitent un champ magnétique uniforme ;

le vecteur champ magnétique constant $\vec{B}$ qui en résulte est de valeur proportionnelle à l'intensité I du courant électrique continu parcourant les spires qui les constituent (**Photo.2**).

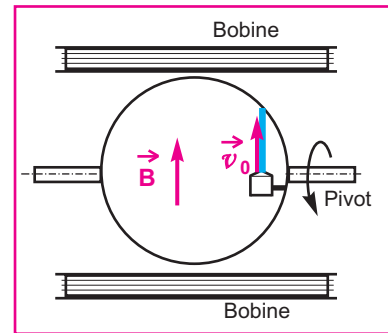
- Un canon à électrons produisant un faisceau d'électrons homocinétique à l'intérieur d'une ampoule de verre contenant de la vapeur de mercure sous pression réduite. On peut faire varier la valeur de la vitesse des électrons en agissant sur la tension accélératrice aux bornes du canon à électrons.

En faisant tourner l'ampoule autour de l'axe de son support, on modifie ainsi à volonté la direction de la vitesse initiale $\vec{v}_0$ des électrons par rapport à la direction du champ magnétique $\vec{B}$ (**Photo.3**).

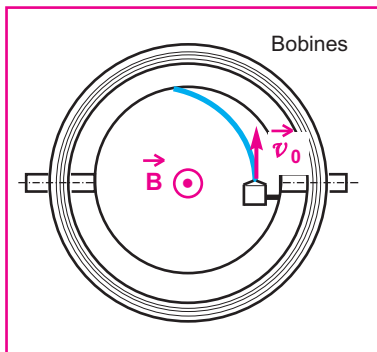
La matérialisation de la trajectoire des électrons est due aux chocs avec les atomes du gaz raréfié provoquant une luminescence bleue caractéristique du mercure.

OBSERVATIONS :

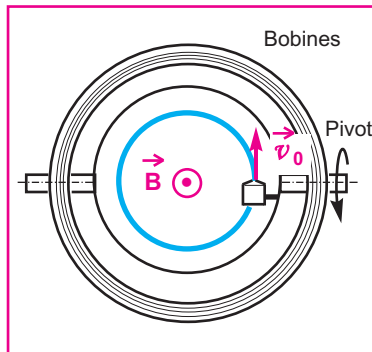
- Lorsque le vecteur vitesse initiale $\vec{v}_0$ est parallèle au champ magnétique $\vec{B}$, la trajectoire des électrons n'est pas déviée (**Doc.1**).
- Lorsque $\vec{v}_0$ est perpendiculaire au vecteur champ magnétique $\vec{B}$, la trajectoire s'incurve tout en demeurant dans un plan perpendiculaire à $\vec{B}$ (**Doc.2**). Lorsqu'on augmente l'intensité du courant électrique qui parcourt les spires des deux bobines, jusqu'à rendre la valeur de $\vec{B}$ assez importante, la trajectoire devient circulaire (**Doc.3**) et (**Photo.4**).



Doc.1



Doc.2



Doc.3

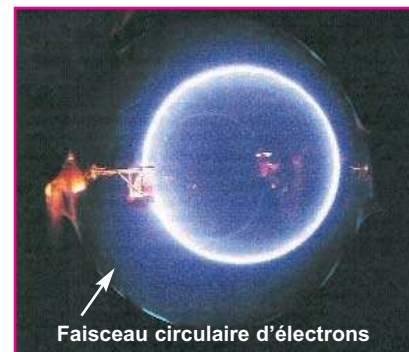


Photo.4

- Lorsque la direction de la vitesse initiale $\vec{v}_0$ est inclinée d'un angle aigu θ par rapport à la direction de $\vec{B}$, la trajectoire des électrons est une hélice circulaire (**Photo.5**).

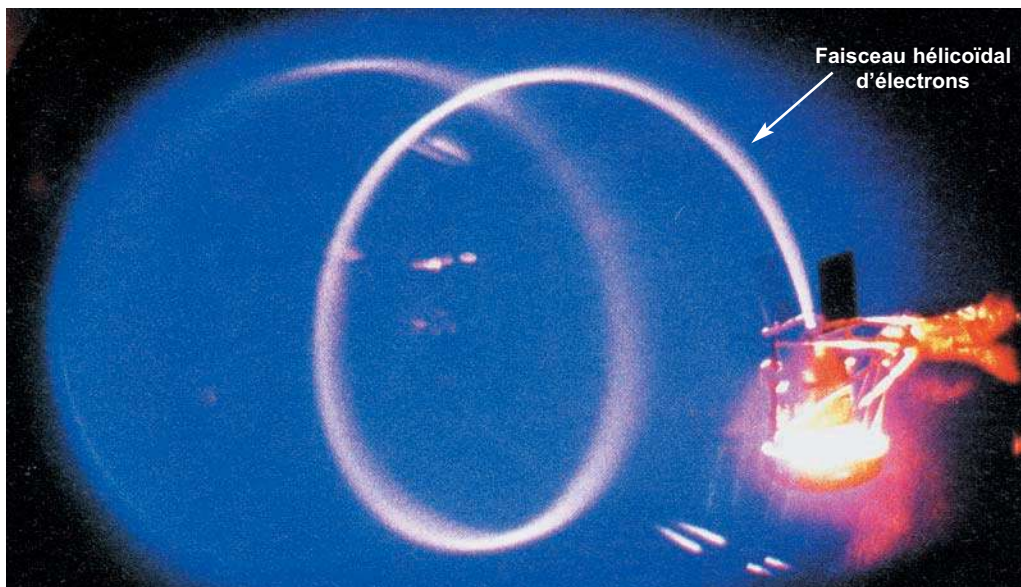


Photo.5

REMARQUE :

La déviation de la trajectoire des électrons est possible même si le champ magnétique n'est pas uniforme. On peut s'en apercevoir en approchant un aimant droit d'un faisceau d'électrons (**Photo.6**).

Dans la suite du cours, on se limitera au cas où le champ magnétique est uniforme.

CONCLUSION :

Un champ magnétique uniforme permet de dévier un faisceau d'électrons lorsque ses particules chargées sont animées d'une vitesse non parallèle au champ magnétique uniforme.

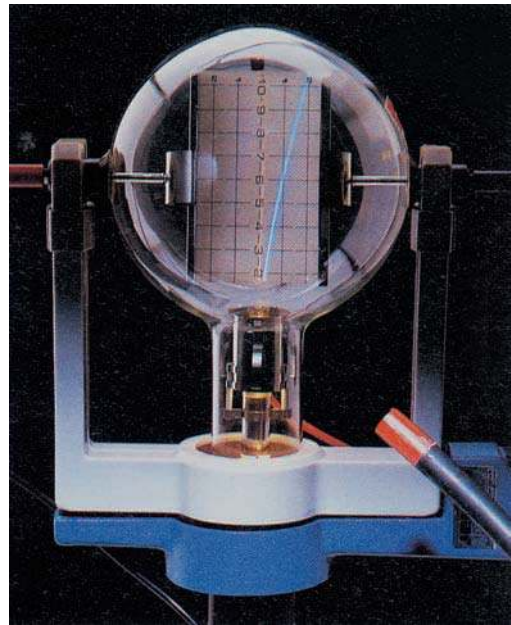


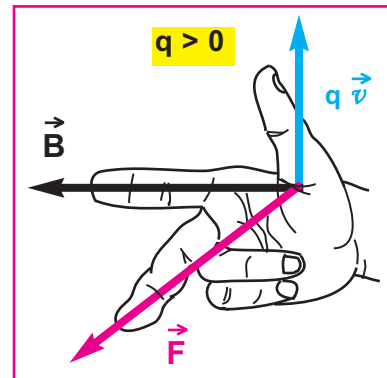
Photo.6

1.2 . La force de Lorentz

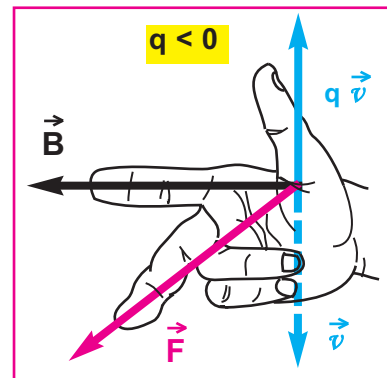
La déviation de la trajectoire des électrons animés d'une vitesse $\vec{v}$ dans un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ est causée par une force magnétique $\vec{F}_m$ appelée force de Lorentz.

CARACTÉRISTIQUES DE LA FORCE DE LORENTZ :

- **Direction** : la force de Lorentz $\vec{F}_m$ est perpendiculaire au plan formé par les vecteurs $\vec{v}$ et $\vec{B}$.
- **Sens** : il est donné par la règle des trois doigts de la main droite ; le pouce, l'index et le majeur sont disposés selon trois axes orthogonaux.
 - le vecteur $q\vec{v}$ est donné par le pouce :
 - le pouce est de même sens que $\vec{v}$ si $q > 0$ (**Doc.4 - a**),
 - le pouce est de sens contraire à $\vec{v}$ si $q < 0$ (**Doc.4 - b**).
 - le vecteur champ magnétique uniforme $\vec{B}$ est donné par l'index ;
 - le vecteur force de Lorentz $\vec{F}_m$ est donné par le majeur.



Doc.4-a



Doc.4-b

● Valeur de la force de Lorentz :

$$\|\vec{F}_m\| = |q| \|\vec{v}\| \|\vec{B}\| \sin \theta$$

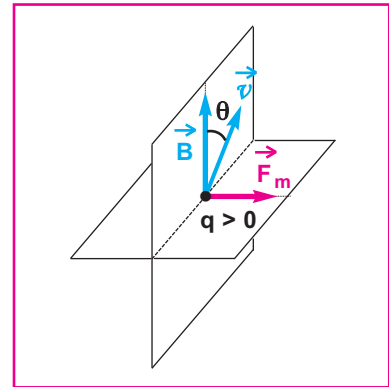
$\theta = (\vec{v}, \vec{B})$: angle non orienté (**Doc.5**) ;

$|q|$ en C ;

$\|\vec{v}\|$ en $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$;

$\|\vec{B}\|$ en T ;

$\|\vec{F}_m\|$ en N.



Doc.5

REMARQUES :

- Si les vecteurs $\vec{v}$ et $\vec{B}$ sont parallèles :

$\theta = 0^\circ$ donc $\sin \theta = 0$, alors $\|\vec{F}_m\| = 0$; par conséquent la force de Lorentz est nulle : $\vec{F}_m = \vec{0}$ (**Doc.6 - a**).

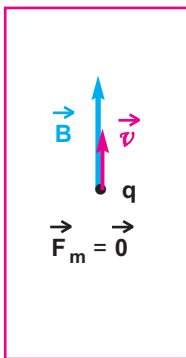
Le champ magnétique n'a pas d'effet sur la particule chargée en mouvement. La vitesse initiale n'est donc pas modifiée, la trajectoire est rectiligne.

- Si les vecteurs $\vec{v}$ et $\vec{B}$ sont perpendiculaires (**Doc.6 - b**) :

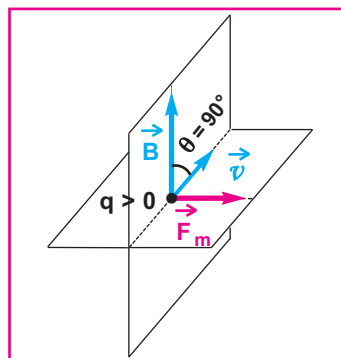
$\theta = 90^\circ$ donc $\sin \theta = 1$, d'où $\|\vec{F}_m\| = |q| \|\vec{v}\| \|\vec{B}\|$.

Le faisceau d'électrons subit une déviation dans le plan formé par les vecteurs $\vec{v}$ et $\vec{F}_m$.

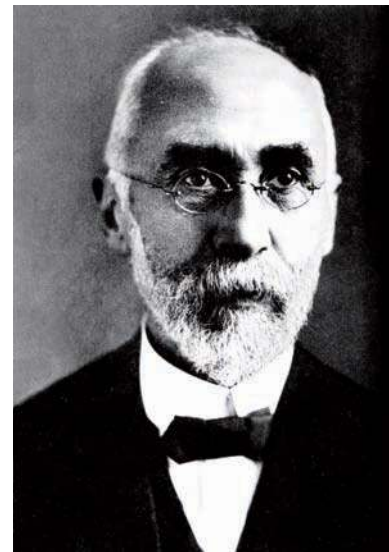
- Si $\vec{v} = \vec{0}$ alors $\vec{F}_m = \vec{0}$: Le champ magnétique n'a pas d'action sur une particule chargée au repos dans le repère considéré.



Doc.6-a



Doc.6-b

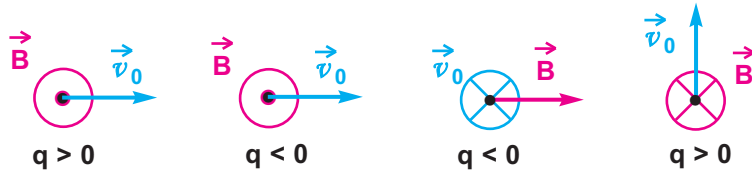


LORENTZ (Hendrick Anton), physicien hollandais (Arnhem 1853 - Haarlem 1928). De 1895 à 1900, il donne un premier modèle microscopique de la plupart des phénomènes électriques connus à cette époque. En 1896, il a donné une première évaluation de la masse de l'électron. En 1902, il a obtenu le Prix Nobel de physique.

EXERCICE RÉSOLU N° 1.

ENONCÉ :

1- Déterminer la direction et le sens de la force magnétique $\vec{F}_m$ dans les cas suivants :



2- Calculer la valeur de la force de Lorentz s'exerçant sur des particules électrisées animées d'une vitesse $\vec{v}_0$ perpendiculaire au vecteur champ magnétique $\vec{B}$ dans les deux cas suivants :

- la particule est un électron ;
- la particule est un noyau d'hélium ${}^4_2\text{He}^{2+}$ appelée particule α .

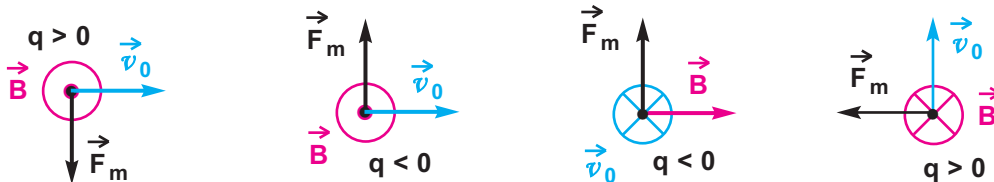
3- Montrer que le poids des particules est une force négligeable devant la force de Lorentz.

On donne : $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$; $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$;

$$m_\alpha = 6,65 \cdot 10^{-27} \text{ kg} ; \|\vec{g}\| = 9,8 \text{ m.s}^{-2} ; \|\vec{v}_0\| = 2 \cdot 10^5 \text{ m.s}^{-1} ; \|\vec{B}\| = 0,1 \text{ T}.$$

SOLUTION

1- UTILISATION DE LA RÈGLE DES TROIS DOIGTS DE LA MAIN DROITE :



2- CALCUL DE LA VALEUR DE LA FORCE DE LORENTZ :

- LA PARTICULE EST UN ÉLECTRON :

$$\|\vec{F}_m\| = e \|\vec{v}_0\| \|\vec{B}\| = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot 0,1 = 3,2 \cdot 10^{-15} \text{ N}.$$

$$\|\vec{F}_m\| = 3,2 \cdot 10^{-15} \text{ N}$$

- LA PARTICULE EST L'ION ${}^4_2\text{He}^{2+}$:

$$\|\vec{F}_m\| = q \|\vec{v}_0\| \|\vec{B}\| = 2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot 0,1 = 6,4 \cdot 10^{-15} \text{ N}.$$

$$\|\vec{F}_m\| = 6,4 \cdot 10^{-15} \text{ N}$$

3- COMPARAISON DE LA VALEUR DE LA FORCE DE LORENTZ À CELLE DU POIDS DE LA PARTICULE :

- LA PARTICULE EST UN ÉLECTRON : $\frac{\|\vec{P}\|}{\|\vec{F}_m\|} = \frac{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 9,8}{3,2 \cdot 10^{-15}} = 3 \cdot 10^{-14} \ll 1$

- LA PARTICULE EST L'ION ${}^4_2\text{He}^{2+}$: $\frac{\|\vec{P}\|}{\|\vec{F}_m\|} = \frac{6,65 \cdot 10^{-27} \cdot 9,8}{6,4 \cdot 10^{-15}} = 1 \cdot 10^{-11} \ll 1$

Les valeurs des poids de ces particules sont négligeables devant celles des forces de Lorentz.

2. Mouvement d'une particule chargée dans un champ magnétique uniforme

Nous nous limitons au seul cas où le vecteur vitesse initiale $\vec{v}_0$ de la particule est perpendiculaire au vecteur champ magnétique $\vec{B}$ supposé uniforme.

Un électron, corps ponctuel de masse m et de charge $q = -e$, pénètre en O dans le champ magnétique uniforme à un instant de date $t = 0$.

Le mouvement est étudié dans le référentiel du laboratoire considéré comme galiléen. Le poids $\vec{P}$ de la particule est négligeable par rapport à la force de Lorentz $\vec{F}_m$.

2.1 . Etude dynamique

Considérons l'axe $(O, \vec{k})$ perpendiculaire au plan de la figure et de même direction que le vecteur $\vec{B}$ (Doc.7).

La force de Lorentz $\vec{F}_m$ est à chaque instant perpendiculaire au plan formé par le vecteur $\vec{B}$ et le vecteur vitesse $\vec{v}$.

Elle est donc contenue dans le plan de la figure. Appliquons la deuxième loi de Newton au système

$$\{\text{électron}\} : \vec{F}_m = m \vec{a}.$$

Le vecteur accélération $\vec{a}$ est de même sens que le vecteur force $\vec{F}_m$, alors sa projection sur l'axe $(O, \vec{k})$ est nulle :

$$a_z = 0, \text{ donc } \frac{dv_z}{dt} = 0 \text{ ce qui implique que } v_z = C^{te}.$$

Or le vecteur vitesse initiale $\vec{v}_0$ a une coordonnée nulle

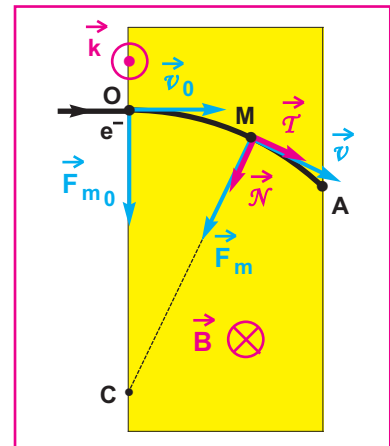
selon l'axe $(O, \vec{k})$: $v_{0z} = 0$,

alors : $v_z = v_{0z} = 0$.

$$\text{Or } v_z = \frac{dz}{dt} = 0 \text{ donc } z = C^{te} ;$$

puisque à $t = 0$ on a $z_0 = 0$, alors $z = 0$ quel que soit l'instant de date t .

Ainsi, le mouvement de l'électron dans la région où règne le champ magnétique uniforme s'effectue dans le plan formé par le vecteur vitesse et le vecteur force de Lorentz.



Doc.7

La trajectoire de l'électron est incurvée dans le sens de la force de Lorentz $\vec{F}_m$ qui reste perpendiculaire aux vecteurs vitesse et champ magnétique ; par conséquent l'accélération $\vec{a}$ est perpendiculaire au vecteur vitesse $\vec{v}$.

Orientons la trajectoire dans le sens du mouvement et exprimons le vecteur $\vec{a}$ dans le repère de Frenet ($\mathbf{M}$, $\vec{T}$, $\vec{N}$) d'origine $\mathbf{M}$ qui est la position de l'électron à l'instant t .

$$\vec{a} = a_T \vec{T} + a_N \vec{N} = \frac{dv}{dt} \vec{T} + \frac{v^2}{R} \vec{N} ;$$

R étant le rayon de courbure de la trajectoire.

La vitesse $\vec{v}$ est portée par la tangente à la trajectoire au point $\mathbf{M}$, alors : $\vec{v} = v \vec{T}$.

L'accélération $\vec{a}$ étant perpendiculaire à $\vec{v}$, alors elle est perpendiculaire à $\vec{T}$.

Par conséquent : $a_T = \frac{dv}{dt} = 0$ donc $v = \text{cte} = v_0$:

Dans la région où règne le champ magnétique uniforme, le mouvement de l'électron est uniforme.

L'accélération de l'électron a une composante tangentielle nulle : $a_T = 0$, elle est donc réduite à sa composante normale :

$$\vec{a} = a_N \vec{N} \quad \text{d'où} \quad \|\vec{a}\| = a_N = \frac{v^2}{R} .$$

$$\text{Or } \|\vec{F}_m\| = e \|\vec{v}_0\| \|\vec{B}\| \quad \text{et} \quad \|\vec{F}_m\| = m \|\vec{a}\|$$

d'où $e \|\vec{v}_0\| \|\vec{B}\| = m \frac{v^2}{R}$; on sait que $v = v_0$ d'où :

$$R = \frac{m \|\vec{v}_0\|}{e \|\vec{B}\|} = \text{cte} : \text{le rayon } R \text{ de courbure est constant}$$

Dans la région où règne le champ magnétique uniforme, le mouvement de l'électron est circulaire.

GÉNÉRALISATION :

Dans un champ magnétique uniforme $\vec{B}$, une particule de masse m et de charge q arrivant avec une vitesse initiale $\vec{v}_0$ perpendiculaire à $\vec{B}$ prend un mouvement circulaire uniforme dans le plan perpendiculaire à $\vec{B}$, de rayon :

$$R = \frac{m \|\vec{v}_0\|}{|q| \|\vec{B}\|}$$

2.2 . Déviation et déflexion magnétique

Un faisceau d'électrons pénètre dans une région d'étendue ℓ où règne un champ magnétique uniforme $\vec{B}$.

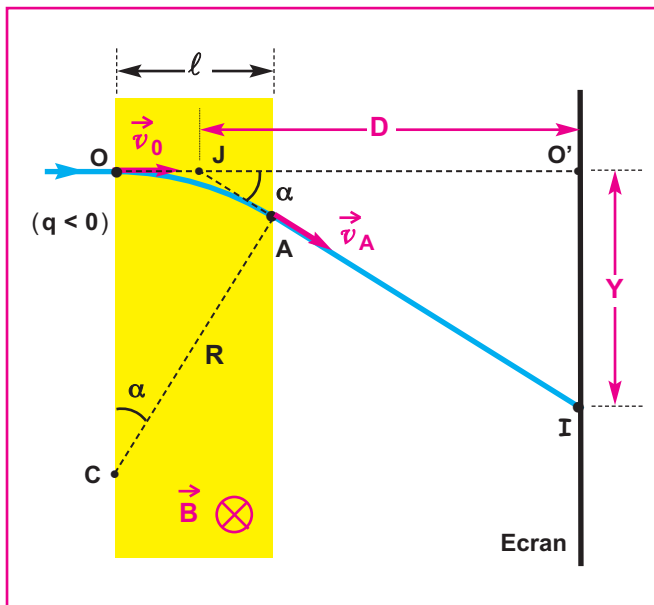
La vitesse initiale $\vec{v}_0$ est perpendiculaire à $\vec{B}$.

Étant soumis à la force de Lorentz, les électrons décrivent

une trajectoire circulaire de rayon $R = \frac{m \|\vec{v}_0\|}{e \|\vec{B}\|}$ avec une vitesse de valeur constante $\|\vec{v}_0\|$.

Au point **A**, les électrons quittent la région où règne le champ magnétique. D'après le principe d'inertie, en supposant l'effet du poids non appréciable, le mouvement des électrons devient rectiligne uniforme de

vitesse ayant la valeur $\|\vec{v}_A\| = \|\vec{v}_0\|$ (**Doc.8**).



Doc.8

En dehors de la région où règne le champ magnétique uniforme, la partie rectiligne de la trajectoire est tangente au point **A** à sa partie circulaire $\widehat{OA}$, elle est donc perpendiculaire au rayon **CA**.

Les électrons finissent leur course au point d'impact **I** d'un écran (**Doc.8**).

Lorsque le champ magnétique $\vec{B}$ est nul, le faisceau d'électrons n'est pas dévié et arrive au point **O'** de l'écran. On désigne par **J** le point d'intersection de la droite (**AI**) avec la droite (**OO'**).

L'écran se trouve à une distance **D** du point **J**.

La déviation du faisceau d'électrons est égale à l'angle α formé par les directions des vecteurs vitesses $\vec{v}_A$ et $\vec{v}_0$.

Les angles $\widehat{OCA}$ et $\widehat{O'JI}$ ont des côtés perpendiculaires deux à deux, ils sont égaux, donc : $\widehat{OCA} = \alpha$.

Cherchons l'expression de l'angle α :

on sait que $\widehat{OA} = R \alpha$;

lorsque l'étendue ℓ du champ est faible devant le rayon **R**,

on peut faire l'approximation $\widehat{OA} = \ell$;

$$\text{alors } \alpha = \frac{\ell}{R} = \frac{e \ell \|\vec{B}\|}{m \|\vec{v}_0\|}.$$

La déflection magnétique **Y** est égale à la distance **O'I** :

Y = O'I . Cherchons son expression :

$$\text{tg } \alpha = \frac{O'I}{JO'} = \frac{Y}{D}.$$

Lorsque la déviation α est faible ($\alpha < 10 \text{ deg}$) alors :

$$\text{tg } \alpha = \alpha \text{ (rad)}.$$

$$\text{tg } \alpha = \alpha = \frac{Y}{D} = \frac{e \ell \|\vec{B}\|}{m \|\vec{v}_0\|} \quad \text{donc } Y = \frac{e \ell D \|\vec{B}\|}{m \|\vec{v}_0\|}.$$

Le champ magnétique uniforme s'obtient grâce à un courant passant dans des bobines, par exemple les bobines de déflection d'un téléviseur ; la valeur du vecteur champ magnétique est proportionnelle à l'intensité **i** du courant qui parcourt les spires.

On peut donc énoncer le résultat suivant :

La déflection magnétique est proportionnelle à l'intensité du courant qui parcourt les spires des bobines de déflection.

3. Applications

3.1 . Déflexion magnétique dans le tube cathodique de télévision

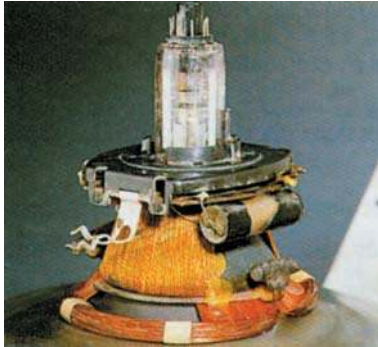
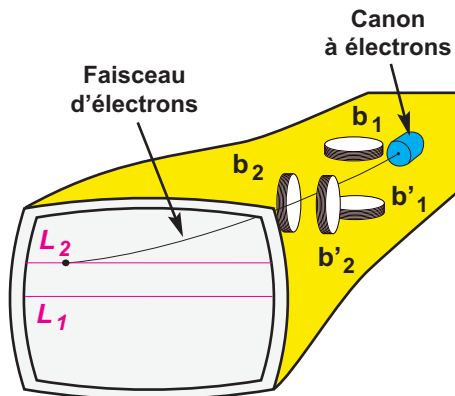


Photo.7-a : Tube cathodique de télévision



Photo.7-b : Bobines de déflexions magnétiques du tube cathodique d'un téléviseur



Doc.9 : Les bobines b_1 et b'_1 permettent de balayer en ligne ; les bobines b_2 et b'_2 permettent de passer d'une ligne à une autre

Dans le tube cathodique de télévision, le spot balaye l'écran grâce à deux champs magnétiques

perpendiculaires $\vec{B}_h$ et $\vec{B}_v$ (**Photo.7-a**) et (**Photo.7-b**)

Les bobines de déviation horizontale sont parcourues par un courant en dent de scie de fréquence égale à **15625 Hz**.

Le spot balaye l'écran de gauche à droite suivant une ligne sensiblement horizontale pendant **64 μs** . Après un retour presque instantané à gauche de l'écran, le spot décrit une deuxième ligne, puis une troisième ligne, etc... (**Doc.9**).

Chaque ligne est parallèle à la précédente mais située très légèrement en dessous. On réalise ainsi **625 lignes** grâce aux bobines de déviation verticale qui sont alimentées par un courant en dents de scie de fréquence égale à **25 Hz**.

Un balayage complet de l'écran est réalisé en **40 ms**, il en résulte que **25 images** se succèdent en une seconde.

3.2 . Le cyclotron

Le cyclotron est formé de deux demi-cylindres creux (D_1) et (D_2), appelées “dees” en raison de leurs formes. Ces deux dees sont séparés par un intervalle étroit. Un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ règne à l'intérieur des dees, sa direction est parallèle à l'axe de ces demi-cylindres. Un champ électrique variable $\vec{E}$ règne dans l'intervalle étroit délimité par les deux faces parallèles des dees. Il est obtenu en établissant une tension $u_{D_1 D_2} = V_{D_1} - V_{D_2}$ qui est alternative de fréquence N : pendant la demi-période correspondant au passage de (D_1) vers (D_2), $u_{D_1 D_2} = U_m$. Pendant la demi-période suivante correspondant au passage de (D_2) vers (D_1), $u_{D_1 D_2} = -U_m$.

Cet appareillage sert à accélérer des particules chargées : des protons, des noyaux d'hélium, etc ... (**Photo.8**) et (**Doc.10**).

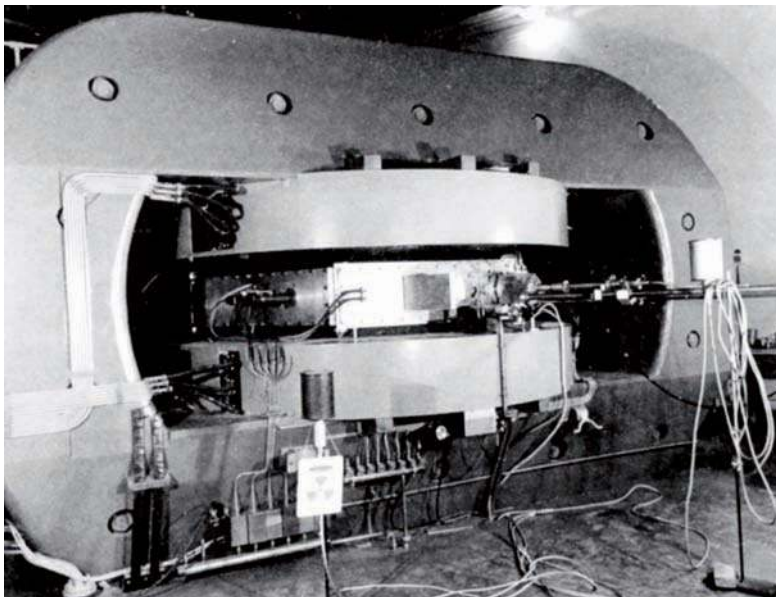
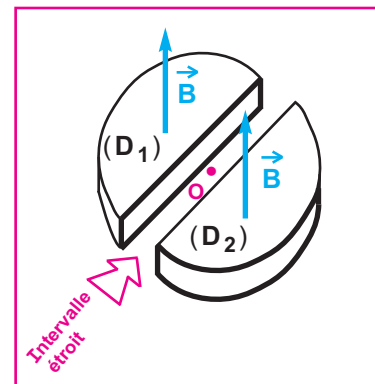


Photo.8

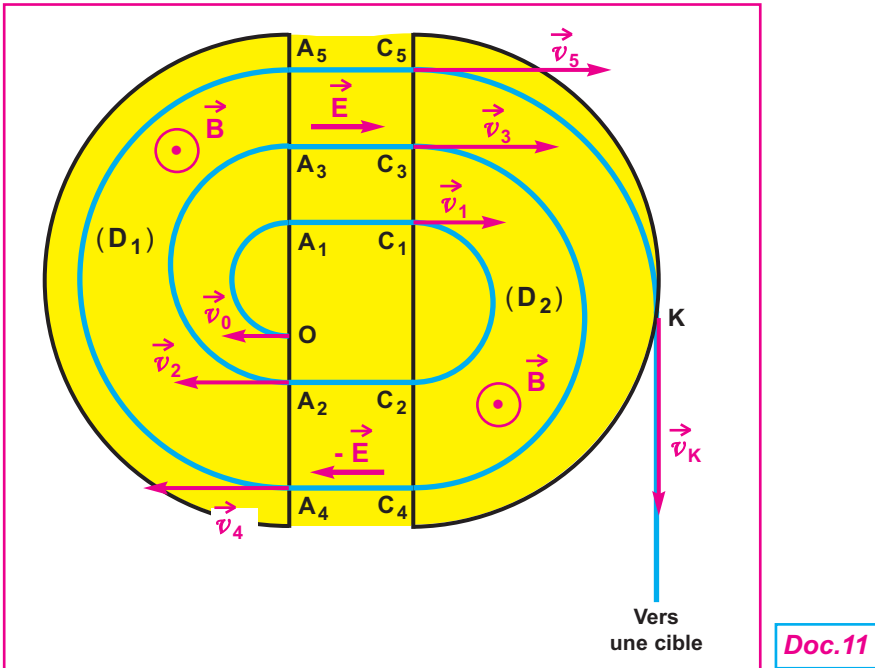


Doc.10

Suivons la progression dans le cyclotron, d'un proton de masse m et de charge $q = e$. Le proton pénètre à l'instant $t = 0$ dans (D_1) par le point O animé d'une vitesse $\vec{v}_0$ (**Doc.11**). Il décrit un mouvement circulaire uniforme et sa trajectoire est un demi-cercle de rayon $R_0 = \frac{m \|\vec{v}_0\|}{e \|\vec{B}\|}$. Il parvient au point A_1 avec une vitesse de valeur $\|\vec{v}_0\|$.

Entre les points A_1 et C_1 , le proton est accéléré par le champ électrique $\vec{E}$ créé par la tension $u_{D_1 D_2} = U_m$ constante durant le passage.

Au point C_1 , sa vitesse est $\vec{v}_1$ de valeur $\|\vec{v}_1\|$ plus grande que $\|\vec{v}_0\|$ comme le montre le calcul suivant :



Appliquons le théorème de l'énergie cinétique au système constitué par le proton entre le point A_1 et le point C_1 ;

$$\Delta \mathcal{E}_C = \mathcal{E}_{C_{C_1}} - \mathcal{E}_{C_{A_1}} = q u_{D_1 D_2} \text{ équivalent à } A_1 \rightarrow C_1$$

$$\frac{1}{2} m v_1^2 - \frac{1}{2} m v_0^2 = e U_m \text{ d'où :}$$

$$v_1^2 = v_0^2 + \frac{2 e U_m}{m}$$

Du point C_1 vers le point C_2 , le proton décrit de nouveau un mouvement circulaire uniforme sur une trajectoire

$$\text{de rayon } R_1 = \frac{m \|\vec{v}_1\|}{e \|\vec{B}\|}.$$

Lorsque le proton arrive en C_2 , la tension est inversée et a une valeur $u_{D_1 D_2} = - U_m$.

Le champ électrique devient égal à $(-\vec{E})$. Une nouvelle accélération se produit du point C_2 vers le point A_2 où la vitesse devient $\vec{v}_2$ de valeur encore plus grande comme le montre le calcul suivant :

$$\Delta \mathcal{E}_C = \mathcal{E}_{C_{A_2}} - \mathcal{E}_{C_{C_2}} = e u_{D_2 D_1} ; C_2 \rightarrow A_2$$

$$\text{Or } u_{D_2 D_1} = - u_{D_1 D_2} = - (- U_m) = U_m$$

$$\frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2 = e U_m \text{ d'où}$$

$$v_2^2 = v_1^2 + \frac{2 e U_m}{m} \text{ par conséquent :}$$

$$v_2^2 = v_0^2 + 2 \left(\frac{2 e U_m}{m} \right)$$

Le proton décrit ensuite un nouveau demi-cercle de rayon

$$\text{plus grand : } R_2 = \frac{m \|\vec{v}_2\|}{e \|\vec{B}\|}.$$

Quand le proton arrive au point A_3 , le champ électrique redevient $\vec{E}$ et une autre accélération se produit, ainsi de suite ..., jusqu'à atteindre le point K où le proton quitte le cyclotron animé d'une vitesse de valeur très importante permettant de l'utiliser dans des expériences appropriées.

La valeur $\|\vec{v}_K\|$ de la vitesse de sortie du cyclotron au

$$\text{point } K \text{ est donnée par : } v_K^2 = v_0^2 + n \left(\frac{2 e U_m}{m} \right)$$

où n est le nombre de traversées effectuées par le proton à travers l'intervalle étroit entre les deux dees.

Déterminons la durée θ de parcours de chaque demi-cercle :

le mouvement étant circulaire uniforme, sa période T est liée

$$\text{à sa vitesse angulaire } \dot{\theta} \text{ par : } T = \frac{2 \pi}{\dot{\theta}}.$$

La vitesse angulaire ω est lié à la vitesse linéaire v par :

$$\dot{\theta} = \frac{v}{R}.$$

D'après l'expression du rayon R de la trajectoire circulaire

$$\text{on a : } \frac{v}{R} = \frac{e \|\vec{B}\|}{m}, \text{ d'où } \dot{\theta} = \frac{e \|\vec{B}\|}{m}.$$

$$\text{L'expression de la période est alors } T = \frac{2 \pi m}{e \|\vec{B}\|} :$$

la période T du mouvement circulaire uniforme du proton dans le cyclotron est indépendante de la valeur de sa vitesse.

Le temps mis par le proton pour effectuer chaque

demi-cercle est $\theta = \frac{T}{2}$.

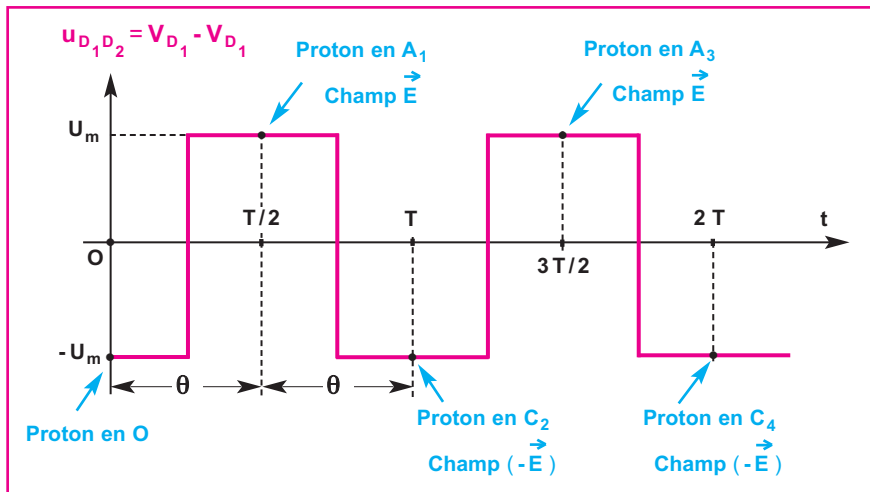
Pour accélérer le proton entre les faces des dees, le champ électrique doit changer de sens au terme de chaque demi-tour de durée θ . Sachant que le proton met un temps négligeable pour traverser l'intervalle étroit entre les faces des deux dees, alors la période de variation du champ

électrique est $T = 2\theta = \frac{2\pi m}{e \|\vec{B}\|}$.

La fréquence du cyclotron est $N = \frac{1}{T} = \frac{e \|\vec{B}\|}{2\pi m}$.

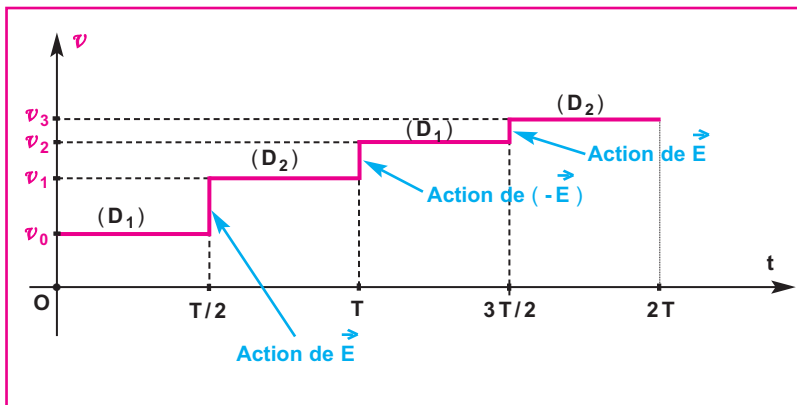
Le document 12 donne la variation alternative de la tension

$u_{D_1 D_2} = V_{D_1} - V_{D_2}$.



Doc.12

Le document 13 résume les actions de $\vec{B}$ et de $\vec{E}$: seul le champ électrique augmente la valeur de la vitesse ; le champ magnétique uniforme ne fait qu'imposer à la particule une trajectoire circulaire.



Doc.13

3.3 . Le spectrographe de masse

J.J. Thomson (1913), Aston (1917), Dempster (1918) mirent au point divers appareils appelés spectromètres ou spectrographes de masse, permettant de trier des particules de charge massique $\frac{|q|}{m}$ différentes.

Tous ces appareils reposent sur le même principe que nous allons développer.

Un spectrographe comprend :

- une chambre d'ionisation où sont produits, avec une vitesse sensiblement nulle, des ions de masses différentes mais de même charge ;
- une chambre d'accélération où les ions sont accélérés par un champ électrique uniforme ;
- une chambre de déviation semi-circulaire où règne un champ magnétique uniforme ; dans cette zone, chaque ion est animé d'un mouvement circulaire uniforme de rayon qui dépend de sa masse ;
- un dispositif de détection où sont recueillis séparément les ions (plaques photographique sensible, collecteurs, compteur ...) (**Photo.9**) et (**Doc.14**).

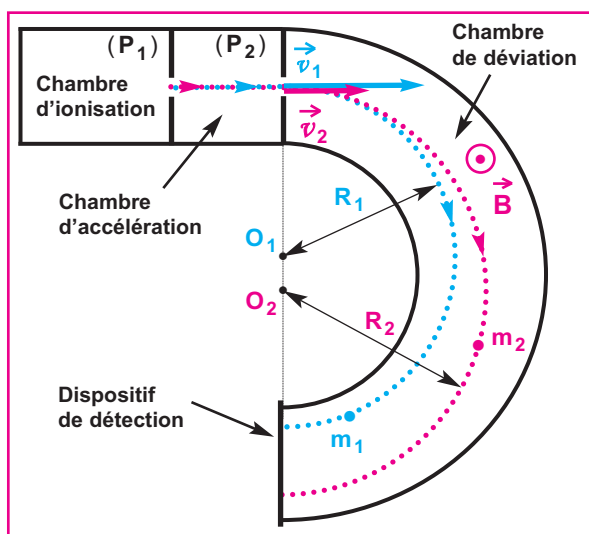
Le spectrographe de masse permet :

- ☑ d'identifier les isotopes d'un élément ;
- ☑ de déterminer la composition isotopique d'un élément (pourcentage de chaque isotope) ;
- ☑ de mesurer la masse des isotopes ;
- ☑ d'analyser un mélange gazeux ou solide ;
- ☑ de déterminer la formule de composés organiques : lors de l'ionisation les molécules sont brisées en fragments ionisés dont on peut déterminer la masse, donc la nature.



Photo.9 : SPECTROGRAPHE DE MASSE

du CRMT de Marseille : à gauche les chambre d'ionisation et d'accélération, au centre l'aimant, à droite le dispositif de détection.



Doc.14 : SCHÉMA D'UN SPECTROGRAPHE DE MASSE

Deux ions de même charge positive q et de masses différentes m_1 et m_2 , sont produits dans la chambre d'ionisation d'un spectrographe de masse (**Doc.20 - b**). Ces ions pénètrent dans la chambre d'accélération par le trou de la plaque (P_1) avec des vitesses négligeables. Un champ électrique uniforme règne entre les plaques (P_1) et (P_2) maintenues sous une tension continue positive $U_{P_1P_2}$. Ils ont alors des mouvements rectilignes uniformément accélérés qui leur communiquent à la sortie par le trou de la plaque (P_2) des vitesses $\vec{v}_1$ et $\vec{v}_2$ de valeurs données par les relations :

$$\|\vec{v}_1\| = \sqrt{\frac{2 q U_{P_1P_2}}{m_1}} \quad \text{et} \quad \|\vec{v}_2\| = \sqrt{\frac{2 q U_{P_1P_2}}{m_2}} .$$

Ces relations montrent que la valeur de la vitesse est inversement proportionnelle à la racine carrée de la masse. Donc, à la sortie de la chambre d'accélération, l'ion le plus léger a le mouvement le plus rapide. Ces ions entrent alors dans la chambre où règne un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ perpendiculaire aux vecteurs vitesses $\vec{v}_1$ et $\vec{v}_2$. Ils ont alors des mouvements circulaires uniformes de rayons R_1 et R_2 donnés par les relations :

$$R_1 = \frac{m_1 \|\vec{v}_1\|}{q \|\vec{B}\|} \quad \text{et} \quad R_2 = \frac{m_2 \|\vec{v}_2\|}{q \|\vec{B}\|} .$$

En tenant compte des expressions de $\|\vec{v}_1\|$ et de $\|\vec{v}_2\|$, on peut écrire :

$$R_1 = \frac{1}{\|\vec{B}\|} \sqrt{\frac{2 U_{P_1P_2}}{q}} m_1 \quad \text{et}$$

$$R_2 = \frac{1}{\|\vec{B}\|} \sqrt{\frac{2 U_{P_1P_2}}{q}} m_2 .$$

Puisque q , $U_{P_1P_2}$ et $\|\vec{B}\|$ sont constants, le rayon de courbure est proportionnel à la racine carrée de la masse de l'ion. Donc, l'ion qui a la masse la plus grande aura le rayon le plus grand ; c'est ainsi qu'on arrive à séparer les ions de même charge électrique mais de masses différentes.

EXERCICE RÉSOLU N°2

ENONCÉ :

On introduit dans un spectrographe de masse des ions

A_1Li^+ et A_2Li^+ (A_1 et A_2 désignent les nombres de masse)

de même charge $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ et de masses respectives m_1 et m_2 . Dans tout l'exercice, on néglige l'effet du poids devant ceux des forces électrique et magnétique.

1 - Dans la chambre d'accélération, les ions se présentent au point O_1 avec des vitesses pratiquement nulles ; ils sont accélérés par une tension continu $U_{P_1P_2} = U$ établie entre les plaques (P_1) et (P_2) .

a - Représenter sur un schéma le champ électrique $\vec{E}$ régnant entre les plaques (P_1) et (P_2) .

b - Préciser le signe de $U = U_{P_1P_2}$.

c - Etablir les expressions des valeurs $\|\vec{v}_1\|$ et $\|\vec{v}_2\|$ des vitesses acquises par les deux ions au point O_2 en fonction de U , e et des masses respectives m_1 et m_2 .

2 - Les ions pénètrent ensuite dans une chambre de déviation où règne un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ perpendiculaire au plan de la figure.

a - Quel doit être le sens de $\vec{B}$ pour que les ions soient déviés vers la plaque photographique sensible ?

b - Chacune des particules décrit dans la région où règne le champ magnétique uniforme un demi-cercle avec une vitesse de valeur constante. Déterminer les expressions des rayons de ces trajectoires en fonction de U , e , $\|\vec{B}\|$ et de leurs masses respectives.

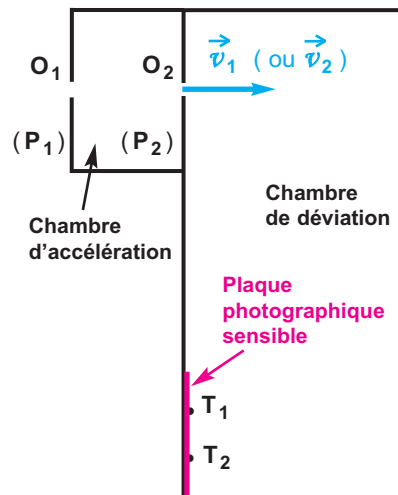
3 - Les ions arrivent sur la plaque photographique sensible et forment deux tâches, l'une à **9,3 cm** et l'autre à **10,0 cm** de la fenêtre d'admission O_2 .

On donne : $U = 1000 \text{ V}$, $\|\vec{B}\| = 0,12 \text{ T}$, la masse d'un proton est sensiblement égale

à la masse d'un neutron $m_p = m_n = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$.

a - Calculer les masses m_1 et m_2 .

b - En déduire les valeurs des nombres de masse A_1 et A_2 des deux particules.



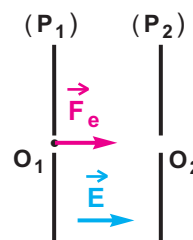
SOLUTION

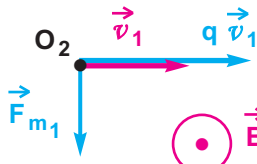
1 - a - La force électrique est $\vec{F}_e$ est dirigée de O_1 vers O_2 , puisque $\vec{F}_e = e \vec{E}$, alors $\vec{E}$ a le même sens que $\vec{F}_e$.

b - Le champ électrique est dirigé vers les potentiels décroissants donc $V_{(P_1)} > V_{(P_2)}$, donc $U = U_{P_1P_2} > 0$.

c - Considérons la particule de masse m_1 ; appliquons au système {particule de masse m_1 } , le théorème de l'énergie cinétique dans l'intervalle de temps correspondant aux positions de départ O_1 et d'arrivée O_2 .

COMMENTAIRE



SOLUTION (SUITE)	COMMENTAIRE
$\Delta \mathcal{E}_C = \mathcal{E}_{C_{O_2}} - \mathcal{E}_{C_{O_1}} = \mathcal{W}(\vec{F}_e)_{O_1 \rightarrow O_2}$ $\frac{1}{2} m_1 v_1^2 - 0 = e U \text{ d'où } \ \vec{v}_1\ = \sqrt{\frac{2 e U}{m_1}}$ de même : $\ \vec{v}_2\ = \sqrt{\frac{2 e U}{m_2}}$ 2- a - On applique la règle des trois doigts : le pouce a le sens de $\vec{v}_1$ (ou $\vec{v}_2$) car la charge des ions est positive, la force de Lorentz indiqué par le majeur est orientée vers la plaque sensible. Donc, le sens de $\vec{B}$ donné par l'index est sortant. b - $R_1 = \frac{m_1 \ \vec{v}_1\ }{e \ \vec{B}\ }$ or $\ \vec{v}_1\ = \sqrt{\frac{2 e U}{m_1}}$ alors $R_1 = \frac{1}{\ \vec{B}\ } \sqrt{\frac{2 m_1 U}{e}} \text{ de même : } R_2 = \frac{1}{\ \vec{B}\ } \sqrt{\frac{2 m_2 U}{e}}$ 3 - a - $R_1^2 = \frac{1}{B^2} \frac{2 m_1 U}{e} \text{ d'où } m_1 = \frac{e B^2 R_1^2}{2 U}$ De même, $m_2 = \frac{e B^2 R_2^2}{2 U}$. Applications numériques : $m_1 = 9,96 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ $m_2 = 11,52 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ b - Calculs des nombres de masse des deux isotopes : $A_1 = \frac{9,96 \cdot 10^{-27}}{1,67 \cdot 10^{-27}} = 5,96 \text{ alors } A_1 = 6$ $A_2 = \frac{11,52 \cdot 10^{-27}}{1,67 \cdot 10^{-27}} = 6,898 \text{ alors } A_2 = 7$	2- a -  2- b - e, U et $\ \vec{B}\$ étant constants le rayon de courbure est proportionnel à la racine carrée de la masse de l'ion : celui qui a la masse la plus grande aura le rayon le plus grand.

L'ESSENTIEL DU COURS

- Une particule chargée, en mouvement dans une région de l'espace où règne un champ magnétique $\vec{B}$, est soumise à une force magnétique appelée force de Lorentz $\vec{F}_m$.
- Caractéristiques de la force de Lorentz :
 - La direction de $\vec{F}_m$ est à chaque instant perpendiculaire au plan formé par les vecteurs vitesse $\vec{v}$ et champ magnétique $\vec{B}$;
 - Le sens de $\vec{F}_m$ est donné par la règle des trois doigts de la main droite (le pouce a le sens de $q \vec{v}$; le sens de $\vec{B}$ est montré par l'index ; le sens de $\vec{F}_m$ est donné par le majeur).
 - La valeur de la force de Lorentz est : $\|\vec{F}_m\| = |q| \|\vec{v}\| \|\vec{B}\| \sin(\vec{v}, \vec{B})$.
- Une particule de charge q pénétrant avec une vitesse initiale $\vec{v}_0$ dans une région de l'espace où règne un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ perpendiculaire à $\vec{v}_0$ est animée d'un mouvement circulaire uniforme dans le plan perpendiculaire à $\vec{B}$; le rayon de sa trajectoire circulaire est :

$$R = \frac{m \|\vec{v}_0\|}{|q| \|\vec{B}\|}$$

Je vérifie mes connaissances

1- Dans un champ magnétique $\vec{B}$, une particule est-elle toujours soumise à une force ? Quelles sont les conditions nécessaires pour qu'elle le soit ?

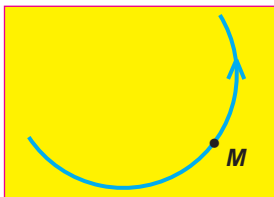
2- Soit une particule de vitesse $\vec{v}$ et de charge q dans un champ magnétique $\vec{B}$ parallèle à $\vec{v}$.
Si on inverse le sens de $\vec{B}$, le mouvement de la particule est-il modifié ?

3- Une particule de charge q peut-elle avoir un mouvement rectiligne uniforme dans un champ magnétique $\vec{B}$?

4- Quelle est l'action d'un champ magnétique sur un neutron en mouvement ?

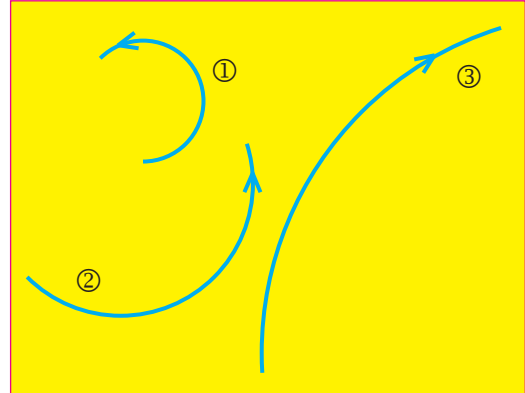
5- Une particule électrisée de masse m et de charge q négative, est en mouvement dans un champ magnétique uniforme $\vec{B}$. On désigne par $\vec{v}$ la vitesse de la particule. On néglige l'action de la pesanteur.
Confirmer ou rejeter les affirmations suivantes en justifiant les choix exprimés :
a - La trajectoire est toujours un cercle.
b - La trajectoire peut être une droite.
c - Le mouvement est toujours uniforme.
d - L'accélération de la particule peut être le vecteur nul.
e - La trajectoire est soit plane, soit rectiligne.
f - L'accélération de la particule est un vecteur normal à $\vec{v}$.
g - La trajectoire peut être une parabole.

6- Dans une chambre à bulles, la trajectoire des particules est matérialisée grâce à l'apparition de petites bulles gazeuses. On a observé la trajectoire circulaire d'une particule chargée négativement. Le champ magnétique est perpendiculaire au plan de la trajectoire.



a- Tracer, en M le vecteur force agissant sur cette particule.
b- En déduire le sens du vecteur champ magnétique.

7- On a obtenu, dans une chambre à bulles, les trajectoires de trois particules électrisées. En valeur absolue, la charge de ces trois particules est la même.



a- La particule (1) étant chargée positivement, donner les signes des charges des particules (2) et (3).
b- En supposant que les trois particules ont la même vitesse, classer ces particules par masse croissante.

8- On étudie l'action d'un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ sur des noyaux d'hélium ${}^4_2\text{He}^{2+}$ et sur des protons ${}^1_1\text{H}^+$ de vitesses orthogonales à $\vec{B}$.
Comparer les rayons R_α et R_p des trajectoires des noyaux d'hélium et des protons :
a- lorsqu'ils ont même vitesse ;
b- lorsqu'ils ont même énergie cinétique.
On admettra que les noyaux d'hélium sont quatre fois plus lourds que les protons.

9- Un électron ayant une vitesse $\vec{v}_0$ est soumis à l'action d'un champ magnétique uniforme $\vec{B}$. Il décrit alors une trajectoire circulaire.
Dire si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses :

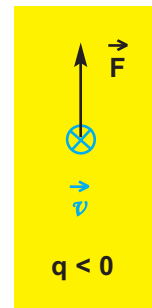
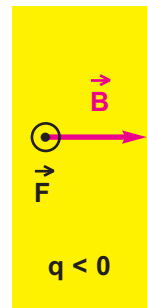
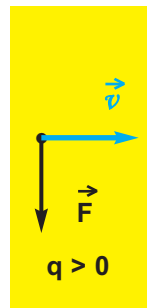
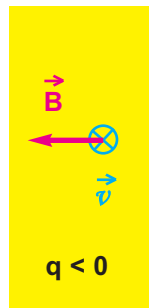
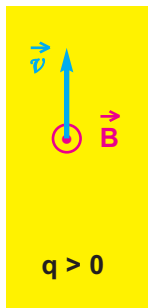
Mouvement dans un champ magnétique

Ch.11 - Mouvement dans un champ magnétique uniforme

- a- Le mouvement de l'électron est circulaire uniforme.
- b- L'électron " n'a pas d'accélération".
- c- La vitesse initiale $\vec{v}_0$ de l'électron est colinéaire à $\vec{B}$.
- d- Le rayon du cercle augmente si l'on fait croître la valeur de $\vec{B}$, $\vec{v}_0$ étant constant.

Je sais appliquer mes connaissances ; je sais raisonner

Ex-1- Tracer le vecteur manquant ($\vec{F}$, $\vec{B}$ ou $\vec{v}$) dans chaque cas ci-dessous.



Ex-2- Soit un espace $\mathcal{E}$ muni d'un repère $(\mathbf{O}, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ dans lequel règne un champ magnétique $\vec{B}$ ayant pour coordonnées :

$B_x = 0$; $B_y = 0$; $B_z = 6 \cdot 10^{-4} \text{ T}$.

Un électron pénètre dans cet espace avec une vitesse initiale $\vec{v}$ ayant pour coordonnées :

$v_x = 4 \cdot 10^6 \text{ m.s}^{-1}$; $v_y = 0$; $v_z = 0$.

- 1- Montrer que la trajectoire de l'électron est circulaire.
 - 2- Calculer le rayon de la trajectoire.
 - 3- Tracer ce cercle dans le repère $(\mathbf{O}, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$
 - 4- Calculer la période de ce mouvement.
- On donne :
- masse de l'électron : $m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$;
 - charge de l'électron : $-e = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$.

Ex-3- Une particule chargée, lancée dans un champ magnétique uniforme $\vec{B}$, avec une vitesse $\vec{v}$ perpendiculaire à $\vec{B}$.

- 1- Montrer que la période T de révolution de cette particule est indépendante de sa vitesse.
- 2- On considère un proton de masse $m_p = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$

et de charge $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$. Calculer la période de révolution de ce proton

sachant que $\|\vec{B}\| = 4 \cdot 10^{-5} \text{ T}$.

- 3- La vitesse du proton considéré est : $\|\vec{v}\| = 15000 \text{ m.s}^{-1}$. Calculer le rayon du cercle décrit par cette particule.

Ex-4- Un faisceau homocinétique d'électrons de vitesse $\|\vec{v}_0\| = 3 \cdot 10^6 \text{ m.s}^{-1}$ pénètre dans un champ magnétique uniforme de valeur $\|\vec{B}\| = 10^{-3} \text{ T}$, $\vec{B}$ et $\vec{v}_0$ sont orthogonaux.

- 1- Calculer la valeur de la force $\vec{F}$ de Lorentz.
- 2- Calculer la valeur de l'accélération des électrons.
- 3- Calculer le rayon de la trajectoire.
- 4- Représenter $\vec{B}$, $\vec{v}_0$ et $\vec{F}$ sur un schéma.

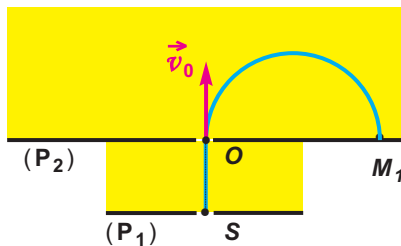
Ex-5- Dans la chambre d'accélération d'un spectrographe de masse, on introduit au point **S**, des particules de charge **q**, de masse **m** et ayant une vitesse négligeable. Elles sont accélérées par la tension **U** entre les plaques (**P₁**) et (**P₂**). Au point **O**, chaque particule est animée

d'une vitesse $\vec{v}_0$. Au delà de (**P₂**) le champ électrique est nul et il règne un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ perpendiculaire au plan de la figure (**Doc.15**).

1- Donner l'expression de $\|\vec{v}_0\|$ en fonction de **q**, **m** et **U**.

2- Rappeler l'expression du rayon **R₀** en fonction de $\|\vec{v}_0\|$, **m**, **q** et $\|\vec{B}\|$ et exprimer ce rayon en fonction de **q**, **m**, $\|\vec{B}\|$ et **U**.

3- Les particules étudiées étant les ions des isotopes du zinc, $^{68}\text{Zn}^{2+}$ de masse **m₁ = 113,56 . 10⁻²⁷ kg** et $^{70}\text{Zn}^{2+}$ de masse **m₂ = 116,90 . 10⁻²⁷ kg**.



Doc.15

Le point d'impact des ions $^{68}\text{Zn}^{2+}$ se trouve au point **M₁** tel que **OM₁ = 20 cm**.

a- Déterminer le sens de **B**.

b- **M₂** étant le point d'impact sur (**P₂**) des ions $^{70}\text{Zn}^{2+}$, calculer la distance **OM₂**.

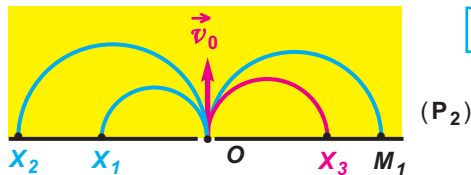
4- Pour identifier des ions désignés par **X₁**, **X₂** et **X₃**, portant chacun une charge de valeur absolue $|q| = e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, on les introduit successivement en **O** avec la même vitesse $\vec{v}_0$ que les ions $^{68}\text{Zn}^{2+}$. Les trajectoires obtenues ont respectivement les rayons **R₁ = 5,59 cm** ; **R₂ = 10,30 cm** ; **R₃ = 6,76 cm** (**Doc.16**).

a- Quel est le signe de la charge portée par chacun de ces ions ?

b- Déterminer les masses **m_{X1}**, **m_{X2}** et **m_{X3}** de ces ions.

c- Identifier les ions **X₁**, **X₂** et **X₃** dans la liste suivante : $^{39}\text{K}^+$; $^{23}\text{Na}^+$; $^{35}\text{Cl}^-$; $^{19}\text{F}^-$.

On rappelle que la masse d'un nucléon est égale à **1,67 . 10⁻²⁷ kg**.



Doc.16

Ex-6- Dans le spectrographe de masse schématisé ci-après (**Doc.17**), des ions de strontium Sr^{2+} de charge **q = 3,2 . 10⁻¹⁹ C**, de masse **m**, sortent en **I** d'une chambre d'ionisation avec une vitesse négligeable.

Ils sont accélérés entre **I** et **F** par une tension **U** continue et réglable.

Ils sont ensuite déviés entre **E** et **S** par un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ perpendiculaire au plan de la figure et de valeur $\|\vec{B}\| = 0,16 \text{ T}$.

Ils sont enfin recueillis à l'entrée **C** d'un collecteur.

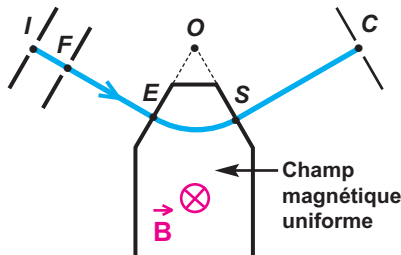
Dans cet appareil tous les ions que l'on veut recueillir en **C** doivent suivre la même trajectoire **IFESC**. La portion **ES** de la trajectoire est un arc de cercle de centre **O** et de rayon **R = 0,70 m**.

1- Etablir l'expression de la tension **U** en

fonction de **q**, **R**, **m** et $\|\vec{B}\|$ pour que l'ion Sr^{2+} suive la trajectoire imposée.

2- On utilise ce spectrographe de masse pour identifier les isotopes du strontium ; tous les atomes de strontium s'ionisent sous forme Sr^{2+} .

- a- On place d'abord dans la chambre d'ionisation du strontium 88 de masse $m = 145,42 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$. Calculer la valeur à donner à U pour que les ions $^{88}\text{Sr}^{2+}$ soient collectés en C .



- b- On place maintenant dans la chambre d'ionisation un mélange d'isotopes du strontium. Pour les recueillir successivement en C , il faut donner à U différentes valeurs comprises entre 13930 V et 14440 V . Entre quelles valeurs se situent les nombre de masse de ces isotopes ?

Doc.17

- Ex-7-** Dans une chambre d'ionisation (C_1), on produit simultanément des ions $^{12}_6\text{C}^+$ et $^{24}_{12}\text{Mg}^{2+}$ de masses respectives $m_1 = 20,04 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ et $m_2 = 40,08 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$, de charges respectives q_1 et q_2 .

On donne : $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$.

Ces ions pénètrent, sans vitesse initiale, par le point I dans une deuxième chambre (C_2) où règne un champ

électrique uniforme $\vec{E}$ produit par deux plaques parallèles (P_1) et (P_2) entre lesquelles est maintenue une tension $U_{P_1P_2} = 40000 \text{ V}$ (Doc.18).

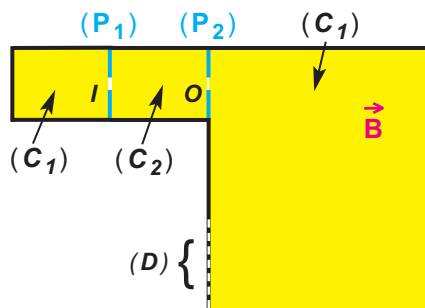
- 1- Calculer les valeurs $\|\vec{v}_1\|$ et $\|\vec{v}_2\|$ des vitesses acquises par les deux ions au point O ; le résultat trouvé est-il prévisible ?

- 2- Les ions $^{12}_6\text{C}^+$ et $^{24}_{12}\text{Mg}^{2+}$, animés des vitesses $\vec{v}_1$ et $\vec{v}_2$ de valeurs calculées ci-dessus, pénètrent dans une troisième (C_3) chambre où règne un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ de direction perpendiculaire au plan de la figure.

- a- Préciser sur le schéma le sens de $\vec{B}$ pour que les ions parviennent dans le domaine (D).

- b- Montrer que dans (C_3), les ions ont un mouvement circulaire uniforme dans le plan de la figure.

- c- Calculer et comparer les rayons R_1 et R_2 correspondant aux ions carbone et magnésium ; on donne $\|\vec{B}\| = 0,25 \text{ T}$. Peut-on, dans ces conditions, séparer ces ions ?



Doc.18

Ex-8- Une particule de charge q , de masse m , traverse une chambre de Wilson dans laquelle règne un champ magnétique uniforme $\vec{B}$, perpendiculaire au plan de la figure et orienté vers l'avant de ce plan. La particule ralentit en franchissant la surface (AC).
Le cliché matérialisant la trajectoire permet de dire que la particule a décrit des arcs de cercles de rayons R_1 et R_2 respectivement dans les zones I et II ; les mesures ont donné

$$R_1 = \frac{R_2}{3} = 14 \text{ cm (Doc.19)}.$$

1- Etablir l'expression de R_1 et R_2

en fonction de q , m , $\|\vec{B}\|$ et les valeurs $\|\vec{v}_1\|$ et $\|\vec{v}_2\|$ des vitesses de la particule.

2- Dans quel sens se déplace la particule (de I vers II ou de II vers I) ? Quel est le signe de la charge de la particule ?

3- Calculer la charge massique $\frac{q}{m}$ et identifier la particule.

Données :

charge élémentaire : $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$;

masse d'un nucléon : $m_0 = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$;

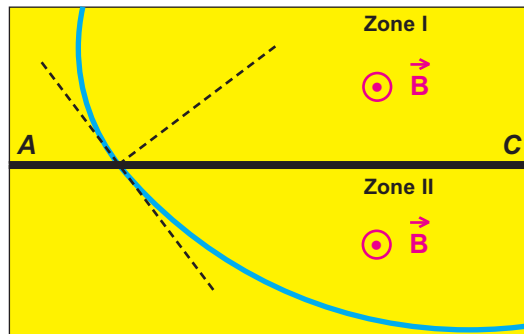
valeur du champ magnétique : $\|\vec{B}\| = 0,5 \text{ T}$;

valeur de la vitesse d'entrée dans

le dispositif : $\|\vec{v}_0\| = 2 \cdot 10^7 \text{ m.s}^{-1}$;

on néglige la masse des électrons.

Doc.19



Ex-9- A la sortie d'une chambre d'ionisation, des ions néon $^{20}_{10}\text{Ne}^+$ et $^{22}_{10}\text{Ne}^+$ pénètrent avec une vitesse presque nulle par un trou (T_1) dans l'espace compris entre deux plaques métalliques verticales (P_1) et (P_2) entre lesquelles on a établi une tension accélératrice $U = 2 \cdot 10^4 \text{ V}$. Ces ions arrivent au trou (T_2) avec

des vitesses respectives $\vec{v}_1$ et $\vec{v}_2$ de direction horizontale (Doc.20).

1- Calculer les valeurs $\|\vec{v}_1\|$ et $\|\vec{v}_2\|$ des vitesses respectivement des ions du néon 20 et du néon 22 quand ils passent par (T_2).

On donne : $m_1 = 33,40 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ et

$m_2 = 36,74 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$,

charge commune $q = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$.

2- A la sortie de (T_2), les ions pénètrent dans une région où ils sont soumis à l'action simultanée de deux champs :

☑ un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ perpendiculaire au plan de la figure donc à $\vec{x}'\vec{x}$ et orienté vers l'avant et

de valeur $\|\vec{B}\| = 0,1 \text{ T}$;

☑ un champ électrique uniforme $\vec{E}$ perpendiculaire à $\vec{x}'\vec{x}$, orienté vers le haut et de valeur réglable.

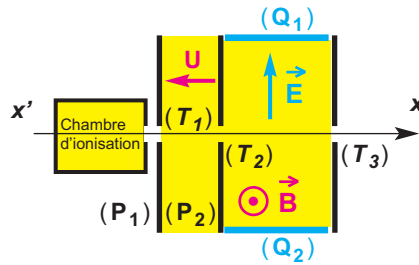
a- Déterminer la valeur $\|\vec{E}_1\|$ du champ électrique à appliquer pour que seuls les

ions $^{20}_{10}\text{Ne}^+$ passent par le trou (T_3) situé sur l'axe $\vec{x}'\vec{x}$.

b- Calculer la valeur $\|\vec{E}_2\|$ du champ électrique permettant uniquement

le passage par (T_3) des ions $^{22}_{10}\text{Ne}^+$.

3- Quelle est l'intérêt d'un tel dispositif ?

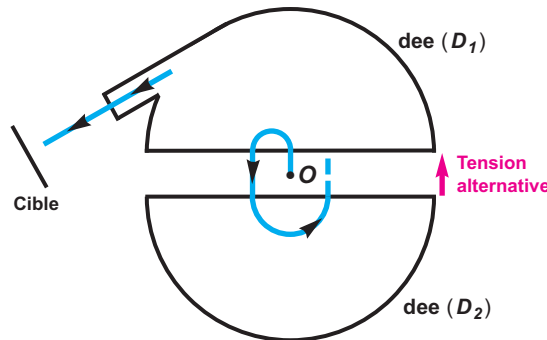


Doc.20

Ex-10- Un cyclotron est formé de deux “dees” demi-cylindriques (D_1) et (D_2) placées horizontalement dans un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ perpendiculaire au plan de la figure et de valeur $\|\vec{B}\| = 0,66 \text{ T}$. Dans l'espace compris entre (D_1) et (D_2), des protons, de masse $m = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ et de charge $q = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, sont soumis à un champ électrique alternatif de façon à être accélérés à chaque passage. Ces protons sont initialement émis en O et se déplacent dans le vide (**Doc.21**).

1- Montrer que ces protons décrivent, à vitesse de valeur constante $\|\vec{v}\|$, des demi-cercles à l'intérieur des dees.

- 2- Établir l'expression du rayon R d'un demi-cercle en fonction de m , $\|\vec{v}\|$, $\|\vec{B}\|$ et q .
- 3- Évaluer la durée τ mis par un proton pour décrire un demi-cercle ; la durée τ dépend-elle de $\|\vec{v}\|$?
- 4- Quelle orientation doit-on donner à $\vec{B}$ pour obtenir le sens de rotation indiqué sur la figure 21 ?
- 5- Quelle est la fréquence de la tension accélératrice créant le champ électrique alternatif ?
- 6- Quelle énergie cinétique maximale peuvent prendre les protons, sachant que le rayon des dees est $R' = 0,42 \text{ m}$.



Doc.21

l'optique

Chapitre 12-LENTILLES MINCES	294

Chapitre 13-INTERACTION MAGNETIQUE	326

12

LENTILLES MINCES



Photo.1-a : *Lentilles à bords épais*
LENTILLES DIVERGENTES



Photo.1-b : *Lentilles à bords minces*
LENTILLES CONVERGENTES

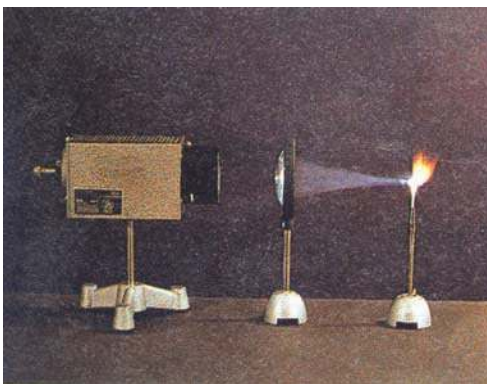


Photo.2 : *Un papier placé au point de convergence de la lentille s'enflamme.*

OBJECTIFS

- Classer les lentilles en lentilles convergentes et lentilles divergentes.
- Déterminer graphiquement la position de l'image d'un point objet, donnée par une lentille convergente.
- Appliquer la relation de conjugaison des lentilles minces convergentes.
- Réaliser des montages permettant de mesurer la distance focale d'une lentille.

1. Généralités

1.1. Système optique

Un système optique est un ensemble de milieux transparents séparés par des surfaces polies.

Exemples : loupe, oculaire, prisme , jumelles, etc...

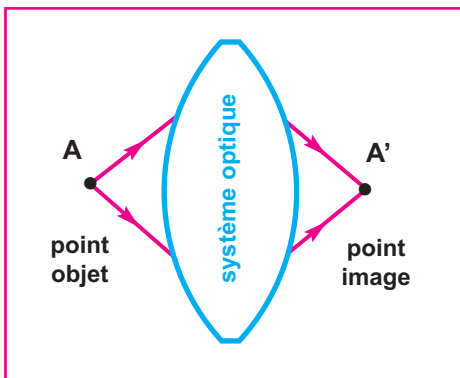
IMAGE D'UN POINT LUMINEUX

Soit un point lumineux **A** appelé point objet qui envoie des rayons lumineux sur un système optique (**S**).

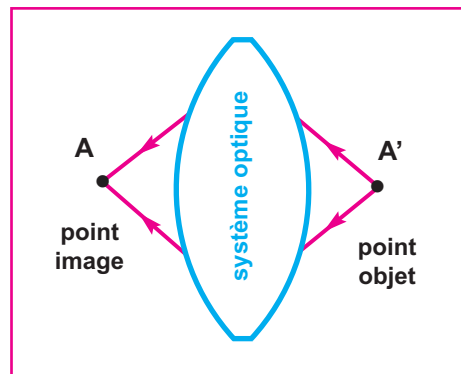
Si les rayons sortants passent tous par un même point **A'**, **A'** est appelé point image de **A** (**Doc.1-a**).

L'application du principe du retour inverse de la lumière montre que si **A'** est le point objet, et si on inverse le sens de la marche de la lumière, **A** sera le point image (**Doc.1-b**).

A' et **A** sont dits deux points conjugués par rapport à (**S**).



Doc.1-a

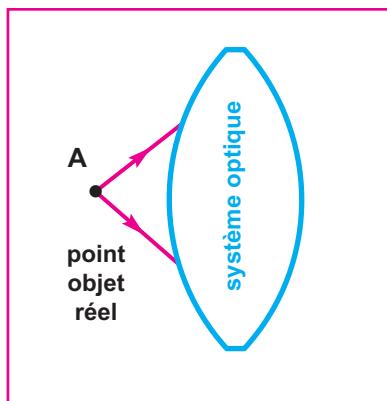


Doc.1-b

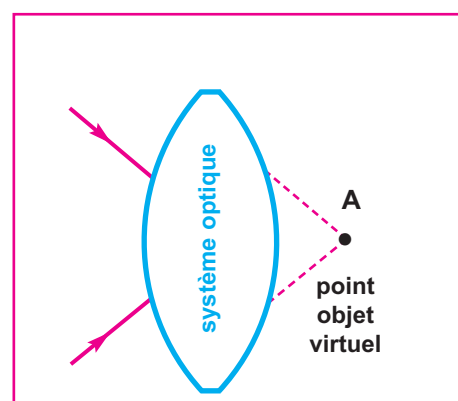
LES DEUX TYPES D'OBJETS ET D'IMAGES

Un point objet réel correspond au point de départ des rayons arrivant sur le système optique (**Doc.2-a**).

Un point objet virtuel correspond au point de concours des prolongements des rayons arrivant sur le système optique (**Doc.2-b**).



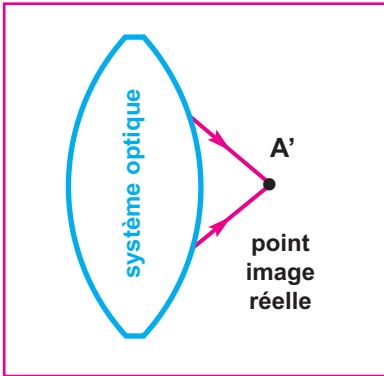
Doc.2-a



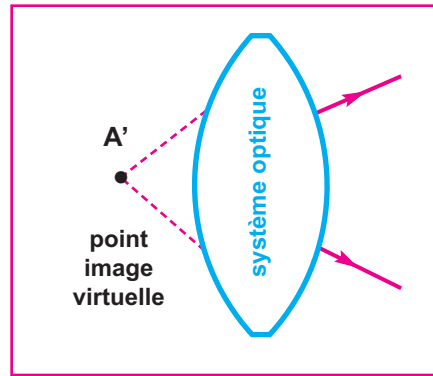
Doc.2-b

Un point image réelle correspond au point de concours des rayons sortant du système optique (**Doc.2-c**).

Un point image virtuelle correspond au point de concours des prolongements des rayons sortant du système optique (**Doc.2-d**).



Doc.2-c



Doc.2-d

REMARQUE

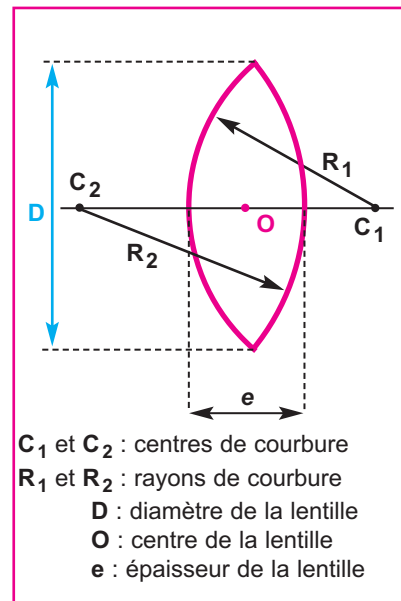
Une image réelle peut être recueillie sur un écran placé à l'endroit où elle se trouve.

Une image virtuelle est visible à l'œil nu mais ne peut pas être recueillie sur un écran.

1.2. Lentilles sphériques minces

Une lentille sphérique est un milieu transparent limité par deux surfaces dont l'une au moins n'est pas sphérique (**Doc.3-a**).

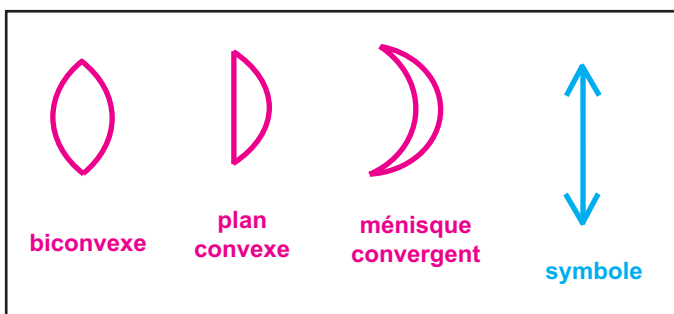
Une lentille sphérique est dite mince si son épaisseur e au centre est faible devant son diamètre D (ou bien e petite devant les rayons de courbure R_1 et R_2 de ses faces).



Doc.3-a

● Les lentilles minces à bords minces :

l'épaisseur au centre est plus grande que sur le bord ; ce sont des lentilles convergentes (**Doc.3-b**).



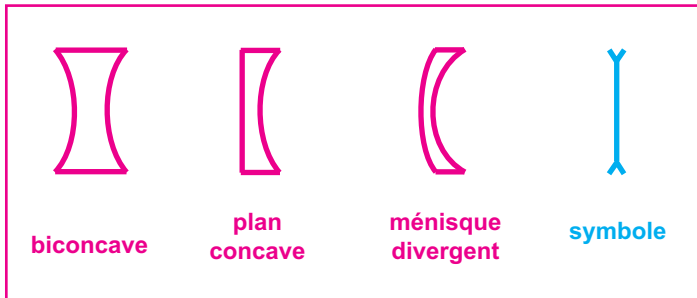
Doc.3-b



Photo.3-a : Les lentilles minces à bords minces

● **Les lentilles minces à bords épais :**

l'épaisseur au centre est plus petite que sur le bord ;
ce sont des lentilles divergentes (**Doc.3-c**).



Doc.3-c



Photo.3-b : Les lentilles minces à bords épais

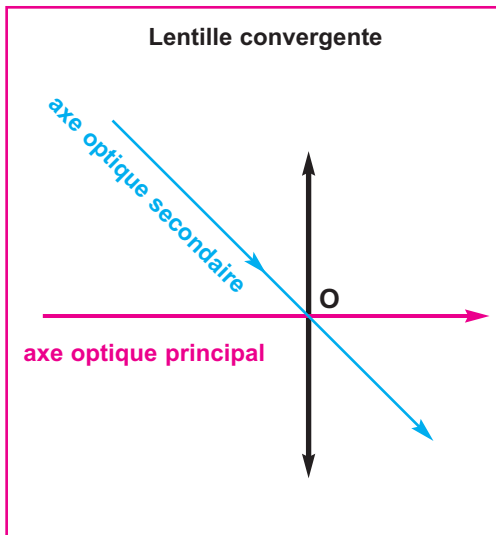
2. Caractéristiques d'une lentille

2.1. Centre optique et axes optiques d'une lentille

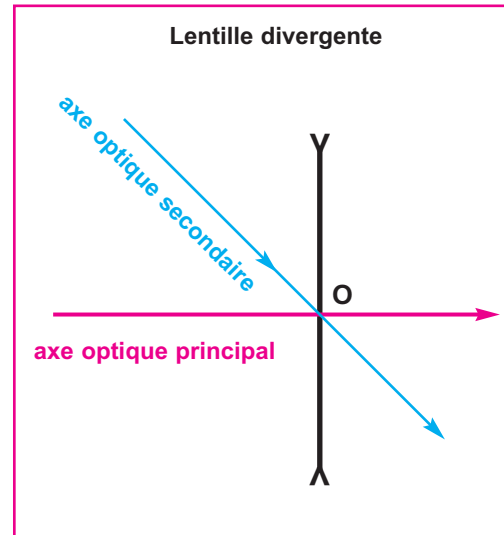
Tout rayon passant par le centre **O** de la lentille n'est pas dévié : **O est le centre optique de la lentille.**

L'**axe optique principal** est la droite joignant les centres de courbures des faces de la lentille.

Un **axe optique secondaire** est toute autre droite passant par le centre optique de la lentille (**Doc.4-a**) et (**Doc.4-b**).



Doc.4-a



Doc.4-b

2.2. Foyers et plans focaux d'une lentille

FOYER IMAGE ET PLAN FOCAL IMAGE

ACTIVITÉ EXPÉRIMENTALE :

- Eclairons une lentille (L_1) convergente et une lentille (L_2) divergente avec un faisceau lumineux parallèle à leur axe optique principal.

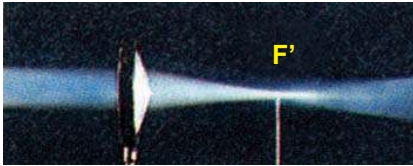


Photo.4-a : Foyer image F' d'une lentille convergente

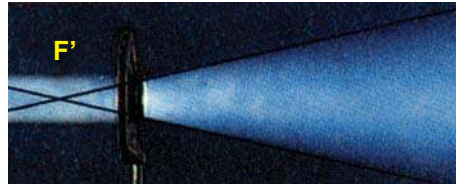
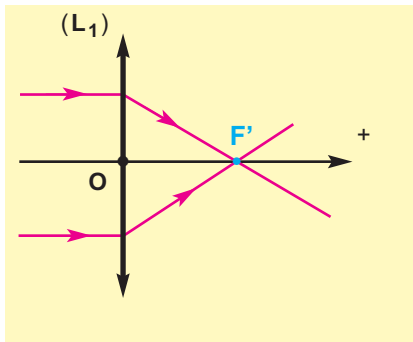


Photo.4-a : Foyer image F' d'une lentille divergente

LENTILLE CONVERGENTE (L_1)

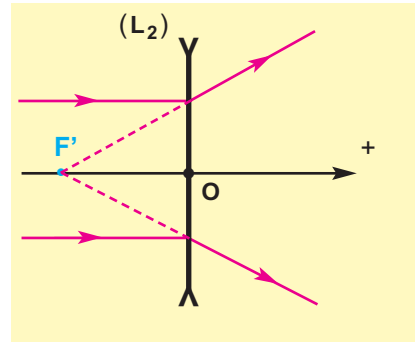


Doc.5-a

Le faisceau lumineux émergent converge vers une région pratiquement ponctuelle F' , située sur l'axe optique principal de la lentille (**Doc.5-a**).

F' est un foyer principal image.

LENTILLE DIVERGENTE (L_2)

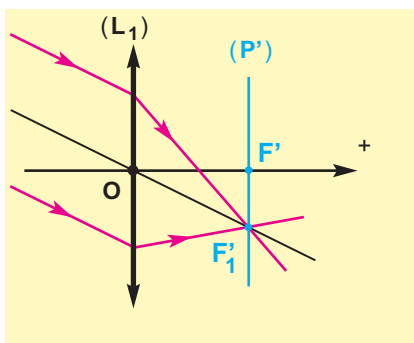


Doc.5-b

Le faisceau lumineux émergent diverge à partir d'une région pratiquement ponctuelle F' , située sur l'axe optique principal de la lentille et appelée foyer principal image (**Doc.5-b**).

F' est un foyer principal image.

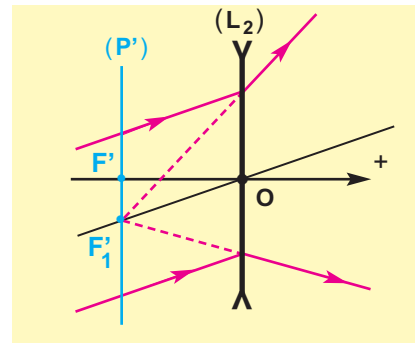
- Eclairons maintenant les deux lentilles (L_1) et (L_2) avec un faisceau lumineux parallèle à l'un de leurs axes optiques secondaires.



Le faisceau lumineux émergent converge vers une région pratiquement ponctuelle F'_1 , située dans un plan (P') perpendiculaire à l'axe principal et passant par le foyer image principal F' (**Doc.6-a**).

F'_1 est un foyer image secondaire
(P') est le plan focal image.

Doc.6-a

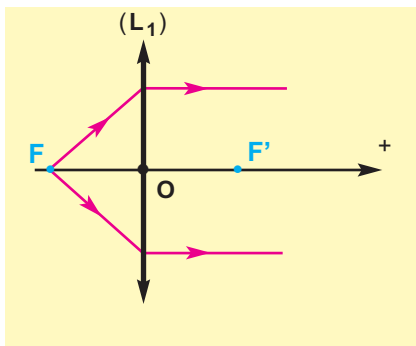


Le faisceau lumineux émergent diverge à partir d'une région pratiquement ponctuelle F'_1 , située dans un plan (P') perpendiculaire à l'axe principal et passant par le foyer image principal F' (**Doc.6-b**).

F'_1 est un foyer image secondaire
(P') est le plan focal image.

Doc.6-b

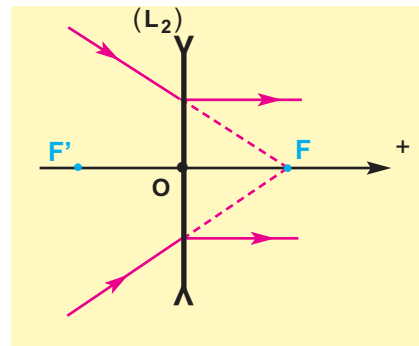
FOYER OBJET ET PLAN FOCAL OBJET



Doc.7-a

Plaçons une source ponctuelle en un point F de l'axe principal, symétrique de F' par rapport à la lentille. Le faisceau émerge parallèlement à l'axe principal (**Doc.7-a**).

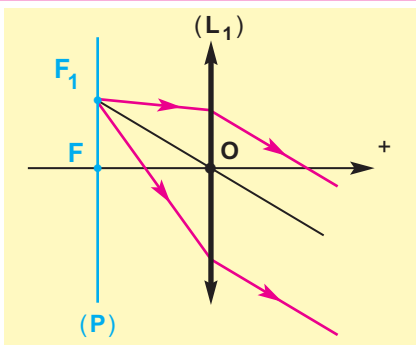
F est le foyer objet principal.



Doc.7-b

Envoyons sur une lentille divergente un faisceau de lumière dont les prolongements des rayons convergent en un point F de l'axe principal, symétrique de F' par rapport à la lentille. Le faisceau émerge parallèlement à l'axe principal (**Doc.7-b**).

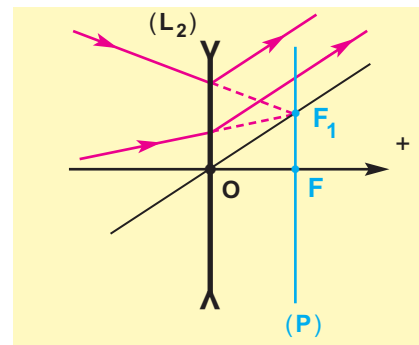
F est le foyer objet principal.



Doc.8-a

La source est maintenant placée en un point F_1 du plan (P) perpendiculaire à l'axe principal et contenant le foyer objet principal, le faisceau émerge parallèlement à l'axe secondaire (OF_1) (**Doc.8-a**).

F_1 est un foyer objet secondaire
 (P) est le plan focal objet.



Doc.8-b

Un faisceau de rayons incidents dont les prolongements convergent vers un point F_1 du plan (P) perpendiculaire à l'axe principal et contenant le foyer principal objet, émerge parallèlement à l'axe secondaire (OF_1) (**Doc.8-b**).

F_1 est un foyer objet secondaire
 (P) est le plan focal objet.

2.3. Distance focale et vergence d'une lentille

Distance focale

On appelle distance focale f d'une lentille, la grandeur scalaire correspondant à la distance qui sépare le centre optique de la lentille et l'un de ses foyers principaux.

Vergence

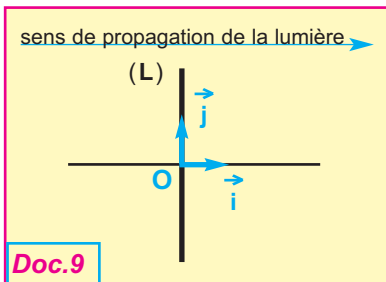
Dans le repère direct $(O, \vec{i}, \vec{j})$ dont les caractéristiques sont indiquées sur le document 9, la vergence C d'une lentille est définie par la relation :

$$C = \frac{1}{\overline{OF'}}$$

C s'exprime en **dioptries** de symbole δ .

La vergence d'une lentille convergente est positive car $\overline{OF'}$ est comptée positive ; celle d'une lentille divergente est négative car $\overline{OF'}$ est comptée négative.

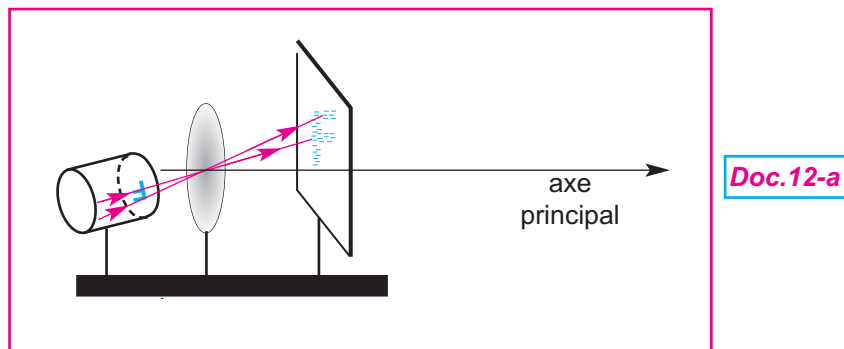
REMARQUE : la vergence s'appelle aussi la convergence.



2.4. Conditions de Gauss

ACTIVITÉ EXPÉRIMENTALE

D'un objet en forme de **F** éclairé par une lanterne et placé incliné par rapport à son axe principal, une lentille convergente donne sur un écran, une image très déformée (**Doc.12-a**).



La photo 3-a correspond à l'image d'un objet placé sur l'axe principal d'une lentille convergente qui n'est pas diaphragmée.

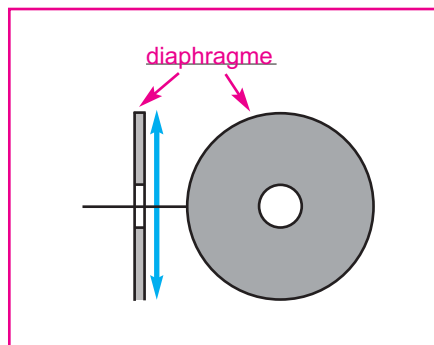
La photo 3-b correspond à l'image d'un objet placé sur un axe secondaire de cette même lentille ; l'image est moins nette que celle obtenue dans le cas de la photo 3-a.

Photo.3-a : image plus nette
bordée de lumière parasite



Photo.3-b : image très déformée

Diaphragmons la lentille, c'est-à-dire interposons une surface opaque munie d'un orifice circulaire au centre de la lentille (**Doc.12-b**), l'image très déformée devient plus lisible (**Photo.4-b**) alors que l'autre image devient encore plus nette avec disparition de la lumière parasite (**Photo.4-a**).



Doc.12-b

Photo.4-a : image nette
sans lumière parasite



Photo.4-b : image plus lisible

En résumé, une lentille donne des images nettes si elle satisfait aux conditions de Gauss :

- le faisceau traverse la lentille près de son centre optique
- les rayons sont peu inclinés par rapport à l'axe optique principal.

3. Image d'un objet lumineux donnée par une lentille

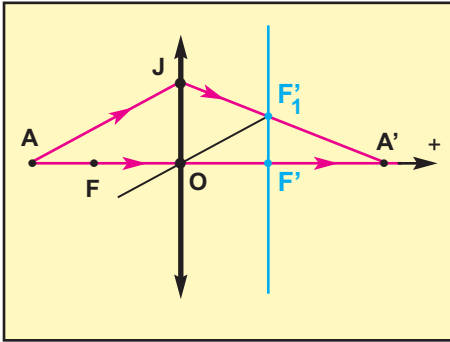
3.1. Objet ponctuel situé sur l'axe

OBJET RÉEL

Le point objet réel **A** est au point de départ de deux rayons incidents :

- le rayon **AO**, ne subissant pas de déviation
- le rayon **AJ**.

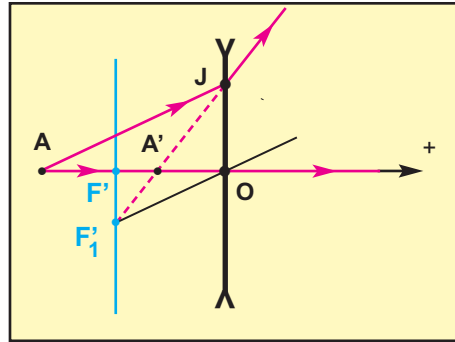
Le point image **A'** est au point de concours des rayons émergents (**Doc.13-a**) et (**Doc.13-b**).



Doc.13-a

Le rayon incident (**AJ**), parallèle à l'axe secondaire (**OF'1**), émerge de sorte que le rayon sortant passe par le foyer secondaire image **F'1**.

A', point de concours des deux rayons émergents est un point image réelle.



Doc.13-b

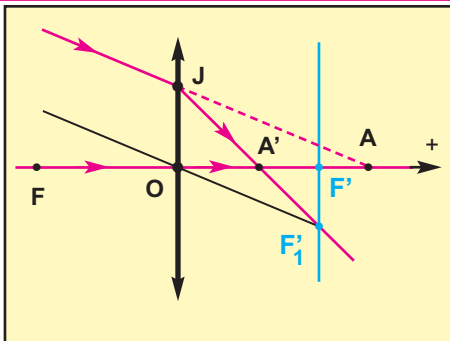
Le rayon incident (**AJ**), parallèle à l'axe secondaire (**OF'1**), émerge de sorte que le rayon sortant passe par le foyer secondaire image **F'1**.

A', point de concours des prolongements des rayons émergents est un point image virtuelle.

OBJET VIRTUEL

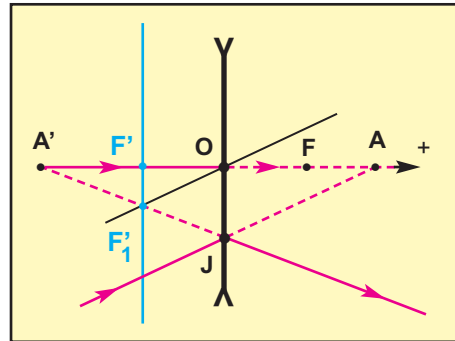
Le point objet virtuel **A** est au point de concours des prolongements de deux rayons incidents :

- le rayon porté par l'axe principal et ne subissant pas de déviation
- le rayon incident en **J** et parallèle à l'axe secondaire (**OF'1**), qui émerge selon la direction (**JF'1**) (**Doc.13-c**) et (**Doc.13-d**).



Doc.13-c

A', point de concours des rayons émergents (**JF'1**) et (**OF'**), est un point image réelle.



Doc.13-d

A', point de concours des prolongements des rayons émergents (**JF'1**) et (**OF'**), est un point image virtuelle.

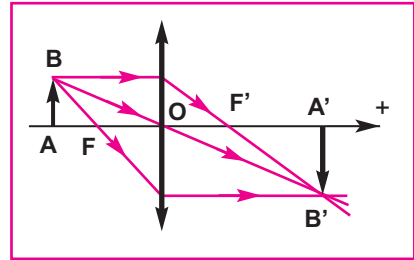
3.2. Objet étendu

CONSTRUCTION GRAPHIQUE DE L'IMAGE

Pour construire l'image $A'B'$ d'un objet AB plan perpendiculaire à l'axe optique principal, on utilise le fait que son image est plane et lui est parallèle. En particulier, si A se trouve sur l'axe, il suffit de construire B' : A' est la projection orthogonale de B' sur l'axe optique principal.

Pour une lentille convergente, on trace la marche de deux rayons issus de B parmi les trois rayons représentés sur le document (**Doc.14**).

Pour une lentille divergente, on trace la marche du rayon parallèle à l'axe principal et de celui qui passe par le centre optique.



Doc.14

OBJET RÉEL

Un objet lumineux en forme de F est placé à une distance d d'une lentille (L) de distance focale f connue (**Photo.5**)

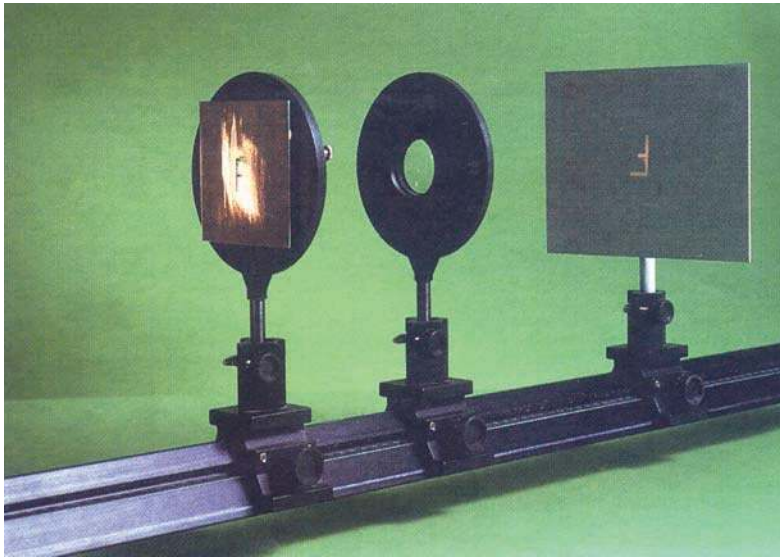


Photo.5

L'objet est très éloigné de la lentille (objet considéré à l'infini).

lentilles minces

Ch.12 - lentilles minces

Une lentille convergente donne de cet objet une image réelle, recueillie sur un écran placé dans le plan focal image de la lentille (**Doc.15-a**).

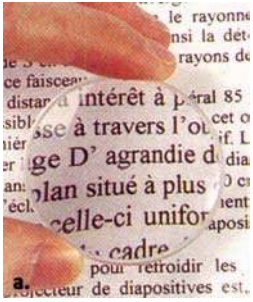
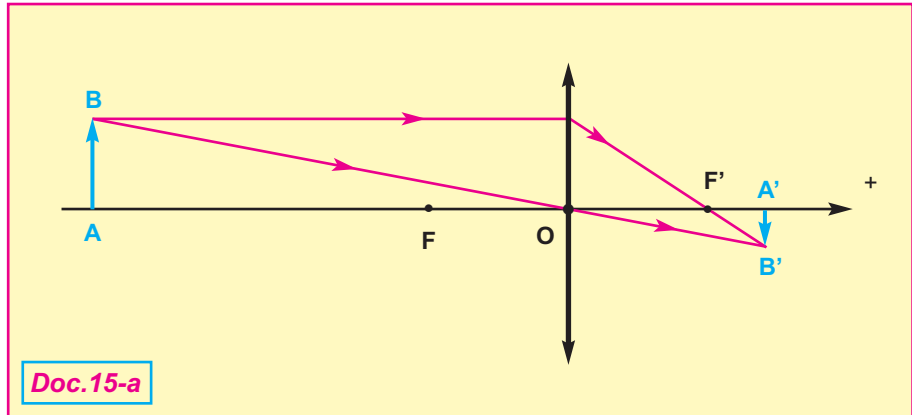


Photo.6.a : écriture observée à travers une lentille convergente

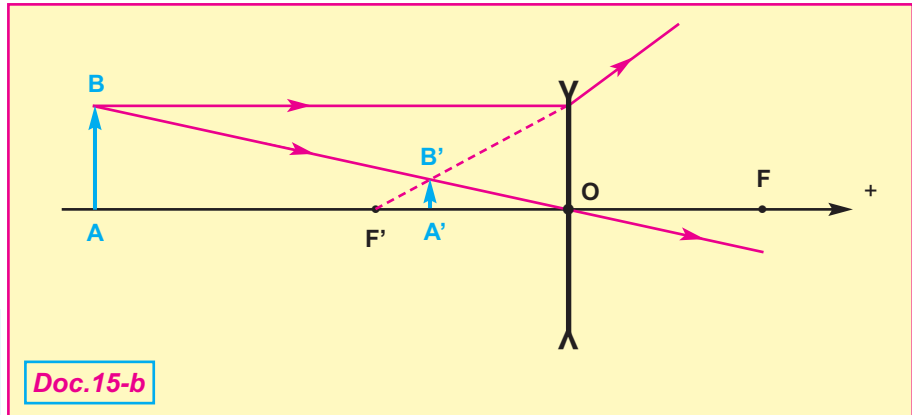


Doc.15-a

Une lentille divergente donne du même objet une image virtuelle qui se forme dans le plan focal image de la lentille ; elle est observée par l'œil en regardant à travers la lentille (**Doc.15-b**).



Photo.6.a : écriture observée à travers une lentille divergente



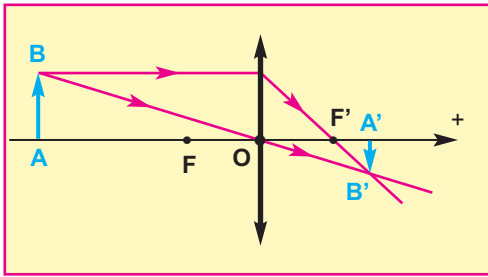
Doc.15-b

D'un objet réel, placé avant son plan focal objet, une lentille convergente donne une image réelle et renversée :

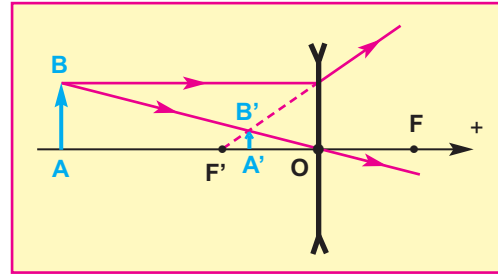
- plus petite que l'objet si $d > 2f$ (**Doc.16-a**).
- de même taille et symétrique de l'objet par rapport à la lentille si $d = 2f$ (**Doc.16-b**).
- plus grande que l'objet si $2f > d > f$ (**Doc.16-c**).
- à l'infini ; on l'observe en regardant à travers la lentille si $d = f$ (**Doc.16-d**).

Si L'objet réel et placé entre le plan focal objet et le centre de la lentille, l'image est virtuelle, droite et plus grande que l'objet ; elle peut être observée par l'œil en regardant à travers la lentille (**Doc.16-e**) : c'est l'effet de loupe (**Photo.6**).

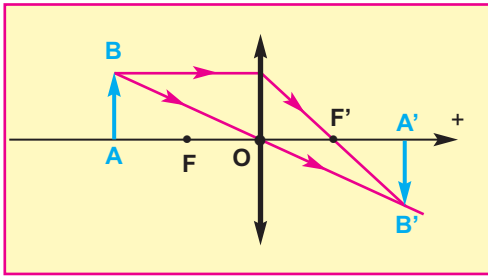
D'un objet réel, une lentille divergente donne une image virtuelle, droite et plus petite que l'objet (**Doc.17-a**), (**Doc.17-b**), (**Doc.17-c**), (**Doc.17-d**) et (**Doc.17-e**).



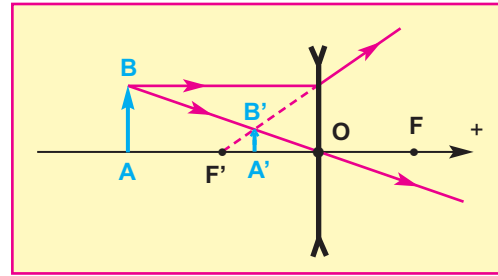
Doc.16-a



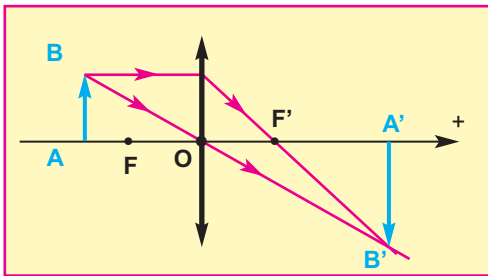
Doc.17-a



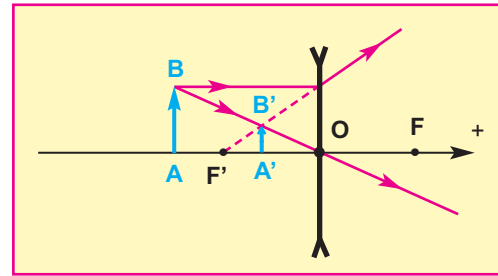
Doc.16-b



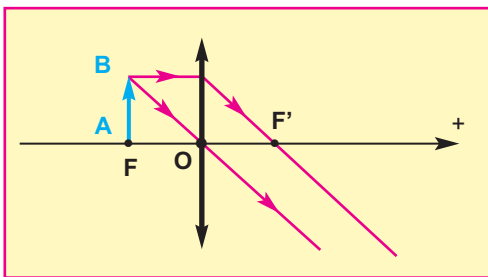
Doc.17-b



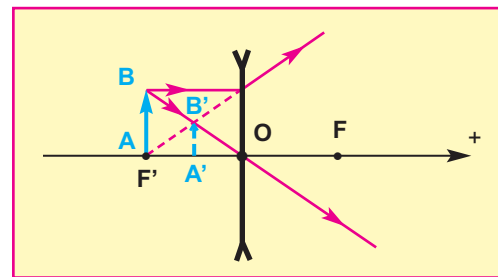
Doc.16-c



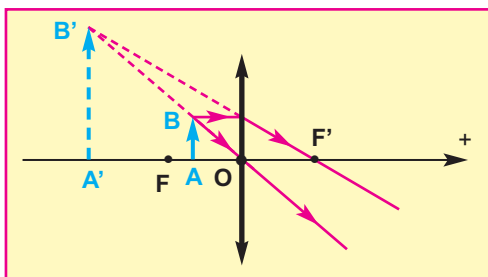
Doc.17-c



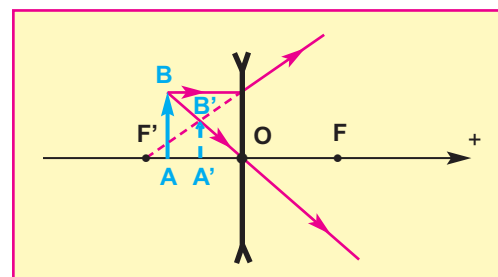
Doc.16-d



Doc.17-d



Doc.16-e

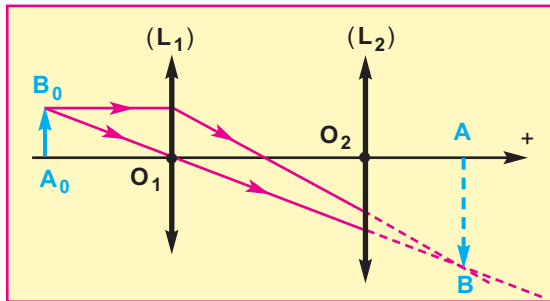


Doc.17-e

OBJET VIRTUEL

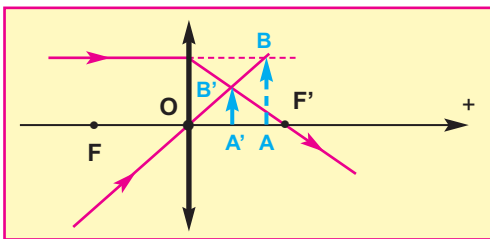
Comment obtenir un objet virtuel ?

Une lentille (L_1) donne d'un objet lumineux (A_0B_0) une image réelle (AB). (AB) est un objet virtuel pour une lentille (L_2) placée entre (L_1) et (AB) (**Doc.18-a**).

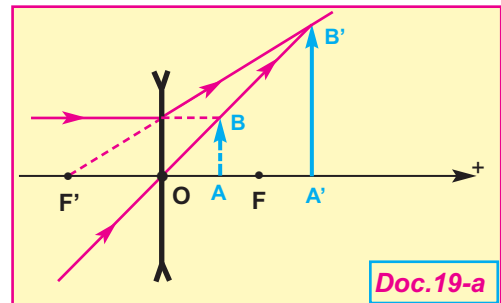


Doc.18-a

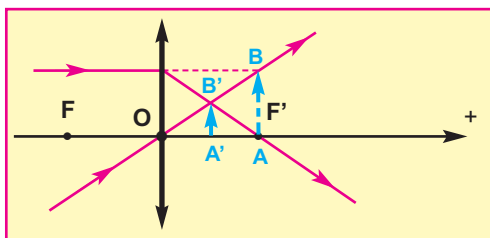
D'un objet virtuel, une lentille convergente donne une image réelle, droite et plus petite que l'objet (**Doc.18-b**), (**Doc.18-c**) et (**Doc.18-d**).



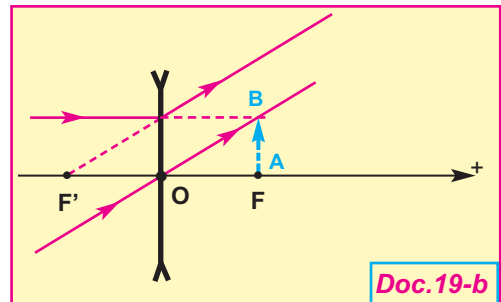
Doc.18-b



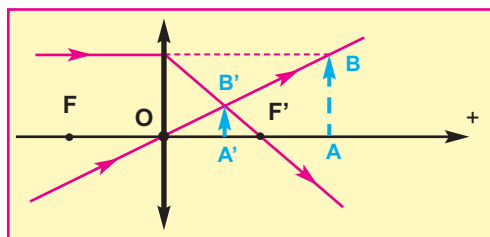
Doc.19-a



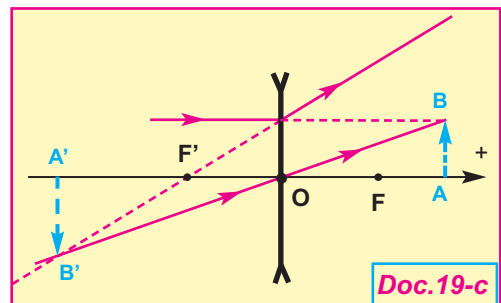
Doc.18-c



Doc.19-b



Doc.18-d



Doc.19-c

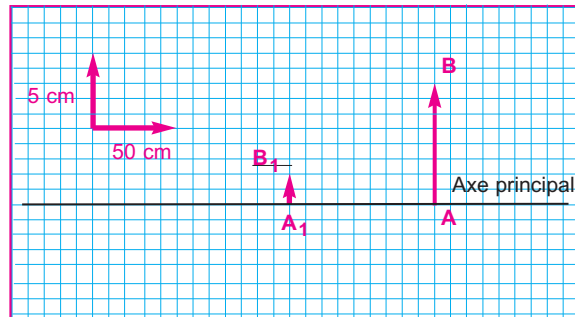
D'un objet virtuel, une lentille divergente donne une image :

- réelle, droite et plus grande que l'objet si $d < f$ (**Doc.19-a**)
- rejetée à l'infini si $d = f$ (**Doc.19-b**)
- virtuelle, renversée et plus grande que l'objet si $d > f$ (**Doc.19-c**).

EXERCICE RÉSOLU N°1

ENONCÉ :

I- Une lentille (L_1) donne d'un objet virtuel AB , une image A_1B_1 représentée sur le document 20.

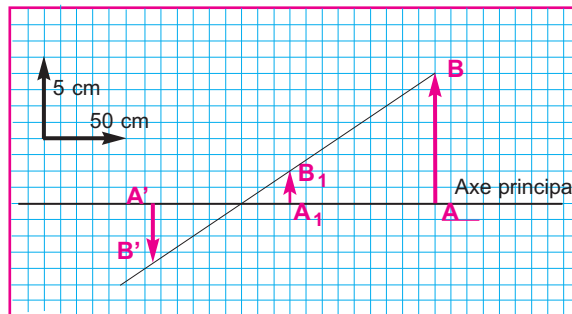


Doc.20

Déterminer graphiquement la position du centre optique O_1 , la nature (convergente ou divergente) et la vergence C_1 de la lentille (L_1).

II - Une deuxième lentille (L_2) de centre optique O_2 est accolée derrière (L_1) (les deux axes principaux coïncident et les deux centres optiques O_1 et O_2 sont pratiquement confondus en un même point O).

De l'objet AB , le système formé par les deux lentilles accolées, donne l'image $A'B'$ représentée sur le document 21.



Doc.21

Déterminer graphiquement la nature (convergente ou divergente) et la vergence C_2 de la lentille (L_2).

SOLUTION

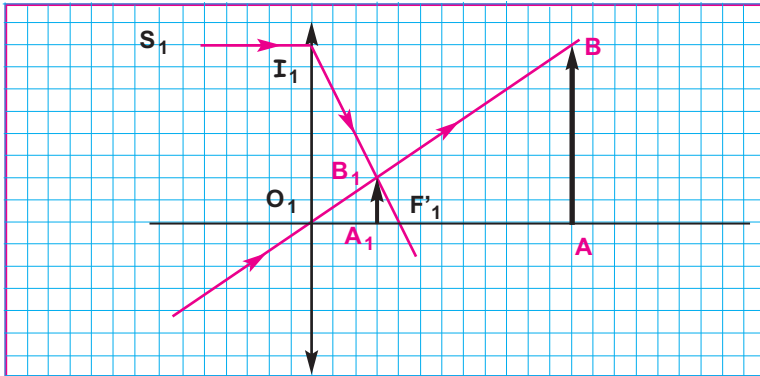
I - Caractéristiques de la lentille (L_1)

Le rayon incident O_1B , passant par le centre optique O_1 de la lentille et le rayon émergent O_1B_1 correspondant sont portés par la même droite.

Le centre optique O_1 de la lentille est alors à l'intersection de la droite BB_1 et de l'axe principal.

Le rayon émergent I_1B_1 , correspondant au rayon incident S_1I_1 parallèle à l'axe principal et dont le prolongement passe par le point objet B , converge vers le foyer principal image F'_1 .

La lentille (L_1) est donc convergente
sa distance focale : $f_1 = 40 \text{ cm}$
sa vergence : $C_1 = 2,5 \text{ δ}$



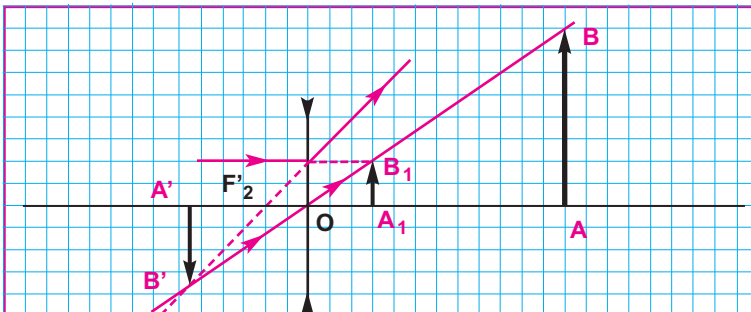
Doc.22

II- Caractéristiques de la lentille (L_2)

$(AB, A'B')$ est un couple objet-image conjugués pour le système $\{(L_1), (L_2)\}$

$(A_1B_1, A'B')$ est un couple objet-image conjugués pour le système (L_2) . Pour ce système : le prolongement du rayon émergent correspondant au rayon incident $S'I'$ parallèle à l'axe principal, diverge à partir de F' .

La lentille (L_2) est divergente
sa distance focale : $f_2 = 20 \text{ cm}$
sa vergence $C_2 = - 5 \text{ δ}$



Doc.23

4. Relation de conjugaison, Grandissement

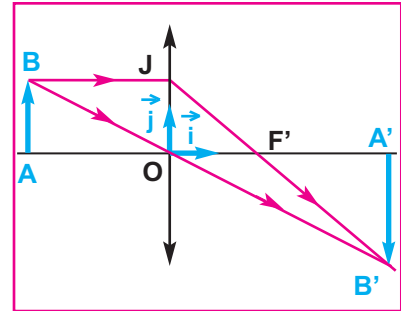
RELATION DE CONJUGAISON

Soit une lentille de centre optique **O**, **AB** un objet plan perpendiculaire à l'axe principal et **A'B'** son image donnée par la lentille. Les points **A** et **A'** sont situés sur l'axe principal (**Doc.24**).

Les deux triangles **F'A'B'** et **F'OJ** sont rectangles et ont un angle aigu commun ; ils sont donc semblables.

Ce qui nous permet d'écrire : $\frac{\overline{A'B'}}{\overline{OJ}} = \frac{\overline{F'A'}}{\overline{F'O}}$. Or, $\overline{OJ} = \overline{AB}$

$$\text{d'où : } \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{F'A'}}{\overline{F'O}}.$$



Doc.24

De même, en considérant les triangles semblables **OA'B'** et **OAB**

on peut écrire : $\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$

En identifiant les deux expressions de $\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$ on peut écrire :

$$\frac{\overline{F'A'}}{\overline{F'O}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}. \text{ D'autre part : } \frac{\overline{F'A'}}{\overline{F'O}} = \frac{\overline{OA'} - \overline{OF'}}{-\overline{OF'}} = \frac{\overline{OA'}}{-\overline{OF'}} + 1$$

$$\text{Ce qui donne : } \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = \frac{\overline{OA'}}{-\overline{OF'}} + 1$$

En divisant les membres de cette égalité par $\overline{OA'}$, on

$$\text{obtient : } \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{-\overline{OF'}} + \frac{1}{\overline{OA'}}$$

Ce résultat, nous l'écrivons sous la forme :

$$\boxed{\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{\overline{OF'}}} : \text{Relation de conjugaison}$$

Dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$ où le vecteur $\vec{i}$ est orienté dans le sens de propagation de la lumière, on a :

$\overline{OF'}$ est égale à $+f$ pour lentille convergente et à $-f$ pour une lentille divergente.

$\overline{OA}$ est négative pour un objet réel (avant la lentille) et positive pour un objet virtuel (après la lentille)

$\overline{OA'}$ permet de prévoir la position et la nature de l'image : elle est positive pour une image réelle (après la lentille) et négative pour une image virtuelle (avant la lentille).

GRANDISSEMENT D'UNE LENTILLE

Pour caractériser la taille d'une image **A'B'** donnée par une lentille d'un objet **AB**, on introduit le grandissement

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$$

Les deux triangles **OAB** et **OA'B'** sont rectangles et ont un angle aigu commun ; ils sont donc semblables.

Ce qui permet d'écrire :

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$$

- Si $\gamma > 0$, l'image est droite (même sens que l'objet).
- Si $\gamma < 0$, l'image est renversée (objet et image de même sens).

Si $|\gamma| > 1$, l'image est plus grande que l'objet

Si $|\gamma| < 1$, l'image est plus petite que l'objet

EXERCICE RÉSOLU N°2

ENONCÉ :

I - On dispose de deux lentilles (L_1) et (L_2) accolées, de vergence respectives $C_1 = 2,5 \delta$ et $C_2 = -5 \delta$ et d'un objet **AB**. ((L_1) et (L_2) ont le même axe optique et leurs centres optiques O_1 et O_2 sont confondus en un point **O**).

D'un objet **AB**, virtuel, situé à **1,2 m** de **O**, le système formé par les deux lentilles accolées, donne une image **A'B'** (On supposera que **A** est sur l'axe optique).

1- Etablir l'expression de la différence $\frac{1}{OA'} - \frac{1}{OA}$ en fonction de C_1 et C_2 .

2- En déduire la position et la nature (réelle ou virtuelle) de l'image **A'B'** ainsi que le grandissement du système formé par les deux lentilles.

II -

1- Déterminer graphiquement la vergence **C** de la lentille (**L**) qui, placée au point **O**, donne de l'objet **AB** la même image **A'B'**.

2- Comparer **C** à $C_1 + C_2$. Conclure.

SOLUTION

I- 1

- Pour la lentille (L_1), A_1B_1 est l'image de **AB**.

- Pour la lentille (L_2), A_1B_1 est un objet dont l'image est **A'B'**.

D'autre part, les positions des centres optiques O_1 et O_2 étant confondus avec **O**, les relations de conjugaison dans (L_1) et dans (L_2) s'écrivent alors :

$$\text{dans } (L_1) : \frac{1}{OA_1} - \frac{1}{OA} = \frac{1}{OF'_1} = C_1 \quad (1)$$

$$\text{dans } (L_2) : \frac{1}{OA'} - \frac{1}{OA_1} = \frac{1}{OF'_2} = C_2 \quad (2)$$

En additionnant les relations (1) et (2), on obtient la relation de conjugaison dans le système $\{(L_1), (L_2)\}$:

$$\boxed{\frac{1}{OA'} - \frac{1}{OA} = C_1 + C_2} \quad (3)$$

I- 2-

Position de l'image **A'B'** :

$$\frac{1}{\overline{OA'}} = \frac{1}{\overline{OA}} + C_1 + C_2$$

$$\frac{1}{\overline{OA'}} = \frac{1}{1,2} + 2,5 + (-5) = -1,67 \text{ m}^{-1} \quad \text{d'où : } \boxed{\overline{OA'} = -0,59 \text{ m}}$$

Nature de l'image **A'B'** :

$\overline{OA'}$ étant négatif, l'image **A'B'** est alors virtuelle.

Grandissement du système formé par les deux lentilles :

$$\text{- Grandissement } \gamma_1 \text{ de } (L_1) : \gamma_1 = \frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA_1}}{\overline{OA}} \quad (3)$$

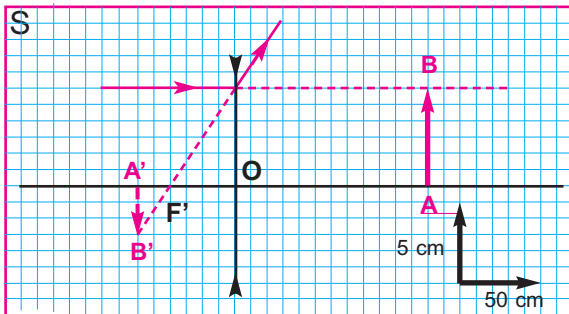
$$\text{- Grandissement } \gamma_2 \text{ de } (L_2) : \gamma_2 = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{A_1B_1}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA_1}} \quad (4)$$

Le grandissement $\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$ du système formé par les deux lentilles.

est obtenu en effectuant le produit $\gamma_2 \cdot \gamma_1$:

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = \frac{(-0,59)}{1,2} = -0,5. \text{ Ce qui signifie que l'image}$$

A'B' est renversée et sa taille est la moitié de celle de l'objet **AB**.



II -1- Détermination graphique de la vergence **C** de la lentille (**L**)

On commence par représenter la lentille, l'objet **AB** et son image **A'B'** puis on suit la même démarche que celle de la réponse à la question II de l'exercice résolu de la page 15 : on trouve: **C = - 2,5 δ**

II - 2- Comparaison de **C** avec **C₁ + C₂** et Conclusion :

Nous remarquons que **C = C₁ + C₂**.

Conclusion :

L'ensemble de deux lentilles minces accolées est équivalent à une lentille mince dont la vergence est égale à la somme des vergences des lentilles.

5. Détermination de la distance focale d'une lentille : focométrie

5.1. Méthode utilisant un objet à l'infini.

CAS D'UNE LENTILLE CONVERGENTE

Principe de la méthode :

L'image d'un objet situé à l'infini se forme dans le plan focal image.

Protocole expérimental :



L'objet lumineux (une fente en forme d'une lettre, pratiquée dans un plan opaque et éclairée par une lanterne) est disposée à une distance de l'ordre de **1,5 m à 2 m** de la lentille.

On place un écran derrière la lentille, on réalise la mise au point pour avoir une image nette sur l'écran et on mesure la distance séparant la lentille de l'écran.

ATTENTION : Ne jamais regarder le Soleil à travers une lentille, on peut devenir aveugle !

CAS D'UNE LENTILLE DIVERGENTE

On accole à la lentille divergente de vergence **C** inconnue, une lentille convergente de vergence **C₀** connue telle que **C₀ > |C|**. L'ensemble est convergent, on détermine sa distance focale puis sa vergence **C' = C₀ + C**

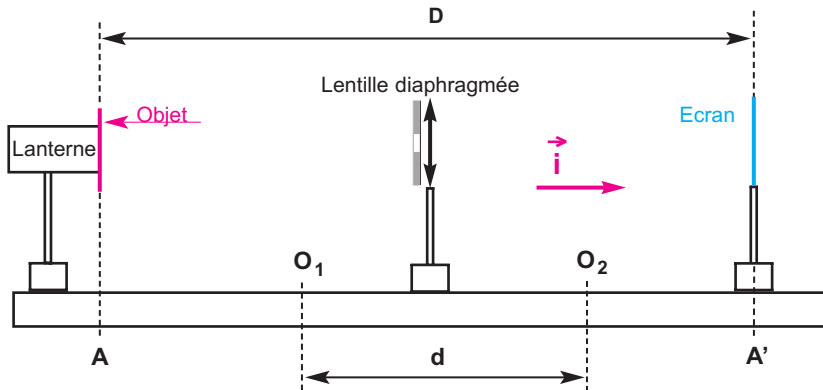
$$C = C' - C_0 \quad \text{et} \quad f = \frac{1}{|C|}$$

5.1. Méthode de Bessel

ETUDE THÉORIQUE

Sur un banc d'optique, on fixe un objet **AB** et un écran distants de **D**.
Entre l'objet et l'écran, on déplace une lentille convergente de distance focale **f**.
Si **D > 4 f**, on observe sur l'écran une image nette **A'B'** pour deux positions distinctes **O₁** et **O₂** de la lentille distantes de **d** (**Doc-11**).

Montrons que la distance focale **f** de la lentille est donnée par : $f = \frac{D^2 - d^2}{4D}$.



Posons $\overline{AO} = x$ (**O**, étant une position de la lentille qui permet d'obtenir une image nette sur l'écran) $\overline{OA'} = \overline{OA} + \overline{AA'} = -x + D$.

La relation de conjugaison $\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{\overline{OF'}}$ s'écrit : $\frac{1}{D-x} + \frac{1}{x} = \frac{1}{f}$.

En réduisant au même dénominateur les deux termes du premier membre, on obtient :

$$\frac{D}{x(D-x)} = \frac{1}{f}. \text{ Ceci donne l'équation du second degré suivante : } x^2 - xD + Df = 0 \quad (1)$$

Si le discriminant $\Delta = D^2 - 4Df > 0$ (**D > 4 f**), l'équation (1) admet deux racines distinctes **x₁** et **x₂** correspondant aux abscisses des deux positions **O₁** et **O₂** de la lentille qui donnent sur l'écran une image nette de l'objet **AB**.

$$x_1 = \frac{D - \sqrt{D^2 - 4Df}}{2} ; \quad x_2 = \frac{D + \sqrt{D^2 - 4Df}}{2}$$

$$d = O_1O_2 = x_2 - x_1 = \sqrt{D^2 - 4Df}$$

On élève au carré et on en déduit **f** :

$$f = \frac{D^2 - d^2}{4D}$$

PROTOCOLE EXPÉRIMENTAL

- Maintenir fixes l'écran et l'objet à la distance **D** l'un de l'autre.
- Chercher les deux positions **O₁** et **O₂** qui donnent chacune une image nette sur l'écran.
- Mesurer la distance **d = O₁O₂**.
- Calculer **f**.

5.2. Méthode de Silbermann

La méthode de Silbermann est un cas limite de celle de Bessel. Elle correspond au cas où les deux positions O_1 et O_2 de la lentille qui donnent sur l'écran une image nette de l'objet **AB** sont confondues (l'équation (1) admet une racine double).

$$x_1 = x_2 = \frac{D}{2}$$

Ce qui se produit lorsque le discriminant $\Delta = D^2 - 4 D f = 0$, ce qui signifie :

$$f = \frac{D}{4}$$

PROTOCOLE EXPÉRIMENTAL

On procède comme pour la méthode de Bessel.
Si on trouve deux positions distinctes de la lentille pour lesquelles on observe des images nettes, on rapproche l'écran de l'image puis et on recommence la recherche jusqu'à ce qu'on ne trouve qu'une seule position de la lentille qui donne une image nette sur l'écran.

On mesure dans ces conditions la distance **D** séparant

l'objet et l'écran : $f = \frac{D}{4}$.

EXERCICE RÉSOLU N°3

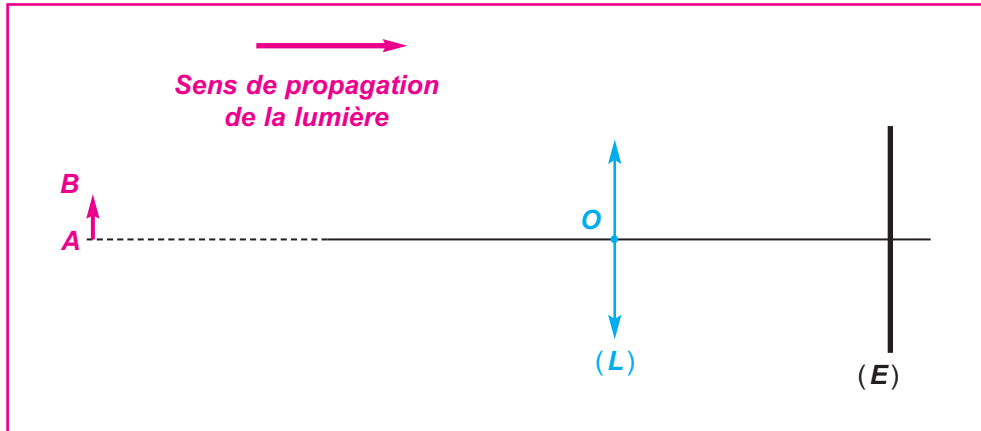
ENONCÉ :

Un appareil photographique comporte deux éléments essentiels : l'objectif et la pellicule.

On modélise :

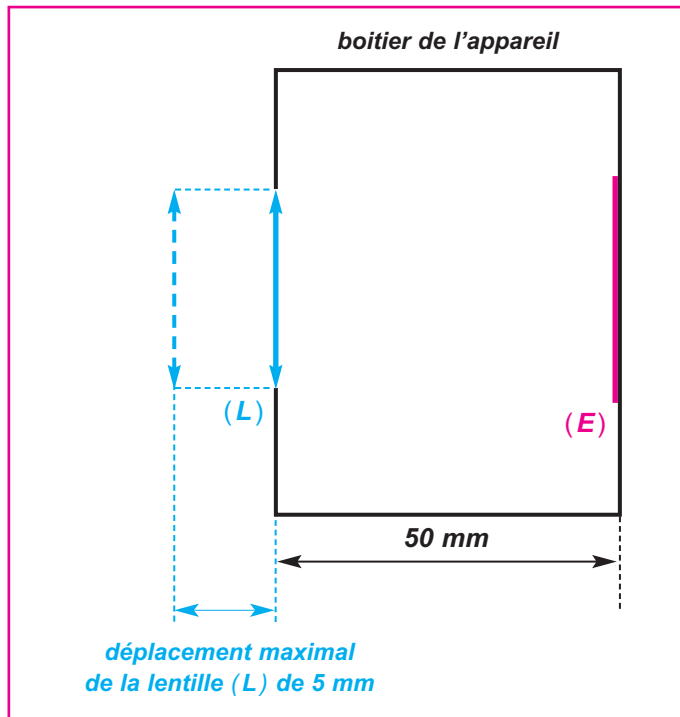
- l'objectif par une lentille mince convergente (L) de centre optique O ; on appelle F et F' les foyers principaux, respectivement objet et image de cette lentille dont la distance focale est $f' = 50 \text{ mm}$.
- la pellicule par un écran (E) où se forme l'image réelle de l'objet photographié (**Doc-20**).

Doc.20



- On photographie un objet **AB** situé à une très grande distance de (L). En le considérant "à l'infini", et pour avoir une image nette, à quelle distance OA' de l'écran (E) se trouve la lentille (L) ?
- Pour obtenir des images, sur l'écran (E), d'objets plus rapprochés de (L), il est nécessaire d'effectuer une mise au point, c'est-à-dire de faire varier la distance lentille-écran (**Doc-21**).

Doc.21



- 1- Si l'objet **AB** à photographier se rapproche de (**L**), la distance entre la lentille et l'écran doit-elle augmenter ou diminuer ? Justifier la réponse.
- 2- L'objectif permet d'augmenter de **5 mm** au maximum la distance entre la lentille et la pellicule par rapport à sa position quand l'objet est "à l'infini" (**Doc-21**).
 - a- A quelle distance doit se trouver un objet pour que son image soit nette sur la pellicule quand la distance lentille-écran est maximale ?
 - b- Calculer le grandissement γ dans ces conditions.

III- Photographie d'une carte postale de format 10 cm x 15 cm

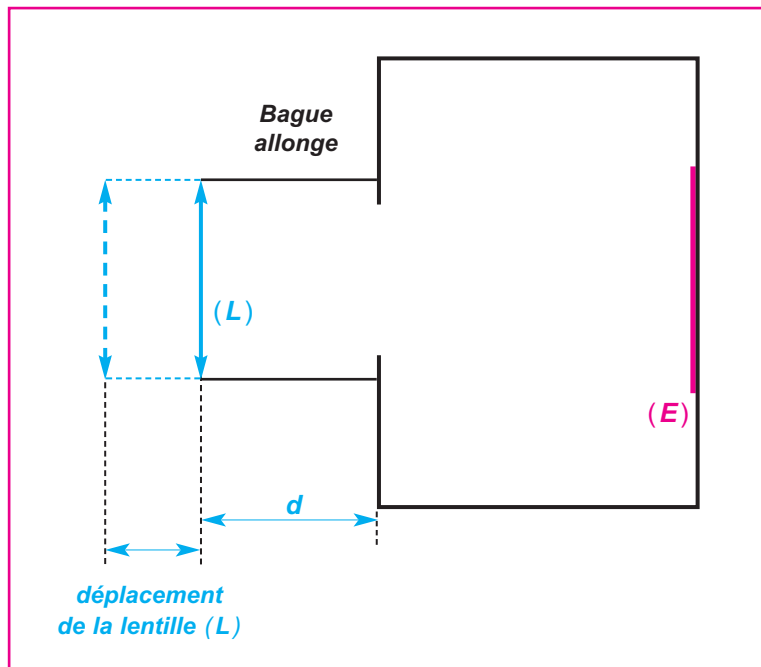
- 1- En la plaçant à **55 cm** de (**L**) dans un plan perpendiculaire à l'axe principal de la lentille (**L**), le grandissement vaut **0,1** en valeur absolue. Quelles seraient les dimensions de son image sur la pellicule de format **24 mm x 36 mm** ? La couvre-t-elle totalement ?
- 2- On veut que les dimensions de l'image de la carte postale soient **24 mm x 36 mm**.
 - a- Calculer la valeur absolue du grandissement γ souhaité.

- b- Pour simplifier les calculs numériques, on prendra : $\gamma = -\frac{1}{4}$

Calculer alors la distance **OA** à laquelle on doit placer la carte postale, ainsi que la distance **OA'** entre la lentille et l'écran.

- c- On ne peut pas obtenir la distance **OA'** nécessaire trouvée au III 2-a avec le seul objectif de l'appareil photographique.

Il est toutefois possible d'adapter, entre l'objectif et le boîtier de l'appareil photographique, un ou plusieurs tubes creux appelés "bagues allonges" de longueur **d** (**Doc-22**).



Doc.22

Disposant de bagues allonges de longueurs **5 mm**, **10 mm** et **20 mm**, indiquer :

- laquelle ou lesquelles choisir ;
- comment procéder pour que l'image de la carte postale soit nette sur la pellicule avec

pour grandissement : $\gamma = -\frac{1}{4}$

SOLUTION

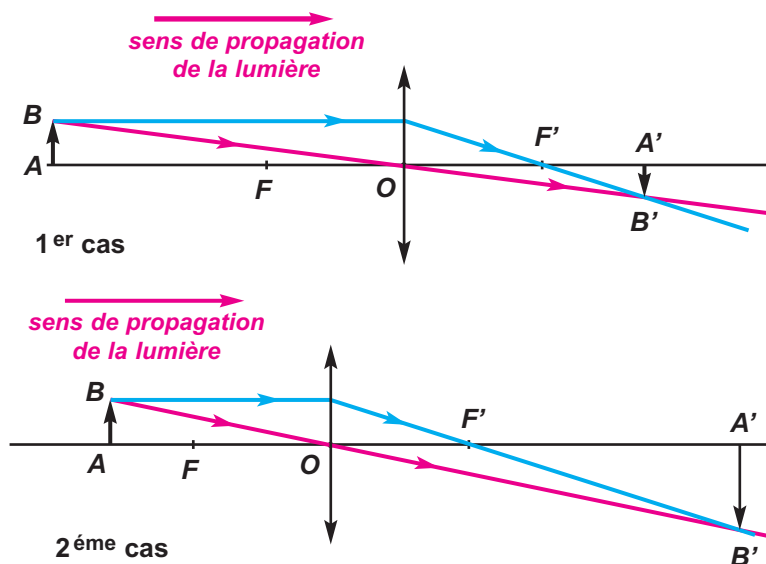
I - Photographie d'un objet à l'infini

L'image d'un objet situé à l'infini se forme dans le plan focal image de la lentille, donc à la distance $\overline{OA'} = \overline{OF'} = f'$ de la lentille convergente. L'écran (E) doit donc se trouver à la distance $\overline{OF'} = 50 \text{ mm}$ de la lentille (L).

II - Images d'objets plus rapprochés

1- Quand l'objet AB se rapproche

Faisons deux schémas pour 2 positions différentes de l'objet AB par rapport à la lentille, et voyons comment évolue la position de l'image A'B' de AB.



Pour construire A'B', on a utilisé 2 rayons particuliers : celui passant par le centre optique O de la lentille (en rose), qui n'est pas dévié, et celui parallèle à l'axe principal, qui émerge de la lentille en passant par F' (en bleu).

Du 1^{er} cas au 2^{ème} cas, l'objet AB s'est rapproché de la lentille et l'image A'B' s'en est éloignée. Ainsi, lorsque l'objet se rapproche de (L), la distance lentille-écran doit augmenter, pour avoir une image nette sur l'écran.

2- Distance lentille-écran pouvant varier de 5 mm par rapport à sa position pour un objet à l'infini

a- Distance minimale pour photographier un objet

La distance maximale lentille-écran est égale à :

$$\overline{OA'} = \overline{OF'} + 5 \text{ mm} , \text{ d'après l'énoncé et la question 1.}$$

Application numérique :

$$\overline{OA'} = 50 \text{ mm} + 5 \text{ mm}$$

$$\overline{OA'} = 55 \text{ mm} , \text{ au maximum.}$$

Pour trouver la distance objet-lentille correspondante (distance minimale pour pouvoir photographier nettement un objet), on utilise la formule de conjugaison :

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{\overline{OF'}} \quad \text{d'où} \quad \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OF'}} \quad \text{donc :}$$

$$\overline{OA} = \frac{\overline{OA'} \cdot \overline{OF'}}{\overline{OF'} - \overline{OA'}}$$

Application numérique :

$$\overline{OA} = - 550 \text{ cm}$$

L'objet doit donc se trouver à la distance (minimale) **OA = 550 cm** de la lentille, quand la distance lentille-écran est maximale.

b- Grandissement pour un objet à distance minimale de la lentille

$$\text{Par définition, } \gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$$

Application numérique : $\overline{OA'} = 55 \text{ mm}$ et $\overline{OA} = - 550 \text{ mm}$

$$\gamma = - 0,1$$

III- Photographie d'une carte postale de format 10 cm x 15cm

1- Cas d'un grandissement de 0.1 en valeur absolue

Le grandissement valant **0,1** en valeur absolue, les dimensions de la carte postale sont divisées par **10** sur la pellicule.

L'image a donc, dans ce cas, pour dimensions **1 cm x 1,5 cm** soit encore **10 mm x 15 mm**. Ces dimensions logent sur la pellicule **24 mm x 36 mm**, mais ne la couvrent pas entièrement.

2- Cas où l'image de la carte postale couvre toute la pellicule 24 mm x 36 mm

a- Grandissement souhaité

On veut que pour un objet de **10 cm**, son image sur la pellicule soit de **2,4 cm**, et pour un objet de **15 cm**, son image doit être de **3,6 cm**.

$$\text{D'où : } |\gamma| = \left| \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} \right| = \frac{A'B'}{AB} .$$

Application numérique :

$$|\gamma| = 0,24$$

b- Grandissement $\gamma = - \frac{1}{4}$. Distance lentille-écran nécessaire

$$\text{On a } \gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = - \frac{1}{4} \text{ et } \frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{\overline{OF'}}$$

$$\text{d'où } \frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{\overline{OF'}} \text{ équivalent à } - \frac{5}{\overline{OA}} = \frac{1}{\overline{OF'}}$$

Application numérique :

$$\overline{OA} = - 5 \overline{OF'} = - 250 \text{ mm}$$

$$\overline{OA'} = - \frac{\overline{OA}}{4} = 62,5 \text{ mm}$$

c'est la distance maximale lentille-pellicule.

c- Utilisation de " bagues allonges "

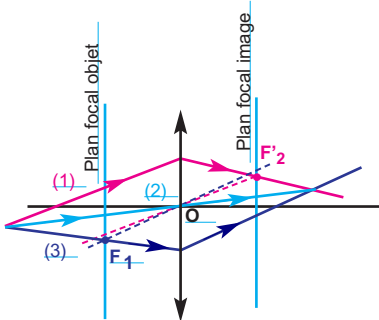
Grâce aux tubes creux, on peut augmenter la distance lentille-pellicule. À la question précédente, nous avons vu que pour le grandissement souhaité, il fallait une distance $\overline{OA'} = 62,5 \text{ mm}$, soit augmenter la distance de $62,5 \text{ mm} - 55 \text{ mm} = 7,5 \text{ mm}$.

Comme il n'y a pas de bague allonge de $7,5 \text{ mm}$, on prend celle de longueur immédiatement supérieure : $d = 10 \text{ mm}$
Pour obtenir la position souhaitée de la lentille, il suffira alors de la rapprocher de l'écran de $2,5 \text{ mm}$, ce qui est possible.

L'ESSENTIEL DU COURS

MARCHE D'UN RAYON LUMINEUX

● A TRAVERS UNE LENTILLE CONVERGENTE

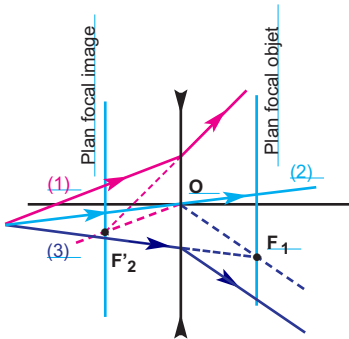


Le rayon incident (1) arrivant parallèlement à l'axe secondaire OF'_2 , émerge en passant par le foyer secondaire image F'_2 .

Le rayon incident (2) passant par le centre optique O , ne subit pas de déviation.

Le rayon incident (3) passant par le foyer secondaire objet F_1 , émerge parallèlement à l'axe secondaire OF_1 .

● A TRAVERS UNE LENTILLE DIVERGENTE



Le rayon incident (1) se propage parallèlement à l'axe secondaire OF'_2 . Le prolongement du rayon émergeant passe par le foyer secondaire image F'_2 .

Le rayon incident (2) passant par le centre optique O , ne subit pas de déviation.

Le rayon incident (3) dont le prolongement passe par le foyer secondaire objet F_1 , émerge parallèlement à l'axe secondaire OF_1 .

CONSTRUCTION DE L'IMAGE DONNÉE PAR UNE LENTILLE

Pour construire l'image $A'B'$ d'un objet AB donnée par une lentille, on trace la marche de deux rayons parmi les trois figurant sur la figure ci-contre.

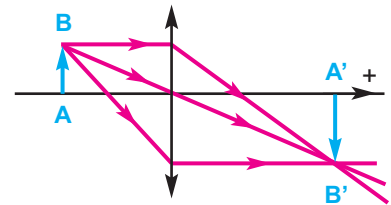


IMAGE D'UN OBJET DONNÉE PAR UNE LENTILLE

- Une lentille convergente donne d'un objet :
 - une image réelle et renversée si l'objet est réel et placé avant le plan focal image
 - une image virtuelle et droite si l'objet est réel et placé entre le centre optique et le plan focal image
 - une image réelle et droite si l'objet est virtuel.
- Une lentille divergente donne d'un objet une image réelle, si et seulement si, il est situé entre le centre optique et le plan focal objet.

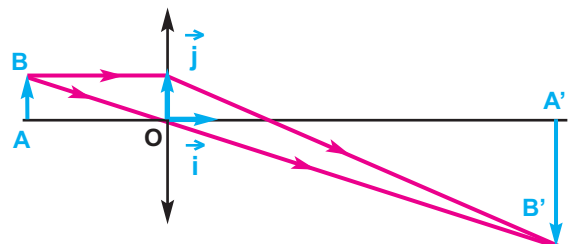
RELATION DE CONJUGAISON

Soit une lentille de centre optique O , AB un objet frontal (perpendiculaire en A à l'axe principal) et $A'B'$ son image par la lentille.

- La relation de conjugaison s'écrit :

$$\frac{1}{OA'} - \frac{1}{OA} = \frac{1}{OF'}$$

- Le grandissement s'écrit : $\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$

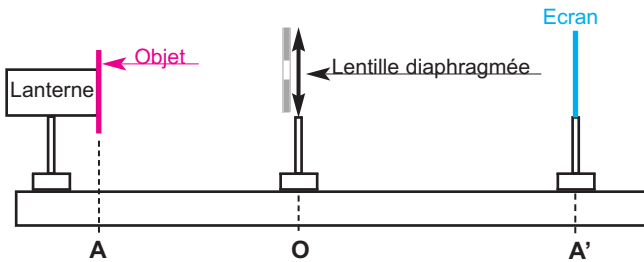


Travaux pratiques

BUT : Vérifier la relation de conjugaison.

MATÉRIEL

- Un banc d'optique
- Une lentille convergente de distance focale f connue
- Un diaphragme
- Un écran
- Un objet en forme de **L**, éclairé par une lanterne



PROTOCOLE EXPÉRIMENTAL

- Placer la lentille devant l'objet.
- Faire varier la distance de la lentille à l'objet et chercher à chaque fois la position de l'écran donnant une image nette.
- Mesurer alors la distance OA entre l'objet et la lentille et la distance OA' entre la lentille et l'écran.
- Remplir le tableau suivant en changeant à chaque fois la position de la lentille. (le sens positif est celui de la propagation de la lumière qui est indiqué sur la figure)
- Tracer un graphique en plaçant en abscisse $\frac{1}{OA}$ et en ordonnée $\frac{1}{OA'}$.

OA (cm)							
$\frac{1}{OA}$ (cm ⁻¹)							
OA' (cm)							
$\frac{1}{OA'}$ (cm ⁻¹)							

EXPLOITATION DES RÉSULTATS DE MESURES :

1- Dédire de la courbe la relation mathématique : $\frac{1}{OA'} = f \left(\frac{1}{OA} \right)$

2 - En identifiant la relation précédente avec la relation de conjugaison,

vérifier que l'ordonnée à l'origine est égale à $\frac{1}{f}$.

Je vérifie mes connaissances

A Chaque question peuvent correspondre aucune, une ou plusieurs réponses correctes

1- L'image donnée par une lentille convergente d'un objet situé avant le foyer objet **F** se trouve :
a - entre la lentille et le foyer image **F'**.
b - entre le foyer objet **F** et la lentille.
c - au delà du foyer image **F'**.

2- L'image donnée par une lentille divergente d'un objet situé avant le foyer image **F'** se trouve :
a - entre la lentille et le foyer image **F'**.
b - entre le foyer objet **F** et la lentille.
c - avant le foyer image **F'**.

3- Soit une lentille convergente de distance focale **f**.
 Un point objet **B** est situé dans le plan focal objet. L'image de **B** est :
a - à l'infini dans la direction de l'axe optique principal.
b - dans le plan perpendiculaire à l'axe optique principal et passant par **F'**.
c - à l'infini, dans la direction faisant un angle $\theta = \frac{FB}{f}$ avec l'axe optique principal.

4- Soit une lentille divergente de distance focale **f**.
 Un point objet **B** est situé dans le plan focal objet. L'image de **B** est :
a - à l'infini dans la direction de l'axe optique principal.
b - dans le plan perpendiculaire à l'axe optique principal et passant par **F'**.
c - à l'infini, dans la direction faisant un angle $\theta = \frac{FB}{f}$ avec l'axe optique principal.
d - se rapproche de la lentille lorsque l'objet se trouve entre la lentille et le plan focal objet.

5- L'image d'un objet réel donnée par une lentille peut être observable sur un écran :
a - si l'objet se trouve avant le plan focal objet et que la lentille est convergente.
b - si l'objet se trouve entre le plan focal objet et la lentille qui est convergente.
c - quelque soit la position de l'objet dans le cas d'une lentille divergente.

Je sais appliquer mes connaissances; je sais raisonner

Ex-1- La distance focale d'une lentille convergente est égale à **5 cm**.
 Le diamètre de la lentille est égal à **4 cm**.
 Un objet **AB** de **1 cm** est situé à **15 cm** de la lentille ; **AB** est perpendiculaire à l'axe optique principal et **A** se trouve sur ce dernier.

1 - Faire un schéma à l'échelle. Placer les foyers et le centre optique de la lentille.
2 - Construire l'image **A'B'** de **AB** obtenue par cette lentille.
 Mesurer la distance **OA'** ainsi que la longueur **A'B'** sur le schéma.
3 - Retrouver ces résultats par le calcul.

Ex-2- L'image **A'B'** d'un objet **AB**, obtenue par une lentille convergente de distance focale égale à **120 mm**, se forme sur un écran situé à **440 mm** de la lentille.

1 - Faire un schéma à l'échelle **1/4**. Placer les foyers et le centre optique de la lentille.
2 - Déterminer, à partir du schéma, la taille et la position de **AB**.
3 - Retrouver ces résultats par le calcul.

Ex-3- L'image **A'B'** d'un objet **AB** obtenue par une lentille divergente de distance focale égale à **120 mm** se forme sur un écran situé à **440 mm** de la lentille.

1 - Faire un schéma à l'échelle **1/4**. Placer les foyers et le centre optique de la lentille.
2 - Déterminer, à partir du schéma, la taille et la position de **AB**.
3 - Retrouver ces résultats par le calcul.

Ex-4- La distance focale d'une lentille convergente est égale à **8 cm** et son diamètre à **4 cm**. Un objet réel **AB** de **1 cm** est situé à **18 cm** de la lentille ; **AB** est perpendiculaire à l'axe optique

principal et **A** se trouve sur ce dernier.
1 - Schématiser le dispositif à l'échelle **1/2**.
2 - Tracer le faisceau lumineux partant de **B** et s'appuyant sur les bords de la lentille.

Ex-5- La distance focale d'une lentille convergente est égale à 125 mm et son diamètre est de 80 mm. Un faisceau de lumière parallèle éclaire totalement la lentille.	Il est incliné d'un angle de 10° par rapport à l'axe optique. 1- Réaliser le schéma à l'échelle. 2- Tracer la marche du faisceau de lumière incident et émergent.
Ex-6- La distance focale d'une lentille divergente est égale à 125 mm et son diamètre est de 80 mm. Un faisceau de lumière parallèle éclaire totalement la lentille.	Il est incliné d'un angle de 10° par rapport à l'axe optique. 1- Réaliser le schéma à l'échelle. 2- Tracer la marche du faisceau de lumière incident et émergent.
Ex-7- Un objet réel AB de 2 cm est situé à 35 cm d'une lentille convergente de distance focale 20 cm. AB est perpendiculaire à l'axe optique	de la lentille et A se trouve sur ce dernier. Déterminer, par le calcul, la position et la taille de l'image A'B' de AB par la lentille.
Ex-8- Un objet réel AB de 2 cm est situé à 35 cm d'une lentille divergente de distance focale 20 cm. AB est perpendiculaire à l'axe optique	de la lentille et A se trouve sur ce dernier. Déterminer, par le calcul, la position et la taille de l'image A'B' de AB par la lentille.
Ex-9- Un point objet B est situé très loin d'une lentille convergente de distance focale égale à 150 mm. Le diamètre de cette lentille vaut 50 mm. L'objet B se trouve dans une direction faisant un angle de 12° avec l'axe optique de la lentille.	1 - Faire un schéma à l'échelle et construire B' l'image de B par la lentille. 2 - Tracer la marche du faisceau lumineux issu de B et s'appuyant sur les bords de la lentille. 3 - Calculer la distance F'B'.
Ex-10- On dispose d'un objet lumineux AB situé à 5 m d'un mur sur lequel on veut projeter son image de façon à avoir un grandissement $\gamma = -4$. 1 - Déterminer graphiquement la position de la lentille ainsi que sa distance focale.	Faire la représentation graphique à l'échelle 1/20. 2 - On double la vergence de la lentille en maintenant la position de la lentille. Où la nouvelle image de l'objet AB se forme-t-elle ?
Ex-11- Le grandissement d'une lentille de vergence C inconnue est égal à -2 pour un objet réel placé à une distance $x = 1,2 \text{ m}$ devant le centre optique de la lentille. 1 - Donner l'expression littérale exprimant la distance focale f de la lentille en fonction du grandissement γ et de x.	2 - Calculer la distance focale f de la lentille. 3 - Calculer la mesure algébrique $\overline{OA'} = y$ à laquelle se forme l'image de l'objet. 4 - En déduire la distance AA' séparant l'objet et son image. 5 - Peut-on affirmer qu'en doublant la distance OA, on double le grandissement γ ?
Ex-12- Un objet éclairé AB est situé à 40 cm d'une lentille convergente. On déplace un écran jusqu'à y observer l'image de AB par la lentille. On constate alors que l'image est de même dimension que l'objet. 1 - Déterminer par le calcul la position de l'image. Faire un schéma en plaçant A sur l'axe optique principal, et en traçant le rayon lumineux passant par B et le centre optique de la lentille.	2 - En utilisant la formule de conjugaison, calculer la distance focale f de la lentille. 3 - En traçant par exemple le rayon lumineux issu de B et parallèle à l'axe optique, vérifier graphiquement le résultat de la question précédente. Quel autre rayon peut-on utiliser ? En faire un tracé. 4 - Exprimer la distance entre l'objet et l'écran en fonction de f. Proposer alors une méthode rapide pour mesurer une distance focale.

Ex-13- Un point lumineux **A** est placé à **50 cm** sur l'axe optique d'une lentille convergente de distance focale **$f = 20 \text{ cm}$** .

1 - Déterminer la position de **A'**, image de **A** par la lentille.

2 - Vérifier ce résultat à l'aide d'une construction géométrique.

3 - Si on avance **A** de **3 cm** sur l'axe optique en direction de la lentille, comment et de combien se déplace **A'** ?

Ex-14- Une lentille convergente **L₁**, de centre optique **O₁**, donne d'un objet réel **AB**, haut de **2 cm** et situé à **12 cm** de la lentille, une image réelle **A₁B₁** situé à **6 cm** après la lentille.

AB est perpendiculaire à l'axe optique principal de la lentille et **A** est situé sur cet axe.

1 - Construire, sur papier millimétré, l'image **A₁B₁** de **AB**.

2 - Déterminer la distance focale **f₁**, la vergence **C₁** de **L₁** et la grandeur de l'image **A₁B₁**.

3 - On place au-delà de **L₁**, à **4 cm** de **O₁**, une lentille divergente **L₂** de même axe que **L₁**, de centre optique **O₂** et de distance focale **f₂ = - 3 cm**.

a - Quel est le rôle joué par **A₁B₁** pour la lentille **L₂** ?

b - Déterminer la nature et la position de l'image **A₂B₂** donné de l'objet **AB** par le système (**L₁, L₂**).

En déduire le grandissement du système et la taille de l'image.

13

INSTRUMENTS D'OPTIQUE



OBJECTIFS

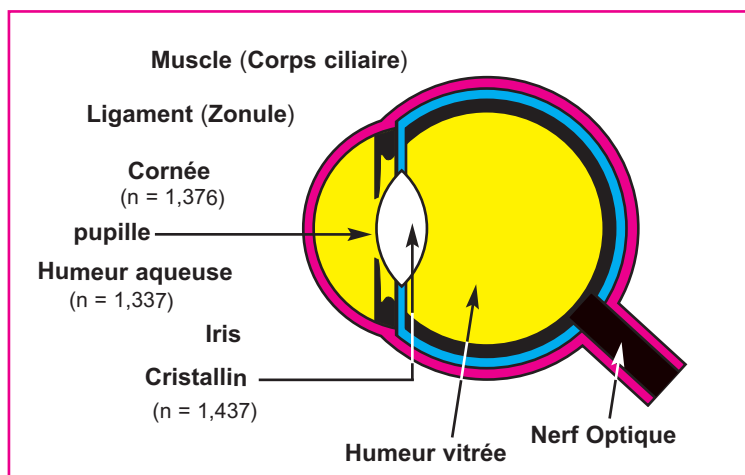
- Utiliser le modèle réduit de l'œil pour expliquer les défauts de vision.
- Expliquer le principe de fonctionnement de la lunette astronomique.

1- L'œil

1.1. Description simplifiée de l'œil

L'œil est un globe d'un diamètre de l'ordre de **2,5 cm** ; il comprend :

- **la cornée** : c'est une membrane transparente, elle est directement en contact avec l'air ambiant
- **l'humeur aqueuse** : c'est un liquide transparent ; avec l'humeur vitrée, elle maintient la pression et donc la forme du globe oculaire
- **l'iris** : c'est un diaphragme qui permet de faire varier la quantité de lumière qui pénètre dans l'œil
- **le cristallin** : c'est la lentille de l'œil ; il s'agit d'une lentille convergente souple, maintenue par des ligaments (**zonules**) qui sont liés à des muscles (**corps ciliaire**)
- **le corps ciliaire** : c'est un muscle qui permet de modifier la courbure du cristallin afin d'obtenir un objectif à distance focale variable
- **l'humeur vitrée (corps vitré)** : c'est un corps gélatineux et transparent dont l'indice est égal à **1,336** ; il maintient la rétine contre les parois de l'œil
- **la rétine** : c'est une membrane nerveuse tapissant le fond de l'œil ; épaisse de quelques dixièmes de millimètre, d'une surface voisine de quelques centimètres carrés, elle est constituée de plus de **130 millions** de cellules nerveuses et transforme la lumière en signaux électriques qui sont acheminés par le **nerf optique** vers le cerveau
- **la pupille** : c'est l'orifice central de l'iris (**Doc.1**).

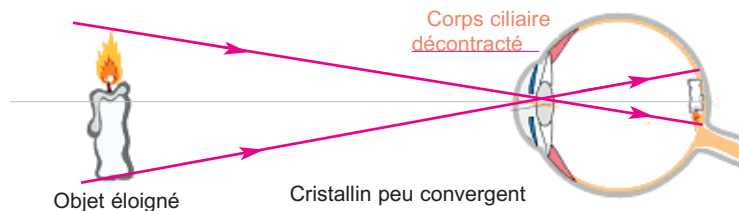


Doc.1 : la lumière pénètre dans l'œil par la cornée, traverse l'humeur aqueuse, le cristallin et l'humeur vitrée ; la convergence de l'œil est donc assurée à la fois par le cristallin, la cornée et l'humeur vitrée.

1.2. Vision des objets et accommodation

OBJET TRÈS ÉLOIGNÉ

Pour un **oeil normal**, lorsque l'objet observé est à l'infini (très éloigné de l'oeil), le corps ciliaire (qui est un muscle) est décontracté, le cristallin est peu bombé donc peu convergent. L'image de l'objet se forme exactement sur la rétine (**Doc.2-a**). L'oeil est dit au repos, il n'y a pas de fatigue..



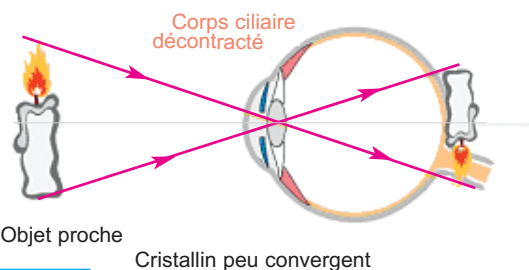
OBJET RAPPROCHÉ

Doc.2-a

Si, lorsque l'objet est rapproché, le cristallin reste tel qu'il est (la convergence de l'oeil n'est pas modifiée), l'image se forme alors derrière la lentille et l'objet observé paraît flou (**Doc.2-b**).

Or l'oeil a la faculté de modifier à volonté sa vergence afin que l'image se forme sur la rétine.

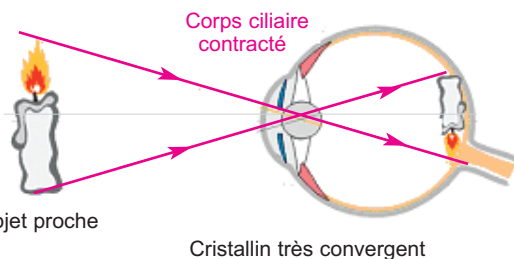
Cette faculté s'appelle l'accommodation



Doc.2-b

Pendant l'accommodation, le cristallin est soumis à la pression des ligaments qui le rattachent au corps ciliaire. Il change de forme et sa courbure augmente, il devient plus convergent. L'image de l'objet se forme sur la rétine (**Doc.2-c**).

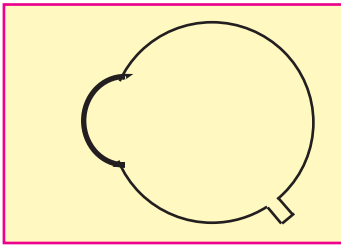
L'accommodation est suivi de fatigue.



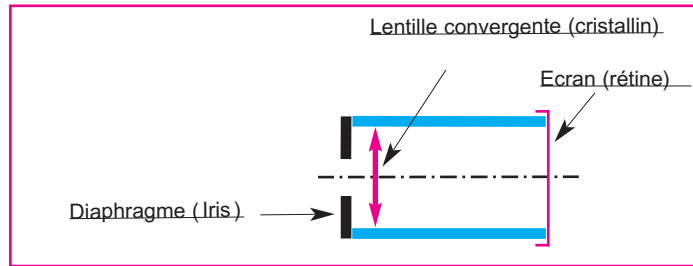
Doc.2-c

1.3. Modélisation de l'oeil (oeil réduit)

Pour l'étude de la formation des images et pour la compréhension des anomalies visuelles, on modélise (représente) l'œil par un oeil réduit. Dans ce modèle l'ensemble des milieux transparents de l'œil est assimilé à un système optique simple constitué d'une lentille convergente de distance focale variable, et d'un écran sphérique ou plan (la rétine) à distance fixe de cette lentille (**Doc.3-a**) et (**Doc.3-b**).



Doc.3-a



Doc.3-b

1.4. Défauts de l'oeil

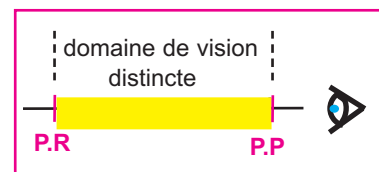
LE PUNCTUM REMOTUM P.R ET LE PUNCTUM PROXIMUM P.P

Un œil peut voir nettement des objets situés dans un domaine de vision limité par deux positions extrêmes appelées respectivement le punctum proximum (**P.P**) et le punctum remotum (**P.R**) (**Doc.4**).

Pour un œil normal :

- le **P.R.** est rejeté à l'infini, sans accommodation ; l'image d'un objet éloigné (à l'infini) se forme sur la rétine.
- le **P.P.** est situé à environ **25 cm** de l'œil .

S'il n'en est pas ainsi, l'œil présente les défauts de **myopie** d'**hypermétropie** ou de **prebytie** ; ils peuvent être corrigés par des lunettes de vue ou des lentilles de contact.



Doc.4 : le punctum proximum **P.P** correspond à la position la plus proche de l'objet pour laquelle la vision est nette ; le punctum remotum **P.R** correspond à la position la plus éloignée de l'objet pour laquelle la vision est nette.

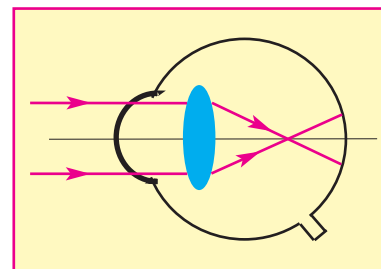
LA MYOPIE

Un myope voit flou les objets éloignés car son œil est trop convergent (l'image d'un objet éloigné se forme avant de la rétine) (**Doc.5-a**).

Ce défaut est dû essentiellement à un allongement du globe oculaire suivant l'axe principal.

La position de son punctum remotum n'est plus à l'infini.

Pour une myopie moyenne, le **P.R** est voisin de **30 cm** et le **P.P** est situé très près de l'œil.



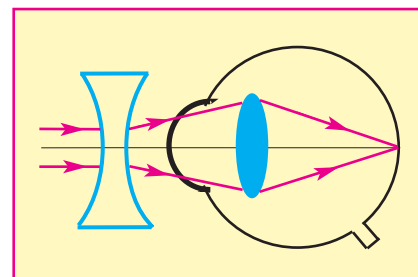
Doc.5-a : œil myope non corrigé.

Corriger la myopie revient à rejeter le **P.R** à l'infini.

Pour cela un verre correcteur divergent est placé en avant de l'œil.

L'œil corrigé devient moins convergent et l'image d'un objet à l'infini se forme sur la rétine, ce qui correspond à une vision de loin nette (**Doc.5-b**).

A cause de la correction, il faut accommoder davantage en vision de près. Un myope retire ses lunettes pour lire avec moins de fatigue.



Doc.5-b : œil myope corrigé.

EXERCICE RÉSOLU N°1

ENONCÉ :

Un oeil myope a son punctum remotum **PR** situé à **1 m**, et son punctum proximum **PP** situé à **10 cm**. Pour corriger sa vue, on place sur l'oeil une lentille de contact de **-1 δ**.

Indiquer, sur l'axe optique principal, les limites du domaine de vision nette de l'oeil corrigé.

On prendra la distance pupille-rétine égale à **17mm**.

Solution

Nous assimilons l'oeil à une lentille convergente de focale variable dont le centre optique **O** se trouve à **17 mm** de la rétine (**Doc.5-a**).

Oeil non corrigé : d'un objet placé dans le champ de vision distincte, l'oeil myope de vergence **C**, donne une image nette sur la rétine si elle vérifie la relation de conjugaison :

$$C = \frac{1}{OA'} - \frac{1}{OA} = \frac{1}{0,017} - \frac{1}{OA} = 58,8 - \frac{1}{OA}$$

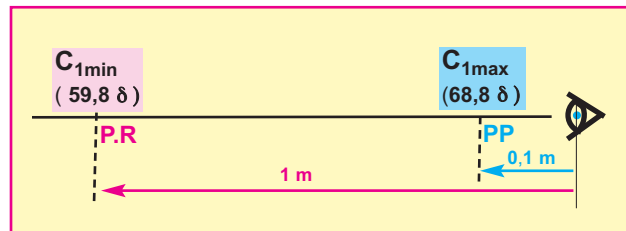
Les valeurs limites de la vergence correspondant aux positions extrêmes du champ de vision sont :

- **Objet au P.R** ($\overline{OA} = -1\text{m}$), la vergence est minimale et égale à :

$$C_{1\min} = 59,8 \delta$$

- **Objet au P.P** ($\overline{OA} = -0,1\text{m}$), la vergence est maximale et égale à :

$$C_{1\max} = 68,8 \delta$$



Oeil corrigé : l'oeil et la lentille de contact ($C_2 = -1 \delta$) se comportent comme un oeil pouvant,

par accommodation, modifier sa vergence entre les valeurs extrêmes $C_{\min} = C_{1\min} + C_2 = 58,8 \delta$

et $C_{\max} = C_{1\max} + C_2 = 67,8 \delta$ correspondant respectivement aux positions **P.R** et **P.P** du champ de vision distincte de l'oeil corrigé. Les distances **P.R** et **P.P** sont déterminées à partir de la relation de conjugaison .

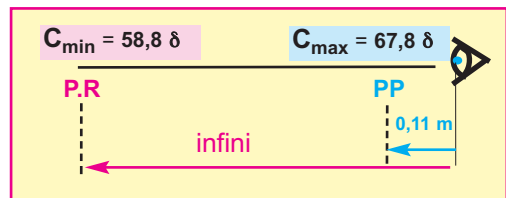
$$\frac{1}{OA'} - \frac{1}{OA} = \frac{1}{OF'} \Rightarrow \frac{1}{OA'} - \frac{1}{-(P.P)} = C_{\max}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{-(P.P)} = \frac{1}{OA'} - C_{\max} = 58,8 - 67,8 = -9 \text{ m}^{-1}$$

$$\text{d'où : } \boxed{P.P = 0,11\text{m}}$$

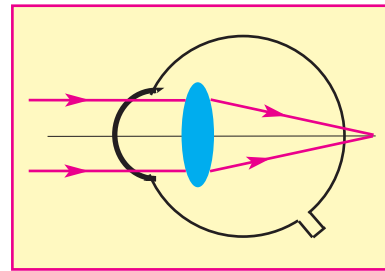
$$\text{de même : } \frac{1}{OA'} - \frac{1}{-(P.R)} = C_{\min}$$

$$\text{d'où : } \frac{1}{-(P.R)} = \frac{1}{OA'} - C_{\min} = 58,8 - 58,8 = 0 \quad \text{ce qui signifie que le } \boxed{P.R \text{ est à l'infini.}}$$



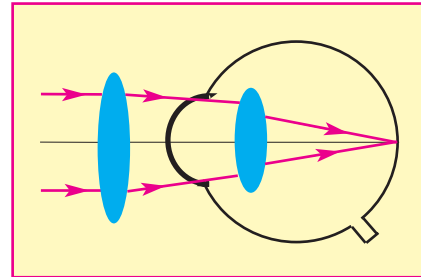
L'HYPERMÉTROPIE

L'hypermétropie est une anomalie de l'oeil dans laquelle l'image d'un objet éloigné se forme en arrière de la rétine (**Doc.6-a**). L'oeil n'est pas assez convergent (il est trop court), son P.R est en arrière de l'oeil (il est virtuel) et son P.P est plus grand que pour un oeil normal.



Doc.6-a : oeil hypermétrope non corrigé.

Pour corriger l'hypermétropie, un verre correcteur convergent (lentille de contact ou lunettes de vue) est placé devant l'oeil (**Doc.6-b**). La vergence du système {verre correcteur + oeil hypermétrope} doit permettre de voir net un objet situé à l'infini (l'image se forme sur la rétine).



Doc.6-b : oeil hypermétrope corrigé.

EXERCICE RÉSOLU N°2

ÉNONCÉ :

Le P.R virtuel d'un oeil hypermétrope est situé à **20 cm** de la pupille. Quelle est la vergence C_0 de la lentille de contact qui lui permet de voir un objet net à l'infini (**Doc.7**) ?

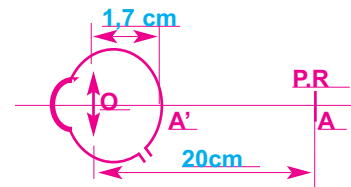
Solution

oeil non corrigé.

Le P.R de l'oeil hypermétrope est virtuel signifie : l'image d'un objet virtuel situé au P.R se forme sur la rétine. La vergence de l'oeil en ce point est déterminée par la relation de conjugaison et correspond à la vergence minimale de l'oeil non corrigé.

$$\frac{1}{OA'} - \frac{1}{OA} = C_{\min} \Rightarrow C_{\min} = \frac{1}{0,017} - \frac{1}{0,2}$$

d'où : $C_{\min} = 53,8 \text{ } \delta$



Doc.7

oeil corrigé.

Après correction :

Pour un objet à l'infini ($\frac{1}{OA} = 0$), l'image est sur la rétine ($\frac{1}{OA'} = 58,8 \text{ } \delta$)

et la vergence C' de l'oeil corrigé est minimale et égale à $\frac{1}{OA'} = 58,8 \text{ } \delta$

Or $C' = C_{\min} + C_0$ d'où $C_0 = C' - C_{\min} = 5 \text{ } \delta$ ce qui correspond à une lentille convergente

LA PRESBYTIE

Avec le temps, le cristallin devient beaucoup moins souple ; il perd progressivement sa capacité à modifier sa courbure.

L'accommodation est alors moins efficace, la vision d'objets très rapprochés n'est plus possible. Ce vieillissement du cristallin, inévitable, et qui survient généralement entre quarante et cinquante ans, porte le nom de **presbytie**.

La correction de la presbytie est simple, puisque le cristallin n'est plus assez convergent pour la vision rapprochée, il suffit de porter des verres correcteurs convergents pour la lecture par exemple. Cette correction est proche de celle utilisée dans le cas d'un oeil hypermétrope, à ceci près qu'elle concerne la vision rapprochée et non pas la vision éloignée.

2- Lunette et télescope

2.1. Généralités

Les lunettes et les télescopes sont des instruments optiques utilisés pour observer des objets lointains (à l'infini).

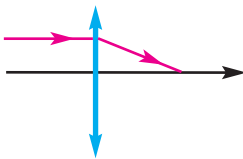
Ils permettent d'augmenter leur taille apparente ainsi que leur luminosité en concentrant les rayons lumineux en un point (**foyer**) que l'oeil peut observer avec des loupes (**les oculaires**) (**Doc.8-a**).

Dans les lunettes, les rayons lumineux provenant de l'objet lointain sont concentrés en traversant un assemblage de lentilles en verre appelé **objectif** (**Doc.8-b**).

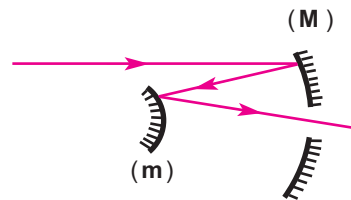
Dans les télescopes, l'**objectif** est un miroir concave ; la lumière est réfléchi vers le foyer par la surface concave d'un miroir principal, puis par la surface plane ou convexe d'un petit miroir (**Doc.8-c**).



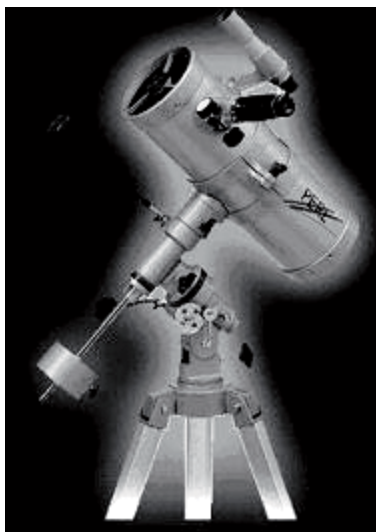
Doc.8-a : l'oculaire est la partie de l'instrument qui permet d'agrandir l'image produite par l'objectif au niveau du foyer image ; un oculaire n'est rien d'autre qu'une loupe perfectionnée.



Doc.8-b : les rayons lumineux provenant des objets lointains sont focalisés vers une région pratiquement confondue à un point à l'aide de lentilles .



Doc.8-c : les rayons lumineux provenant des objets lointains sont réfléchis par le miroir (**M**) puis subissent une deuxième réflexion par le miroir secondaire (**m**)



Télescope de 15 cm de diamètre qu'Isaac Newton présenta à la Royal Society en 1672

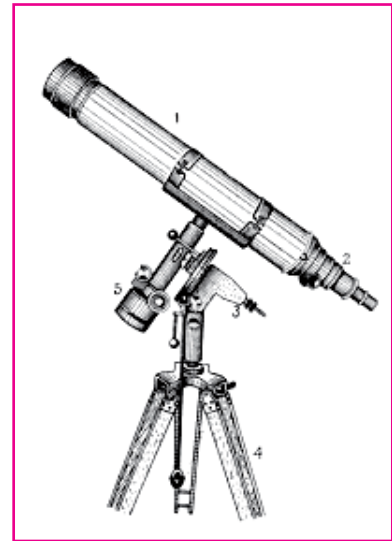
La lunette convient parfaitement à l'observation des planètes ou de la Lune car elle a une bonne qualité d'image. Le télescope, de par sa puissance, s'adresse plutôt à l'observation d'objets plus lointains.

2.2. Lunette astronomique

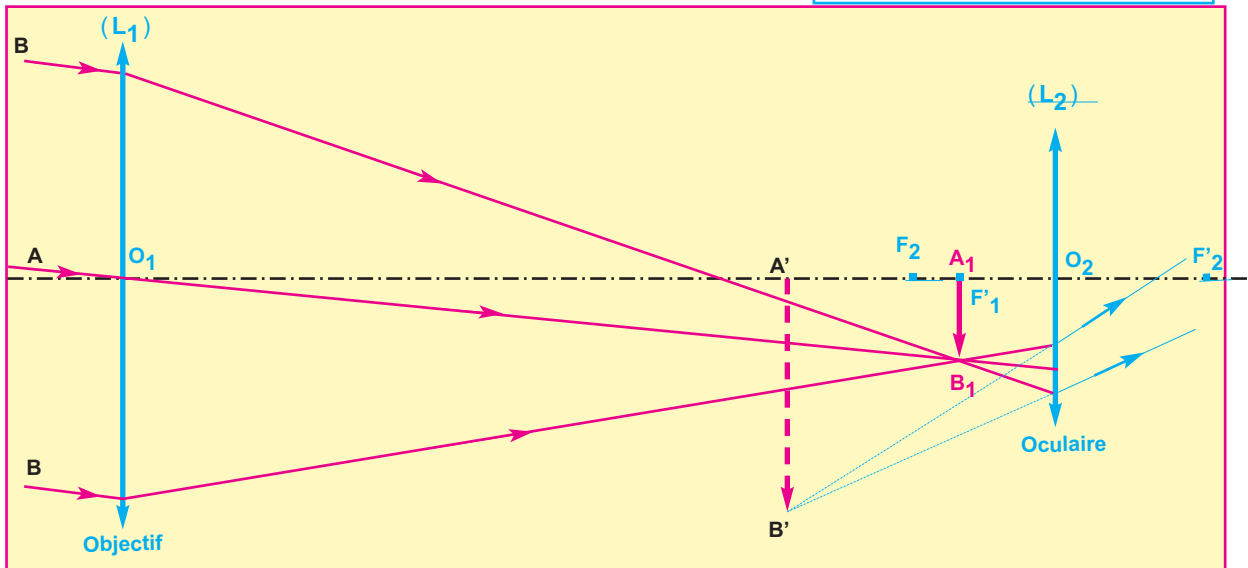
Une lunette astronomique (**Doc.9-a**) comporte :

- un objectif modélisé par une lentille (L_1) convergente de grande distance focale f_1 qui donne, d'un objet **AB** situé à l'infini, une image réelle et renversée **A₁B₁** située dans son plan focal image.
- un oculaire (L_2) modélisé par une lentille convergente de courte distance focale f_2 , disposé de manière que l'image **A₁B₁** se situe entre son foyer objet F_2 et son centre optique O_2 .

L'image définitive **A'B'** est virtuelle, elle est observée à travers l'oculaire (**Doc.9-b**).



Doc.9-a : 1 - Tube ; 2 -Oculaire ;
3 - Monture ; 4 Trépied ;
5 - Contrepoids.



Doc.9-b

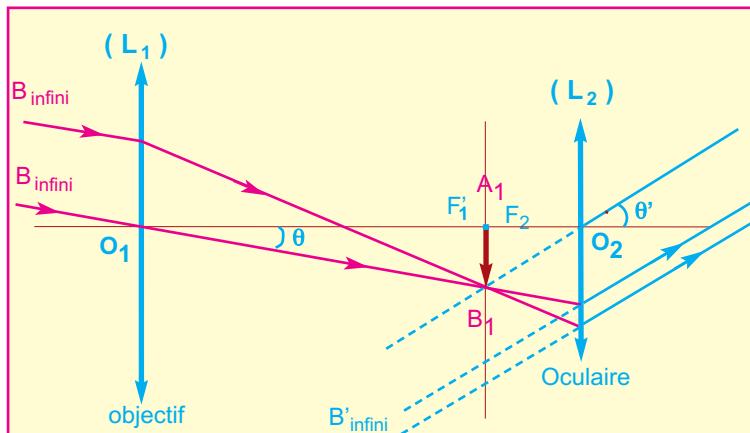
L'œil observe sans fatigue l'image définitive **A'B'** lorsqu'il n'accomode pas. Une mise au point est effectuée en déplaçant l'oculaire par rapport à l'objectif de sorte que l'image **A'B'** se situe au punctum remotum **PR** de l'observateur.

Si l'observateur a une vue normale, **A'B'** doit être à l'infini : le foyer image F'_1 de l'objectif et le foyer objet de l'oculaire sont confondus et la lunette est dite **afocale**.

2.3. Lunette astronomique afocale

MARCHE DES RAYONS

Assimilons l'astre à un objet **AB** situé à l'infini, **A** est dans la direction de l'axe principal et **B** dans une direction faisant un angle θ avec cet axe (**Doc.10**).



Doc.10

L'objet **AB** vu à l'œil nu sous un angle θ , donne par la lentille (L_1), une image **A₁B₁** située dans son plan focal image qui est confondu avec le plan focal objet de (L_2). L'image définitive **A'B'** est rejetée à l'infini et est observée à travers l'oculaire (L_2) sous un angle θ' .

Diamètre apparent

Le diamètre apparent de l'objet **AB**, est l'angle θ , exprimé en radian, sous lequel l'objet **AB** est vu à l'œil nu.

A la distance minimale d'accommodation

$$\theta = AB / D_{pp}$$

avec $D_{pp} = 0,25 \text{ m}$

Le diamètre apparent de l'image définitive **A'B'**, est l'angle θ' , exprimé en radian, sous lequel l'objet **AB** est vu avec l'instrument c'est à dire l'angle sous lequel est vue l'image.

GROSSISSEMENT DE LA LUNETTE

Le grossissement de la lunette est défini par le rapport :

$$G = \frac{\theta'}{\theta}$$

Remarquons que **A₁**, **F₂** et **F'₁** sont confondus.

En considérant les triangles rectangles **O₁A₁B₁** et **O₂A₁B₁**, on peut écrire :

$$\text{tg } \theta = \frac{A_1 B_1}{O_1 F'_1} = \frac{A_1 B_1}{f_1}$$

$$\text{tg } \theta' = \frac{A_1 B_1}{O_1 F} = \frac{A_1 B_1}{f_2}$$

Les angles θ et θ' étant petits, on peut les assimiler à leurs tangentes ; ceci permet d'écrire :

$$G = \frac{\theta'}{\theta} = \frac{\text{tg } \theta'}{\text{tg } \theta} = \frac{f_1}{f_2}$$

$$G = \frac{\theta'}{\theta} = \frac{f_1}{f_2}$$

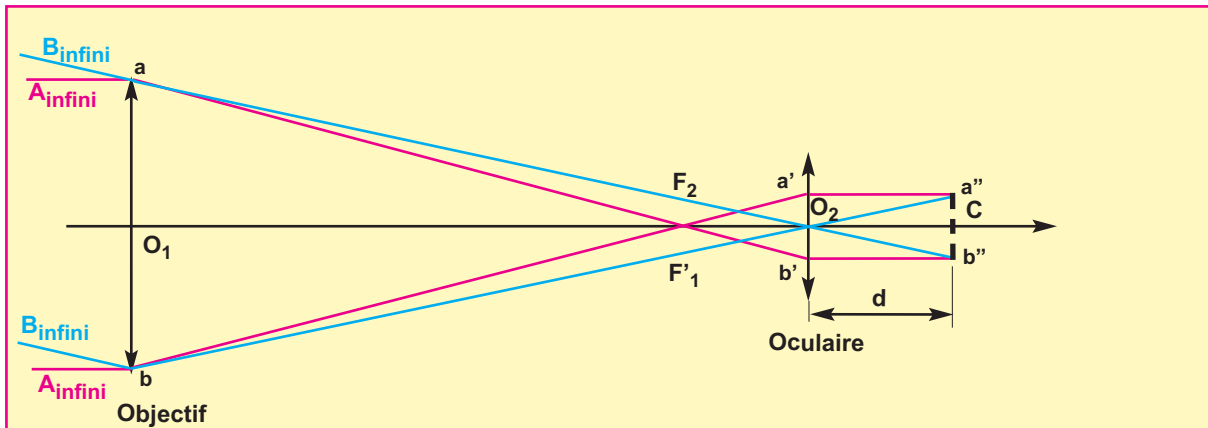
Remarque : Le grossissement des lunettes astronomiques est compris entre quelques dizaines (petites lunettes) et **3000** pour les plus puissantes).

CERCLE OCULAIRE

Le cercle oculaire est l'image du bord circulaire de l'objectif donnée par l'oculaire.

Pour que l'œil reçoive le maximum de lumière, il doit être placé à son voisinage et son diamètre de l'ordre de grandeur de l'ouverture de la pupille de l'œil.

Le cercle oculaire est de centre **C** est de diamètre $a''b'' = \Phi_{\text{Cercle oculaire}}$ (**Doc.11**).



Doc.11

Diamètre du cercle oculaire :

Considérons les deux triangles semblables $a'F_2b'$ et aF_1b :

on a :

$$\frac{ab}{a'b'} = \frac{O_1F'_1}{O_2F_2}$$

- **ab** est le diamètre de l'objectif Φ_{Objectif}

- **a'b'** est le diamètre du cercle oculaire $\Phi_{\text{Cercle oculaire}}$

$$\text{d'où: } \frac{\Phi_{\text{Objectif}}}{\Phi_{\text{Cercle oculaire}}} = \frac{f_1}{f_2}$$

$$\Phi_{\text{Cercle oculaire}} = \frac{f_2}{f_1} \Phi_{\text{Objectif}}$$

Position du cercle oculaire par rapport à l'oculaire :

considérons les deux triangles semblables aO_2b et $a''O_2b''$

$$\frac{\Phi_{\text{Objectif}}}{\Phi_{\text{Cercle oculaire}}} = \frac{O_1O_2}{O_2C} \quad \frac{\Phi_{\text{Objectif}}}{\Phi_{\text{Cercle oculaire}}} = \frac{f_1 + f_2}{d}$$

$$d = \frac{\Phi_{\text{Cercle oculaire}}}{\Phi_{\text{Objectif}}} (f_1 + f_2)$$

$$d = \frac{f_2}{f_1} (f_1 + f_2)$$

2.4. Lunette de Galilée

L'observation d'objets terrestres avec une lunette astronomique n'est possible que si elle est munie d'un dispositif redresseur de l'image finale ; d'où l'intérêt de la lunette de Galilée.

La lunette de Galilée est une lunette terrestre ; elle comporte :

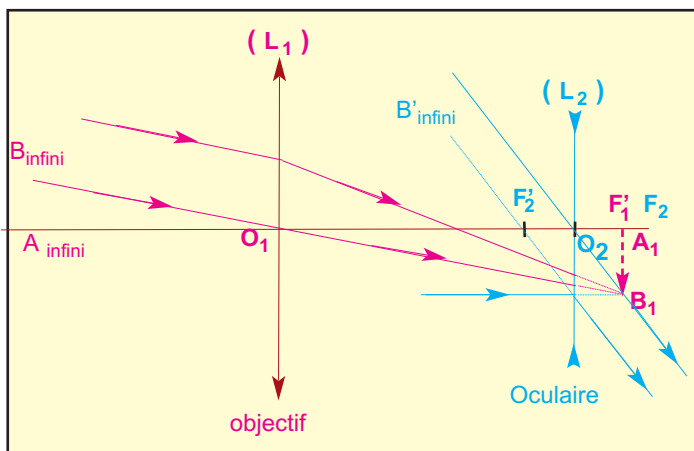
- un objectif modélisé par une lentille (L_1) convergente de grande distance focale f_1 qui donne, d'un objet AB situé à l'infini, une image réelle et renversée A_1B_1 située dans son plan focal image.
- d'un oculaire (L_2) modélisé par une lentille divergente de courte distance focale f_2 , disposé de manière que l'image A_1B_1 se situe entre son foyer objet F_2 et son centre optique O_2 . L'image définitive $A'B'$ est droite, elle est observée à travers l'oculaire (**Doc.12**).

Dans le dispositif du document 12 l'image intermédiaire A_1B_1 est située dans le plan focal objet de l'oculaire (F' , F_2 et A_1 confondus).

L'image définitive $A'B'$ est rejetée à l'infini ; un oeil normal la voit sans accommoder.



Lunette de Galilée



Doc.12

EXERCICE RÉSOLU N°3

ENONCÉ :

L'importance des observations réalisées par Galilée à l'aide de sa lunette conduit Kepler à rédiger, en **1610**, le premier traité moderne d'optique, le *Dioptricae*.

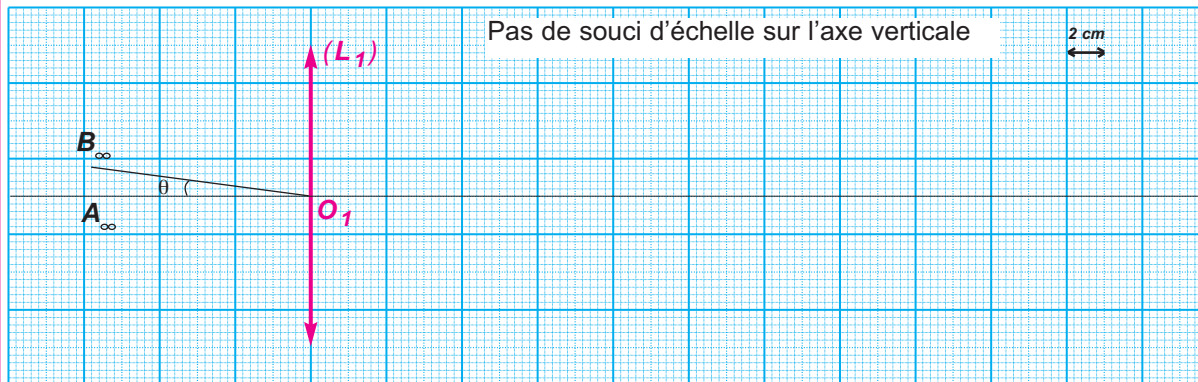
Le point central du *Dioptricae* est l'étude des phénomènes liés aux lentilles. À l'aide de l'optique géométrique, Kepler explique comment on agrandit ou réduit une image grâce à un choix judicieux de lentilles. Il décrit la lunette galiléenne mais propose un nouveau montage utilisant deux lentilles convergentes.

Une lunette de Kepler, appelée aussi lunette astronomique est constituée de deux lentilles minces convergentes, d'axe optique commun (Δ). Une modélisation de cette lunette est constituée de la manière suivante :

- l'objectif (L_1) est une lentille convergente de distance focale $f_1 = 250 \text{ mm}$, de diamètre $D = 25 \text{ mm}$, de centre optique O_1 ;
- l'oculaire (L_2) est une lentille de distance focale $f_2 = 50 \text{ mm}$, de centre optique O_2 .

I - Schéma de la lunette

Reproduire le schéma du document **13-a** et y placer la lentille (L_2) de telle façon que le foyer objet F_2 de l'oculaire coïncide avec le foyer image F_1' de l'objectif.



Doc.13-a

II - Images et grossissement

L'astre observé est à l'infini, son diamètre AB est perpendiculaire à l'axe optique en A .

Tous les rayons issus de B sont parallèles entre eux et font avec l'axe optique un angle qui est le diamètre apparent θ de l'astre. Un des rayons issu de B est représenté sur les schémas des documents **13-a** et **13-b**.

- 1- L'objectif (L_1) donne, de l'astre observé, une image A_1B_1 .

Sur le schéma du document **13-a** construire l'image A_1B_1 en justifiant la méthode choisie.

- 2- Où se forme l'image définitive A_2B_2 donnée par l'oculaire (L_2) ? Justifier la réponse.
- 3- Compléter la figure en traçant le rayon émergent de la lunette correspondant au rayon incident tracé issu de B . Justifier les tracés nécessaires à cette construction.
- 4- On appelle grossissement G d'un instrument d'optique le rapport :

$$G = \frac{\theta'}{\theta}$$

θ' est l'angle sous lequel on voit l'image donnée par l'instrument.

θ est l'angle sous lequel on voit l'objet à l'œil nu.

Pour les angles petits et exprimés en radians, on prendra $\tan \theta = \theta$.

Après avoir indiqué θ' sur le schéma du document **13-a** montrer que, pour la lunette

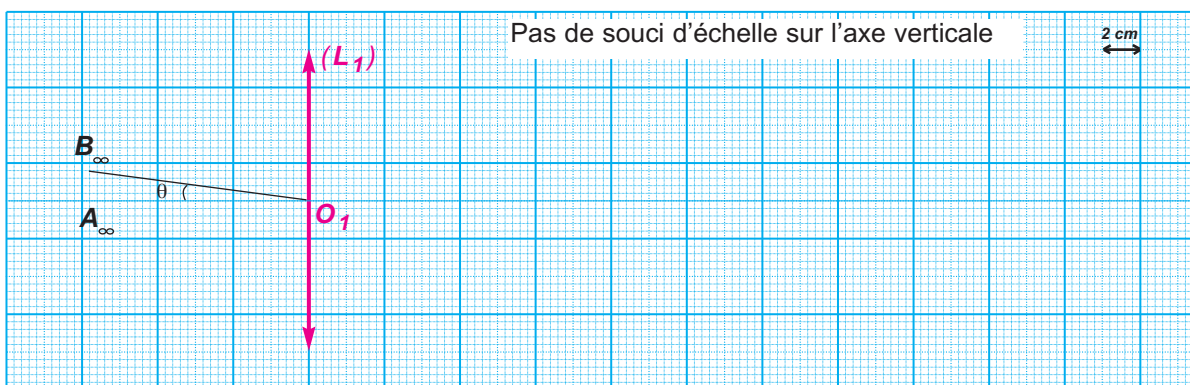
de Kepler modélisée à la question I, le grossissement a pour expression $G = \frac{f_1}{f_2}$
En déduire la valeur du grossissement de cette lunette.

- 5- L'expérience montre que les plus belles images du ciel s'obtiennent avec des grossissements dont la valeur est inférieure à un nombre **N**. Ce nombre est identique à la valeur du diamètre **D** de l'objectif, exprimé en millimètre, soit ici **25 mm**. L'idéal pour l'instrument étudié ici est de disposer d'une gamme d'oculaires permettant des grossissements de $\frac{N}{7}$ à **N**.

À partir d'un grossissement égal à **N** les images paraissent floues à l'oeil humain.
Déterminer, pour l'instrument étudié, les deux valeurs extrêmes de f_2 correspondant à ces grossissements.

III - Cercle oculaire

- Définir le cercle oculaire.
- Reproduire le schéma du document **13-b** et y construire le cercle oculaire. Déterminer la valeur du diamètre du cercle oculaire et la position de son centre sur l'axe optique. Quel est son intérêt pratique ?



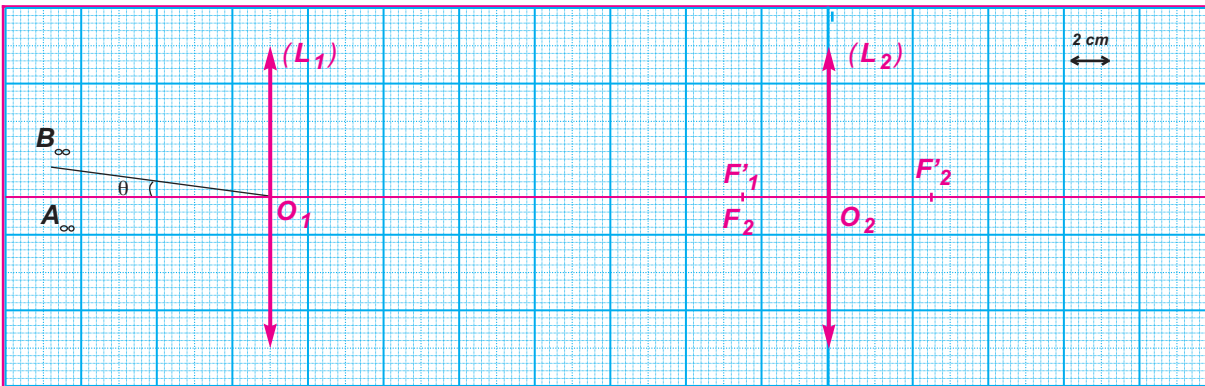
Doc.13-b

IV - Nouvelle image et grandissement

On approche l'oculaire de **5 mm** vers l'objectif.

- Déterminer, par le calcul, la position de l'image définitive **A₃B₃**.
- Calculer le grandissement γ de l'oculaire dans ce cas.

SOLUTION	COMMENTAIRE
I - Schéma de la lunette voir document 13-c	



Doc.13-c

II - Images et grossissement

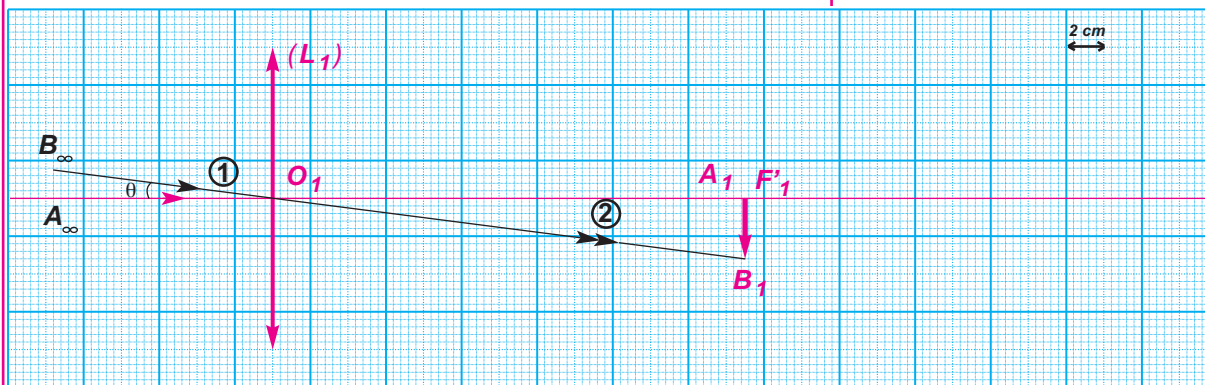
1- Construction de l'image A_1B_1 de AB par l'objectif (L_1)

L'objet **AB** étant à l'infini, son image A_1B_1 par l'objectif (L_1) est donc située dans le plan focal image de cet objectif. Soit ① le rayon provenant de l'objet **B** et incident en O_1 centre optique de l'objectif.

Il donne un rayon émergent ② qui est dans le prolongement du rayon ① (il n'y a pas de déviation du rayon car on passe par le centre optique de la lentille).

Le point image B_1 est donc situé à l'intersection du rayon ② avec le plan focal image de l'objectif représenté sur le schéma par la droite perpendiculaire à l'axe optique en F'_1 .

Le point image A_1 , situé sur l'axe optique, est donc confondu avec F'_1 (Doc.13-d).



Doc.13-d

2- Image définitive A_2B_2 donnée par l'oculaire (L_2)

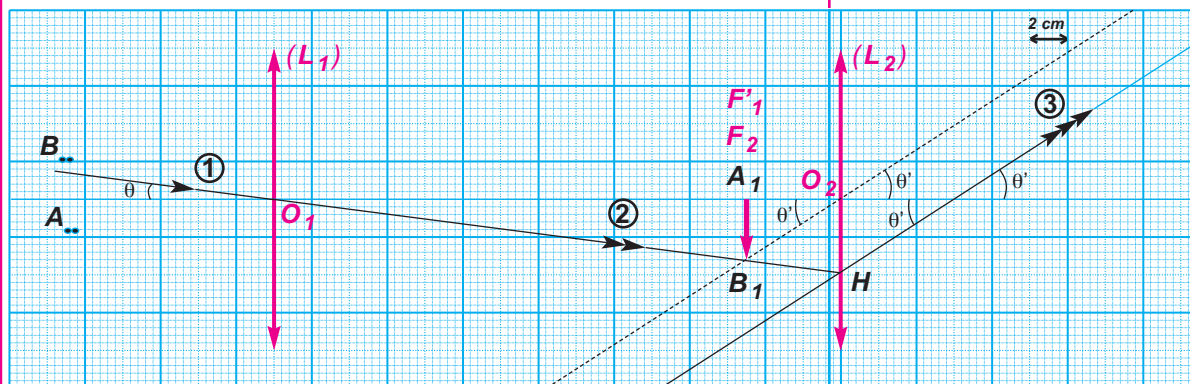
A_2B_2 est l'image de A_1B_1 par l'oculaire (L_2).

A_1B_1 , qui joue le rôle d'objet pour (L_2), étant par construction dans le plan focal objet de l'oculaire, son image A_2B_2 sera donc rejetée à l'infini.

3- Tracé du rayon émergent de l'oculaire et issu de B

Tous les rayons provenant de B_2 sont parallèles entre eux car B_2 est à l'infini.

Le rayon ③ émergent de l'oculaire et correspondant au rayon initial ① est donc parallèle au rayon B_1O_2 ; son point d'émergence H correspond au point d'incidence du rayon ② sur l'oculaire (Doc.13-e).



Doc.13-e

4- Grossissement de cette lunette

Par définition, $G = \frac{\theta'}{\theta}$.

D'après le schéma de Doc.13-e, on a :

$$\tan \theta = \frac{A_1B_1}{O_1F'_1} = \frac{A_1B_1}{f_1} \quad (\text{triangle rectangle } O_1A_1B_1)$$

$$\tan \theta' = \frac{A_1B_1}{O_2F_2} = \frac{A_1B_1}{f_2} \quad (\text{triangle rectangle } O_2A_2B_2)$$

En admettant que les angles θ et θ' sont petits, on a, en exprimant les angles en radians:

$$\tan \theta = \theta = \frac{A_1B_1}{f_1} \quad \text{et} \quad \tan \theta' = \theta' = \frac{A_1B_1}{f_2}$$

$$\text{d'où} \quad G = \frac{\theta'}{\theta} = \frac{\frac{A_1B_1}{f_2}}{\frac{A_1B_1}{f_1}}$$

$$\text{soit} \quad G = \frac{f_1}{f_2}$$

Application numérique:

$$G = 5$$

5- Valeurs extrêmes de f_1' pour avoir une image correcte

Par définition, il faut:

$$\frac{N}{7} < G < N$$

d'où $\frac{N}{7} < \frac{f_1}{f_2} < N$

donc $\frac{N}{7f_1} < \frac{1}{f_2} < \frac{N}{f_1}$

soit $\frac{7f_1}{N} > f_2 > \frac{f_1}{N}$

Application numérique :

$$70 \text{ mm} > f_2 > 10 \text{ mm}$$

III - Cercle oculaire

1- Définition

Le cercle oculaire est le périmètre de l'image de l'objectif par l'oculaire.

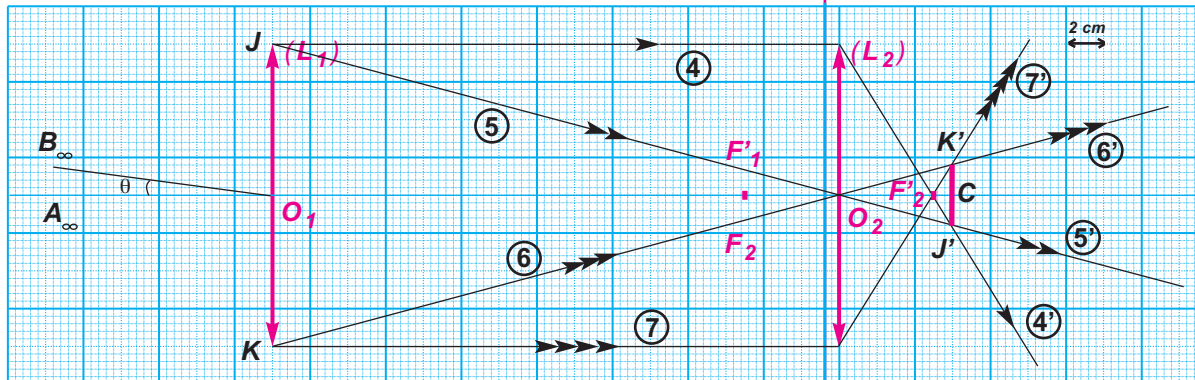
2- Construction du cercle oculaire

Soit **J** et **K** les 2 points diamétralement opposés de l'objectif situés dans le plan du schéma du document 13-f.

L'image **J'** de **J** par l'oculaire est à l'intersection du rayon (5) émergeant, prolongation du rayon incident (5) provenant de **J** et passant par le centre optique **O₂** de l'oculaire (dans ce cas il n'y a pas de déviation) et du rayon (4'), rayon émergeant passant par le foyer image **F₂'** de l'oculaire, correspondant au rayon (4) parallèle à l'axe optique et provenant de **J**. On détermine de la même façon le point image **K'** provenant de **K**.

La tracé du cercle oculaire dans le plan de la figure est donc représentée par le segment **K'J'**.

J et **K** étant symétriques par rapport à l'axe optique, **J'** et **K'** sont eux aussi symétriques par rapport à l'axe optique.



Doc.13-f

Soit **C** le centre du cercle oculaire : c'est l'image de **O₁**, centre de l'objectif, par l'oculaire.
En utilisant la formule de conjugaison des lentilles minces, on a :

$$\frac{1}{\overline{O_2C}} - \frac{1}{\overline{O_2O_1}} = \frac{1}{\overline{O_2F'_2}}$$

Soit :

$$\frac{1}{\overline{O_2C}} = \frac{1}{\overline{O_2O_1}} + \frac{1}{\overline{O_2F'_2}}$$

d'où

$$\overline{O_2C} = \frac{\overline{O_2O_1} \cdot \overline{O_2F'_2}}{\overline{O_2O_1} + \overline{O_2F'_2}}$$

Application numérique :

$$\overline{O_2C} = \frac{-300 \times 50}{-300 + 50} = 60 \text{ mm} \quad \overline{O_2C} = 60 \text{ mm}$$

Les triangles **O₂JK** et **O₂J'K'** étant semblables on a :

$$\frac{J'K'}{JK} = \frac{O_2C}{O_2O_1}$$

soit

$$J'K' = JK \cdot \frac{O_2C}{O_2O_1} = D \cdot \frac{O_2C}{O_2O_1}$$

Application numérique :

$$J'K' = 25 \cdot \frac{60}{300} = 5 \text{ mm} \quad J'K' = 5 \text{ mm}$$

Le diamètre du cercle oculaire est **5** fois plus petit que le diamètre de l'objectif.
Ces deux résultats vérifient bien la construction graphique.

Intérêt pratique du cercle oculaire :

Tous les rayons émergents de l'objet passent à l'intérieur du cercle oculaire.

Ainsi, en plaçant l'œil en cette position, l'image **A₂B₂** observée sera la plus lumineuse, l'idéal étant que le diamètre du cercle oculaire soit égal au maximum au diamètre de la pupille pour ne perdre aucune information.

V - Nouvelle image et grandissement

1- Position de l'image définitive A_3B_3

On a rapproché l'oculaire de **5 mm** vers l'objectif ; dans ce cas le foyer objet F_2 de l'oculaire est situé **5 mm** avant

le foyer image F'_2 de l'objectif et la distance $\overline{A_1O_2}$ passe de **50 mm** à **45 mm**. La lunette n'est plus à focale. Utilisons la relation de conjugaison des lentilles minces pour déterminer la position de A_3 ; A_3 est l'image de A_1 par l'oculaire ainsi déplacé.

$$\text{On a : } \frac{1}{\overline{O_2A_3}} - \frac{1}{\overline{O_2A_1}} = \frac{1}{\overline{O_2F'_2}}$$

$$\text{Soit : } \frac{1}{\overline{O_2A_3}} = \frac{1}{\overline{O_2A_1}} + \frac{1}{\overline{O_2F'_2}}$$

$$\text{d'où : } \overline{O_2A_3} = \frac{\overline{O_2A_1} \cdot \overline{O_2F'_2}}{\overline{O_2A_1} + \overline{O_2F'_2}}$$

Application numérique : $\overline{O_2F'_2} = 50 \text{ mm}$, $\overline{O_2A_1} = -45 \text{ mm}$

$$\overline{O_2A_3} = \frac{-45 \times 50}{-45 + 50} = -450 \text{ mm} \quad \overline{O_2A_3} = -450 \text{ mm}$$

L'image définitive A_3B_3 est virtuelle

2- Grandissement de l'oculaire dans ce cas

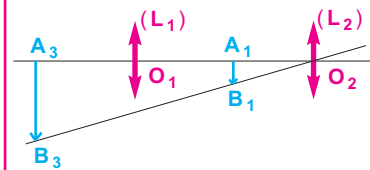
$$\text{Par définition, } \gamma = \frac{\overline{A_3B_3}}{\overline{A_1B_1}}$$

Les triangles $O_2A_3B_3$ et $O_2A_1B_1$ étant semblables on a :

$$\gamma = \frac{\overline{A_3B_3}}{\overline{A_1B_1}} = \frac{\overline{O_2A_3}}{\overline{O_2A_1}}$$

Application numérique : $\overline{O_2A_3} = -450 \text{ mm}$, $\overline{O_2A_1} = -45 \text{ mm}$

$$\gamma = 10$$

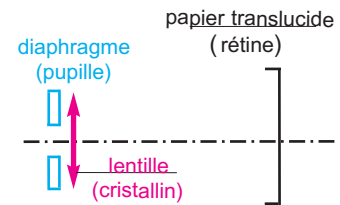


A_3B_3 et A_1B_1 ont même sens car $\gamma > 0$ et l'image est plus grande que l'objet car $|\gamma| > 1$.

L'ESSENTIEL DU COURS

L'œil est modélisé par une lentille convergente, un diaphragme et un papier translucide placé au plan focal image de la lentille.

La faculté de l'œil de former une image nette sur la rétine due à une modification de la courbure des faces de la pupille s'appelle l'accommodation.

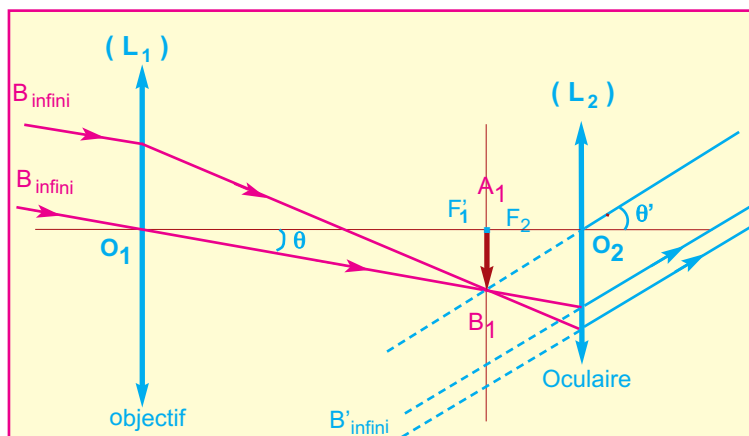


défauts	l'image d'un objet situé à l'infini se forme	Qualité attribué à l'image	Les défauts de la vision sont corrigé par
Sans défaut	sur la rétine	œil normale	
Hypermétropie	en arrière de la rétine	œil de profondeur trop courte	une lentille convergente
Myopie	en avant de la rétine	œil de profondeur trop longue	une lentille divergente

LUNETTE ASTRONOMIQUE

Une lunette astronomique est modélisée par deux lentilles minces convergentes appelées **objectif** et **oculaire**.

Lorsque le plan focal image de l'objectif coïncide avec le plan focal objet de l'oculaire, l'image définitive d'un objet **AB** se forme à l'infini. La lentille est dite **afocale**



Grossissement

θ est le diamètre apparent de l'objet **AB** observé à l'œil nu et θ' celui de son image **A'B'** à l'infini observé avec la lunette.

Le grossissement $G = \frac{\theta'}{\theta} = \frac{f_1}{f_2}$

POUR EN SAVOIR PLUS

LA LUNETTE DE GALILÉE

Avant Galilée (1564 -1642), certains savants avaient déjà braqué un télescope vers le ciel, mais les observations du physicien italien et l'analyse qu'il en fait sont d'une très grande valeur astronomique, et un jalon crucial dans l'histoire de la pensée scientifique.

■ Les découvertes de Galilée

Au début du **XVII^e** siècle, les lentilles minces sont connues depuis plusieurs siècles en Europe : les lunettes de vue s'achètent ainsi à des colporteurs. Le télescope (" qui permet de voir au loin ") aurait été inventé par des opticiens hollandais vers **1600**.

Lorsque Galilée découvre l'existence de l'instrument, il construit (ou améliore) une lunette (c'est-à-dire un télescope formé uniquement de lentilles). C'est un long tube (**photo.1**) portant à ses extrémités deux systèmes optiques constitués de lentilles : l'objectif et l'oculaire.

Cette lunette grossit les objets éloignés, qui semblent être plus proches et dont les détails deviennent perceptibles : "J'obtins le résultat désiré, en m'appuyant sur la doctrine de la réfraction. Je préparai d'abord un tube de plomb, aux extrémités duquel j'appliquai deux lentilles, l'une plan convexe et l'autre plan concave. [Alors] je vis les objets assez grands et assez rapprochés, trois fois plus rapprochés et neuf fois plus grands qu'à l'oeil nu."

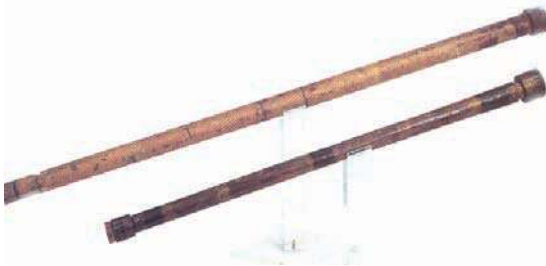


Photo.1 : Lunettes datant de l'époque de Galilée.

À partir du **7 janvier 1610**, il commence, chaque nuit, à observer les astres avec sa lunette. Il découvre ainsi que la surface de la Lune n'est pas lisse (**photo.2**) comme on le croyait à l'époque, et mesure même la hauteur des montagnes les plus élevées. Le savant est frappé par la ressemblance entre notre satellite et la Terre, qui ne peut plus dès lors être considérée comme un objet d'un genre unique : " La surface de la Lune n'est nullement uniforme ni exactement sphérique, comme grand nombre de penseurs l'ont cru - tant en ce qui concerne la Lune que les autres



Photo.2 : Un dessin de la Lune dû à Galilée.

corps célestes -, mais elle est inégale, accidentée, remplie de nombreuses cavités et éminences, tout comme la surface de la Terre est elle-même surmontée de chaînes de montagnes et entrecoupée de vallées profondes".

Il affirme que la Lune est visible car elle "réfléchit" la lumière du Soleil. Il découvre alors l'existence de satellites de Jupiter et déduit de ses observations que ces satellites tournent autour de la planète.

Galilée publie en **1610** un ouvrage intitulé *Le Messager céleste*, dans lequel il relate les premières découvertes dues à sa lunette ("des spectacles grandioses, uniques et remarquables"). Il y détaille les preuves du bien-fondé de la théorie héliocentrique de Copernic (**1543**).

La plupart de ses contemporains adoptaient en effet de manière dogmatique le système de Ptolémée, qui considère la Terre comme le centre de l'Univers, autour de laquelle les astres sont en rotation. Copernic proposait une approche toute différente, en affirmant que le Soleil est le centre de l'Univers, et que les planètes tournent autour de lui. Pour Galilée, si les satellites de Jupiter tournent autour de cette planète, pourquoi en serait-il autrement des planètes autour du Soleil ?

Le "message" de Galilée est "offert à la considération de tous les hommes, et spécialement des philosophes et des astronomes" : le savant est conscient de la portée de ses affirmations, qui conduiront de fait à sa condamnation par l'Inquisition en **1633**. Pour avoir utilisé un instrument lors de ses observations, de par sa démarche scientifique qui consistait à confronter la théorie aux observations et à l'expérience, Galilée peut être considéré comme le fondateur de la physique moderne.

Notons que s'il savait construire des lunettes, Galilée ne connaissait pas leur fonctionnement :

les lois de Descartes sur la réflexion et la réfraction de la lumière ne seront publiées qu'après sa condamnation.

Extrait de : *Pour la Science, "Les génies de la science" n° 1 (Galilée), p. 46*
et I. Bernard Cohen, *Les origines de la physique moderne*, Le Seuil, 1993.

Je vérifie mes connaissances

Chaque question peut avoir une ou plusieurs réponses correctes

1- La distance focale d'un oculaire de lunette astronomique est plutôt voisin de :

- a- 1 m
- b- 10 cm
- c- 1 cm.

2- La distance focale de l'objectif d'une lunette d'astronome amateur est plutôt voisine de :

- a- 10 m
- b- 1 m
- c- 5 cm.

3- A l'aide d'une lunette de grossissement **G**, un observateur étudie un objet de taille **AB** et de diamètre apparent θ . Il le voit sous un diamètre apparent θ' égal à :

- a- $G \cdot AB$
- b- $G \cdot \theta$
- c- $G \cdot \frac{AB}{0,25}$

4- Un point situé à l'infini dans une direction quelconque est observé à l'aide d'une lunette astronomique afocale. Les rayons émergent de l'oculaire :

- a- en passant tous dans le cercle oculaire
- b- en passant par le foyer image de l'oculaire
- c- parallèlement à l'axe optique principal de la lunette.

5- Le diamètre apparent d'un objet éloigné est égal à θ . On l'observe à l'aide d'une lunette modélisée par deux lentilles minces de distances focales f_1 (objectif) et f_2 (oculaire). La taille de l'image intermédiaire est égale à :

- a- $\theta \cdot \frac{f_1}{f_2}$
- b- $\theta \cdot f_1$
- c- $\theta \cdot f_2$

6- Une personne myope voit très bien :

- a- un objet très éloigné
- b- un objet très proche
- c- un objet qui se situe entre 10 et 100 cm environ
- d- un objet qui se situe entre 1 m et l'infini.

7- Un œil normal possède une distance focale $f = 17 \text{ mm}$ au repos.

- a- la vergence de l'œil est égale à 17 δ
- b- l'image d'un objet à l'infini se forme à 17 mm du cristallin
- c- la vergence de l'œil est égale à 59 δ
- d- lorsque l'œil accommode, sa distance focale diminue.

8- Trouver les mots manquants.

La lumière pénètre dans l'œil par la pupille. La quantité de lumière entrante est régulée par l'ouverture ou par la fermeture de l'....., qui joue ainsi le rôle de

La lumière est ensuite déviée et condensée par le....., lequel se comporte comme une lentille.....

L'image se forme au fond de l'œil sur la.....

Je sais appliquer mes connaissances; je sais raisonner

Ex-1- Les distances focales de l'oculaire et de l'objectif d'une lunette astronomique valent	respectivement 15 mm et 800 mm . Calculer son grossissement.
Ex-2- Une lunette astronomique afocale est modélisée par deux lentilles minces convergentes. La distance focale de l'objectif est égale	à 900 mm , son diamètre valant 70 mm . La distance focale de l'oculaire est de 20 mm .. Calculer le diamètre du cercle oculaire et la distance le séparant de l'oculaire.
Ex-3- L'objectif d'une lunette astronomique afocale est modélisé par une lentille mince de diamètre égal à 70 mm pour une distance focale $f_{ob} = 900 \text{ mm}$. Pour que les images observées restent suffisamment nettes et lumineuses, le grossissement doit être inférieur à 2,5 fois le diamètre de l'objectif (exprimé en mm).	1- Quelle est la valeur du grossissement maximum de cette lunette ? 2- Comment modifie-t-on la valeur de son grossissement ? 3- Sachant que $G = f_{ob} / f_{oc}$, quelle est la plus petite distance focale f_{oc} possible pour ses divers oculaires ?
Ex-4- Sur un banc d'optique, on simule une lunette astronomique afocale. Pour cela, on dispose de deux lentilles convergentes de distances focales égales à 80 mm et 333 mm . Leur diamètre est de 80 mm . 1- Schématiser le montage à l'échelle 1/2 . Préciser la position des lentilles sur le banc d'optique en indiquant le sens de propagation de la lumière. 2- On dispose d'une lentille auxiliaire de distance focale égale à 10 cm . Comment fabriquer pour une lentille un objet AB tel que AB soit à l'infini pour la lunette et vu sous un diamètre apparent θ de 4° (A est dans la direction de l'axe optique principal) ? 3-a- Construire sur le schéma l'image intermédiaire A₁B₁ .	b- Expliquer comment mettre en évidence expérimentalement l'image intermédiaire A₁B₁ . 4-a- Tracer la marche d'un rayon incident issu de B et passant par le foyer objet de l'objectif. b- Définir sur le schéma le diamètre apparent θ' de l'objet observé à travers l'instrument. c- Quelle est la valeur théorique attendue pour θ' ? Proposer une méthode, utilisant éventuellement une lentille auxiliaire, qui permet la mesure expérimentale de θ' . 5-a- Calculer la position et le diamètre du cercle oculaire. b- Le diamètre de la pupille de l'œil de l'observateur est de 4 mm . Quel commentaire suggère cette donnée ?
Ex-5- La lentille L₁ d'une lunette astronomique joue le rôle d'objectif. Elle donne d'un objet éloigné AB une image intermédiaire A₁B₁ . La seconde lentille L₂ , joue le rôle d'oculaire et donne de A₁B₁ une image A₂B₂ , située du même côté que A₁B₁ . On donne les distances focales respectives des deux lentilles : $f_1 = 20 \text{ cm}$ et $f_2 = 2 \text{ cm}$. La distance O₁O₂ est réglable, où O₁ et O₂ sont les centres optiques respectifs de L₁ et L₂ . A - Étude de l'objectif seul L'objet AB est très éloigné : le diamètre apparent de l'objet depuis L₁ est $\theta = 2^\circ$.	1 - Où se trouve alors l'image A₁B₁ ? 2 - Déterminer la dimension de l'image. B - Étude de l'oculaire seul 1 - Où doit-on placer un objet pour L₂ , pour que son image soit située du même côté que l'objet par rapport à cette lentille? 2 - Quelle doit être la position de l'objet pour que son image soit à l'infini? 3 - Calculer, dans le cas de la question B-2, le diamètre apparent θ' sous lequel on voit l'image. C - Étude du système complet 1 - Représenter le dispositif, et vérifier que $O_1O_2 = f_1 + f_2$ 2 - Exprimer le grossissement G de la lunette en fonction de f_1 et f_2 .

Ex-6- Notice d'une lunette astronomique

Le but de cet exercice est d'étudier le fonctionnement d'une lunette astronomique et de vérifier certaines indications portées sur la notice descriptive :

Lunette astronomique

- Grossissements : **32 ; 51 ; 107 ; 64 ; 102 ; 214.**
- Objectif : de diamètre **80 mm**, de focale $f_1 = 640$ mm.
- Oculaires : trois oculaires interchangeables de focale f_2 : **20 mm ; 12,5 mm ; 6 mm.**

Une lunette astronomique est constituée de deux systèmes optiques convergents assimilés à deux lentilles minces.

L'objectif (lentille L_1 de centre optique O_1) pointe dans la direction de l'astre, objet de l'observation.

L'oculaire (lentille L_2 de centre optique O_2) est situé devant l'œil de l'observateur.

Le foyer principal image F'_1 de l'objectif est confondu avec le foyer principal objet F_2 de l'oculaire.

A - Modèle réduit de la lunette

- 1 - Porter sur un schéma, les foyers principaux des deux lentilles L_1 et L_2 .
- 2 - On observe à travers L_1 un objet **AB** situé à l'infini, le point **A** étant sur l'axe optique principal.

Les rayons parallèles issus de **B** font un angle de **6 degrés** par rapport à l'axe optique principal.

a - Où se trouve l'image A_1B_1 de **AB** donnée par la lentille L_1 ?

b - Construire A_1B_1 .

c - Donner deux caractéristiques de cette image.

d - Indiquer de manière précise quelle position particulière A_1 occupe par rapport à L_2 .

e - Dédire de la question précédente où se trouve $A'B'$, image de A_1B_1 donnée par l'oculaire L_2 .

Justifier sans calcul.

j - Tracer deux rayons permettant de situer l'image finale $A'B'$.

B - Grossissement du modèle

On appelle α l'angle entre l'axe optique et un rayon issu de **B** (**B** situé à l'infini).

On appelle α' l'angle entre l'axe optique et le faisceau lumineux sortant de L_2 venant de B_1 .

On considère que α et α' sont petits.

1 - Rappeler les conditions de Gauss.

2 - Dans ces conditions, établir l'expression du grossissement **G** en fonction de f_1 et f_2 (on rappelle que $\tan \theta = \theta$ si θ est un angle petit exprimé en radian).

3 - Retrouver, pour chacun des trois oculaires, le grossissement correspondant.

4 - Comment peut-on expliquer les six valeurs du grossissement indiquées sur la notice ?

C - Gain en luminosité

On envisage maintenant un faisceau incident de rayons lumineux parallèles entre eux et parallèles à l'axe optique principal de la lunette. Ce faisceau, centré sur l'axe optique principal, a le même diamètre **D** que l'objectif L_1 .

On note **d** diamètre du faisceau qui émerge de l'oculaire L_2 .

1 - Compléter la marche du faisceau lumineux à travers tout le système optique. On indiquera **d** sur le schéma.

2 - Etablir une relation entre **D**, **d**, f_1 et f_2 .

3 - À l'aide des valeurs indiquées sur la notice, calculer la plus grande valeur de **d** ; conclure.

Sommaire

Avant-propos.....	3
Programme officiel.....	4

INTERACTIONS DANS L'UNIVERS

Chapitre 1 Interaction électrique.....	15
1. Loi de Coulomb.....	16
2. Notion de champ électrique.....	18
3. Champ électrique créé par une charge ponctuelle.....	21
4. Champ électrique créé par deux charges ponctuelles.....	23
5. Champ électrique uniforme.....	27
L'essentiel du cours.....	30
Pour en savoir plus.....	31
Exercices.....	35

Chapitre 2 Interaction magnétique.....	38
1. Interaction magnétique.....	39
2. Champ magnétique créé par un aimant.....	41
3. Champ magnétique terrestre.....	43
4. Champ magnétique créé par un fil conducteur parcouru par un courant électrique continu.....	46
5. La lévitation magnétique.....	53
L'essentiel du cours.....	54
Travaux pratiques.....	55
Pour en savoir plus.....	56
Exercices.....	60

Chapitre 3 Force de Laplace.....	63
1. Mise en évidence expérimentale de la force de Laplace.....	64
2. Application de la force de Laplace... ..	70
L'essentiel du cours.....	75
Pour en savoir plus.....	76
Exercices.....	78

Chapitre 4 Interaction gravitationnelle et interaction forte.....	
A. Interaction gravitationnelle	85
1. Forces de gravitation universelle.....	86
2. Champ de gravitation.....	94
3. Champ de pesanteur.....	100
4. Applications.....	102
B. Interaction forte.....	106
1. Introduction.....	107
2. Cohésion de la matière à l'échelle du noyau et interaction forte.....	107
L'essentiel du cours.....	109
Pour en savoir plus.....	110
Exercices.....	111

MOUVEMENTS DANS LES CHAMPS

Chapitre 5 Etude cinématique d'un solide en mouvement de translation.....	115
1. Généralités.....	116
2. Grandeurs cinématiques.....	118
3. Mouvement rectiligne uniforme.....	125
4. Mouvement rectiligne uniformément varié.....	125
5. Mouvement rectiligne sinusoïdal.....	131
Travaux pratiques.....	139
L'essentiel du cours.....	140
Exercices.....	141

Chapitre 6 Etude dynamique d'un solide en mouvement de translation.....	146
1. Référentiel galiléen.....	147
2. Deuxième loi de Newton.....	147
3. Théorème du centre d'inertie	149
4. Applications.....	150
L'essentiel du cours.....	154
Travaux pratiques.....	155
Pour en savoir plus	157
Exercices.....	158

Chapitre 7

Solide en mouvement de rotation..... 162

1. Mouvement d'un point matériel
sur une trajectoire circulaire..... 163
2. Rotation d'un solide autour
d'un axe fixe..... 169
L'essentiel du cours..... 175
Travaux pratiques..... 176
Exercices..... 178

Chapitre 8

Energie cinétique..... 182

1. Rappels..... 183
2. Expression de l'énergie cinétique
d'un point matériel..... 184
3. Energie cinétique d'un système
de points matériels..... 184
4. Théorème de l'énergie
cinétique..... 187
5. Applications du théorème
de l'énergie cinétique..... 190
L'essentiel du cours..... 199
Travaux pratiques..... 200
Exercices..... 201

Chapitre 9 Mouvement

dans un champ gravitationnel..... 207

1. Mouvement d'un projectile..... 208
2. Mouvement des satellites..... 218
L'essentiel du cours..... 226
Travaux pratiques..... 228
Exercices..... 229

Chapitre 10 Mouvement

dans un champ électrique uniforme..... 238

1. Travail d'une force électrique..... 239
2. Accélération d'une particule
chargée dans un champ électrique
uniforme..... 245
3. Déviation d'une particule chargée
dans un champ électrique uniforme.. 250
L'essentiel du cours..... 258
Travaux pratiques..... 259
Exercices..... 262

Chapitre 11 Mouvement

dans un champ magnétique uniforme..... 267

1. La force de Lorentz..... 268
2. Mouvement d'une particule chargée
dans un champ magnétique uniforme. 273
Applications..... 277
L'essentiel du cours..... 286
Exercices..... 287

OPTIQUE

Chapitre 12 Lentilles

minces..... 294

1. Généralités..... 295
2. Caractéristiques d'une lentille..... 297
3. Image d'un objet lumineux donnée
par une lentille..... 302
4. Relation de conjugaison,
grandissement..... 309
5. Détermination de la distance
focale d'une lentille : focométrie..... 313
L'essentiel du cours..... 321
Travaux pratiques..... 322
Exercices..... 323

Chapitre 13 Instruments

d'optique..... 323

1. L'oeil..... 324
2. Lunette astronomique..... 330
L'essentiel du cours..... 342
Pour en savoir plus..... 343
Exercices..... 345