

République Tunisienne
Ministère de l'Éducation

Mathématiques

1^{ère} année de l'enseignement secondaire

Section sport

Auteurs

Salah Marzougui

Inspecteur principal

Habib Jouini

Professeur principal hors classe

Évaluateurs

Noureddine Affi

Inspecteur principal

Abdellatif Bouzidi

Inspecteur

Centre National Pédagogique

Remerciements

Les auteurs remercient les évaluateurs pour leurs remarques pertinentes, leur critique constructive et leur grande disponibilité.

Préface

Ce manuel s'adresse aux élèves de la première année secondaire, section sport. Il répond aux objectifs fixés par le programme officiel.

Ce manuel favorise les démarches d'investigation et d'expérimentation, il propose des activités d'approche et de découverte, souvent à travers des situations concrètes puisées dans des domaines divers. Ces situations permettent d'introduire les notions visées dans le chapitre.

Les outils mathématiques donnent la possibilité, aux élèves, de modéliser certaines situations qui ressortent de l'activité sportive.

L'intégration des TIC dans l'enseignement des mathématiques est privilégiée, des activités utilisant l'outil informatique et la calculatrice sont proposées.

Le manuel contient six chapitres. Chaque chapitre comporte cinq rubriques : pour démarrer, le cours, s'auto-évaluer, s'entraîner et maths et culture.

Vers la fin du livre, un corrigé des énoncés de la rubrique s'auto-évaluer est proposé, il permet aux élèves de vérifier leurs réponses.

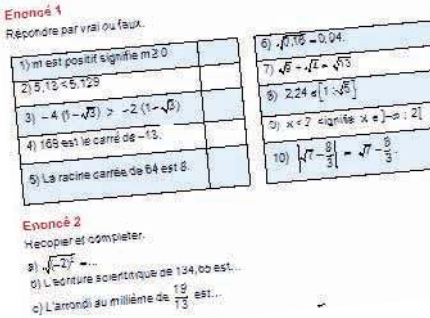
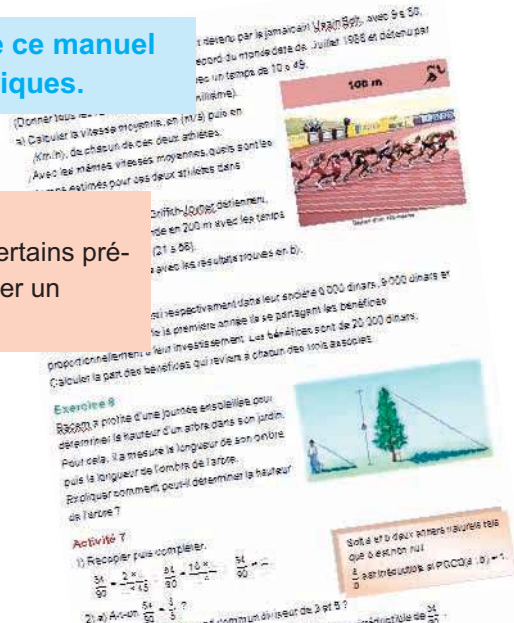
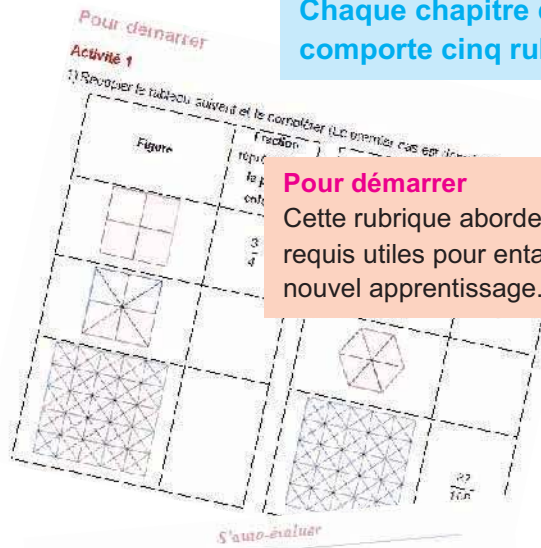
Les auteurs

Présentation du manuel

Chaque chapitre de ce manuel comporte cinq rubriques.

Pour démarrer

Cette rubrique aborde certains pré-requis utiles pour entamer un nouvel apprentissage.



Le cours

Les activités proposées visent un apprentissage progressif et permettent, à l'élève, de chercher, expérimenter, conjecturer, raisonner et découvrir, dans des situations mathématiques ou de la vie courante.

S'auto-évaluer

Cette rubrique vise à permettre à l'élève de tester l'essentiel de l'apprentissage qu'il a suivi. Un corrigé des énoncés de cette rubrique est proposé à la fin du manuel.



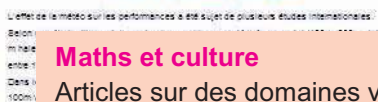
S'entraîner

Des exercices d'applications ou de maîtrise des notions étudiées.

Maths et culture



Le météo et les meilleures performances



Maths et culture

Articles sur des domaines variés en lien avec les mathématiques.



Projet de répartition du programme de 1^{ère} année sport

	1 heure par semaine	1 heure par semaine
Premier trimestre	<ul style="list-style-type: none">• Calcul dans IR	<ul style="list-style-type: none">• Théorème de Thalès et sa réciproque
Deuxième trimestre	<ul style="list-style-type: none">• Proportionnalité Pourcentages	<ul style="list-style-type: none">• Rapports trigonométriques d'un angle aigu Relations métriques dans un triangle rectangle
Troisième trimestre	<ul style="list-style-type: none">• Problèmes du premier degré	<ul style="list-style-type: none">• Les vecteurs

Cette répartition est proposée à titre indicatif.

Sommaire

Chapitre	Page
Chapitre 1 : Calcul dans IR	7
Chapitre 2 : Proportionnalité - Pourcentages	27
Chapitre 3 : Problèmes du premier degré	46
Chapitre 4 : Théorème de Thalès et sa réciproque	63
Chapitre 5 : Rapports trigonométriques d'un angle aigu Relations métriques dans un triangle rectangle	76
Chapitre 6 : Les vecteurs	93
Corrigé de la rubrique « S'auto-évaluer »	116
Lexique	117

Activité 1

\mathbb{N} désigne l'ensemble des entiers naturels.

\mathbb{Z} désigne l'ensemble des entiers relatifs.

\mathbb{D} désigne l'ensemble des nombres décimaux.

\mathbb{Q} désigne l'ensemble des nombres rationnels.

\mathbb{I} désigne l'ensemble des nombres irrationnels.

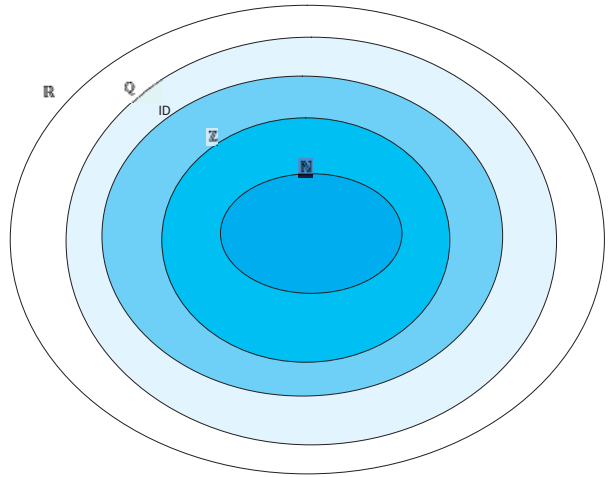
\mathbb{R} désigne l'ensemble des nombres réels.

1) Recopier le diagramme ci-contre et placer les réels.

1,5 ; 9 ; -4 ; $\sqrt{2}$; $\frac{-2}{3}$; $\frac{5}{8}$; $-\frac{48}{6}$.

2) Hachurer la partie du diagramme qui représente l'ensemble \mathbb{I} des irrationnels.

Proposer d'autres irrationnels.



Activité 2

Répondre par vrai ou faux, pour chaque proposition.

Le plus grand commun diviseur de 24 et 36 est 12.

Le plus petit commun multiple de 24 et 36 est 144.

$$\frac{24}{36} = \frac{2}{3}$$

π est un nombre rationnel.

Activité 3

Pour chacune des questions, choisir la (ou les) bonne(s) réponse(s) en A, B, C, D.

	A	B	C	D
Une autre écriture fractionnaire de 0,6 est	$\frac{3}{5}$	$\frac{10}{6}$	$\frac{6}{10}$	$\frac{60}{100}$
L'inverse de 0,25 est	$\frac{1}{4}$	4	-0,25	0,75
Le décimal 2,75 est égal à	$\frac{58}{20}$	$\frac{275}{100}$	$\frac{11}{4}$	275×10^{-2}
Si a et b sont deux réels dont le produit est strictement positif, alors	$ab > 0$	$\frac{a}{b} > 0$	$\frac{1}{ab} < 0$	$a + b > 0$
Pour π une calculatrice affiche 3,141592654	$\pi = 3,14$	$\pi > 3,14$	$\pi < 3,15$	$\pi = \frac{22}{7}$

I] Calcul dans IR

1) Priorité des opérations

Activité 1

1) Reproduire les deux tableaux A et B, ci-dessous, et associer à chaque expression numérique du tableau A son résultat dans le tableau B.

A	B
$2 + 3 \times 5$	9
$14 - 2 \times 3$	8
$10 + 5 \times 3$	57
$8 - 3 \times 2 + 7$	25
$12 + 3 \times 2^3$	39
$10 \times 3 + 3^3$	17
	36
	45

2) Observer les égalités suivantes et énoncer une règle pour la priorité de calcul.

$$23 - 4 \times 3 = 11$$

$$6 \times 4 + 5 = 29$$

$$13 + 30 \div 6 = 18$$

$$40 - 24 \div 8 = 37$$

$$5 + 2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{21}{4}$$

$$13 - 4 \times (8 + (-2)) = -11$$

L'ordre de priorité du calcul

Pour calculer une expression numérique,

1. effectuer les calculs entre les parenthèses (commencer par les parenthèses les plus intérieures),
2. calculer les puissances,
3. multiplier et diviser de gauche à droite,
4. additionner et soustraire de gauche à droite.

Activité 2

Sans utiliser la calculatrice, calculer les expressions numériques suivantes.

$$A = 37 - (12 + 21) \quad ; \quad B = 4 + (6,7 - 0,3) \times 10$$

$$C = \frac{3}{4} + 1,5 \times 4 - \frac{2}{3} \quad ; \quad D = 13 - [8 - (0,8 + 2,1)]$$

$$E = \frac{1}{2} - [3 + 2 \times 0,5] \quad ; \quad F = (0,5 + \frac{3}{5}) \times (6 - \frac{3}{4})$$

$$G = \frac{1}{2} - \frac{5}{2} \times (3)^2 \quad ; \quad H = 3 - 2 \times \left(\frac{5}{3}\right)^2$$

Exercice 1

Les temps affichés sont enregistrés lors du passage des 3 premiers coureurs d'une équipe, dans une course de relais de 4×400 m.



- Déterminer le temps réalisé par chacun des trois premiers coureurs.
- L'équipe veut battre un record précédent qui est de 296,22 secondes.

Pour cela, quelle durée maximale en secondes, le dernier coureur ne doit pas dépasser pour la dernière étape ?

Exercice 2

Ali est un athlète, pour s'entraîner il court autour d'un stade rectangulaire mesurant 110 m de long et 70 m de large.

- Ali a effectué 5 tours de stade en 8 minutes.

Calculer sa vitesse moyenne en m/mn puis en Km/h.

- L'objectif de Ali est d'effectuer 15 tours en 20 minutes.

Dans ce cas, combien de temps en moyenne doit-il mettre pour faire un tour ?

2) Propriétés des puissances

Activité 3

Sans utiliser la calculatrice, calculer les expressions numériques suivantes.

$$a = 5^3 \times 2^3 ; (1,7)^{-2} \times (1,7)^4 ; b = \frac{1,5^{-4}}{0,5^{-4}} ; c = \frac{2^{-5} \times 3^8}{(-3)^5 \times 2^{-9}}$$

$$d = (-6)^8 \times \left(\frac{1}{3}\right)^8 ; e = \frac{12^5}{3^2 \times 6^3} ; f = (7^{-2})^3 \times \left(\frac{7}{3}\right)^4 \times 3^5.$$

Rappel

Pour tous réels non nuls a et b et tous entiers relatifs m et n, on a :

$$a^m \times a^n = a^{m+n} ; \left((a^m)^n\right) = a^{m \times n} ; (a \times b)^m = a^m \times b^m$$

$$\left(\frac{1}{a}\right)^n = \frac{1}{a^n} = a^{-n} ; \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n} ; \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

Exercice 3

Sans utiliser la calculatrice, calculer.

$$a = \frac{2,5^3 \times 3^{-4} \times 4^5}{5^6 \times 9^{-2} \times 2^{-3}} ; b = \left(2^5 \times \left(\frac{3}{4}\right)^{-2} \times 5^9 \right)^3 ; c = \frac{3^{-8} \times (10^{-2})^{-3}}{2^{-2} \times 10^5 \times 3^{-9}}$$

Activité 4



Utiliser une calculatrice scientifique pour calculer les expressions suivantes.

$$62,5 \times 10^{-3} \times 8 ; 8 - 10 \times \frac{6}{4 - 3^2} ; \frac{4,5 \times 10^3 + 0,2 \times 10^2}{0,75 \times 8 \times 10^2}$$

3) Propriétés des racines carrées

Activité 5

1) a) Trouver tous les nombres dont le carré est 9.

Même question pour 0,16.

b) 49 cm^2 ; 25 cm^2 et $0,81 \text{ cm}^2$, sont les aires de trois carrés.

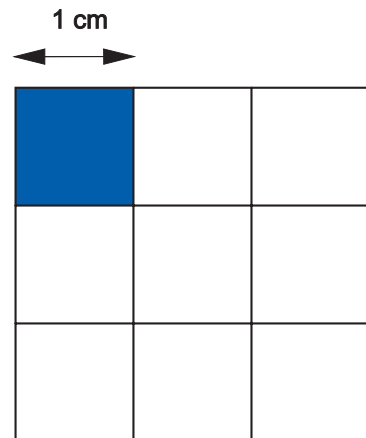
Déterminer la longueur du côté de chacun de ces trois carrés.

2) a) Peut-on construire un carré dont l'aire est le double de l'aire du carré bleu ?

(On pourra utiliser une copie du quadrillage ci-contre).

b) On note a la longueur du côté de ce carré.

Justifier que $a^2 = 2$.



Notation et vocabulaire

Le nombre positif dont le carré est égal à 9 est noté $\sqrt{9}$. On lit « **racine carré de 9** ».

On a vu dans l'activité précédente que $\sqrt{9} = 3$.

Le nombre positif dont le carré est égal à 2 est noté $\sqrt{2}$. On lit « **racine carré de 2** ».

Rappel

La racine carrée d'un réel positif a est le nombre positif, noté \sqrt{a} , dont le carré est a .

Pour tout réel positif a , $(\sqrt{a})^2 = a$.

Le symbole $\sqrt{\quad}$ est appelé "radical".

Activité 6



Utiliser une calculatrice scientifique pour écrire sans radicaux les nombres suivants.

$$\sqrt{36} ; \sqrt{0,25} ; \sqrt{121} ; \sqrt{2,89} ; \sqrt{10^6} ; \sqrt{0,0009} ; \sqrt{529}.$$

Définition

Un carré parfait est le carré d'un entier.

Remarque

La racine carrée d'un carré parfait est un entier naturel.

Exercice 4

Donner la liste des 15 premiers carrés parfaits.

Activité 7

Simplifier $\sqrt{3} \times \sqrt{12}$; $\sqrt{\frac{49}{36}}$; $\sqrt{4,5} \times \sqrt{2}$; $0,2 \times \sqrt{75}$;
 $\frac{\sqrt{0,54}}{\sqrt{0,06}}$; $\sqrt{5} \times \sqrt{0,45}$; $\sqrt{\frac{4}{3}} \times \frac{1}{\sqrt{3}}$.

Rappel

- Pour tout réel positif a , $(\sqrt{a})^2 = a$ et $\sqrt{a^2} = a$.
- Pour tous réels positifs a et b , $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \sqrt{b}$.
- Pour tout réel positif a et pour tout réel positif non nul b , $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$.
- Pour tout réel positif non nul b , $\sqrt{\frac{1}{b}} = \frac{1}{\sqrt{b}}$.

Activité 8

Sachant que $\sqrt{169} = 13$, donner sans utiliser la calculatrice les nombres :

$$\sqrt{16900} ; \sqrt{0,0169} ; \sqrt{169 \times 10^4} ; \sqrt{169 \times 10^{-6}} ; \sqrt{169 \times 10^{12}}.$$

Exercice résolu 1

Ecrire chacun des nombres suivants sous la forme $a\sqrt{b}$, où a et b sont deux entiers relatifs positifs, b étant le plus petit possible : $\sqrt{363}$; $\sqrt{600}$; $\sqrt{6174}$.

Solution

On décompose 363 en produit de facteurs premiers : $363 = 3 \times 11 \times 11 = 3 \times 11^2$.

$$\sqrt{363} = \sqrt{3 \times 11^2} = \sqrt{3} \times \sqrt{11^2} = \sqrt{3} \times 11 = 11\sqrt{3}.$$

De même on décompose 600 en produit de facteurs premiers et on fait apparaître des carrés parfaits : $600 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 5 = 2^3 \times 3 \times 5^2 = 2 \times 3 \times 2^2 \times 5^2 = 6 \times (2 \times 5)^2 = 6 \times 10^2$.

$$\sqrt{600} = \sqrt{6 \times 10^2} = \sqrt{6} \times \sqrt{10^2} = 10\sqrt{6}.$$

On peut opérer autrement en remarquant que $600 = 6 \times 100$.

$$\sqrt{600} = \sqrt{6 \times 100} = \sqrt{6} \times \sqrt{100} = \sqrt{6} \times 10 = 10\sqrt{6}.$$

On décompose 6174 en produit de facteurs premiers et on fait apparaître des carrés parfaits : $6174 = 2 \times 3^2 \times 7^3 = 2 \times 3^2 \times 7^2 \times 7 = 2 \times 7 \times 3^2 \times 7^2 = 2 \times 7 \times (3 \times 7)^2 = 14 \times 21^2$.

$$\sqrt{6174} = \sqrt{14 \times 21^2} = \sqrt{14} \times \sqrt{21^2} = \sqrt{14} \times 21 = 21\sqrt{14}.$$

Activité 9

1) Ecrire les nombres $\sqrt{20}$ et $\sqrt{45}$ sous la forme $a\sqrt{b}$, où a et b sont deux entiers relatifs positifs, b étant le plus petit possible.

Simplifier alors, l'expression numérique $A = \sqrt{20} - 11\sqrt{45} + 2\sqrt{5}$.

2) Simplifier les expressions numériques suivantes :

$$B = 4\sqrt{18} + \sqrt{(-6)^2} - 5\sqrt{81} \quad ; \quad C = \sqrt{\frac{50}{49}} - 6\sqrt{\frac{32}{25}} \quad ; \quad D = 6 + \frac{\sqrt{28}}{\sqrt{7}}.$$

Exercice 5

Ecrire les quotients suivants avec un dénominateur entier.

$$\frac{3}{\sqrt{5}} \quad ; \quad \frac{7}{2\sqrt{3}} \quad ; \quad \sqrt{\frac{81}{10}} \quad ; \quad \frac{2\sqrt{3}}{9\sqrt{2}} \quad ; \quad \frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{8}} \quad ; \quad \sqrt{\frac{3}{16}}.$$

Exercice 6

Développer et simplifier les expressions suivantes.

$$A = \sqrt{3}(4 - 7\sqrt{3}) \quad ; \quad B = 3\sqrt{2}(\sqrt{2} - 5\sqrt{18})$$

$$C = (4\sqrt{6} - 1)(\sqrt{6} + 3) \quad ; \quad D = (5 + 4\sqrt{12})(\sqrt{12} + 2).$$

Exercice 7

Montrer que $\sqrt{125} - \sqrt{20} = \sqrt{45}$.

II] Valeur approchée – Arrondi

1) Valeur approchée

Activité 10



- 1) a) $\frac{8}{3}$ est-il un décimal ?
- b) Pour $\frac{8}{3}$ la calculatrice affiche 2,66666667. Cette valeur est-elle exacte ?
- c) Justifier que $2,666 < \frac{8}{3} < 2,667$ et donner l'amplitude de cet encadrement.
- d) Donner des encadrements de $\frac{8}{3}$ d'amplitudes respectives 0,01 ; 0,1 et 1.
- 2) Qu'affiche la calculatrice pour $\sqrt{2}$?
Donner des encadrements de $\sqrt{2}$ d'amplitudes respectives 1 ; 0,1 ; 0,01 et 0,00001.

Définition

Soit x un réel et p un entier relatif.

On dit qu'un nombre décimal a est une valeur approchée de x à 10^p près si $-10^p \leq x - a \leq 10^p$.

Exercice résolu 2

Montrer que 2,666 et 2,667 sont deux valeurs approchées de $\frac{8}{3}$.

Solution

On a $2,666 < \frac{8}{3} < 2,667$ d'où $2,665 < \frac{8}{3} < 2,667$.

Par suite $-0,001 < \frac{8}{3} - 2,666 < 0,001$. C'est-à-dire $-10^{-3} < \frac{8}{3} - 2,666 < 10^{-3}$.

Ainsi 2,666 est une valeur approchée de $\frac{8}{3}$ à 10^{-3} près (on dit aussi à 0,001 près).

On a de même $-10^{-3} < \frac{8}{3} - 2,667 < 10^{-3}$. D'où 2,667 est aussi une valeur approchée de $\frac{8}{3}$ à 10^{-3} près.

Vocabulaire

On a 2,666 et 2,667 sont deux valeurs approchées de $\frac{8}{3}$ à 10^{-3} près.

D'autre part on a $2,666 < \frac{8}{3} < 2,667$. On dit :

$2,666 < \frac{8}{3} < 2,667$ est un **encadrement** de $\frac{8}{3}$ à 0,001 près ;

2,666 est une **valeur approchée par défaut** de $\frac{8}{3}$ à 0,001 près ;

2,667 est une **valeur approchée par excès** de $\frac{8}{3}$ à 0,001 près.

Exercice 8



1) A l'aide de la calculatrice, donner des valeurs approchées par défaut et par excès à 10^{-5} près puis à 10^{-2} près des réels suivants.

$$\pi ; \quad \frac{350}{99} ; \quad \sqrt{0,288}.$$

2) A l'aide de la calculatrice donner la valeur exacte ou la valeur approchée à 0,001 près par défaut des nombres.

$$\frac{21}{2400} ; \quad \sqrt{13} ; \quad \frac{15}{7} ; \quad \sqrt{0,0036} ; \quad \sqrt{1+\frac{9}{16}} ; \quad \frac{1+\sqrt{5}}{2}.$$

2) Arrondi d'un nombre

Le rationnel $\frac{19}{13}$ n'est pas un décimal. Pour ce rationnel, la calculatrice affiche 1,461538462.

Si l'on garde trois chiffres après la virgule, soit 1,461, ce nombre décimal est la **troncature** de $\frac{19}{13}$ à la troisième décimale (on dit aussi, au millième).

L'arrondi de $\frac{19}{13}$ à la troisième décimale est 1,462 : la troisième décimale 1 a été remplacée par 2, car la quatrième décimale, qui est 5, est strictement supérieure à 4.

De la même façon on a **l'arrondi** de $\frac{19}{13}$ au centième est 1,46.

L'arrondi de $\frac{19}{13}$ au dixième est 1,5.

L'arrondi de $\frac{19}{13}$ à l'unité est 1, en effet la troncature à l'unité de $\frac{19}{13}$ est 1 et le chiffre qui vient après est 4.

Pour déterminer l'arrondi d'un nombre, on prend sa troncature jusqu'au rang désiré. Si le chiffre qui suit est 0 ou 1 ou 2 ou 3 ou 4, alors l'arrondi est la troncature. Sinon, on ajoute 1 au dernier chiffre de la troncature.

Exercice résolu 3

Donner des arrondis, à l'unité, au dixième et au centième de $\frac{128}{17}$.

Solution

Pour $\frac{128}{17}$ la calculatrice affiche 7,52941411765.

La troncature de $\frac{128}{17}$ à l'unité est 7 et le chiffre qui suit est 5, donc l'arrondi de $\frac{128}{17}$ à l'unité est 8.

La troncature de $\frac{128}{17}$ au dixième est 7,5 et le chiffre qui suit est 2, donc l'arrondi de $\frac{128}{17}$ au dixième est 7,5.

La troncature de $\frac{128}{17}$ au centième est 7,52 et le chiffre qui suit est 9, donc l'arrondi de $\frac{128}{17}$ au centième est 7,53.

Exercice 9

A l'aide de la calculatrice donner la valeur exacte ou la valeur arrondie au millième

des nombres : $\sqrt{225}$; $\frac{2}{3}$; $\sqrt{12,25}$; $\sqrt{129}$; $\sqrt{0,81}$; $\frac{33}{375}$.

3) Ecriture scientifique d'un décimal**Activité 11**

Ecrire chacun des décimaux suivants sous la forme $a \times 10^n$, où a et n sont deux entiers relatifs.

1,25 ; 0,0003 ; -13,491 ; 1250 ; -49 ; 17 000 ; 9,260 ; -0,00001.

Activité 12

Ecrire chacun des décimaux suivants sous la forme $a \times 10^n$, où a est un décimal ayant un seul chiffre non nul avant la virgule.

23,75 ; 0,0034 ; -12900 ; 65 000 ; 0,092 ; -0,00005 ; 324,09.

Théorème et définition

Tout nombre décimal non nul peut s'écrire sous la forme $a \times 10^n$, où n est un entier relatif et où a est un nombre décimal qui a un seul chiffre différent de zéro avant la virgule.
C'est l'écriture scientifique du décimal.

Exercice résolu 4

Donner l'écriture scientifique des décimaux -0,0034 et 2900.

Solution

$-0,0034 = -3,4 \times 10^{-3}$, l'écriture scientifique de $-0,0034$ est donc $-3,4 \times 10^{-3}$.

$2900 = 2,9 \times 10^3$, l'écriture scientifique de 2900 est donc $2,9 \times 10^3$.

Exercice 10

Donner l'écriture scientifique de chacun des décimaux suivants.

5000 ; 23,75 ; 0,000001 ; $-123,560$; 0,002 ; $-0,000456$.

Exercice 11

Donner l'écriture scientifique de chacun des nombres suivants :

Le volume de la terre : 1080 000 000 000 Km^3 .

Le diamètre d'un globule rouge : 0,00005 cm.

Le diamètre d'un électron : 0,000 000 000 0001 cm.

4) Ordre de grandeur

L'écriture scientifique du nombre 0,000436 est $4,36 \times 10^{-4}$. Un **ordre de grandeur** de 0,000436 est 4×10^{-4} , on l'obtient en prenant l'arrondi à l'unité de 4,36.

L'écriture scientifique du nombre 2849,17 est $2,84917 \times 10^3$. Un ordre de grandeur de 2849,17 est 3×10^3 , on l'obtient en prenant l'arrondi à l'unité de 2,84917.

Pour obtenir un ordre de grandeur d'un nombre, on détermine son écriture scientifique $a \times 10^n$ et on arrondit a à l'unité.

Exercice 12

Donner un ordre de grandeur de chacun des nombres 1 923 456 178 et 0,0000423.

Exercice résolu 5

1)a) Déterminer un ordre de grandeur de $65,213 \times 10^4 \times 0,92865 \times 10^3$.

b) Sans faire de calcul, prévoir oralement le résultat précédent.

2) Le Djebel Chaambi est le point culminant de la Tunisie (1544 m).

La distance moyenne séparant la terre de la lune est de 384 400 km, soit 384 400 000 m.

Donner un ordre de grandeur de $\frac{384000000}{1544}$.

Solution

1)a) On pose $a = 65,213 \times 10^4$ et $b = 0,92865 \times 10^3$.

L'écriture scientifique de a est $6,5213 \times 10^5$ et celle de b est $9,2865 \times 10^2$.

Un ordre de grandeur de a est 7×10^5 et celui de b est 9×10^2 .

$7 \times 10^5 \times 9 \times 10^2 = 63 \times 10^7 = 6,3 \times 10^8$. Un ordre de grandeur de ab est 6×10^8 .

Si l'on calcule à la calculatrice : $ab = 65,213 \times 10^4 \times 0,92865 \times 10^3 = 6,056005245 \times 10^8$.

b) Sans faire de calcul.

Une valeur approximative de a est $6,5 \times 10^5$. Donc un ordre de grandeur de a est 7×10^5 .

De même une valeur approximative de b est 9×10^2 , qui est un ordre de grandeur de b .

On a par suite, $7 \times 10^5 \times 9 \times 10^2 = 63 \times 10^7 = 6,3 \times 10^8$.

Ainsi un ordre de grandeur de ab est 6×10^8 .

2) L'écriture scientifique de 1544 est $1,544 \times 10^3$.

Un ordre de grandeur de 1544 m est donc 2×10^3 m.

L'écriture scientifique de 384 000 000 m est $3,84 \times 10^8$ m.

Un ordre de grandeur de 384 000 000 m est donc 4×10^8 m.

$$\frac{4 \times 10^8}{2 \times 10^3} = 2 \times 10^5. \text{ Par conséquent } 2 \times 10^5 \text{ est un ordre de grandeur de } \frac{384\,000\,000}{1544}.$$

$2 \times 10^3 = 200\,000$. Ainsi on peut dire que la distance moyenne séparant la terre de la lune est 200 000 fois la hauteur du Djebel Chaambi.

Remarque

Dans l'exercice résolu précédent, un ordre de grandeur a permis de :

- contrôler un résultat (dans la question 1)b) ;
- comparer des grandeurs (2^{ème} question).

Exercice 13

1) Donner l'écriture scientifique des deux réels $a = 432589$ et $b = 0,01357864$.

2) Donner un ordre de grandeur de chacun des réels a ; b ; $a \times b$ et $\frac{a}{b}$.

Exercice 14

La masse d'un électron est de $9,109 \cdot 10^{-31}$ Kilogrammes. Donner un ordre de grandeur de la masse de $2 \cdot 10^{30}$ électrons.

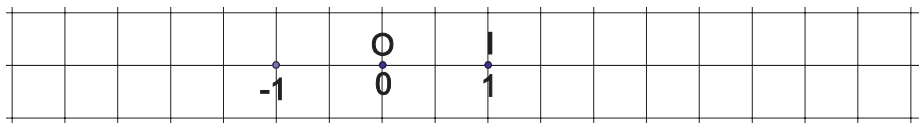
III] Comparaison des réels

Activité 13

a) Ranger dans l'ordre croissant les nombres suivants :

$$-0,75 ; \frac{7}{4} ; -\frac{3}{2} ; -3 ; 2,5 ; \frac{3}{4} ; \sqrt{2} ; 3 - \sqrt{2}.$$

b) Recopier la figure et placer les nombres précédents sur la droite réelle.



Activité 14

Dans chacun des cas suivants, ranger les nombres dans l'ordre croissant.

a) $-12,66$; $12,6$; $-12,663$; $12,506$; $12,603$.

b) $\frac{5}{3}$; $\frac{5}{7}$; $\frac{8}{3}$; $-\frac{7}{4}$; $\frac{25}{9}$; $\frac{3}{7}$; $-\frac{3}{4}$; $\frac{5}{14}$.

c) $5,9 \times 10^6$; $6,81 \times 10^7$; $1,04 \times 10^6$; $1,7 \times 10^8$.

Activité 15

Dans chacun des cas suivants, comparer les deux nombres donnés.

a) $-4 - \sqrt{3}$ et $-6 - \sqrt{3}$; b) $\frac{-4}{5}$ et $\frac{-6}{5}$; c) $-6(2 + \sqrt{3})$ et $-4(2 + \sqrt{3})$.

d) $2\sqrt{3}$ et $1,5 + \sqrt{3}$; e) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ et $\frac{1}{\sqrt{5}}$; f) $2 - \frac{1}{\sqrt{7}}$ et $2 + \frac{1}{\sqrt{7}}$.

Rappel

- Pour tous réels a et b .
 $a \leq b$ signifie $a - b \leq 0$.
- Pour tous réels a , b et c .
Si $a \leq b$, alors $a + c \leq b + c$
Si $(a \leq b \text{ et } c \geq 0)$, alors $ac \leq bc$
Si $(a \leq b \text{ et } c \leq 0)$, alors $ac \geq bc$
- a et b étant deux réels non nuls et de même signe.
Si $a \leq b$ alors, $\frac{1}{a} \geq \frac{1}{b}$.
- a et b étant deux réels positifs.
 $a \leq b$ signifie $\sqrt{a} \leq \sqrt{b}$.
 $a \leq b$ signifie $a^2 \leq b^2$.

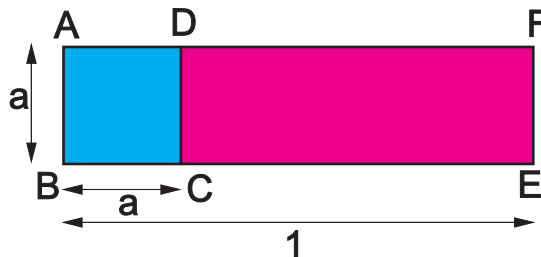
Exercice 15

Comparer :

- a) $\frac{-1}{\sqrt{7}}$ et $\frac{-1}{3}$; b) $6\sqrt{7}$ et $7\sqrt{5}$; c) $1-\sqrt{2}$ et $\sqrt{3-2\sqrt{2}}$;
 d) $(\pi+0,5)^2$ et $(\pi-1)^2$; e) $\sqrt{20} + \frac{1}{3}\sqrt{45}$ et $3\sqrt{5}$; f) $\frac{3+2\sqrt{2}}{5}$ et $\frac{4+3\sqrt{2}}{7}$.

Activité 16

- Comparer $(0,4)^2$ et $0,4$.
- a étant un réel tel que $0 < a < 1$.
 - Observer la figure ci-contre et exprimer les aires de ABCD et de ABEF en fonction de a.
 - Exploiter la figure pour comparer a et a^2 .
- $0 < a \leq 1$.
 - Montrer que $a^2 \leq a$.
 - Comparer a et \sqrt{a} .
- $a \geq 1$. En remarquant que $0 < \frac{1}{a} \leq 1$ et en utilisant les résultats de la question 3), comparer a et a^2 puis, a et \sqrt{a} .



Soit a un réel positif.

Si $0 \leq a \leq 1$, alors $a^2 \leq a \leq \sqrt{a}$

Si $a \geq 1$, alors $\sqrt{a} \leq a \leq a^2$

Exercice 16

Comparer :

- a) $(0,98)^2$ et $0,98$; b) $(0,98)^2$ et 1 ; c) $\sqrt{0,64}$ et $0,8$;
 d) $(1,035)^2$ et $1,035$; e) $\sqrt{2,34}$ et $2,34$; f) $\sqrt{0,76}$ et $0,76$;
 g) $(5,26)^2$ et $\sqrt{5,26}$; h) $(0,17)^2$ et $\sqrt{0,17}$; k) $\frac{19}{23}$ et $\left(\frac{19}{23}\right)^2$.

Exercice 17



Utiliser une calculatrice scientifique, pour donner un encadrement par deux entiers consécutifs à chacun des réels suivants:

$$\frac{347}{123} ; 1-5\sqrt{3} ; \frac{2\sqrt{2}}{5} ; \frac{10^5+1}{10^5-1}$$

Exercice 18

La planète Mars possède deux satellites naturels Phobos et Déimos.

Phobos a une masse de $1,06 \times 10^{16}$ Kg. Déimos a une masse de $2,4 \times 10^{15}$ Kg.

Lequel des deux satellites a la plus grande masse ?

IV] Les intervalles

Activité 17

Recopier le tableau puis le compléter (la première ligne est donnée comme exemple).

L'ensemble des réels x tels que	L'intervalle	Représentation sur la droite réelle
$-2 \leq x \leq 1$	$[-2 ; 1]$	
	$] -3 ; -1[$	
$x > 1$		
	$] -\infty ; 0,5[$	
$0 \leq x < 3$		

Rappel

Soit a et b deux réels donnés. x étant un réel.

- $x \in [a ; b]$ signifie $a \leq x \leq b$.
- $x \in]a ; b[$ signifie $a < x < b$.
- $x \in [a ; b[$ signifie $a \leq x < b$.
- $x \in]a ; b]$ signifie $a < x \leq b$.
- $x \in [a ; +\infty[$ signifie $x \geq a$.
- $x \in]a ; +\infty[$ signifie $x > a$.
- $x \in]-\infty ; b]$ signifie $x \leq b$.
- $x \in]-\infty ; b[$ signifie $x < b$.

Exercice 19

1) Dans chacun des cas, déterminer à quel intervalle appartient le réel x , puis représenter cet intervalle sur la droite réelle.

a) $-1 \leq x < 1$; b) $x \leq -\frac{3}{2}$; c) $x \geq 0$; d) $0 \leq x \leq 3$.

2) Traduire par des inégalités l'appartenance d'un réel x à chacun des intervalles suivants :

$I =]1; 4]$; $J =]-2; +\infty[$; $K =]3,2; 5,1[$.

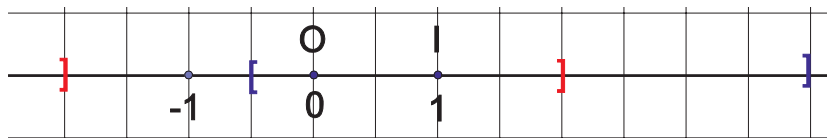
Exercice 20

Recopier puis compléter par \in ou \notin .

1... $[-1; 2[$; 2... $[-1; 2[$; 10^{-2} ... $[0; 1]$; $3,14$... $[$; $-\sqrt{2}$... $[-4,13; -4,1]$; $\sqrt{2}$... $]1,3; 2[$; 0 ... $]-\infty; -2]$; $\frac{8}{7}$... $]1; 2]$.

Exercice 21

1) Par une lecture graphique déterminer les deux intervalles représentés puis déterminer leur intersection et leur réunion.

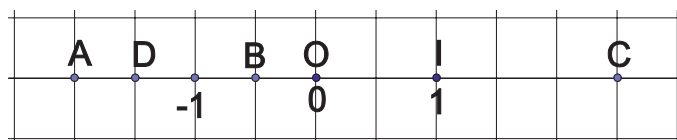


2) a) Représenter les deux intervalles $I = [1,5; 4]$ et $J = [-1; 3]$.

b) Déterminer l'intersection et la réunion de ces deux intervalles.

IV] Valeur absolue

Activité 18



Par une lecture graphique, déterminer :

a) les abscisses des points O, I, A, B, C et D;

b) les distances OI, OA, OB, OC et OD.

Rappel

Soit M un point d'abscisse x sur un axe $(O ; I)$.

On appelle valeur absolue de x la distance OM , elle se note $|x|$.

$|x| = x$, si x est positif et $|x| = -x$, si x est négatif.

Exercice 22

Donner la valeur absolue de chacun des réels suivants :

$$-4 ; 10^{-2} ; 1 - \sqrt{3} ; 0 ; 10^{15} - 10^{17} ; 0,0003 ; \frac{1-3^6}{2-5^6} ; \frac{123}{240} - \frac{1}{2}.$$

Rappel

- Soit x un réel.

$$|x| = 0 \text{ signifie } x = 0.$$

- Soit x un réel et a un réel positif.

$$|x| = a \text{ signifie } x = a \text{ ou } x = -a.$$

- Pour tous réels a et b , $|ab| = |a| \cdot |b|$

$$\text{Pour tout réel } a \text{ et pour tout réel non nul } b, \frac{|a|}{|b|} = \frac{|a|}{|b|}.$$

$$\text{Pour tout réel non nul } b, \frac{|1|}{|b|} = \frac{1}{|b|}.$$

- Pour tous réels a et pour tout entier naturel non nul n , $|a^n| = |a|^n$.

Remarque

Pour tout réel a , $|a^2| = |a|^2$, d'où $a^2 = |a|^2$ et par conséquent $\sqrt{a^2} = |a|$.

Exercice 23

Dans chacun des cas, déterminer x s'il existe.

$$|x| = 3 ; |x| = 10^6 ; |x| = -2 ; |x| = 0 ; |5x| = 5 \times 10^{-3} ; |x| = \sqrt{2} ; \left| \frac{x}{-2} \right| = 5.$$

Enoncé 1

Répondre par vrai ou faux.

1) m est positif signifie $m \geq 0$	
2) $5,13 < 5,129$	
3) $-4(1-\sqrt{3}) > -2(1-\sqrt{3})$	
4) 169 est le carré de -13 .	
5) La racine carrée de 64 est 8.	

6) $\sqrt{0,16} = 0,04$.	
7) $\sqrt{9} + \sqrt{4} = \sqrt{13}$	
8) $2,24 \in [1; \sqrt{5}]$	
9) $x < 2$ signifie $x \in]-\infty; 2]$	
10) $\left \sqrt{7} - \frac{8}{3} \right = \sqrt{7} - \frac{8}{3}$.	

Enoncé 2

Recopier et compléter.

a) $\sqrt{(-2)^2} = \dots$

b) L'écriture scientifique de 134,65 est...

c) L'arrondi au millième de $\frac{19}{13}$ est...

d) Une valeur approchée par défaut à 10^{-3} près de $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ est...

Enoncé 3

Reproduire les deux tableaux A et B, ci-dessous, et associer à chaque cellule du tableau A la cellule convenable du tableau B.

A

1)	L'écriture scientifique de 29580 est
2)	L'arrondi au centième de 0,2958 est
3)	L'ordre de grandeur de 29580 est
4)	Une valeur approchée de 0,2958 par excès à 0,001

B

a)	3×10^4
b)	0,296
c)	$2,958 \times 10^4$
d)	0,3
e)	2×10^4
f)	0,295

Exercice 1

Calculer

$$a = 12,3 + 0,86 + 1,7 + 0,14$$

$$b = 4 \times 0,96 \times 25$$

$$c = [8 - (0,25 \times 4 + 3)] \times 9$$

$$d = 11,8 \times 6,9 + 11,8 \times 3,1$$

$$e = 52,3 \times 9 + 52,3$$

Exercice 2

Calculer les expressions suivantes:

$$G = 125 - [21 - (9 + 2)]$$

$$H = [2 \times (4 \times 8 - 11)] \times 2$$

$$I = 3 \times [14,5 - (0,4 \times 5 + 2,5)]$$

$$J = (34 - 13) \times [9,4 - (8,2 + 1,2)]$$

Exercice 3

$$\text{Simplifier } \frac{2^3 \times 5 \times 3^3}{2 \times 3 \times 5^2} ; \frac{7^3 \times 2^3 \times 3^4}{3^2 \times 5 \times 2^4}.$$

Exercice 4

$$\text{Calculer : } \frac{6 \times 0,625}{-5} \times 4 ; 7\sqrt{2} \times 3(\sqrt{2})^3$$

$$-2(\sqrt{3})^3 \times \left(\frac{-1}{2}\right)^2 \times \left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^3.$$

Exercice 5

Calculer avec la calculatrice chacune des expressions numériques suivantes.

$$A = \frac{121(3140 - 447)}{4,812 - 2,612}$$

$$B = \frac{(193,4 + 312,6)(54,2 - 25,6)}{40}$$

$$A = (3,325)^3 - 2^{-5} \times 4 + \frac{2}{3^{-5}}$$

Exercice 6

La vitesse de rotation du disque dur d'un ordinateur est de 7200 tours/min.

Convertir cette vitesse de rotation en tours par seconde.

Exercice 7

$$1) \text{ Calculer } \frac{1}{2} + \frac{1}{4} ; \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} ;$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16}.$$

2) Sans calculer essayer de deviner

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64}.$$

Vérifier.

Exercice 8

$$\text{On pose } a = \sqrt{2} \text{ et } b = \frac{941664}{665857}.$$

- Donner pour a et b la valeur affichée par la calculatrice.
- Calculer le carré de a et celui de b.
- Pourquoi on est sûr que a et b ne sont pas égaux ?

Exercice 9

Ecrire chacun des nombres suivants sous la forme $a\sqrt{b}$, où a et b sont deux entiers relatifs positifs, b étant le plus petit possible :

$$\sqrt{75} ; \sqrt{147} ; \sqrt{32} ; \sqrt{800} ; \sqrt{7} \times 3\sqrt{14}.$$

Exercice 10

Simplifier les expressions suivantes.

$$A = \sqrt{12} + 5\sqrt{27} - \sqrt{3} ;$$

$$B = \sqrt{80} + 4\sqrt{20} - 2\sqrt{125} ;$$

$$C = \sqrt{50} + \sqrt{18} - 6\sqrt{8}.$$

Exercice 11

Développer et simplifier les expressions suivantes.

$$E = (\sqrt{2} - 3)(5\sqrt{2} + 4)$$

$$F = (3 + 2\sqrt{6})(\sqrt{6} - 5\sqrt{16})$$

$$G = (2\sqrt{7} - 7)(1 + 3\sqrt{7}).$$

Exercice 12

La circonférence d'un disque à lancer est de 70 centimètre. Déterminer son rayon au millimètre près par défaut.

Exercice 13

Donner une valeur approchée par défaut et une valeur approchée par excès à 0,00001 près de $\sqrt{2} + 5\sqrt{3}$.

Exercice 14

Donner l'arrondi au centième de chacun des nombres a et b.

$$a = 6,84 - 3\sqrt{2} \quad ; \quad b = \sqrt{7} - \frac{2}{\sqrt{5}}.$$

Exercice 15

Le rayon de la terre en kilomètre est de $6,371 \cdot 10^3$. Donner un ordre de grandeur de ce rayon.

Exercice 16

Voici en écriture scientifique et en Km, les distances moyennes au soleil de quelques planètes de notre système solaire.

Uranus	3×10^9	Terre	$1,496 \times 10^8$
Saturne	$1,4 \times 10^9$	Pluton	$5,9 \times 10^9$
Mars	$2,28 \times 10^8$	Jupiter	$7,78 \times 10^8$

Ordonner ces distances de la plus petite à la plus grande.

Exercice 17

Déterminer un ordre de grandeur du nombre $46,218 \times 10^4 \times 0,8651 \times 10^3$.

Exercice 18

a) Donner les arrondis à deux décimales des réels : $5\sqrt{3}$; $\frac{1}{13}$; $\frac{5}{14}$.

b) Donner des valeurs approchées à 10^{-4} puis à 10^{-2} près par défaut et par excès des réels précédents.

Exercice 19

Comparer les réels a et b.

1) $a = \frac{3}{5} + \frac{9}{7}$ et $b = \frac{8}{9} + \frac{3}{5}$.

2) $a = 5\sqrt{7}$ et $b = 7\sqrt{5}$.

3) $a = \frac{5}{7}$ et $b = \frac{9}{10}$.

4) $a = \frac{-5}{7}$ et $b = \frac{-9}{10}$.

Exercice 20

Dans chacun des cas suivants, comparer les deux nombres donnés.

a) 13,56 et 1,356 ; b) -4,9 et -4,09 ;

c) -3,47 et -3,48 ; d) $1 - 10^{-5}$ et $(1 - 10^{-5})^2$;

e) $1 + 10^{-5}$ et $(1 + 10^{-5})^2$; f) 7 et $5\sqrt{2}$.

Exercice 21

Représenter sur la droite des réels chacun des intervalles $[1; +\infty[$ et $[1,5; +\infty[$.

En déduire l'intersection et la réunion de ces deux intervalles.

Exercice 22

Chacun des 5 pays participant à un tournoi international de basketball joue un seul matche contre chacun des autres pays.

1) La Tunisie participe à ce tournoi, combien de matches joue-t-elle ?

2) Combien de matches sont-ils joués au total lors de ce tournoi.

Une idée sur les nombres

Qu'est-ce qu'un milliards ?

En Volume, en surface et en longueur

Imaginons des petits blocs cubiques de 6 millimètres de côté. Il en faudrait un milliard pour remplir une salle de 6 mètres de long, 6 mètres de large et 6 mètres de haut.

Si on les étalait en une couche unique ils couvriraient entièrement 115 terrains de basket-ball. Et si on les mettait à la file, celle-ci irait presque de New York à Berlin.

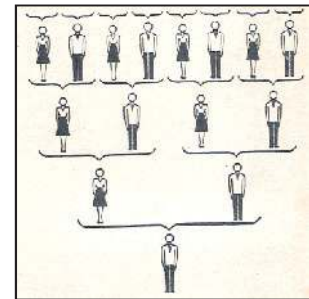
En temps

Il y a un milliard de secondes, les personnes qui ont actuellement 31 ans n'était pas encore nées.

Les puissantes puissances de 2

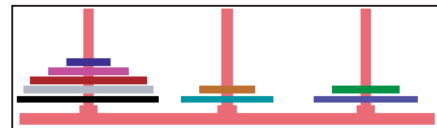
Nos ancêtres

Chaque personne actuellement en vie a eu 2 parents, 4 grand parents, 8 arrières grands parents et ainsi de suite. Supposons que l'on compte 30 années par génération, on trouve alors que, il y a seulement 600 ans, c'est-à-dire en remontant 20 générations, chacun de nous a eu 2^{20} ancêtres (un ordre de grandeur d'un million).



La tour de Hanoï

Elle consiste en une planchette horizontale avec trois tiges verticales. Sur l'une de ces tiges sont enfilés des disques par ordre de diamètres décroissants, le plus grand en bas, le plus petit en haut. Le problème consiste à transférer tous les disques de la première tige à une autre de manière qu'ils soient semblablement disposés. Mais on ne doit manier qu'un disque à la fois, et aucun disque ne doit être posé sur un disque de plus petit diamètre que lui.



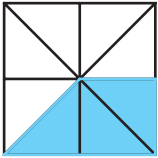

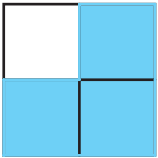
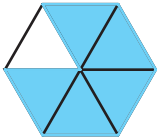
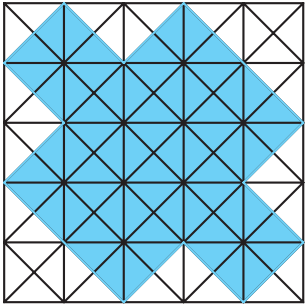
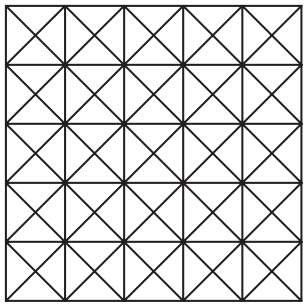
Supposons qu'il ya trois disques A, B et C, on peut opérer ainsi : C va en III, B en II, C en II, A en III, C en I B en III et C en III. Ainsi avec 3 disques il faut 7 transferts soit 2^3-1 . On peut montrer que, s'il y a n disques, il faut au moins 2^n-1 transferts. Pour $n=64$ (Le nombre de disques dans la légende des moines) et en supposant qu'on travaille sans interruption 24 heures par jours, qu'on effectue un transfert par seconde et qu'on ne se trompe jamais il faut environ $5,82 \times 10^{11}$ années soit près de six milliards de siècles pour terminer les transferts.

Supposons qu'il ya trois disques A, B et C, on peut opérer ainsi : C va en III, B en II, C en II, A en III, C en I B en III et C en III. Ainsi avec 3 disques il faut 7 transferts soit 2^3-1 . On peut montrer que, s'il y a n disques, il faut au moins 2^n-1 transferts. Pour $n=64$ (Le nombre de disques dans la légende des moines) et en supposant qu'on travaille sans interruption 24 heures par jours, qu'on effectue un transfert par seconde et qu'on ne se trompe jamais il faut environ $5,82 \times 10^{11}$ années soit près de six milliards de siècles pour terminer les transferts.

(D'après Fantaisies et Paradoxes mathématiques E.P NORTHROP)

Activité 1

1) Recopier le tableau suivant et le compléter (Le premier cas est donné comme exemple).

Figure	Fraction représentant la partie colorée	Figure	Fraction représentant la partie colorée
	$\frac{3}{8}$		$\frac{2}{3}$
			
			$\frac{37}{100}$

Activité 2

Une délégation sportive aux jeux olympiques est constituée de 250 athlètes, dont les trois cinquième sont des garçons. Déterminer le nombre de garçons et celui des filles dans cette délégation.

Activité 3

1) Ecrire les rationnels suivants sous la forme $\frac{a}{100}$, où a est un entier relatif.

$$\frac{1}{2} ; -\frac{1}{4} ; \frac{2}{5} ; -\frac{4}{25} ; \frac{13}{10}.$$

2) Même question pour les décimaux suivants.

$$0,6 ; 0,95 ; -0,45 ; 0,25 ; 1,25.$$

I] Proportionnalité – Proportion

1) Proportionnalité

Activité 1

Le nombre de calories brûlées lors d'une marche lente de 30 minutes (avec une vitesse d'environ 3 Km/h) est estimé à 100 calories.

- a) Combien de calories une personne brûle lors d'une marche lente de 60 minutes ?
 b) Recopier le tableau et le compléter:

Durée de la marche (en minutes)	3	15	30	45	60	90	120
Nombre de calories brûlées							

- c) Comparer chacun des rationnels suivants à $\frac{10}{3}$.

$$\frac{50}{15} ; \frac{100}{30} ; \frac{150}{45} ; \frac{200}{60} ; \frac{300}{90} ; \frac{400}{120}$$

- d) En déduire un coefficient par lequel on multiplie les valeurs de la première ligne du tableau pour retrouver celles de la deuxième ligne.

Définition

Soient a, b, c et d des réels non nuls, x, y, z et t des réels.

On dit que x, y, z et t sont respectivement proportionnels à a, b, c et d

s'il existe un réel non nul k tel que $\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c} = \frac{t}{d} = k$.

Le nombre k s'appelle le coefficient de proportionnalité.

Remarque

On obtient ainsi x, y, z et t en multipliant respectivement a, b, c et d par le coefficient k .

$$x = ka ; y = kb ; z = kc \text{ et } t = kd.$$

Exercice 1

- 1) Les nombres 4 ; 9 ; 15 sont ils respectivement proportionnels aux nombres 5 ; 11,25 ; 18,75 ?
 2) Même question pour chacun des cas suivants :
 a) 8 ; -3 ; 4,5 et 20 ; -7,5 ; 9,5.
 b) 6 ; 8 ; 14 et 7,2 ; 9,6 ; 16,8.

Vocabulaire

Un tableau de deux lignes (respectivement colonnes) est dit **tableau de proportionnalité** si les nombres de la deuxième ligne (respectivement colonne) sont respectivement proportionnels à ceux de la première ligne (respectivement colonne).

Remarque

Si x, y, z et t sont respectivement proportionnels à a, b, c et d alors le tableau ci-dessous est un tableau de proportionnalité.

$$\times k \quad \leftarrow$$

a	b	c	d
x	y	z	t

Activité 2

1) Dans chacun des cas, vérifier s'il s'agit d'un tableau de proportionnalité.

a)	<table border="1" style="border-collapse: collapse;"> <tr><td>3</td><td>18</td></tr> <tr><td>5</td><td>30</td></tr> </table>	3	18	5	30	b)	<table border="1" style="border-collapse: collapse;"> <tr><td>7</td><td>21</td><td>29</td></tr> <tr><td>6</td><td>18</td><td>24</td></tr> </table>	7	21	29	6	18	24	c)	<table border="1" style="border-collapse: collapse;"> <tr><td>9</td><td>15</td><td>51</td><td>165</td></tr> <tr><td>12</td><td>20</td><td>68</td><td>220</td></tr> </table>	9	15	51	165	12	20	68	220
3	18																						
5	30																						
7	21	29																					
6	18	24																					
9	15	51	165																				
12	20	68	220																				

2) Recopier les tableaux suivants et les compléter pour qu'ils soient des tableaux de proportionnalité.

a)	<table border="1" style="border-collapse: collapse;"> <tr><td>2</td><td></td><td>12</td><td></td></tr> <tr><td>5</td><td>15</td><td></td><td>70</td></tr> </table>	2		12		5	15		70	b)	<table border="1" style="border-collapse: collapse;"> <tr><td>1,5</td><td>6</td><td></td><td>42</td></tr> <tr><td></td><td>16</td><td>48</td><td></td></tr> </table>	1,5	6		42		16	48		c)	<table border="1" style="border-collapse: collapse;"> <tr><td>1,6</td><td>5</td><td></td></tr> <tr><td>1,4</td><td></td><td>9</td></tr> </table>	1,6	5		1,4		9
2		12																									
5	15		70																								
1,5	6		42																								
	16	48																									
1,6	5																										
1,4		9																									

Indiquer à chaque fois le coefficient de proportionnalité.

Exercice résolu 1

1) Dans chacun des deux cas suivants, vérifier s'il s'agit d'un tableau de proportionnalité.

a)	<table border="1" style="border-collapse: collapse;"> <tr><td>13</td><td>52</td><td>78</td></tr> <tr><td>15</td><td>60</td><td>90</td></tr> </table>	13	52	78	15	60	90	b)	<table border="1" style="border-collapse: collapse;"> <tr><td>8</td><td>24</td><td>40</td></tr> <tr><td>7</td><td>21</td><td>37</td></tr> </table>	8	24	40	7	21	37
13	52	78													
15	60	90													
8	24	40													
7	21	37													

2) Recopier le tableau ci-dessous et le compléter pour qu'il soit un tableau de proportionnalité.

3		18		105
2	10		36	

Solution

1)a) On a $52 = 13 \times 4$; $60 = 15 \times 4$; $78 = 13 \times 6$; $90 = 15 \times 6$.

Donc il s'agit bien d'un tableau de proportionnalité.

Autrement on peut vérifier si la deuxième ligne du tableau s'obtient en multipliant par un coefficient la première ligne. Dans ce cas ce coefficient va être $\frac{15}{13}$.

$$\frac{15}{13} \times 52 = \frac{15 \times 52}{13} = \frac{15 \times 4 \times 13}{13} = 15 \times 4 = 60.$$

$$\frac{15}{13} \times 78 = \frac{15 \times 78}{13} = \frac{15 \times 6 \times 13}{13} = 15 \times 6 = 90.$$

Donc il s'agit bien d'un tableau de proportionnalité.

b) On a $24 = 8 \times 3$; $21 = 7 \times 3$; $40 = 8 \times 5$ mais $37 \neq 7 \times 5$.

Donc le tableau n'est pas un tableau de proportionnalité.

2) On raisonne pour chaque cellule vide à part:

3	$\xrightarrow{\times 5}$	15	3	$\xrightarrow{\times 6}$	18	18	$\xrightarrow{\times 3}$	54	3	$\xrightarrow{\times 35}$	105
2	$\xrightarrow{\times 5}$	10	2	$\xrightarrow{\times 6}$	12	12	$\xrightarrow{\times 3}$	36	2	$\xrightarrow{\times 35}$	70

On détermine ainsi, toutes les valeurs.

Exercice 2

Pour 20 Cl d'un jus correspondent les valeurs nutritionnelles indiquées ci-contre.

Recopier le tableau suivant et le compléter:

Energie	106 Kcal (kilocalories)
Protéines	0,24 g
Vitamine C	18 mg
Vitamine E	3 mg

Volume du même jus	20 Cl	1 L	0,5 L	1,5 L
Energie	106 Kcal			
Protéines				
Vitamine C	18 mg			
Vitamine E				

Exercice 3

Dans chacun des cas suivants, dire si la situation est celle d'une proportionnalité.

a) Ahmed a acheté 5 boîtes de lait, au prix de 970 millimes la boîte.

b)






Abonnement à Sportmag

6 mois pour 12 dinars

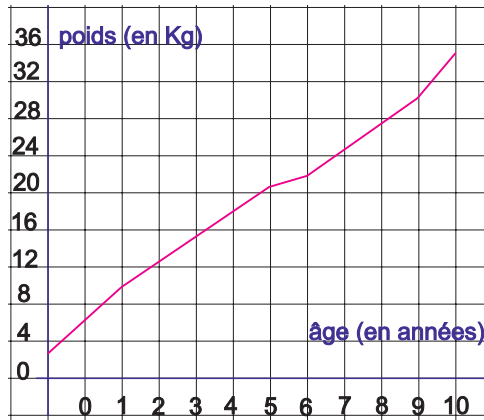
1 an pour 20 dinars

2 ans pour 35 dinars

c) Un extrait du cours des devises de la journée 12-4-2012, affiché dans une banque.

Devise	Unité	Achat	Vente
 EUR (Euro)	1	1,958	2,001
 USD (Dollar des États-Unis d'Amérique)	1	1,490	1,525
 GBP (Livre Sterling)	1	2,369	2,441
 AED (Dirham des Émirats-Arabs Unis)	10	4,027	4,170
 CHF (Franc Suisse)	10	16,198	16,737

d) Le graphique suivant représente l'évolution du poids d'un enfant en fonction de son âge.



2) Proportion

Activité 3

Dans une classe de première année sport le rapport $\frac{N}{A}$, du nombre N d'élèves qui pratiquent la natation sur le nombre A d'élèves qui pratiquent l'athlétisme, est égal à $\frac{5}{8}$.

- Comparer N et A .
- Déterminer le nombre d'élèves qui pratiquent la natation si le nombre d'élèves qui pratiquent l'athlétisme est 16.
- Recopier le tableau suivant puis le compléter.

N	5	10
A	8	
Nombre d'élèves	13	

Définition

Soit a , b , c et d des réels tels que $b \neq 0$ et $d \neq 0$.

L'égalité $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ est appelée proportion.

a et d sont les termes extrêmes et b et c sont les termes moyens de cette proportion.

Remarque

Soit a , b , c et d des réels tels que $b \neq 0$ et $d \neq 0$.

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ est une proportion signifie que a et c sont respectivement proportionnels à b et d

Activité 4

Soit a , b , c et d des réels tels que $b \neq 0$ et $d \neq 0$.

Montrer que : $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ signifie $ad = bc$.

Théorème

Soit a , b , c et d des réels tels que $b \neq 0$ et $d \neq 0$.

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ signifie $ad = bc$.

Remarque

Dans une proportion, le produit des termes extrêmes est égal au produit des termes moyens.

Activité 5

Trouver le réel a , dans chacun des cas suivants.

$$\frac{a}{10} = \frac{3}{4} ; \quad \frac{-5}{2} = \frac{a}{\sqrt{3}} ; \quad \frac{4}{5} = \frac{28}{a} ; \quad \frac{6.8}{a} = \frac{2}{5}.$$

a est appelé la quatrième proportionnelle

Exercice 5

Une personne qui pèse 48 Kg sur terre, pèse environ 8 Kg sur la lune.

Combien pèse sur la lune un objet qui pèse 27 kg sur terre ?

(L'explication scientifique de ce phénomène est que sur la lune, la pesanteur est environ six fois moindre que sur la terre).

Activité 6

Soit a , b , c et d des réels tels que $b \neq 0$ et $d \neq 0$. Soit k un réel non nul.

1) Montrer que $\frac{a}{b} = \frac{ka}{kb}$ est une proportion.

2) On suppose que $b + d \neq 0$.

Montrer que si $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ est une proportion alors, $\frac{a}{b} = \frac{a+c}{b+d}$ est aussi une proportion.

Propriétés

Soient a , b , c et d des réels tels que $b \neq 0$, $d \neq 0$ et $b + d \neq 0$.

Soit k un réel non nul.

- $\frac{a}{b} = \frac{ka}{kb}$;
- Si $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ alors $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{a+c}{b+d}$.

Exercice 6

Le record du monde en 100 m vitesse est détenu par le jamaïcain Usain Bolt, avec 9 s 58, depuis août 2009. Pour les femmes, le record du monde date de Juillet 1988 et détenu par l'américaine Florence Griffith-Joyner, avec un temps de 10 s 49.

(Donner tous les résultats arrondis au millième).

- Calculer la vitesse moyenne, en (m/s) puis en (Km/h), de chacun de ces deux athlètes.
- Avec les mêmes vitesses moyennes, quels sont les temps estimés pour ces deux athlètes dans l'épreuve de 200 m ?
- Usain Bolt et Florence Griffith-Joyner détiennent, aussi, le record du monde en 200 m avec les temps respectifs (19 s 19) et (21 s 56).

Comparer ces records avec les résultats trouvés en b).



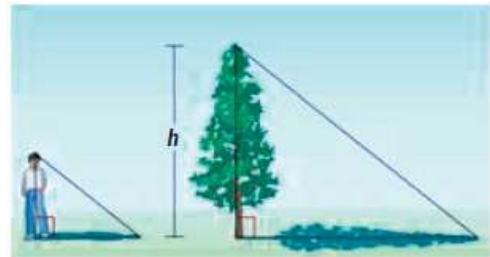
Exercice 7

Trois associés ont investi respectivement dans leur société 6 000 dinars, 9 000 dinars et 10 000 dinars. A la fin de la première année ils se partagent les bénéfices proportionnellement à leur investissement. Les bénéfices sont de 20 000 dinars. Calculer la part des bénéfices qui revient à chacun des trois associés.

Exercice 8

Bacem a profité d'une journée ensoleillée pour déterminer la hauteur d'un arbre dans son jardin. Pour cela, il a mesuré la longueur de son ombre puis la longueur de l'ombre de l'arbre.

Expliquer comment peut-il déterminer la hauteur de l'arbre ?



Activité 7

- Recopier puis compléter.

$$\frac{54}{90} = \frac{2 \times \dots}{\dots \times 45} ; \frac{54}{90} = \frac{18 \times \dots}{\dots \times \dots} ; \frac{54}{90} = \frac{\dots}{\dots}$$

- A-t-on $\frac{54}{90} = \frac{3}{5}$?

- Quel est le plus grand commun diviseur de 3 et 5 ?

3 et 5 sont dits premiers entre eux et $\frac{3}{5}$ est la forme irréductible de $\frac{54}{90}$.

- Ecrire sous la forme irréductible les rationnels suivants.

Soit a et b deux entiers naturels tels que b est non nul.

$\frac{a}{b}$ est irréductible si $\text{PGCD}(a ; b) = 1$.

$$\frac{124}{256} ; \frac{-375}{150} ; \frac{143}{121} ; \frac{51}{-34} ; \frac{182}{210}$$

3) Echelle

Activité 8

Sur une carte à l'échelle 1/200 000, un tronçon de route mesure 15,9 cm. Calculer en Km sa longueur réelle.

$$\text{L'échelle est le rapport } e = \frac{\text{la longueur sur le schéma}}{\text{la longueur réelle}}$$

Remarque

La longueur sur le schéma et la longueur réelle doivent être avec la même unité.

L'échelle est un nombre sans unité et elle est souvent donnée sous la forme d'une fraction.

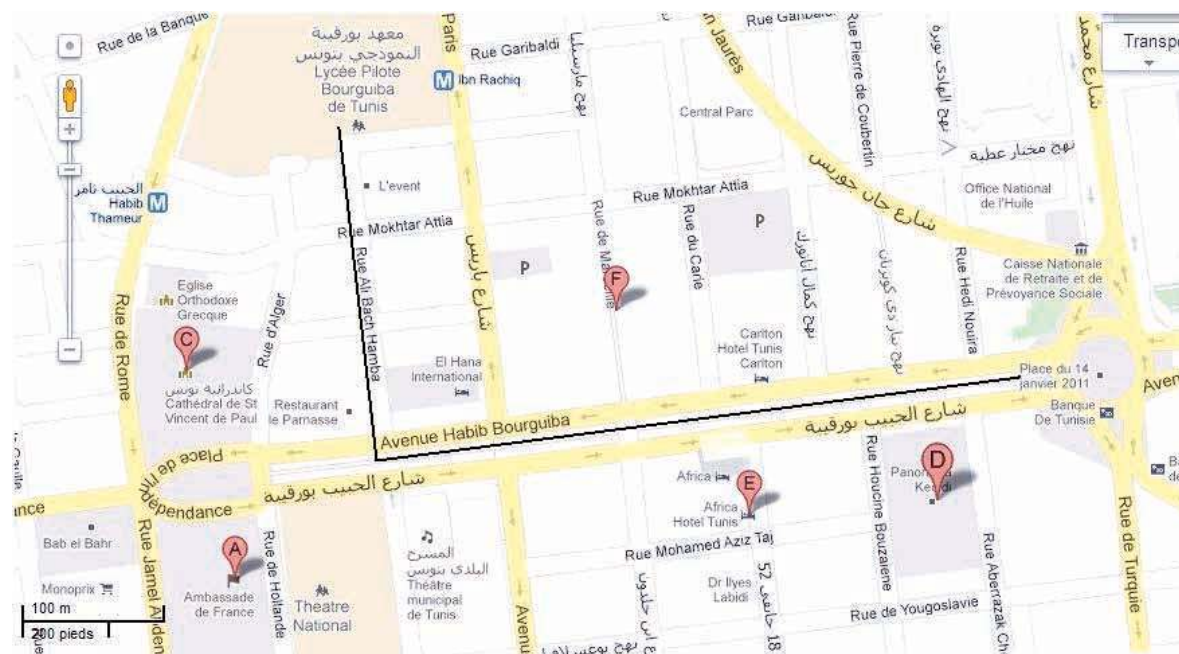
Exercice 9

Le pont routier le plus long du monde est en Thaïlande, il mesure 54 Km. Ce pont mesure 15 cm sur une carte. Quelle est l'échelle utilisée ?

Exercice 10

Ci-dessous une capture d'une partie de la carte de la ville de Tunis (L'échelle est indiquée en bas de la carte, à gauche).

Donner un encadrement d'amplitude 10 m, de la longueur du trajet reliant la place du 14 Janvier 2011 au lycée pilote de Tunis. Sur la carte le trajet est indiqué par une ligne brisée noire.



Exercice 11

Une pièce rectangulaire de 4,8 m sur 6 m est représentée sur un plan par un rectangle de 24 cm sur 30 cm.

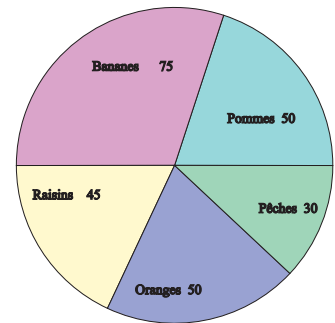
- 1) Quelle est l'échelle utilisée ?
- 2) On veut représenter sur le plan un canapé par un rectangle. Quelles doivent être les dimensions du rectangle si le canapé mesure 2,10 m de longueur et 0,90 m de largeur ?
- 3) Sur le plan, la porte fenêtre mesure 11 cm de large. Quelle est sa largeur réelle ?

II] Pourcentage

1) Pourcentage et proportion

Activité 9

Le graphique circulaire ci-contre résume les résultats d'une étude auprès de 250 élèves, sur leur fruit préféré parmi cinq fruits (bananes, pommes, oranges, raisins et pêches).



- 1) a) Ecrire, pour chaque fruit, le rapport du nombre d'élèves préférant ce fruit, au nombre total d'élèves.
b) Ecrire sous forme d'une fraction dont le dénominateur est égal à 100, chacun des rapports précédents.
- 2) Déterminer le pourcentage des élèves qui préfèrent les bananes, par rapport au nombre total d'élèves.
Même question pour les autres fruits.
- 3) On suppose que l'échantillon était représentatif et que les résultats obtenus restent valables même pour un nombre plus grand d'élèves.
Dans ce cas, sur 1000 élèves combien préfèrent les pêches ? Les raisins ?
Même question si le nombre d'élèves est 1500.

Pourcentage et proportion

a est p % de b signifie $\frac{a}{b} = \frac{p}{100}$

a est p % de b signifie $a = \frac{p}{100} \cdot b$

Exercice 12



Utiliser une calculatrice pour calculer, dans chaque cas.

- | | | |
|----------------|------------------|---------------|
| a) 70% de 280 | b) 21% de 400 | c) 150% de 12 |
| d) 0,8% de 200 | e) 0,003% de 550 | f) 32% de 500 |

Activité 10

Faire correspondre chaque question à la proportion correcte.

1) 60 est 25% de quel nombre ?

A) $\frac{a}{60} = \frac{25}{100}$

2) Quel pourcentage de 60 est 25 ?

B) $\frac{25}{60} = \frac{p}{100}$

3) Quel est le 25% de 60 ?

C) $\frac{60}{b} = \frac{25}{100}$

Exercice 13

Utiliser les proportions pour répondre aux questions suivantes :

- Quel pourcentage de 30 est 3 ?
- 51 est 17% de quel nombre ?
- Quel nombre est 12,5% de 64 ?
- Quel pourcentage de 600 est 180 ?

Exercice 14

a) Exprimer chaque pourcentage à l'aide d'un décimal.

20% ; 25% ; 50% ; 75% ; 42,5% ; 125% ; 0,3% ; 0,02%.

b) Exprimer chaque décimal à l'aide d'un pourcentage.

0,13 ; 0,027 ; 0,04 ; 1,25 ; 0,65 ; 8 ; 0,0085 ; 0,205.

Exercice 15

Le volume approximatif de l'eau douce et salée de la Terre (toutes les réserves d'eau du monde) est de 1 360 000 000 km³.

Dans ce volume 97,2% est de l'eau salée.

Déterminer le volume d'eau douce dans notre planète terre.

Exercice 16

Une étude faite auprès de 2100 étudiants d'une faculté, a montré que, pour venir à la fac

- 1365 étudiants utilisent le bus spécial de la fac,
- 7% des étudiants sont déposés par l'un de leurs parents,

- 9% des étudiants viennent en marche,
- 294 étudiants utilisent leurs vélos,
- Le reste des étudiants utilisent le transport public.

- Déterminer le pourcentage d'étudiants qui utilisent le bus spécial de la fac.
- Quel est le nombre d'étudiants qui viennent en marche à la fac ?
- Déterminer le nombre d'étudiants qui utilisent le transport public pour venir à la fac.

Exercice 17

Les qualifications pour la Coupe du monde 2014 de football mettront en compétition 207 équipes nationales afin de désigner les 31 des 32 formations qui disputeront la phase finale au Brésil. L'équipe nationale brésilienne est qualifiée d'office comme équipe du pays organisateur.

Dans le tableau ci-dessous, sont donnés le nombre d'équipes inscrites et le nombre de places accordées, par confédération.



Zone(s) géographique(s) (confédération)	Nombre d'équipes inscrites	Nombre de places
Europe (UEFA)	53	13
Amérique du sud (CONMEBOL)	10*	6*
Afrique (CAF)	53	5
Asie (AFC)	46	4
Amérique du nord, centrale et Caraïbes (CONCACAF)	35	3
Océanie (OFC)	11	1
Total	208	32

* Y compris le pays organisateur, le Brésil.

Donner tous les résultats arrondis au centième.

- Donner le pourcentage d'équipes qui participeront à la phase finale de la coupe du monde, par rapport au nombre total d'équipes inscrites.
- Donner le pourcentage de places occupées par chaque confédération, dans la phase finale de la coupe du monde, par rapport au nombre total de places.
- Pour la confédération africaine de football CAF, quel est le pourcentage d'équipes qui participeront à la phase finale de la coupe du monde, par rapport au nombre total d'équipes inscrites au CAF ?

2) Pourcentage de variation

Activité 11

Les salaires des employés d'une entreprise ont subi une augmentation.

1) Kamel avait un salaire de 850 dinars par mois, son nouveau salaire est de 901 dinars.

Quel est le pourcentage de cette augmentation ?

2) Béchir touche 780 dinars par mois. Déterminer son nouveau salaire.

3) On a noté S le salaire d'un employé avant l'augmentation.

Déterminer, en fonction de S, le salaire S' de cet employé après ;

a) une augmentation de 6% ; b) une augmentation de p%.

- Si une grandeur est passé d'une valeur v à une valeur plus grande V , alors le pourcentage d'augmentation est $\frac{V-v}{v} \times 100$.
- Si la valeur v d'une grandeur a augmenté de p%, alors sa nouvelle valeur est : $v \times \left(1 + \frac{p}{100}\right)$.

Exercice 18

Après une année de son lancement, un magazine de sport a vu le nombre de ses abonnés augmenté de 2%. Sachant que le nombre d'abonnés au début était de 3500, quel est le nombre actuel d'abonnés?

Exercice 19

Le nombre d'élèves dans un lycée a augmenté, il est passé de 1250 à 2000.

Quel est le pourcentage d'augmentation ?

Activité 12

1) Khaled a placé un capital de 500 dinars dans un compte bancaire avec un taux d'intérêt simple de 6% par an.

a) Quel sera le montant dans le compte après 2 ans ? Après 10 ans ?

b) Au bout de combien d'années l'intérêt atteint 150 dinars ?

(L'intérêt simple $i = C \times r \times t$, où C est le capital, r est le taux d'intérêt simple et t le nombre d'années ou de périodes).

2) Sami, quant à lui, il a placé 500 dinars avec un taux annuel d'intérêts composés de 5%.

Quel sera le montant dans son compte après 2 ans ? Après 10 ans ?

On donnera les résultats arrondis au millième.

(Le montant final est $M = C \times (1 + r)^t$, où C est le capital ou la somme initiale, r est le taux d'intérêts composés et t le nombre d'années ou de périodes).

Activité 13

- a) Le nombre d'étudiants inscrits, dans les universités tunisiennes, au cours de l'année 2008/2009 était de 349 142. Ce nombre a baissé pour atteindre 346 079 étudiants, au cours de l'année universitaire 2009/2010. Déterminer le pourcentage de cette baisse (on donnera un arrondi au centième).
- b) Au cours de l'année universitaire 2010/2011, le nombre d'étudiants a baissé de 2,9% par rapport à l'année précédente.

Donner un arrondi à l'unité du nombre d'étudiants inscrits au cours de l'année universitaire 2010/2011.

- Si une grandeur est passé d'une valeur V à une valeur plus petite v , alors le pourcentage de diminution est $\frac{V - v}{V} \times 100$.
- Si la valeur V d'une grandeur a diminué de $p\%$, alors sa nouvelle valeur est : $V \times \left(1 - \frac{p}{100}\right)$.

Exercice 20

Une boutique, de prêt à porter, a affiché une baisse de ses prix de 15%. Quel est le prix d'un article qui coûtait 120 dinars ?

Activité 14

Le prix d'une voiture baisse de 20% de son prix d'origine après une année de mise en circulation. Le prix baisse encore de 15% la deuxième année.

Une voiture coûte, à la fin de la deuxième année de circulation, 16 660 dinars.

- a) Quel est son prix d'origine ?
- b) Le prix de cette voiture est il baissé de 35% ?

Activité 15



Dans la facture ci-dessous, on désigne par PU : le prix unitaire ; HT : hors taxe ; PUHT : le prix unitaire hors taxe ; TVA : la taxe sur la valeur ajoutée

PU net HT : le prix unitaire net hors taxe (c'est-à-dire après remise).

	A	B	C	D	E	F	G
1	Référence	Désignation	Quantité	PUHT	Remise	PU net HT	Montant HT
2	1	Ordinateur	10	990	5%		
3	2	Vidéo projecteur	1	800	0%		
4	3	Ordinateur portable	1	1200	10%		
5	4	Imprimante	1	250	0%		
6							
7							
8					Total HT		
9					Remise fidélité	2%	
10					Net HT		
11					TVA	18,00%	
12							
13					Net à payer en dinars		

Reproduire la facture dans un tableur.

Dans la cellule F2 introduire la formule =D2-D2*E2

Dans la cellule G2 introduire la formule =C2*F2

Entrer les formules adéquates dans les autres cellules en bleu.

Donner le montant à payer, affiché dans la cellule G13.

Exercice 21

Dans un magasin, la première semaine des soldes d'hiver, les prix diminuent de 20 %, puis la deuxième semaine, les prix diminuent encore de 10 %.

a) Un article coûtait 40 dinars avant les soldes.

Calculer son prix lors de la deuxième semaine des soldes.

b) Le prix de cet article a-t-il diminué de 30 % ?

c) Un article est affiché à 38,520 dinars lors de la deuxième semaine des soldes.

Calculer son prix avant les soldes.

Exercice 22

Dans un magasin, un article qui coûte 48 dinars a subi une hausse de 25%.

1) Quel est le nouveau prix de l'article ?

2) Suite à une réticence des consommateurs, le propriétaire du magasin a proposé au gérant de baisser le nouveau prix de l'article de 25% pour retrouver son prix initial.

Le propriétaire a-t-il raison ? Sinon quel est le pourcentage convenable de la baisse pour que l'article retrouve son prix initial de 48 dinars ?

Enoncé 1

Pour chaque question, indiquer la bonne réponse.

- 1) Le tableau ci-contre est un tableau de proportionnalité.

4	5	6
6	7,5	9

Le coefficient de proportionnalité est

- a) 0,7 b) 1,3 c) 1,5.
- 2) Les nombres 8 et x sont respectivement proportionnels à 2,4 et 0,9 pour x égal à
- a) 0,3 b) 3 c) 0,54.
- 3) Les nombres 1 ; 2 ; 3 sont respectivement proportionnels à
- a) 4 ; 5 ; 6 b) 4 ; 8 ; 10 c) 4 ; 8 ; 12.
- 4) Pour parcourir 200 Km à la vitesse moyenne de 80 Km/h une voiture met
- a) 3 heures b) 2h30 c) 1h30.
- 5) Les dimensions réelles d'un stade de rugby sont 144 m de longueur et 70 m de largeur. L'échelle utilisée sur un plan est 1/4000. La longueur, en cm, du stade sur le plan est
- a) 3,6 b) 36 c) 3600.
- 6) Sur une carte routière à l'échelle 1/1 000 000, 1 cm représente
- a) 100 m b) 1 Km c) 10 Km.
- 7) Sur 1500 personnes qui ont passé un concours, 720 sont reçues. Le pourcentage de réussite est :
- a) 52% b) 48% c) supérieur à 52%.
- 8) 12,2 représente 20% de
- a) 122 b) 1,5 c) 61.
- 9) Le prix hors taxe d'un article est de 75 dinars. Le taux de TVA est 18%. Le prix taxe comprise, de cet article est
- a) 88,500 dinars b) 93 dinars c) 61,500 dinars.

Enoncé 2

Recopier et compléter.

- a) 40% de 120 est égal à ... ; b) 0,03% de 412 est égal à ...
- c) 15% de ... est égal à 3 ; d) 15% de ... est égal à 9
- e) ...% de 80 est égal à 2 ; f) ...% de 80 est égal à 4

Énoncé 3

Répondre par vrai ou faux.

- a) Les nombres 5 ; 14 ; 28 sont respectivement proportionnels à 11,5 ; 32,2 ; 64.
- b) La voiture de Samir rejette 2,3 Kg de gaz carbonique (CO₂) par litre d'essence consommé.
La masse de CO₂ rejetée pour 20 litres d'essence consommés est de 46 Kg.
- c) Sur une carte routière 1 cm représente 450 m, l'échelle est donc 1/45000.
- d) Si on augmente la longueur et la largeur d'un rectangle de 20%, alors l'aire du rectangle augmentera de 20%.
- e) Une réduction de 10% suivie d'une autre réduction de 30%, donnent une réduction de 40%.

Exercice 1

Recopier les tableaux suivants et les compléter pour qu'ils soient des tableaux de proportionnalité.

1	2		10	
	7	56		63

0,75	3		39	
	4	48		84

Exercice 2

Une chaîne de fabrication dans une usine de chaussures de football, produit 80 paires de chaussures en 2 heures.

- a) Combien de paires de chaussures cette chaîne produit elle en 3 heures ? En 5 heures ?
- b) Combien de temps faut-il pour produire 1000 paires de chaussures ?

Exercice 3

Déterminer x, y, z et t.

- a) $\frac{7}{10} = \frac{x}{8}$; b) $\frac{3.6}{3} = \frac{y}{14.4}$
- c) $\frac{6}{9.6} = \frac{9}{z}$; d) $\frac{22}{t} = \frac{5.5}{11}$

Exercice 4

Un conducteur d'une voiture veut accomplir un trajet de 480 Km en 6 heures.

- a) Quelle doit être sa vitesse moyenne ?
- b) Quel cas, parmi les suivants, indique que le conducteur ne roule pas à la vitesse moyenne désirée ?
 - i) La distance parcourue, en 2 heures, est de 160 Km.
 - ii) La distance parcourue, en 2 heures 30 minutes, est de 200 Km.
 - iii) La distance parcourue, en 3 heures, est de 240 Km.
 - iv) La distance parcourue, en 4 heures 30 minutes, est de 310 Km.
- c) Le conducteur parvient il à accomplir le trajet en 6 heures ?
(La vitesse est limitée à 90 km/h sur les routes et 110 Km/h sur les autoroutes).

Exercice 5

Dans le tableau suivant, on a converti quelques températures du degré Celsius en degré Fahrenheit.

Température (en °C)	1	10	20	30
Température (en °F)	33,8	50	68	86

a) Le tableau précédent est-il un tableau de proportionnalité ?

b) La formule qui permet de convertir la valeur d'une température donnée en degré Fahrenheit en degré Celsius est

$$C = \frac{5 F - 160}{9}$$

, où C et F sont les températures données respectivement en degré Celsius et en degré Fahrenheit.



Recopier le tableau suivant et le compléter:

Température (en °F)	0	1	10	32	100
Température (en °C)					

On arrondira les résultats au centième.

c) Etablir la formule de conversion de degré Celsius en degré Fahrenheit. Convertir en degré Fahrenheit 0°C ; 40°C ; 100°C ; 150°C.

Exercice 6

Sachant que 1 mile = 1609,344 m, convertir les distances suivantes en m (mètre) et en Km (kilomètre) : 10 miles, 100 miles, 125 miles.

Exercice 7

La vitesse de la lumière dans le vide est $c = 299\,792\,458$ mètres par seconde (m/s). Donner cette vitesse en kilomètres par heure (Km/h).

Exercice 8

L'administration d'un festival de musique a proposé au public trois tarifs, selon le nombre de spectacles à assister.

Nombres de spectacles	1	5	10
Prix (en dinars)	10	50	80

Le prix est-il proportionnel au nombre de spectacles ?

Exercice 9

Un ascenseur d'un gratte-ciel peut monter 40 étages en 45 secondes.

Combien cet ascenseur peut-il monter d'étages en 9 secondes ?

Exercice 10

a) Une étude faite en Juillet 2009 a montré qu'il y a dans le monde 5 milliards d'abonnés au téléphone mobile, soit environ 72,7% des habitants.

Quelle était la population mondiale en 2009 ? (on donnera un arrondi au millième).

b) En 2012, la population de la chine est environ 19% de la population mondiale qui est estimée à 7 040 000 000 personnes.

Donner une estimation de la population de la chine.

Exercice 11

Un tournoi de volleyball est organisé chaque année. Le nombre de joueurs participants, cette année représente 125% du nombre de participants de l'année dernière qui était 28.

a) Combien de joueurs vont participer au tournoi cette année ?

b) Les organisateurs ont remarqué que le tournoi attire de plus en plus de joueurs et ils prévoient, pour l'année prochaine, une participation de 200% par rapport à cette année.

Déterminer le nombre prévu de joueurs participants l'année prochaine.

Exercice 12

Est-ce que le pourcentage d'augmentation du prix d'un article de 50 dinars à 70 dinars

est le même que le pourcentage de réduction de 70 dinars à 50 dinars ?

Exercice 13

En escrime la longueur de la lame d'une épée est de 90 centimètres et elle représente 82% de sa longueur totale.

Déterminer une valeur approchée en centimètres et par excès de la longueur total de cette épée.

Exercice 14

Un magasin solde tous ses articles avec un même taux de réduction.

Un article marqué avant les soldes 380 Dinars est désormais vendu 323 Dinars.

1) Quel est le pourcentage de la réduction?

2) Combien sera vendu un article dont le prix avant les soldes est de 521 Dinars ?

3) Quel était le prix d'un article avant les soldes s'il est vendu pendant les soldes à 494,7 Dinars ?

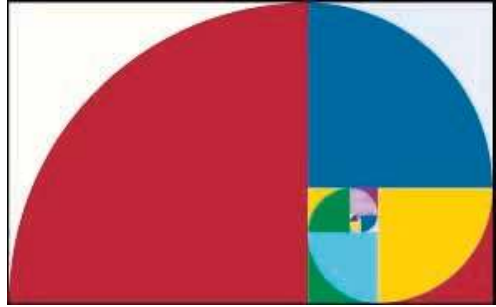
Exercice 15

Le propriétaire d'un restaurant a augmenté les tarifs de 15%. Après quelques mois, il a remarqué que ses affaires ralentissent, il a décidé de réduire les tarifs courants de 15%.

Est-ce que les plats du menu ont retrouvé leurs tarifs d'origine ?

Proportion d'or

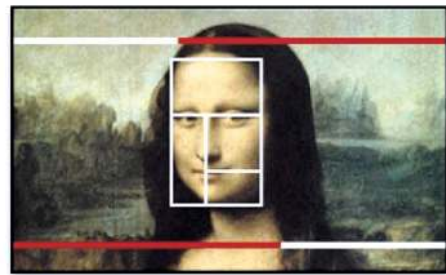
En géométrie un rectangle d'or est un rectangle tel que $\frac{a+b}{b} = \frac{a}{b}$ où $a+b$ désigne la longueur du rectangle et a sa largeur. La valeur de cette proportion est nommée le nombre d'or et elle est notée le plus souvent φ . On a $\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ et une valeur approchée de φ est 1,618.



Considérons la liste des nombres : $1 ; 1 + \frac{1}{1} ; 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1}} ; 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1}}} ; \dots$ c'est-à-dire la liste qui

commence par 1 et telle que si x est un élément de la liste alors on obtient le suivant en ajoutant 1 à l'inverse de x . chaque élément de cette liste est une valeur approchée de φ plus précise que l'élément précédent.

Au moyen âge les mathématiciens Elkawarizmi et Abou Kamel proposent et résolvent des problèmes qui, exprimés avec le langage actuel, consistent à déterminer deux longueurs a et b telles que $\frac{a+b}{b} = \frac{a}{b}$.



Dans plusieurs domaines très variés, comme l'architecture, l'archéologie, la biologie, l'astronomie, la musique la peinture et d'autres, on trouve des grandeurs qui respectent la proportion d'or. En anatomie humaine certains croient trouver la proportion d'or dans des rapports de longueurs de quelques partie du corps humain par exemple le rapport de la longueur totale du corps par la longueur pieds-nombril ou encore le rapport de la deuxième phalange à la première. D'autres rétorquent que ces rapports sont imprécis et différent d'un être humain à un autre et que pour l'anatomie médicale l'essentiel est de déterminer les limites de ces rapports qui, si elles sont dépassées deviennent pathologiques.

On peut à ce propos se demander si l'existence de rapports qui respectent la proportion d'or à une incidence sur la performance sportive d'un athlète.

Activité 1

Répondre par vrai ou faux.

1) $\sqrt{3}(2 + \sqrt{3}) = 3 + 2\sqrt{3}$.

2) $-4(1 + \frac{\pi}{2}) = -2(2 + \pi)$.

3) $a^2 - a = a$.

4) $a - (b - c) = a - b + c$.

5) $4 + \sqrt{2} < 5 + \sqrt{2}$.

6) $-2\sqrt{5} < -3\sqrt{5}$.

7) Si $a < b$ alors, $a - \frac{3}{4} < b - \frac{3}{4}$

8) Si $-2a + 5 < -2b + 5$ alors $a < b$.

Activité 2

Pour chacune des questions, choisir la (ou les) bonne(s) réponse(s) en A, B, C.

	A	B	C
$2 - (\pi + \sqrt{5})$	$2 - \pi - \sqrt{5}$	$2 - \pi + \sqrt{5}$	$(2 - \pi) - \sqrt{5}$
Si $a = 3$ et $b = -3$ alors, $a^2 + b^2 =$	0	12	18
Le nombre $a = -3$ vérifie	$a + 4 < 3$	$2a < -5$	$-2a - 1 > 0$
Si $a < 4$, alors	$a - 4 > 0$	$0,1 a < 0,4$	$-3a < -12$
Si $5a < -10$, alors	$a \neq 2$	$a > 2$	$a < -2$
$x < -1$ signifie	$x \in] - ; -1]$	$x \in] -\infty ; -1 [$	$x \in] -1 ; +\infty [$

I] Expressions algébriques

1) Expressions algébriques

Activité 1

Sara fait un épargne pour acheter un ordinateur. Elle a déjà la somme de 150 dinars et elle compte épargner 35 dinars par mois.

- 1) Déterminer le montant qu'elle aura, après m mois.
- 2) Déterminer le montant qu'elle aura, après 12 mois.

Vocabulaire

$35m + 150$ est une **expression algébrique**. La lettre m est une **variable réelle** dans cette expression.

Remarques

La lettre m peut être remplacée par n'importe quelle autre lettre.

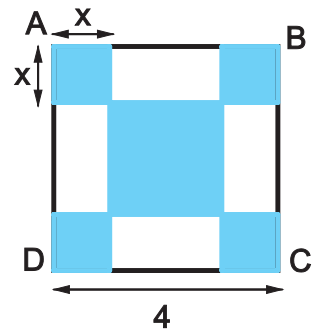
Si on remplace dans l'expression algébrique $35m + 150$ la variable m par un réel, on obtient une expression numérique. Pour $m = 12$ on obtient l'expression numérique : $35 \times 12 + 150$.

Activité 2

Dans la figure ci-contre ABCD est un carré de côté 4 et à chaque coin de ce carré est construit un carré de côté x , où x est un réel tel que $0 \leq x \leq 2$.

On note A l'aire de la partie colorée.

- a) Calculer A en fonction de x de deux façons différentes.
- b) Donner la valeur de A pour $x = 0$ puis pour $x = 2$.
- c) Utiliser l'expression la plus adaptée pour donner la valeur de A pour $x = \sqrt{3}$.



Activité 3



On se propose d'utiliser une calculatrice scientifique pour calculer la valeur numérique de l'expression algébrique $A = \frac{3x^2 + 5}{x + 1}$, pour des réels x donnés.

On commence par écrire A en suivant la séquence ci-dessous (qui diffère légèrement d'une calculatrice à une autre).

(3 × 2ndF RCL x x² + 5) ÷ (2ndF RCL x + 1)

Appuyer ensuite sur 2ndF ALGB

La variable x clignote et un point d'interrogation apparait sur l'écran.

Ecrire alors la valeur de x désirée, par exemple 3.

Ensuite appuyer sur la touche $\boxed{=}$ de la calculatrice. Le résultat affiché est 8.

Pour introduire une autre valeur de x, appuyer encore une fois sur $\boxed{2ndF}$ \boxed{ALGB}

Ecrire une nouvelle valeur de x par exemple 0.00004. Le résultat affiché est 4,999800013, qui est un arrondi et non pas le résultat exact.

Recopier le tableau et le compléter en utilisant la calculatrice.

X	10^9	- 0,0000005	- 0,99999
A			

Exercice 1

L'aire d'un disque est égale au produit de π et le carré du rayon de ce disque.

- 1) Ecrire une expression algébrique qui donne l'aire d'un disque.
- 2) Déterminer l'aire d'un disque de rayon 7 cm. Donner un arrondi au centième de cette aire.

Exercice 2

Donner la valeur de chacune des expressions algébriques A, B, C, D et E, pour le(s) réel(s) indiqué(s).

$$A = -\frac{3}{2}x + 5 \quad ; \quad x = 4$$

$$B = 2t^2 - 3t + 1 \quad ; \quad t = 1$$

$$C = 9 - \frac{2}{y+3} \quad ; \quad y = -1$$

$$D = \frac{u^2 + 5v}{1 + uv} \quad ; \quad u = 0,25 \text{ et } v = -2$$

$$E = 2(p + 3q - 4) + 5q(2p - q) \quad ; \quad p = 2 \text{ et } q = -1.$$

Exercice 3

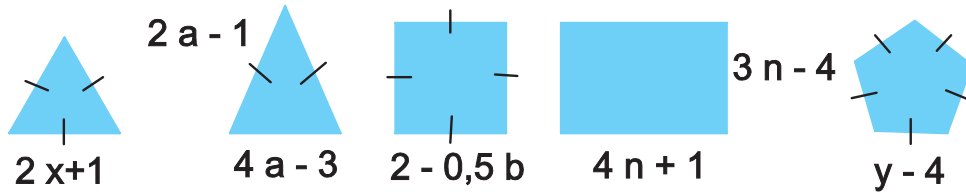
Baha a 55 CD de musique et il a décidé d'acheter n CD par mois.

- 1) Ecrire une expression algébrique qui donne le nombre total de CD que Baha aura après 18 mois.
- 2) Déterminer le nombre total de CD que Baha aura après 18 mois, si $n = 2$.

2) Opérations sur les expressions algébriques

Activité 4

1) Trouver le périmètre de chacune des figures suivantes.



2) Calculer les valeurs des périmètres des figures précédentes pour $x = 3$; $a = 1,25$;
 $b = 0,5$; $n = 1,5$ et $y = 4$.

Activité 5

On considère les expressions algébriques suivantes :

$$A = 5x - 2 \quad ; \quad B = x + 1 \quad \text{et} \quad C = 2x^2 + 3.$$

- 1) Déterminer les expressions algébriques $A+B$; $A-B$; $2A$; $A+C$ et $3A+2C$.
- 2) Déterminer $A \times B$ et $B \times C$.
- 3) Calculer les valeurs des expressions $3A+2C$; $A \times B$ et $B \times C$, pour $x = 0$ et $x = -1$.

Les opérations sur les expressions algébriques sont des extensions des opérations sur les nombres réels.

3) Identités remarquables

Activité 6

1)a) Calculer $(2+5)^2$ et $2^2 + 5^2$.

b) Soient a et b deux réels.

Les nombres $(a+b)^2$ et $a^2 + b^2$ sont-ils égaux ?

2)a) Observer la figure ci-contre et exprimer l'aire du carré ABCD de deux façons différentes.

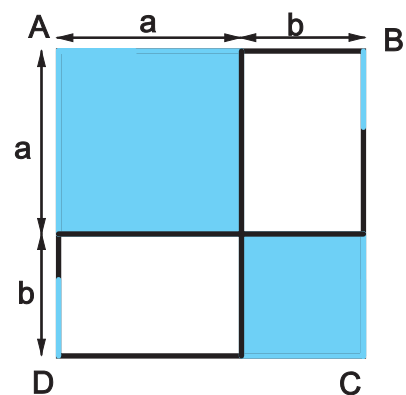
Recopier et compléter : $(a+b)^2 = a^2 + \dots$

b) Développer et réduire $(a+b) \times (a+b)$.

3) Soit x un réel. Développer et réduire $(x+3)^2$ et $(2x+5)^2$.

4)a) En remarquant que $a-b = a+(-b)$, déterminer $(a-b)^2$.

b) Développer et réduire $(x-1)^2$ et $(3x-4)^2$.



Activité 7

1) Développer $(1000 - 2)(1000 + 2)$.

Sans utiliser la calculatrice déduire le produit 998×1002 .

2) Soit a et b deux réels.

Développer et réduire $(a + b)(a - b)$.

3) Développer et réduire $(x - 9)(x + 9)$ et $(x + 4y)(x - 4y)$.

Rappel

Pour tous réels a et b .

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 ;$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 ;$$

$$(a - b)(a + b) = a^2 - b^2.$$

Exercice 4

Développer et réduire les expressions suivantes :

$$(3a + 0,5)^2 ; \left(\frac{3}{4} + \sqrt{5}\right)^2 ; \left(\frac{1}{2}x - 3\right)^2 ; (2a - 3b)^2 ;$$

$$(7 - \sqrt{2})^2 ; (1 - \sqrt{2})(1 + \sqrt{2}) ; (3 - 2\sqrt{5})(3 + 2\sqrt{5}).$$

Exercice 5

Calculer mentalement.

$$101^2 ; 999^2 ; 491 \times 509 ; 1001^2 - 1000^2 ; 651^2 - 649^2.$$

Activité 8

Soient a et b deux réels positifs tels que $a \neq b$.

a) Développer $(a - \sqrt{b})(a + \sqrt{b})$.

Recopier et compléter $\frac{1}{a + \sqrt{b}} = \frac{\dots}{(a + \sqrt{b}) \times \dots} = \frac{\dots}{a^2 - b}$.

b) Ecrire sous forme d'une fraction dont le dénominateur est un entier relatif.

$$\frac{\sqrt{6}}{2 + \sqrt{11}} ; \frac{7}{\sqrt{2} - \sqrt{3}} ; \frac{1}{2\sqrt{5} - 4}.$$

Rappel

Pour tous réels positifs a et b ,

$$(a - \sqrt{b})(a + \sqrt{b}) = a^2 - b.$$

Vocabulaire

On dit que $a + \sqrt{b}$ et $a - \sqrt{b}$ sont **des conjugués**. Le **conjugué** de $a + \sqrt{b}$ est $a - \sqrt{b}$.

Exercice résolu 1

Sans utiliser une calculatrice, comparer les quotients $\frac{9999}{10000}$ et $\frac{10000}{10001}$.

Solution

Le produit des termes extrêmes :

$$9999 \times 10001 = (10000 - 1) \times (10000 + 1) = 10000^2 - 1 < 10000^2.$$

D'où $9999 \times 10001 < 10000^2$

Par suite $\frac{9999}{10000} < \frac{10000}{10001}$.

Exercice 6

x et y sont deux réels tels que $x + y = 40$ et $xy = 391$.

1) Calculer $x^2 + y^2$.

2) En déduire la valeur de $\frac{x}{y} + \frac{y}{x}$.

4) Factorisation**Activité 9**

1) Soient a , b et c des réels.

Recopier et compléter $c \times a + c \times b = c \times (\dots + \dots)$ et $c \times a - c \times b = c \times (\dots - \dots)$.

2) Factoriser les expressions suivantes.

$6x + 12$; $5t + 6t$; $4ab - 5a$; $8m^2 - 2m$; $3xyz + 9xz$.

Rappel

Pour tous réels a , b et c

$ca + cb = c(a + b)$ et $ca - cb = c(a - b)$

Exercice 7

Factoriser les expressions suivantes.

$A = (2x + 3)(5x + 4) + (2x + 3)(x - 1)$; $B = (x + 2)\left(\frac{3}{4}x + 1\right) - (x + 2)(5x + 6)$;

$C = 24x^2 + 16x$; $D = (8x - 3)^2 + (8x - 3)(1 + 5x)$; $E = x^2 + 2x + \sqrt{3}(x + 2)$.

Exercice 8

Factoriser les expressions suivantes.

$F = x^2 + 12x + 36$; $G = t^2 - 9$; $H = a^2 - 4a + 4$; $I = 4y^2 + 12y + 9$; $J = \frac{1}{4}a^2 - \frac{9}{16}b^2$.

5) Simplification d'une expression algébrique**Activité 10**

1) Soient a , b et c des réels.

Recopier et compléter $c \times (a + b) = \dots + \dots$ et $c \times (a - b) = \dots - \dots$

2) Développer et réduire les expressions suivantes.

$3(x + 2)$; $\sqrt{2}(x - 5)$; $3x\left(x + \frac{5}{6}\right)$; $(x - 2)(x + \sqrt{3})$; $\frac{-2}{3}(x + 1)(2x + 4)$.

Exercice 9

On considère l'expression $E = (x - 3)^2 - (x - 1)(x - 2)$.

- Développer et réduire l'expression E.
- Déduire, sans calculatrice, le résultat de $99\,997^2 - 99\,999 \times 99\,998$.

Exercice 10

Développer puis réduire.

$$-2x(x^2 - 2y + 1) - x(-4xy + y); \quad 6x^2(x + 1) - 2x(3x^2 + x + 4).$$

$$(x - 1)^2 + 6x(3 - x) \quad ; \quad 2(y + 5)(y - 5) + (2y + 3)^2.$$

II] Equations du premier degré à une inconnue**1) Equations du premier degré à une inconnue****Activité 11**

Un centre esthétique propose un programme d'amincissement se basant sur un régime spécial et faisant perdre 1,5 Kg par semaine.

Une personne, qui pèse 120 Kg, a décidé de suivre ce programme d'amincissement.

- Exprimer le poids final de cette personne après avoir suivi le programme pendant t semaines.
- Le poids idéal de cette personne, en tenant compte de sa taille, est de 75 Kg.
Combien faut-il de semaines, en suivant ce programme, pour que cette personne parvienne à son poids idéal ?

Définition

a et b étant deux réels donnés, avec $a \neq 0$.

L'équation $ax + b = 0$, où x est l'inconnue, est appelée équation du premier degré à une inconnue.

Remarques

Pour $t = 30$, $-1,5t + 45 = 0$. On dit que 30 est une **solution** de l'équation $-1,5t + 45 = 0$.

Résoudre dans \mathbb{R} , une équation à une inconnue x, c'est déterminer toutes les valeurs de x qui vérifient l'égalité proposée. Ces valeurs sont appelées **solutions** de l'équation.

Activité 12

Au neuvième siècle le mathématicien arabe Al Khawarizmi a regroupé dans un même ouvrage les différentes techniques de calcul. Al Khawarizmi a intitulé son livre « Al Jabar wa al muqabala », dans lequel il a énoncé trois règles qui permettent de passer d'une équation à une équation plus simple, ayant même ensemble de solutions :

- La règle al jabr (R1) permet de changer de membre, un nombre à soustraire ;
- La règle al muqabala (R2) consiste à supprimer les termes égaux dans chaque membre ;
- La règle al hatt (R3) consiste à diviser les deux membres par un même nombre.

1) Ci-dessous, la résolution dans \mathbb{R} , d'une équation. Citer, à chaque étape, la règle utilisée.

$$6x - 5 = 2x$$

équivalent à $6x = 2x + 5$

équivalent à $4x = 5$

équivalent à $x = \frac{4}{5}$.

Deux équations sont dites équivalentes si elles ont le même ensemble de solutions.

2) Résoudre dans \mathbb{R} , chacune des équations suivantes.

$$\frac{1}{2}x - 1 = 0 \quad ; \quad 6 - x = 5x - 2 \quad ; \quad x + 7 = x - 1.$$

3) Soient a et b deux réels, avec $a \neq 0$. On considère l'équation $ax + b = 0$.

Résoudre dans \mathbb{R} , l'équation $ax + b = 0$.

Théorème

a et b étant deux réels donnés, avec $a \neq 0$.

L'équation $ax + b = 0$, où x est l'inconnue, admet

dans \mathbb{R} , une unique solution $x = -\frac{b}{a}$.

Remarque

Une équation du premier degré à une inconnue peut avoir une unique solution ou aucune solution (exemple : $x + 1 = x + 2$).

Exercice 11

Résoudre dans \mathbb{R} , les équations suivantes.

$$5x - 2 = 3 \quad ; \quad 0,25x + 6,2 = -1,8 \quad ; \quad 13 + 7x = -x + 27 \quad ; \quad \frac{3}{4}x + 1 = \frac{-2}{5}x + 3.$$

Exercice 12

Dans chacun des cas suivants, sans résoudre l'équation, vérifie si les nombres 0 ; 1 et - 1 sont solutions ou non.

$$4(x + 1) + 2 = 6 \quad ; \quad 3x + 6 = 1 - 2x \quad ; \quad \frac{3}{4}x + \sqrt{2} = \frac{-1 + 4\sqrt{2}}{4}.$$

Activité 13



On se propose d'utiliser un tableur pour résoudre dans \mathbb{R} , des équations du premier degré.

	C2		f_x	$=-B2/A2$
	A	B	C	D
1	a	b	solution	
2	-4	3	0,75	
3				

Ouvrir une feuille de calcul dans un tableur.

Dans la cellule A1 taper a et dans la cellule B1 taper b et dans la cellule C1 taper « solution » (ces trois cellules sont fixes).

Dans la cellule A2 taper un nombre différent de zéro (-4, dans l'exemple), dans la cellule B2 taper un autre nombre (3, dans l'exemple) et dans la cellule C2 taper la formule qui donne la solution de l'équation $ax + b = 0$, à savoir $=-B2/A2$.

Changer a et b pour proposer une nouvelle équation et trouver sa solution.

Exercice résolu 2

Une personne a déposé dans une banque, la somme de 12 000 dinars. Un montant de cette somme était déposé dans un compte avec un taux d'intérêt annuel de 5% et le reste dans un compte bloqué avec un taux d'intérêt annuel de 9%.

Après un an le total des intérêts est de 700 dinars.

Comment cette personne a-t-elle répartie la somme de 12 000 dinars sur les deux comptes.

Solution

Soit m le montant qui a été déposée dans un compte avec un taux d'intérêt annuel de 5%.

Donc le reste de la somme est $12000 - m$ et il a été déposé avec un taux de 9%.

Le total des intérêts est $0,05 m + 0,09 (12000 - m) = 700$.

On résout l'équation : $0,05 m + 0,09 (12000 - m) = 700$

$$\text{équivalent à } 0,05 m - 0,09 m + 0,09 \times 12000 = 700$$

$$\text{équivalent à } -0,04 m = 700 - 0,09 \times 12000$$

$$\text{équivalent à } -0,04 m = -380$$

$$\text{équivalent à } m = \frac{380}{0,04} = 9500$$

La personne a déposé 9500 dinars dans un compte avec un taux d'intérêts de 5% et le reste qui est 2500 dinars dans un compté bloqué avec un taux d'intérêts de 9%.

Exercice 13

ABCD est un rectangle tel que $AB = 12$ cm et $AD = 5$ cm. M un point du segment [DC].

On pose $x = DM$. Déterminer x pour que l'aire du triangle BCM soit le double de l'aire du triangle ADN.

Exercice 14

Une équipe de basket-ball a réussi 26 paniers d'un point, 23 paniers de 2 points et elle a marqué au total 99 points. Combien de paniers de 3 points cette équipe a marqué ?

Exercice 15

Bacem et Sami ont pris la même route pour se diriger vers la même ville à 630 Km de leur point de départ. Sami roule à une vitesse moyenne de 70 Km/h. Bacem a fait le départ après une heure de Sami et il roule à 90 Km/h.

- 1) Il faut combien de temps pour Bacem afin de croiser Sami sur la route ?
- 2) Sami arrivera à la ville désirée, après combien de temps que Bacem ?

2) Equations se ramenant à des équations du premier degré à une inconnue

Activité 14

Résoudre dans \mathbb{R} , les équations suivantes.

a) $(x + 3)(x - 2) = 0$; b) $(4x - 3)(7 - 6x) = 0$

c) $(x - \sqrt{3})(\frac{1}{2}x - 1) = 0$; d) $5x(x + 2)(8x - 1) = 0$.

a et b deux réels.

a b = 0 équivaut à a = 0 ou b = 0.

Exercice 16

1) Soit $A = (t + 4)(t - 5) - 2(t+4)$.

Factoriser A puis résoudre dans \mathbb{R} , l'équation $A = 0$.

2) Résoudre les équations : $x^2 - 4 = 0$; $x^2 - 6x + 9 = 0$; $(\frac{2}{3}x + 1)(x - 1) = 4x(\frac{2}{3}x + 1)$.

Exercice 17

Déterminer le côté d'un carré dont l'aire et le périmètre sont égaux.

III] Inéquations du premier degré à une inconnue

1) Inéquations du premier degré à une inconnue

Activité 15

Le salaire mensuel d'un vendeur est de 500 dinars. A ce salaire s'ajoute 1% du montant des ventes qu'il a réalisé durant le mois.

Quel doit être le montant mensuel des ventes pour que le salaire du vendeur soit supérieur à 800 dinars ?

Définition

a et b étant deux réels donnés, avec $a \neq 0$.

Les inéquations $a x + b < 0$, $a x + b \leq 0$, $a x + b > 0$, $a x + b \geq 0$, où x est l'inconnue, sont appelées inéquations du premier degré à une inconnue.

Remarque

Pour résoudre dans \mathbb{R} , une inéquation on procède de la même façon que pour les équations. Si, lors de la résolution, on est amené à multiplier ou diviser les membres de l'inéquation par un nombre négatif, le sens de l'inégalité change.

Exercice 18

$$x - 2 \geq 4 - 3x \quad ; \quad -2x \geq 5 \quad ; \quad \frac{x+1}{2} \leq \frac{x-3}{4} \quad ; \quad \sqrt{2}x + 2 < x + 3 \quad ; \quad 3x + 4 \geq 3x + 1.$$

Exercice 19

Soit l'inéquation $2(-x + 3) - 5 \geq 0$.

a) 2 est-elle une solution de cette inéquation ?

b) Résoudre dans \mathbb{R} , l'inéquation et représenter sur la droite réelle l'ensemble de solution.

Exercice 20

Un club de football propose deux tarifs pour assister à ses matches.

Formule 1 : payer sa place au prix normal, soit 8 dinars par match.

Formule 2 : prendre un abonnement pour la saison (15 matches), soit 72 dinars.

Déterminer le nombre minimum de matches qu'un supporter doit assister pour que la formule 2 soit moins coûteuse que la formule 1.



Exercice 21

Un champ rectangulaire a pour longueur $10x - 6$ mètres et pour largeur $5x - 3$ mètres.
Déterminer les dimensions du champ pour que son périmètre soit au moins 1182 m.

2) Signe d'un binôme du premier degré

Activité 16

a et b étant deux réels donnés, avec $a \neq 0$.
L'expression algébrique $a x + b$ est appelée binôme du premier degré.

1) Soit le binôme du premier degré $3x - 2$.

a) Résoudre dans \mathbb{R} , l'inéquation $3x - 2 \geq 0$.

b) En déduire l'ensemble de solution de l'inéquation $3x - 2 < 0$.

c) On se propose de résumer le signe, suivant x, de $3x - 2$ dans un tableau.

Recopier le tableau ci-dessous et le compléter.

x	$-\infty$		$2/3$		$+\infty$
$3x - 2$		-	0	+	

2) Procéder de la même façon pour déterminer le signe de $-2x + 4$.

Signe d'un binôme du premier degré

x	$-\infty$		$-b/a$		$+\infty$
$a x + b$		signe de (-a)	0	signe de a	

Exercice 22

Déterminer le signe des binômes $\frac{3}{4}x + 2$ et $-\sqrt{2}x + 1$.

Enoncé 1

Répondre par vrai ou faux.

1) Pour $x = 1$, l'expression $A = (x + 2)(x - 1)$, prend la valeur 3.

2) $(1 + \sqrt{3})^2 = 1^2 + (\sqrt{3})^2 = 4$.

3) $\sqrt{3} - \sqrt{2}$ et $\sqrt{3} + \sqrt{2}$ sont des inverses.

4) $2x^2 + 12x + 9 = (2x + 3)^2$.

5) $(\frac{4}{5}a + 1)(1 - \frac{4}{5}a) = \frac{16}{25}a^2 - 1$.

6) $\frac{2}{3 - \sqrt{5}} = \frac{3 + \sqrt{5}}{2}$.

Enoncé 2

Recopier et compléter pour avoir une identité remarquable.

$$x^2 + \dots + 16 = (\dots + \dots)^2 \quad ; \quad \frac{y^2}{4} + y + \dots = (\dots + \dots)^2 ;$$

$$z^2 - 2\sqrt{3}z + \dots = (\dots - \dots)^2 \quad ; \quad \frac{4}{9}t^2 - \dots + 36 = (\dots - \dots)^2.$$

Enoncé 3

Reproduire les deux tableaux A et B, ci-dessous, et associer à chaque expression du tableau A sa factorisation dans le tableau B.

A

1)	$x^2 - 5$
2)	$4x^2 - 5$
3)	$\sqrt{5}x^2 - 5x$
4)	$4x^2 + 20x + 16$

B

a)	$(2x - \sqrt{5})(2x + \sqrt{5})$
b)	$5x(x - 1)$
c)	$(x - 5)(x + 5)$
d)	$(2x + 4)^2$
e)	$(x - \sqrt{5})(x + \sqrt{5})$
f)	$\sqrt{5}x(x - \sqrt{5})$
g)	$4(x + 1)(x + 4)$
h)	$(2x - 5)(2x + 5)$

Enoncé 4

Répondre par vrai ou faux.

- 1) L'équation $\frac{3}{2}x - 1 = 0$ est équivalente à l'équation $3x - 2 = 0$.
- 2) -3 est solution de l'équation $-2x - 6 = 0$.
- 3) $\frac{5}{4}$ est solution de l'équation $\frac{4}{5}x = 0$.
- 4) l'ensemble de solutions de l'équation $(2 - x)(1 + 2x) = 0$ est $\{2; -\frac{1}{2}\}$.
- 5) Le binôme $4 - x$ est négatif sur $] -\infty ; 4[$.

Enoncé 5

Pour chaque question, indiquer la bonne réponse.

- 1) La solution de l'équation $\frac{3x-2}{5} = x$ est
 - a) 1
 - b) $\frac{1}{5}$
 - c) -1 .
- 2) -2 est une solution de l'équation
 - a) $2x(x+1) = 0$
 - b) $x^2 + 4 = 0$
 - c) $(x+2)(3x-1) = 0$.
- 3) L'équation $x^2 - 16 = 0$ a pour solution(s)
 - a) 8
 - b) 4 et -4
 - c) 4.
- 4) L'ensemble de solutions de l'inéquation $-2x + 3 < -2$ est
 - a) $] -\infty ; \frac{5}{2}[$
 - b) $] \frac{-5}{2} ; +\infty[$
 - c) $] \frac{5}{2} ; +\infty[$
- 5) L'ensemble de solutions de l'inéquation $-3x > 0$ est
 - a) \emptyset
 - b) $] -\infty ; 0[$
 - c) $] -\infty ; 0]$.
- 6) L'inéquation $-3x^2 > 0$ possède
 - a) aucune solution
 - b) une seule solution qui est 0
 - c) une infinité de solutions.
- 7) L'inéquation $4x + 3 \leq 3x + 2$ est équivalente à l'inéquation
 - a) $-x \leq -1$
 - b) $4x \leq 3x - 1$
 - c) $x \leq 5$.
- 8) Le graphique ci-dessous représente l'ensemble de solutions de l'inéquation



- a) $2x + 4 \leq 0$
- b) $-x + 5 < 2x - 1$
- c) $-3x + 6 \leq 0$.

Exercice 1

Déterminer la valeur de chacune des expressions suivantes, pour

$$x = \frac{12}{5} \text{ et } y = 8.$$

a) $3x - 2y$; b) $5xy$;
c) $\frac{3y}{x}$; d) $\frac{3x + 2y}{5x - y}$.

Exercice 2

On considère l'expression algébrique

$$A = (3x + 1)^2 + 16x^2 - 26x + 3.$$

- a) Développer et réduire A.
b) Montrer que A est un carré.

Exercice 3

Développer et réduire chacune des expressions suivantes, où a et b sont deux réels.

$$A = a - (2a + b) - b.$$

$$B = \sqrt{2}(a - 2) + 4(\sqrt{2} - a) + a(1 - \sqrt{2}).$$

$$C = 3 + b - (2a - b) - 2\left(3 - a + \frac{1}{2}b\right).$$

Exercice 4

Soit x un réel, pour chacun des cas suivants, développer et réduire les expressions A+B, A - B et A×B.

1) $A = 2x - \frac{1}{2}$ et $B = -x + 1$.

2) $A = \frac{x-1}{2}$ et $B = \frac{3x+1}{2}$.

3) $A = \frac{3x+2}{2}$ et $B = \frac{2x-3}{3}$.

Exercice 5

Soit x un réel, développer et réduire chacune des expressions suivantes.

$$A = x(x - 1) + (x + 3)^2 ;$$

$$B = (x + 1)^2 - x(2x - 1)^2 ;$$

$$C = (3x - 1)(3x + 1) - (x - 1)^2 ;$$

$$D = (-x - 1)(x - 1) + (x + 2)(2x - 1).$$

Exercice 6

Factoriser chacune des expressions suivantes.

$$A = (3x + 1)^2 + 5(3x + 1) ;$$

$$B = -3(x - 2)^2 + 2x - 4 ;$$

$$C = (x + 3)(5x + 6) - x - 3 ;$$

$$D = (2x + 3)^2 - (5x + 4)^2 ;$$

$$E = 9x^2 + 12x + 4.$$

Exercice 7

On considère les expressions algébriques suivantes :

$$A = x + 2 ; B = x - 1 \text{ et } C = x^2 + 3x.$$

1) Réduire les expressions algébriques

$$A - B + C \text{ et } 3A + 2B - 4C.$$

2) Développer et réduire

$$A \times B + 3C ; A^2 - 2C ; A^2 - B^2 \text{ et } 2B^2 - C.$$

Exercice 8

La somme de trois entiers naturels consécutifs est égale à 495.

Déterminer ces trois nombres.

Exercice 9

a) Factoriser l'expression $9x^2 - 4$.

b) Déduire une factorisation de l'expression

$$A = 9x^2 - 4 + (3x - 2)(5x + 1).$$

c) Résoudre l'équation $A = 0$.

Exercice 10

Mourad est plus âgé que Samir de 7 ans.

Après 20 ans, la somme de leurs âges sera

81 ans. Déterminer leurs âges.

Exercice 11

On dispose de 5 litres d'un jus, avec une concentration de jus d'oranges de 10% et de 15 litres du même jus, mais avec une concentration de jus d'oranges de 20%.

On mélange les deux quantités. Quelle est la concentration en jus d'oranges du mélange obtenu ?

Exercice 12

1) a) Développer l'expression $(x - 13)(x - 8)$.

b) Résoudre alors, l'équation :

$$x^2 - 21x + 104 = 0.$$

2) L'aire d'un rectangle est de 104 cm^2 et son périmètre est de 42 cm. Déterminer ses dimensions.

Exercice 13

Résoudre dans \mathbb{R} , les inéquations suivantes et représenter sur la droite réelle l'ensemble de solutions.

$$3x + 2 < 5 ; y + 1 \geq \frac{3}{4} ; -2z + 1 \leq -4 ; t - \frac{1}{2} > 0.$$

Exercice 14

Résoudre dans \mathbb{R} , les inéquations suivantes.

a) $\frac{2x - 5}{3} - \frac{3x + 1}{4} \geq \frac{11}{12}$.

b) $5 - 4(x + 2) \leq 7 + 5(2x - 1)$.

c) $0,35(x - 2) - 0,45(x + 1) > 8 + 0,15(x - 10)$.

Exercice 15

Le prix initial x d'un produit a subi une diminution de 20% puis une augmentation de 20%, son prix actuel est de 10,080 dinars. Montrer que x vérifie $0,96x = 10,08$, déterminer alors le prix initial du produit.

Exercice 16

975 mètres cubes d'eau sont nécessaires pour remplir une piscine olympique aux trois

huitièmes. Combien faut-il de mètres cubes d'eau pour la remplir aux quatre cinquièmes ?

Exercice 17

Un loueur de DVD propose deux formules :

- Abonnement annuel de 30 dinars et la location à 0,500 dinars le DVD.
- Pas d'abonnement et la location à 1,500 dinars le DVD.

Pour quel nombre de DVD loués en un an la formule sans abonnement est-elle la plus avantageuse ?

Exercice 18

Un javelot pour homme pèse 800 grammes et un javelot pour femme pèse 600 grammes. Une caisse contient des javelots pour femmes et des javelots pour hommes dont le nombre est le double de celui des femmes. Déterminer le nombre de javelots de chaque catégorie sachant que leur masse totale est 15,4 kilogrammes.

Exercice 19

Dans une classe de sport, un tiers des élèves ont choisi comme spécialité l'athlétisme, un quart ont choisi le football et les 10 élèves restant ont choisi la natation (chaque élève de la classe choisit une seule spécialité).

Quel est le nombre d'élèves de la classe ?

AL Khwarizmi

Il s'agit d'Abou Abdallah Mohammad bin Moussa al-Khwarizmi né vers 783 à Khwarizm (Ouzbékistan) et mort à Bagdad vers 850, un mathématicien, géographe, astrologue et astronome musulman perse dont les écrits, rédigés en langue arabe, ont permis l'introduction de l'algèbre en Europe.

Son livre *Al Kitab Al Mkhtassar Fi Al-jabr wal-Moukabala* traduit en latin sous le nom de *Liber algebrae et almucabala* par Robert de Chester (Ségovie, 1145), ce livre était également traduit par Gérard de Crémone. Il existe encore une copie arabe réservée à Oxford traduite en 1831, par F. Rosen est considéré comme une référence en matière d'algèbre.



Ce livre contient six chapitres, consacrés chacun à un type particulier d'équation. Il ne contient aucun chiffre. Toutes les équations sont exprimées avec des mots. Le carré de l'inconnue est nommé le carré ou mâl, l'inconnue est la chose ou shay, la racine est le jidhr, la constante est le dirham ou adäd. Le terme al-jabr fut repris par les Européens et devint plus tard le mot algèbre.

Algèbre (14^e siècle) vient de l'arabe *al jabr* utilisé par Al-Khwarizmi pour signifier *la transposition* (mot à mot *reboutement*, soit : *remise en place, réparation*) d'un terme d'un membre à l'autre d'une équation. Cette transposition se traduit essentiellement par l'ajout d'une même quantité dans les deux membres de l'équation afin d'éliminer les termes apparaissant en soustraction.

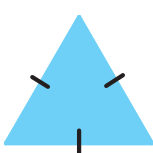
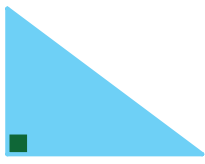
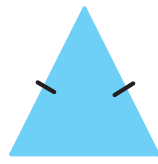


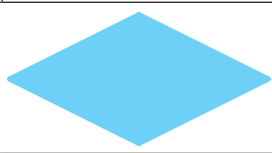


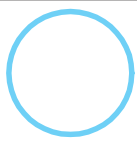
La mouqabala (*mouqabal = opposé, face à face*) est l'action consistant à supprimer les termes identiques dans les deux membres et à diviser éventuellement afin d'obtenir soit la solution (1^{er} degré) soit une équation normée (dont le coefficient en x^2 est 1) dans le cas du second degré.



Pour démarrer

Activité 1

Recopier le tableau suivant et le compléter par les noms des formes géométriques de la liste suivante : un losange, un cercle, un triangle isocèle, un rectangle, un triangle équilatéral, un carré, un triangle rectangle, un trapèze, un parallélogramme.

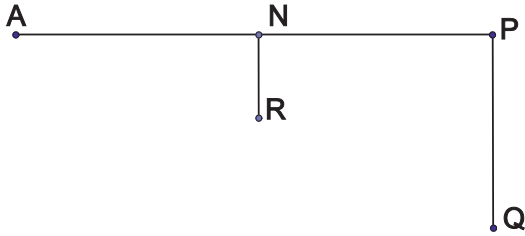
Activité 2

Pour chaque question, indiquer la bonne réponse.

- L'aire d'un triangle de base b et dont h est la longueur de la hauteur, correspondant à cette base, est
 - bh
 - $\frac{bh}{2}$
 - $2bh$.
- Un polygone qui possède quatre côtés s'appelle
 - un trapèze
 - un parallélogramme
 - un quadrilatère.
- Un quadrilatère dont les diagonales ont le même milieu et la même longueur et sont perpendiculaires est
 - un rectangle
 - un losange
 - un carré.
- Soit A et B deux points distincts donnés. I un point tel que $IA = IB$. On a
 - I est le milieu de $[AB]$
 - $I \in (AB)$
 - I appartient à la médiatrice de $[AB]$.
- I est le milieu du segment $[AB]$ signifie
 - $IA = IB$
 - I, A et B alignés et $IA = IB$
 - I, A et B alignés.

I] Théorème de Thalès

Activité 1



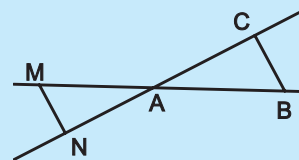
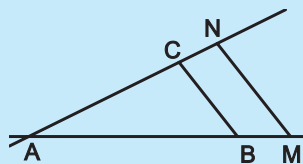
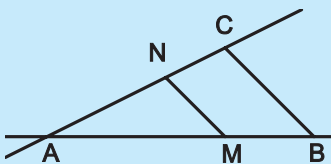
Dans la figure ci-dessus, [PQ] schématise la partie de la ligne de but située entre les deux poteaux, A est un point situé à 18 m de P, d'où on tire un coup-franc direct, [NR] schématise le mur de la défense placé parallèlement à la ligne de but et dont la longueur est de 3,2 m et tel que AN = 9,15 m. On suppose que le ballon se déplace à raz le sol. (Tous les résultats seront arrondis au centième)

- 1) Calculer la longueur de la partie de [PQ] protégée par le mur.
- 2) Justifier que la longueur minimale du mur pour que le but, schématisé par [PQ] long de 7,3 m, soit entièrement protégé est de 3,72 m.

Théorème de Thalès

Soient (AB) et (AC) deux droites sécantes en A. Soient M un point de (AB) et N un point de (AC).

Si les droites (MN) et (BC) sont parallèles alors $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$.



Remarque

Sous les hypothèses du théorème de Thalès, le tableau ci-dessous est un tableau de proportionnalité.

Côtés portés par (AB)	Côtés portés par (AC)	Côtés parallèles
↓	↓	↓
AM	AN	MN
AB	AC	BC

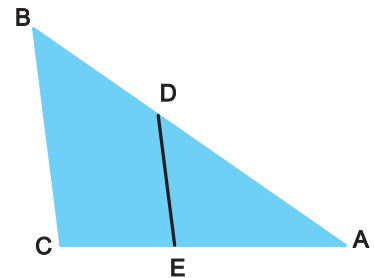
← Longueurs des côtés du triangle AMN
 ← Longueurs des côtés du triangle ABC

Activité 2

1) Dans la figure ci-contre, les droites (BC) et (DE) sont parallèles.

$AB = 4$; $AC = 3$; $AD = 2,4$ et $DE = 1,2$.

Calculer les longueurs AE et BC.

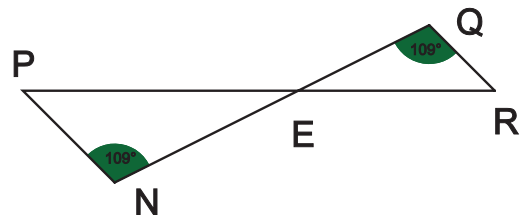


2) Dans la figure ci-contre, on a :

$\widehat{EQR} = \widehat{PNE} = 109^\circ$; $EQ = 1,5$; $EN = 2,5$ et

$NP = 1,5$.

Calculer QR.



Exercice 1

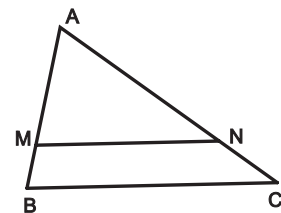
Dans la figure ci-contre, ABC un triangle et (MN) est parallèle à (BC).

a) On donne $AM = 4$; $AB = 5$ et $AN = 5$. Calculer AC.

b) On donne $AB = 12$; $AN = 8$ et $AC = 15$. Calculer AM.

c) On donne $AM = 3$; $AN = 3,5$; $BC = 6$ et $AB = 4$.

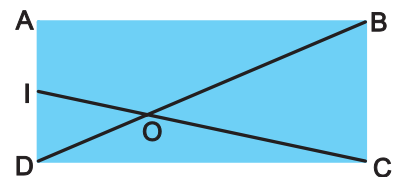
Calculer AC et MN.



Exercice 2

ABCD est un rectangle tel que $BC = 10$ cm. [DB] est une diagonale du rectangle et O est le point de [DB] tel que

$OD = \frac{1}{3}DB$. Calculer la longueur ID.



Exercice 3

ABCD est un parallélogramme tel que $AD = 5 \text{ cm}$ et $DC = 6 \text{ cm}$.

E est le point de (AD) qui n'appartient pas à $[AD]$ et tel que $AE = 3 \text{ cm}$.

La droite (EC) coupe (AB) en I.

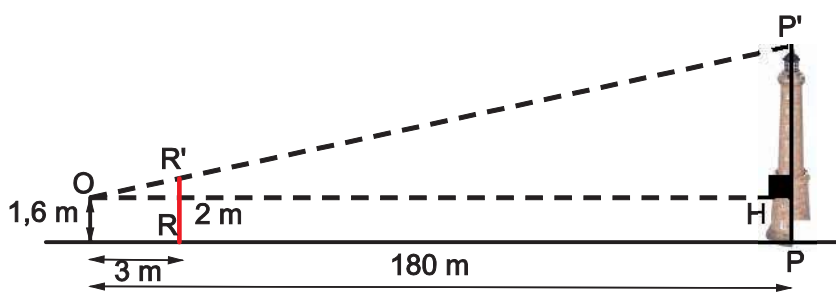
Calculer les longueurs IA et IB.

Exercice 4

On veut déterminer la hauteur PP' d'un phare. Pour cela on place verticalement une règle RR' de hauteur 2 m dans son alignement et on s'éloigne jusqu'à ce qu'elle semble être de la même hauteur que le phare. L'œil de l'observateur se trouve alors au point O.

La figure ci-dessous représente cette situation. Les droites (RR') et (PP') sont parallèles.

Calculer la hauteur PP' du phare.



Exercice 5

ABCD est un parallélogramme tel que $BC = 50 \text{ cm}$; $CD = 40 \text{ cm}$ et $AC = 75 \text{ cm}$.

O est le point de la droite (AC) tel que $OC = 30 \text{ cm}$ et O n'appartient pas à $[AC]$.

La parallèle à (CD) passant par O coupe (BC) en S et la parallèle à (BC) passant par O coupe (CD) en R.

1)a) Calculer CS et CR.

b) Montrer que ROSC est un parallélogramme.

2)a) On note h la longueur de la hauteur issue de A dans le triangle ACD.

Sachant que l'aire de ABCD est égale à 1700 cm^2 , déterminer h.

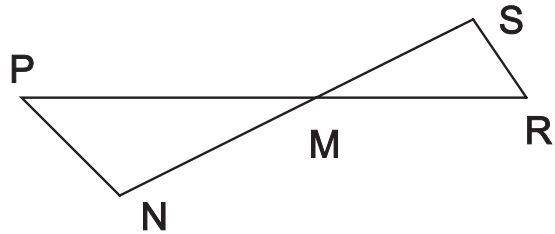
b) Calculer l'aire de ROSC.

II] La réciproque du théorème de Thalès

Activité 3

Dans la figure ci-contre $MN = 3$; $MS = 1,2$;
 $MP = 3,4$ et $MR = 1,4$.

Montrer que les droites (NP) et (SR) ne sont pas parallèles.



Activité 4

1) Soit ABC un triangle. M et N deux points appartenant respectivement aux demi-droites

$[AB)$ et $[AC)$, distincts de A et tels que $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$.

La droite passant par M et parallèle à (BC) coupe $[AC)$ en N' .

a) Comparer les rapports $\frac{AM}{AB}$ et $\frac{AN'}{AC}$.

b) En déduire que $AN = AN'$ et que les droites (BC) et (MN) sont parallèles.

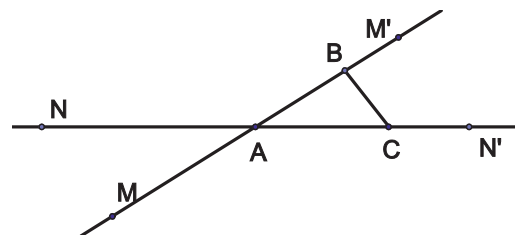
2) Dans la figure ci-contre on a $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$.

M' et N' sont les images respectives de M et N par la symétrie de centre A .

a) Prouver que $\frac{AM'}{AB} = \frac{AN'}{AC}$.

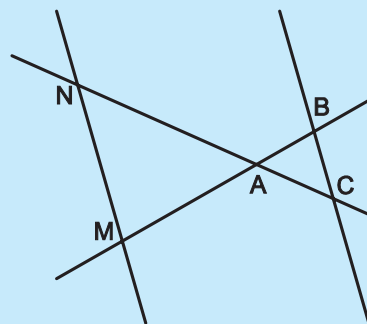
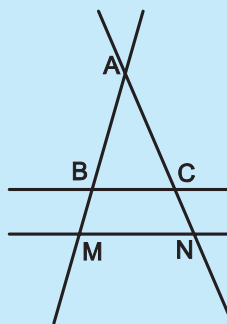
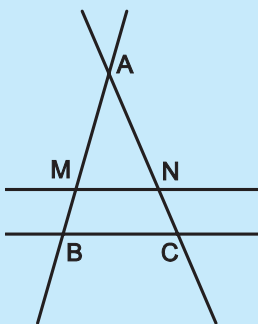
b) Montrer que les droites (BC) et $(M'N')$ sont parallèles.

En déduire que les droites (BC) et (MN) sont parallèles.



La réciproque du théorème de Thalès

On se place dans n'importe lequel des trois cas de figure ci-dessous.



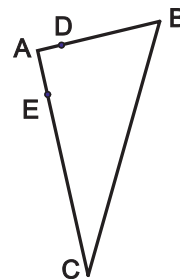
Si $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$, alors les droites (BC) et (MN) sont parallèles.

Activité 5

Dans la figure ci-contre, $AB = 2$; $AD = 0,5$; $AC = 3$; $AE = 0,75$ et $DE = 1$.

a) Montrer que les droites (DE) et (BC) sont parallèles.

b) Calculer BC .



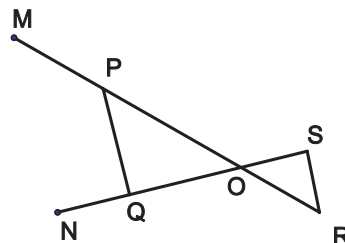
Exercice 6

Dans la figure ci-contre $OM = 3$; $ON = 2,5$; $OP = 1,8$;

$OQ = 1,5$; $OR = 1,2$ et $OS = 0,9$.

a) Les droites (MN) et (PQ) sont-elles parallèles ?

a) Les droites (MN) et (RS) sont-elles parallèles ?

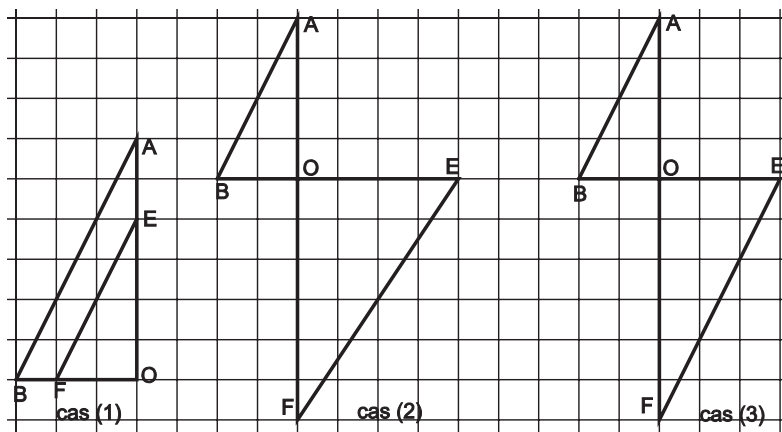


Exercice 7

On considère deux cercles (C) et (C') de même centre O et de rayon respectifs R et R' . Une demi-droite d'origine O coupe (C) en A et (C') en M , une autre demi-droite d'origine O coupe (C) en B et (C') en N .

Montrer que les droites (AB) et (MN) sont parallèles.

Exercice 8

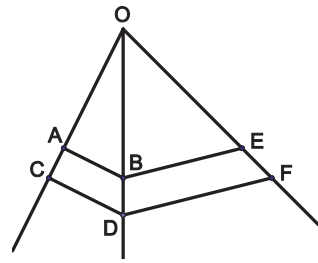


Pour chacun des cas ci-dessus, indiquer en justifiant si les droites (AB) et (EF) sont parallèles ou non.

Exercice 9

Dans la figure ci-contre, les droites (AB) et (CD) sont parallèles, de même que les droites (BE) et (DF).

Les droites (AE) et (CF) sont-elles parallèles ?



Activité 6

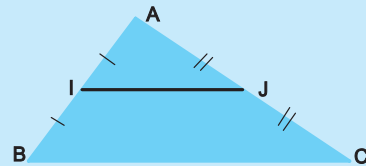
1) Soit ABC un triangle et I est le milieu de [AB]. La droite passant par I et parallèle à (BC) coupe [AC] en J. Montrer que J est le milieu de [AC].

2) Soit PQR un triangle. K et L les milieux respectifs de [PQ] et [PR].

Montrer que (KL) est parallèle à (QR) et que $KL = \frac{1}{2}QR$.

Théorème

- Dans un triangle, la droite passant par le milieu d'un côté et parallèle à un deuxième côté coupe le troisième côté en son milieu.



- Le segment joignant les milieux de deux côtés d'un triangle est parallèle au troisième côté et sa longueur est égale à la moitié de la longueur du troisième côté.

Exercice 10

ABCD est un parallélogramme de centre O. I et J les milieux respectifs de [BC] et [CD].

a) Montrer que le quadrilatère OICJ est un parallélogramme.

b) Calculer l'aire du parallélogramme OICJ en fonction de celle de ABCD.

Exercice 11

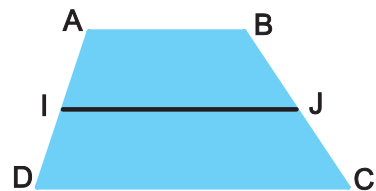
ABCD est un trapèze de bases [AB] et [CD], I est le milieu de [AD].

La droite passant par I et parallèle à (AB) coupe [BC] en J.

a) Soit K le point d'intersection des deux segments [IJ] et [BD].

Montrer que K est le milieu de [BD].

b) Montrer que J est le milieu de [BC] et que $IJ = \frac{1}{2}(AB + CD)$.



Activité 7

Soit un segment $[AB]$.

- 1) Dans cette question, on se propose de partager le segment $[AB]$ en 5 segments de même longueur.

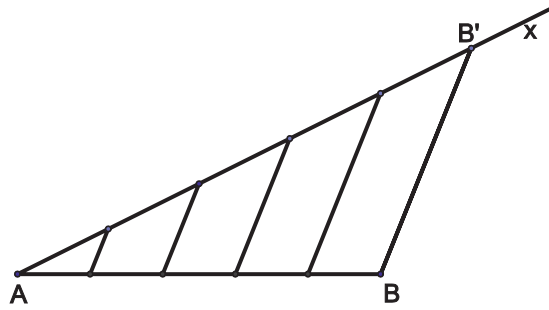
Reproduire la figure ci-contre.

$[Ax)$ est une demi-droite distincte de $[AB]$.

Choisir une ouverture du compas et porter 5 graduations sur cette demi-droite, appeler B' le point qui correspond à la graduation 5.

Tracer le segment $[BB']$, puis de chaque graduation mener la parallèle à $[BB']$, elle coupe le segment $[AB]$ en un point.

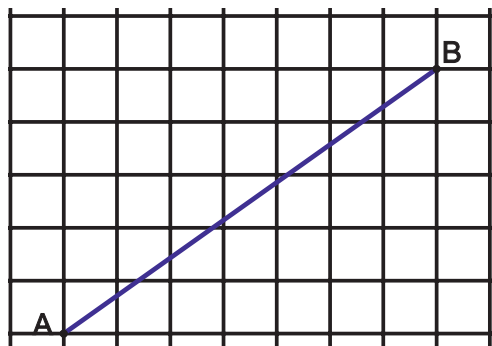
Expliquer pourquoi on obtient ainsi le partage du segment $[AB]$ en cinq segments de même longueur.



- 2) Déterminer le point M de $[AB]$ tel que $\frac{AM}{AB} = \frac{2}{5}$.

Exercice 12

- a) Reproduire la figure, puis au moyen du quadrillage, partager le segment $[AB]$ en 5 segments de même longueur et placer le point M tel que $\frac{AM}{AB} = \frac{3}{5}$.
- b) Reproduire la figure, puis au moyen du quadrillage, partager le segment $[AB]$ en 7 segments de même longueur et placer le point N tel que $\frac{AN}{AB} = \frac{4}{7}$.



Activité 8



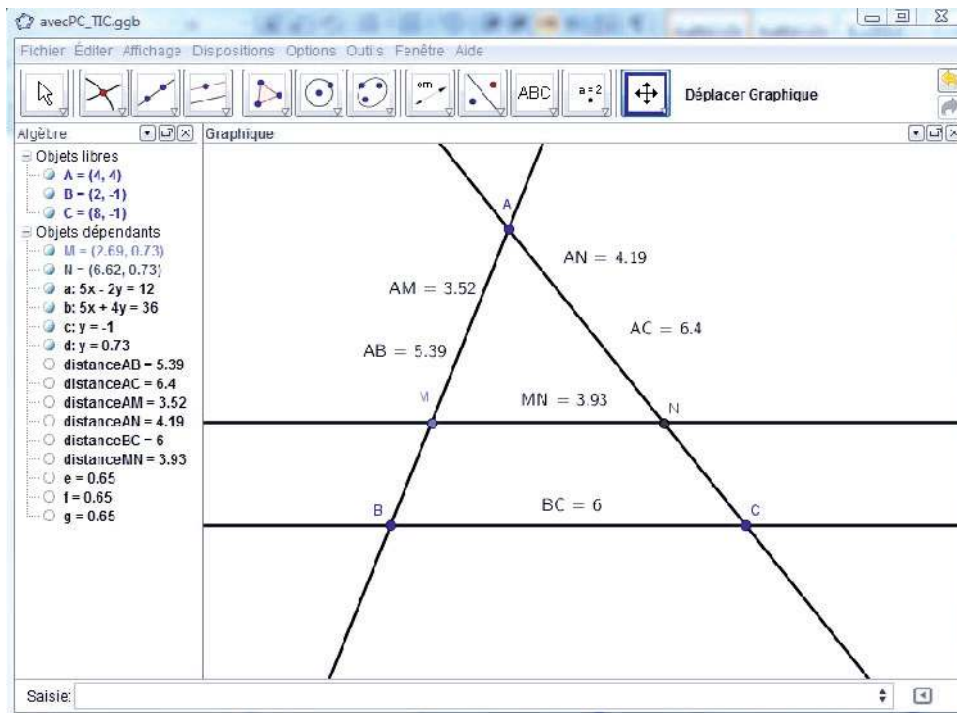
Ouvrir le logiciel GeoGebra et construire deux droites sécantes (AB) et (AC). Placer un point sur la droite (AB), nommer ce point M (utiliser l'outil **renommer**).

Construire la droite passant par M et parallèle à la droite (BC). Nommer N le point d'intersection de cette droite et la droite (AC). Calculer les distances AM, AB, AN, AC, MN et BC (à l'aide de l'outil **distance ou longueur**).

Ecrire dans le champ de saisie AM/AB puis AN/AC puis MN/BC, pour obtenir les rapports

$$\frac{AM}{AB} ; \frac{AN}{AC} \text{ et } \frac{MN}{BC}.$$

Déplacer le point M et remarquer la variation des rapports à gauche dans la fenêtre d'algèbre. Conclure.



Enoncé 1

Pour chacune des questions suivantes, choisir la bonne réponse.

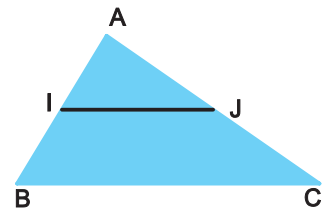
1) ABC un triangle de périmètre 34 cm.

I est le milieu de [AB] et les droites (IJ) et (BC) sont parallèles.

AC = 12 cm et AI = 4 cm.

La longueur IJ est égale à

- a) 6 cm b) 7 cm c) 8 cm d) 15 cm.



2) PQR un triangle isocèle de sommet principal P.

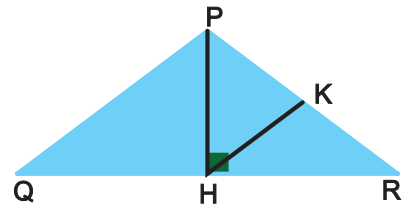
H le projeté orthogonal de P sur [QR].

La parallèle à (PQ) passant par H, coupe [PR] en K.

On a PH = 3 cm et HQ = 4 cm.

La longueur HK est égale à

- a) 2,5 cm b) 3 cm c) 4 cm d) 5 cm.



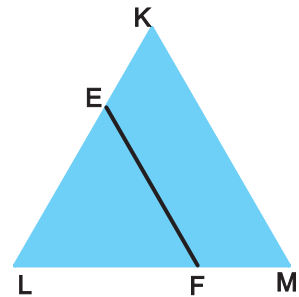
3) KLM est un triangle équilatéral de côté 6 cm.

E est le point de [KL] tel que KE = 2 cm.

Les droites (EF) et (KM) sont parallèles.

Le périmètre du triangle ELF est égal à

- a) 6 cm b) 9 cm c) 12 cm d) 18 cm.

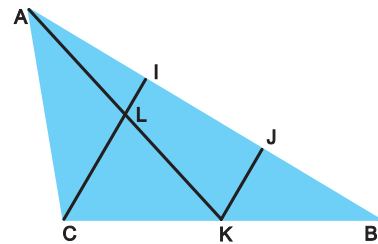


4) Dans la figure ci-contre ABC un triangle,

AI = IJ = JB, KC = KB et IC = 12 cm.

La longueur IL est égale à

- a) 3 cm b) 4 cm c) 6 cm d) 8 cm.



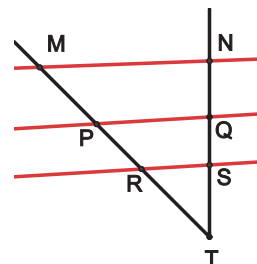
Enoncé 2

Répondre par vrai ou faux.

Dans la figure ci-contre TR = 2,4 ; RP = 1,6 ;

MT = 6 ; TS = 1,8 ; TQ = 3 et QN = 1,4.

- a) Les droites (RS) et (PQ) sont parallèles.
 b) Les droites (RS) et (MN) sont parallèles.
 c) $\frac{RS}{PQ} = 0,6$.
 d) $\frac{RS}{MN} = 0,4$.
 e) Aire(TRS) = 0,36 × Aire(TPQ).

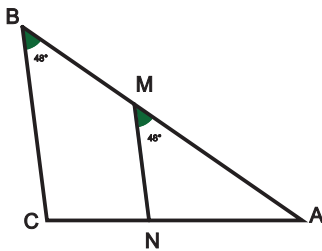


Exercice 1

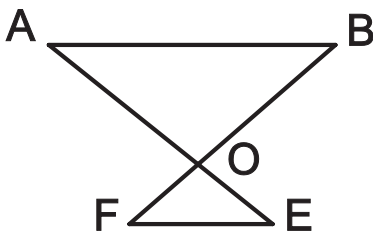
On considère un triangle ABC tel que $AB = 3$ cm, $AC = 2$ cm et $BC = 4$ cm.
Soit M le point de la demi-droite [AB) tel que $AM = 5$ cm. La droite passant par M et parallèle à (BC) coupe [AC] en N.
Calculer les distances AN et MN puis CN.

Exercice 2

Dans la figure ci-dessous, on a :
 $\widehat{CBA} = \widehat{NMA} = 48^\circ$; $AB = 6$; $AC = 4,5$
et $AN = 3$. Calculer AM.



Exercice 3



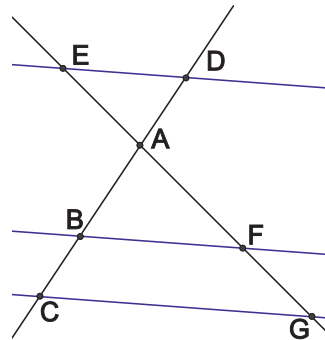
On sait que les droites (AB) et (EF) sont parallèles et que $AB = 3$, $OA = 2$ et $OE = 1$.
1) Utiliser le théorème de Thalès pour écrire des égalités de rapports de distances.
2) Quelle distance peut-on calculer ?
La calculer.

Exercice 4

Soit un triangle ABC et I le milieu de [BC].
Par un point H de [AI], on trace la parallèle à (BC) qui coupe [AB] en B' et [AC] en C'.
1) Evaluer les rapports $\frac{IB}{HB'}$ et $\frac{IC}{HC'}$ en fonction de AI et AH.
2) En déduire que H est le milieu de [B'C'].

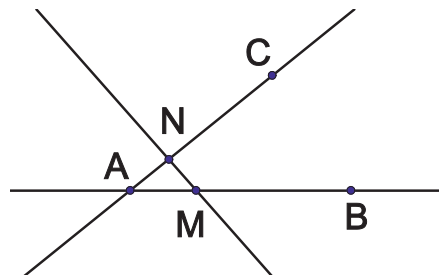
Exercice 5

Dans la figure ci-dessous, les droites (CG), (BF) et (ED) sont parallèles ; $AB = AE = 6$; $BC = 4$ et $AF = 8$.
1) Calculer FG et AD.
2) On donne $BF = 9$, calculer CG et ED.



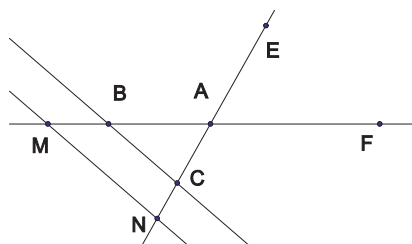
Exercice 6

Dans la figure ci-dessous, on a $AN = 0,9$; $NC = 2,4$; $AM = 1,2$ et $MB = 2,8$.



Comparer les rapports $\frac{AM}{AB}$ et $\frac{AN}{AC}$ (on utilisera la calculatrice). Les droites (BC) et (MN) sont-elles parallèles ?

Exercice 7

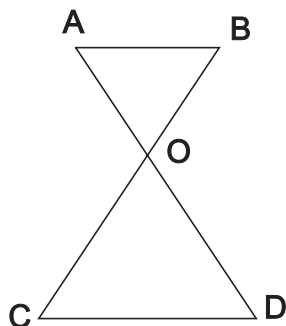


Les droites (BC) et (MN) sont parallèles.
On donne $AB = 4,5$; $AC = 3$; $AN = 4,8$ et $MN = 6,4$.

- 1) Calculer AM et BC.
- 2) On sait de plus que $AE = 5$ et $AF = 7,5$.
Montrer que les droites (BC) et (EF) sont parallèles.

Exercice 8

Dans la figure ci-dessous, OAB et OCD sont deux triangles isocèles en O.



Montrer que les droites (AB) et (CD) sont parallèles.

Exercice 9

ABC étant un triangle isocèle en A, soient I, J et K les milieux respectifs de [AB], [AC] et [BC].

- 1) Montrer que AIKJ est un parallélogramme.
- 2) Evaluer l'aire du triangle AIJ en fonction de l'aire du triangle ABC.

Exercice 10

On considère un quadrilatère ABCD, soient I, J, K et L les milieux respectifs de [AB], [BC], [CD] et [DA].

- 1) Montrer que IJKL est un parallélogramme.
- 2) On suppose maintenant que ABCD est un rectangle, montrer que IJKL est un losange.

Exercice 11

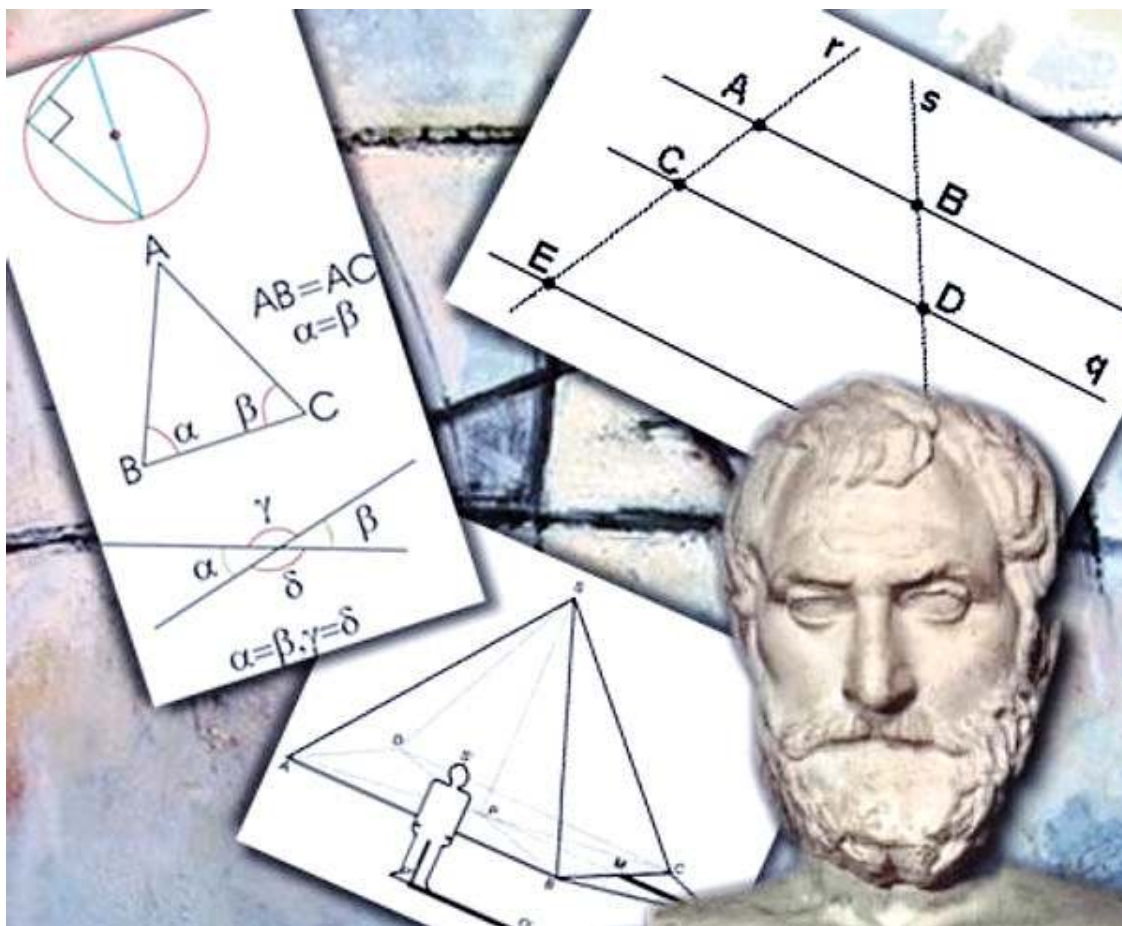


Une balle de service parcourt une ligne droite, effleure le filet et touche le sol dans le camp adverse à 7,51m du filet.

Le joueur qui a effectué le service est placé parallèlement au filet.

On rappelle que le court de tennis a pour longueur 23,78m et que la hauteur du filet est de 0,91m. Faire une figure approximative pour traduire la situation et calculer, au centimètre près la hauteur de la quelle la balle a été tirée.

Thalès



Thalès de Milet né au alentour de -625 à Milet en Turquie et vécu pendant 78 ans.

A l'origine il était un marchand, il devint mathématicien, physicien et philosophe il est l'un des premiers à introduire le raisonnement logique et déductif en géométrie, on lui doit la démonstration de la propriété tout angle inscrit dans un demi-cercle est droit. En physique il découvrit que l'ambre une fois frottée est capable d'attirer les corps légers.

Thalès séjourna longuement en Egypte d'où il aurait rapporté sa science de la géométrie.

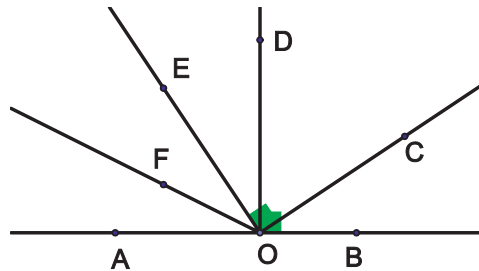
On prête à Thalès d'avoir mesuré la hauteur de la grande pyramide d'Egypte et d'avoir prédit l'éclipse solaire de -585.

Chapitre 5 : Rapports trigonométriques d'un angle aigu

Relations métriques dans un triangle rectangle

Pour démarrer

Activité 1



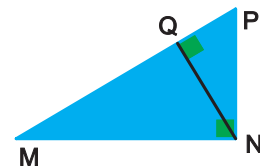
Reproduire les deux tableaux A et B, ci-dessous, et associer à chaque angle du tableau A sa nature dans le tableau B.

A	\widehat{AOB}	\widehat{BOC}	\widehat{BOD}	\widehat{BOE}	\widehat{DOE}	\widehat{COA}	\widehat{COD}	\widehat{COE}
----------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------

B	est un angle plat	est un angle obtus	est un angle droit	est un angle aigu
----------	--------------------------	---------------------------	---------------------------	--------------------------

Activité 2

MNP est un triangle rectangle en N. Q est le pied de la hauteur issue de N.



1)a) Quel est l'hypoténuse du triangle MNP ?

b) Dans le triangle MNP, donner le côté adjacent et le côté opposé à chacun des angles \widehat{M} et \widehat{P} .

2)a) Quel est l'hypoténuse du triangle NPQ ?

b) Dans le triangle NPQ, donner le côté adjacent et le côté opposé aux angles \widehat{N} et \widehat{P} .

Activité 3

Répondre par vrai ou faux.

1) Un triangle a un angle de 38° et un angle de 72° . La mesure du troisième angle est 70° .

2) Si ABC est un triangle rectangle dont l'un des angles aigus mesure 45° , alors ABC est un triangle rectangle isocèle.

3) Si ABC est un triangle isocèle de base [BC], alors $\widehat{ABC} = \widehat{BAC}$.

4) Dans un triangle équilatéral tous les angles mesurent 60° .

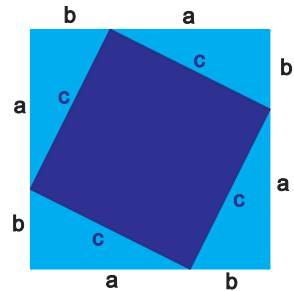
5) Un triangle isocèle ayant un angle de 50° , ses deux autres angles peuvent être 60° et 70° .

I] Théorème de Pythagore et sa réciproque

1) Le théorème de Pythagore

Activité 1

- 1) Déterminer en fonction de a et b l'aire d'un carré de côté $a + b$.
- 2)a) On découpe ce carré pour obtenir un carré et quatre triangles rectangles, comme l'indique la figure ci-contre.
Prouver que l'aire du carré est $c^2 + 2ab$.
- b) En déduire que $c^2 = a^2 + b^2$.



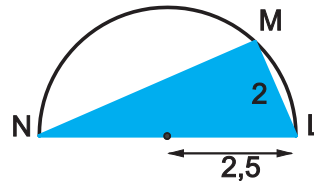
Le théorème de Pythagore

Soit ABC un triangle rectangle en A, on a $BC^2 = AB^2 + AC^2$.

Dans un triangle rectangle le carré de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des côtés de l'angle droit.

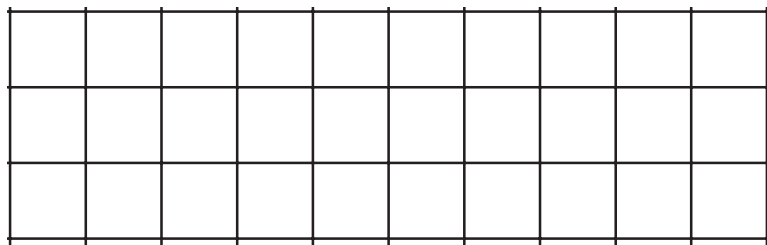
Exercice 1

- 1) ABC est un triangle rectangle en A.
 - a) $AC = 6$ et $BC = 10$. Calculer AB .
 - b) $AC = 2,1$ et $AB = 2,8$. Calculer BC .
 - c) $BC = 8$ et $AB = 5$. Calculer AC .
- 2) Calculer la distance MN .
- 3) Un triangle PQR est tel que $PQ = 1,8$ cm ; $QR = 4,9$ cm et $PR = 4,4$ cm.
PQR est-il un triangle rectangle ?



Exercice 2

- 1) Un carré a pour côté a . Exprimer sa diagonale en fonction de a .
- 2) Recopier le quadrillage suivant et construire un segment de longueur $\sqrt{2}$ et un autre segment de longueur $\sqrt{3}$.



Exercice 3

On utilise une échelle pour fixer un panier de basket sur le mur d'une maison. La hauteur totale du mur est de 3,5 m et la longueur de l'échelle est de 3,8 m.

A quelle distance du mur doit-on positionner l'échelle pour que son extrémité corresponde avec le haut du mur ?



2) La réciproque du théorème de Pythagore

Activité 2

Soit ABC un triangle tel que $BC^2 = AB^2 + AC^2$.

1) Construire un triangle rectangle PQR tel que $PQ = AB$ et $PR = AC$.

2)a) Montrer que $QR = BC$.

b) En déduire que les triangles ABC et PQR sont isométriques et que le triangle ABC est rectangle en A.

La réciproque du théorème de Pythagore

ABC un triangle.

Si $BC^2 = AB^2 + AC^2$ alors ABC est un triangle rectangle en A.

Exercice 4

Soit ABC un triangle tel que $AB = 4,8$; $BC = 2$ et $CA = 5,2$.

Montrer que ABC est un triangle rectangle.

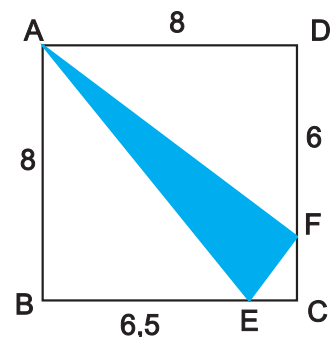
Exercice 5

Dans la figure ci-contre, ABCD est un carré de côté 8.

E est le point du côté [BC] tel que $BE = 6,5$ et F le point de [DC] tel que $DF = 6$.

a) Calculer les distances AF, AE et EF.

b) AEF est-il un triangle rectangle ?

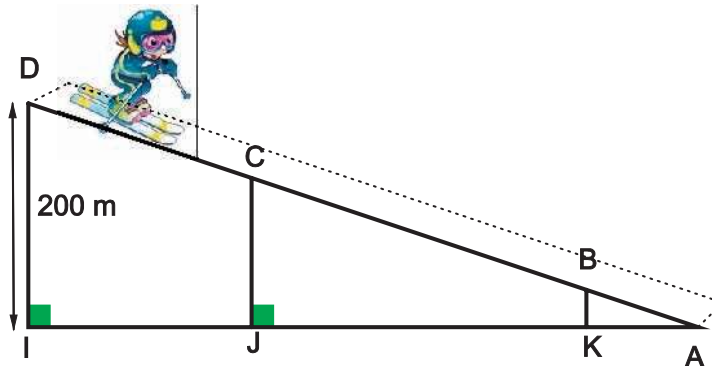


II] Rapports trigonométriques d'un angle aigu

1) Cosinus, sinus et tangente d'un angle aigu

Activité 3

Un skieur suit une piste rectiligne de longueur 1200 m, représentée ci-dessous par le segment [DA]. A son point de départ D, la différence d'altitude est donnée par la longueur DI. C et B sont des points s'éloignant respectivement de 400 m et 1000 m du point de départ D.



1)a) Calculer les différences d'altitudes CJ et BK (on pourra appliquer le théorème de Thalès dans les triangles ADI et ACJ).

b) Comparer les rapports $\frac{DI}{DA}$, $\frac{CJ}{CA}$ et $\frac{BK}{BA}$.

2)a) Calculer les distances CA, IA et JA.

b) Comparer les rapports $\frac{IA}{DA}$, $\frac{JA}{CA}$ et $\frac{KA}{BA}$.

3) Montrer que $\frac{DI}{IA} = \frac{CJ}{JA} = \frac{BK}{KA}$.

Activité 4

Dans la figure ci-contre [AB) et [AC) deux demi-droites, M et N deux points de la demi-droite [AC) et M' et N' leurs projetés orthogonaux respectifs sur la demi-droite [AB).

On note $\alpha = \widehat{BAC}$.

1) Montrer que $\frac{AM'}{AN'} = \frac{AM}{AN} = \frac{MM'}{NN'}$.

2)a) En déduire que $\frac{AM'}{AM} = \frac{AN'}{AN}$.

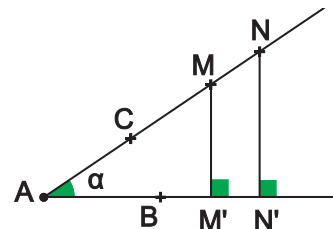
b) La valeur de ce rapport dépend-elle des points M et N ?

3)a) Déduire de la première question que $\frac{MM'}{AM} = \frac{NN'}{AN}$.

b) La valeur de ce rapport dépend-elle des points M et N ?

4)a) Déduire de la première question que $\frac{MM'}{AM'} = \frac{NN'}{AN'}$.

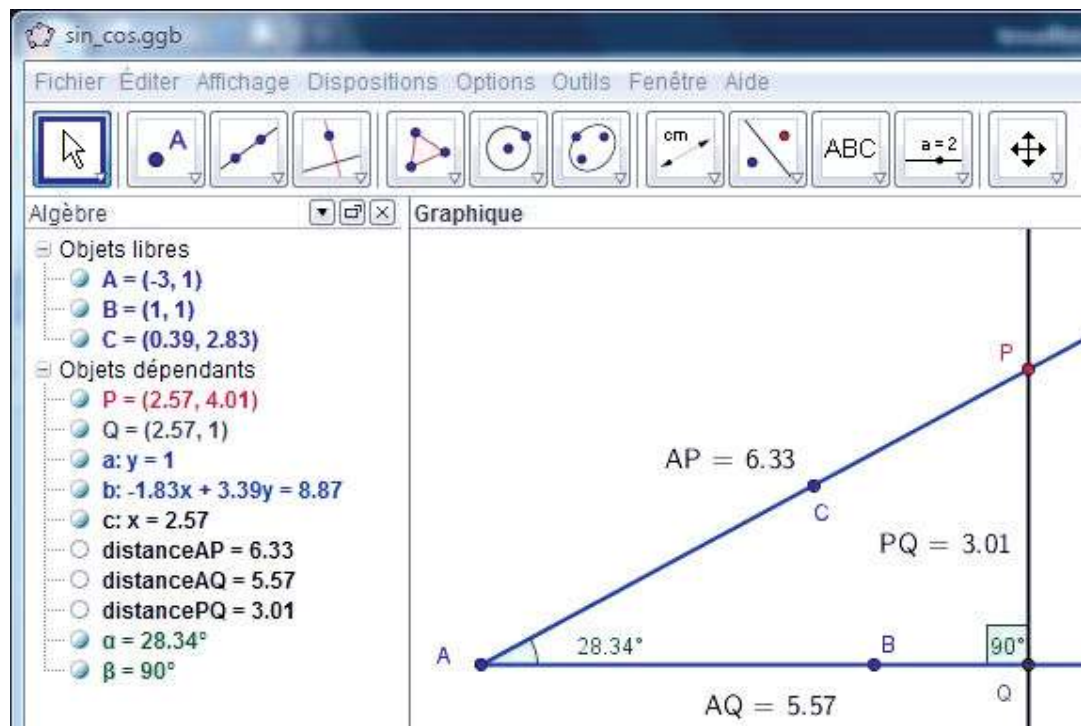
b) La valeur de ce rapport dépend-elle des points M et N ?



Activité 5



- 1) Ouvrir le logiciel GeoGebra.
 - a) Construire deux demi-droites [AB) et [AC).
 Déterminer la mesure de l'angle \widehat{BAC} .
 Marquer un point P sur la demi-droite [AC) et construire son projeté orthogonal Q sur [AB) en prenant la perpendiculaire à [AB) passant par P.
 - b) A l'aide du logiciel, déterminer les distances AP, AQ et PQ.
- Dans le champ de saisie taper AQ/AP pour calculer le rapport des deux distances. Le résultat s'affichera à gauche, dans la partie Algèbre.



Calculer de la même façon les rapports PQ/AP et PQ/AQ.

- c) Déplacer le point P sur [AC).
 Observer les distances et les rapports des distances.
 Choisir 3 positions de P.
 Recopier le tableau ci-contre et le compléter.
 Quelle conjecture peut-on émettre ?

- 2) Déplacer le point C pour changer la valeur de l'angle.
 Quelle remarque peut-on faire sur les distances et les rapports des distances précédents ?

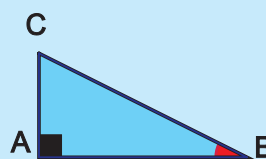
AP			
AQ			
PQ			
$\frac{AQ}{AP}$			
$\frac{PQ}{AP}$			
$\frac{PQ}{AQ}$			

Définition

ABC un triangle rectangle en A.

Le rapport $\frac{AB}{BC}$ est appelé **cosinus** de l'angle aigu \hat{B} .

On le note $\cos\hat{B}$.



Le rapport $\frac{AC}{BC}$ est appelé **sinus** de l'angle aigu \hat{B} . On le note $\sin\hat{B}$.

Le rapport $\frac{AC}{AB}$ est appelé **tangente** de l'angle aigu \hat{B} . On le note $\tan\hat{B}$.

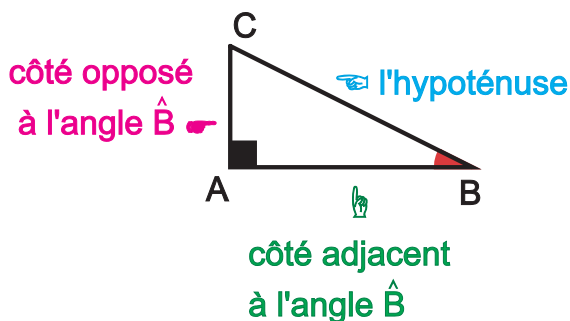
$$\cos\hat{B} = \frac{AB}{BC} ; \quad \sin\hat{B} = \frac{AC}{BC} ; \quad \tan\hat{B} = \frac{AC}{AB} = \frac{\sin\hat{B}}{\cos\hat{B}}$$

Remarques

$$\cos\hat{B} = \frac{\text{le côté adjacent à l'angle } \hat{B}}{\text{l'hypoténuse}}$$

$$\sin\hat{B} = \frac{\text{le côté opposé à l'angle } \hat{B}}{\text{l'hypoténuse}}$$

$$\tan\hat{B} = \frac{\text{le côté opposé à l'angle } \hat{B}}{\text{le côté adjacent à l'angle } \hat{B}}$$

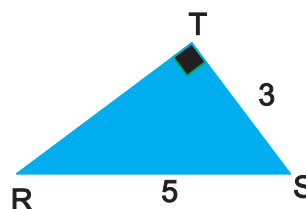


Activité 6

RST est le triangle rectangle ci-contre.

1) Préciser pour chacun des deux angles \hat{R} et \hat{S} , le côté opposé et le côté adjacent.

2) Calculer $\sin\hat{R}$; $\cos\hat{R}$; $\tan\hat{R}$; $\sin\hat{S}$; $\cos\hat{S}$ et $\tan\hat{S}$.



Activité 7

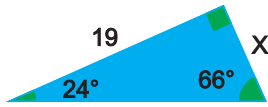


Utiliser la calculatrice pour donner un arrondi à 10^{-4} près de $\sin 39^\circ$, $\cos 67^\circ$ et $\tan 85^\circ$.

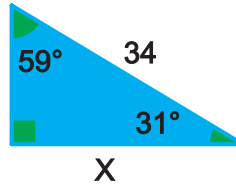
Activité 8

Dans chacun des cas suivants préciser le rapport trigonométrique convenable qui permet de calculer x , puis donner un arrondi de x au dixième près.

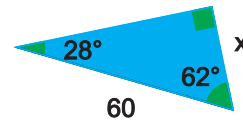
a)



b)



c)



Exercice résolu 1

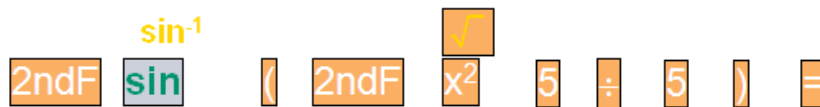
ABC un triangle rectangle en C et tel que $AB = 5$ et $BC = \sqrt{5}$. Donner un arrondi au dixième de degré de l'angle \hat{A} .

Solution

Pour déterminer l'angle \hat{A} , il suffit de calculer l'un de ses rapports trigonométriques.

$$\sin \hat{A} = \frac{BC}{AB} = \frac{\sqrt{5}}{5}, \text{ donc } \hat{A} = \sin^{-1}\left(\frac{\sqrt{5}}{5}\right).$$

On utilise la calculatrice pour déterminer un arrondi de \hat{A} . Il faut tout d'abord s'assurer que la calculatrice est en mode « degré » (DEG en haut de l'écran) puis on tape la séquence :

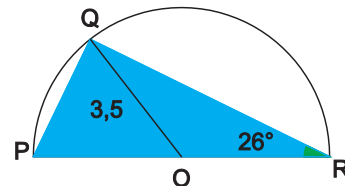


La calculatrice affiche : 26.56505118

Donc un arrondi au dixième de \hat{A} est $26,6^\circ$.

Activité 9

Déterminer les longueurs PQ et QR.



Activité 10



1) \hat{A} , \hat{B} et \hat{C} des angles aigus tels que :

$$\tan \hat{A} = 1,4176 ; \sin \hat{B} = 0,6307 \text{ et } \cos \hat{C} = 0,9702.$$

Utiliser la calculatrice pour donner un arrondi au dixième de degré de ces angles.

2) a) Recopier les tableaux suivants et utiliser la calculatrice pour les compléter. On donnera des arrondis à 10^{-3} près.

\hat{A}	10°	15°	20°
$\sin \hat{A}$			

\hat{A}	20°	40°	80°
$\cos \hat{A}$			

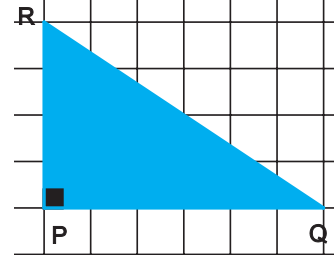
\hat{A}	30°	50°	70°
$\tan \hat{A}$			

b) Les tableaux précédents sont –ils des tableaux de proportionnalité ?

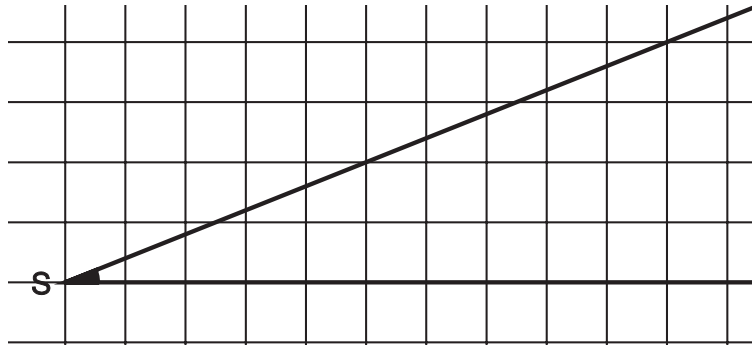
Activité 11

1)a) Utiliser le quadrillage de la figure ci-contre pour déterminer $\tan \hat{Q}$ et $\tan \hat{R}$.

b) Donner alors, un arrondi au dixième de degré de chacun des angles \hat{Q} et \hat{R} .



2) Utiliser le quadrillage suivant pour donner un arrondi au dixième de degré de l'angle \hat{S} .



Exercice 6

Le triangle AUE est rectangle en U ; AE = 10 cm et $\hat{EAU} = 19^\circ$.

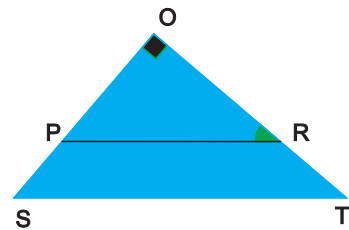
Donner la valeur, arrondie au millimètre, de la longueur du côté [UE].

Exercice 7

Dans la figure ci-contre SOT est un triangle tel que ST = 23 cm et SO = 15 cm. Les droites (PR) et (ST) sont parallèles.

a) Déterminer $\sin \hat{PRO}$.

b) Déduire la mesure arrondie au degré de l'angle \hat{PRO} .



Activité 12

Soit ABC un triangle rectangle en A.

1) Prouver que $(\sin \hat{B})^2 + (\cos \hat{B})^2 = 1$.

2) En déduire que $\sin \hat{B}$ et $\cos \hat{B}$ sont compris entre 0 et 1.

- Pour tout angle aigu \hat{A} , $(\sin \hat{A})^2 + (\cos \hat{A})^2 = 1$.
- Le sinus et le cosinus d'un angle aigu sont compris entre 0 et 1.

Exercice 8

Soit \hat{A} un angle aigu tel que $\cos \hat{A} = \frac{\sqrt{5}}{3}$.

- Déterminer $\sin \hat{A}$ et $\tan \hat{A}$.
- Donner un arrondi au centième de \hat{A} .

Exercice résolu 2

Une chaîne de montagnes s'élève d'environ 400 mètres par rapport à la piste d'atterrissage d'un aéroport et elle se trouve à 2025 mètres de la fin de la piste (voir figure).

Un avion décolle de la fin de la piste et prend la direction des montagnes avec un angle constant. Si le pilote veut passer à au moins 50 mètres au dessus des montagnes, combien doit être l'angle de décollage, donné au dixième près ?



Solution

On a $CB = 400$ m, $BD = 50$ m, donc $CD = 450$ m. D'autre part on a $CA = 2025$ m.

On note x la mesure de l'angle de décollage.

$$\tan x = \frac{CD}{CA} = \frac{450}{2025}, \text{ d'où } x = \tan^{-1}\left(\frac{450}{2025}\right).$$

On utilisant la calculatrice, on obtient 12,52880771 (qui est un arrondi de x).

Un arrondi de x au dixième près est $12,5^\circ$.

Donc l'angle de décollage doit être supérieur à $12,5^\circ$.

Exercice 9

Le départ du téléphérique se trouve à une altitude de 1810 m et son arrivée à l'altitude de 2680 m. La longueur du câble entre les deux points est de 2760 m. Quelle est la mesure de l'angle d'inclinaison du câble ?



2) Rapports trigonométriques des angles aigus complémentaires

Activité 13

Soit ABC un triangle rectangle en A.

- 1) Vérifier que $\sin \hat{B} = \cos \hat{C}$ et que $\cos \hat{B} = \sin \hat{C}$.
- 2) Prouver que $\tan \hat{B} = \frac{1}{\tan \hat{C}}$.

Deux angles aigus sont complémentaires si la somme de leurs mesures est égale à 90° .

Si deux angles sont complémentaires alors :

- le sinus de l'un est égal au cosinus de l'autre ;
- la tangente de l'un est l'inverse de la tangente de l'autre.

Exercice 10



- a) Utiliser une calculatrice scientifique pour donner un arrondi à 10^{-5} près de $\sin 82^\circ$, $\cos 82^\circ$ et $\tan 82^\circ$.
- b) En déduire un arrondi à 10^{-5} près de $\sin 8^\circ$, $\cos 8^\circ$ et $\tan 8^\circ$.

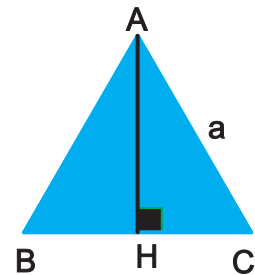
3) Rapports trigonométriques des angles aigus remarquables

Activité 14

Dans la figure ci-contre ABC est un triangle équilatéral de côté a,

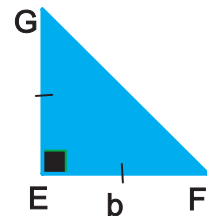
H est le pied de la hauteur issue de A.

- 1) a) Déterminer HC et AH en fonction de a.
- b) Déterminer alors, $\sin 60^\circ$, $\cos 60^\circ$ et $\tan 60^\circ$.
- c) En déduire $\sin 30^\circ$, $\cos 30^\circ$ et $\tan 30^\circ$.



- 2) Dans la figure ci-contre EFG est un triangle rectangle et isocèle en E ; b la longueur du côté [EF].

- a) Calculer GF en fonction de b.
- b) En déduire $\sin 45^\circ$, $\cos 45^\circ$ et $\tan 45^\circ$.

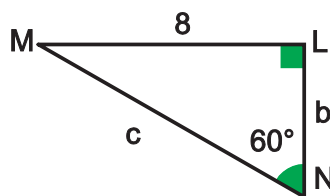
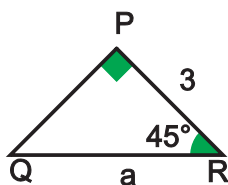


- 3) Recopier le tableau suivant puis le compléter.

Angle \hat{A}	30°	45°	60°
$\sin \hat{A}$	$\frac{1}{2}$		
$\cos \hat{A}$			
$\tan \hat{A}$		1	$\sqrt{3}$

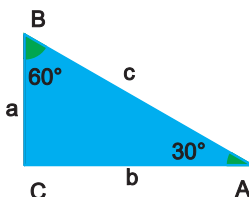
Exercice 11

Déterminer les longueurs a , b et c .



Exercice 12

- 1) $a = 4$. Déterminer b et c .
- 2) $b = 3$. Déterminer a et c .
- 3) $c = 5$. Déterminer a et b .

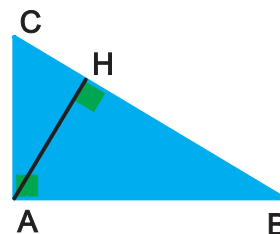


III] Relations métriques dans un triangle rectangle

Activité 15

Dans la figure ci-contre, ABC est un triangle rectangle en A et $[AH]$ la hauteur issue de A .

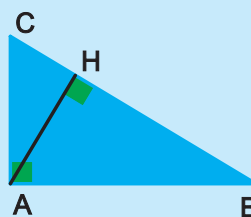
- 1) En utilisant la relation $(\sin \hat{B})^2 + (\cos \hat{B})^2 = 1$, retrouver la relation $AB^2 + AC^2 = BC^2$.
- 2) Exprimer l'aire du triangle ABC de deux façons différentes pour montrer que $AB \times AC = AH \times BC$.
- 3) a) Prouver que $\widehat{ACH} = \widehat{BAH}$.
b) Calculer $\tan \widehat{BAH}$ et $\tan \widehat{ACH}$.
En déduire que $AH^2 = BH \times CH$.



ABC est un triangle rectangle en A et $[AH]$ la hauteur issue de A . On a :

$$AB^2 + AC^2 = BC^2.$$

$$AB \cdot AC = AH \cdot BC$$

$$AH^2 = BH \cdot CH$$


Exercice 13

ABC est un triangle rectangle en A tel que $AB = 4$ et $AC = 3$. H est le pied de la hauteur issue de A .

Calculer BC , AH , BH et CH .

Enoncé 1

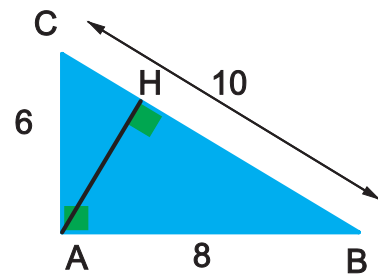
Pour chacune des questions suivantes, choisir la bonne réponse.

- 1) Si le triangle PQR est rectangle en R alors,
 - a) $PR^2 = PQ^2 + QR^2$
 - b) $PQ^2 = PR^2 + QR^2$
 - c) $QR^2 = PQ^2 + PR^2$.
- 2) Si $WE^2 = WB^2 + BE^2$, alors le triangle WEB est rectangle en
 - a) W
 - b) E
 - c) B
- 3) Un triangle rectangle ayant deux côtés qui mesurent 2,1 cm et 3,5 cm. Une mesure du troisième côté est :
 - a) 4,4 cm
 - b) 5,6 cm
 - c) 2,8 cm.

Enoncé 2

Recopier puis exploiter la figure ci-contre pour compléter :

- a) $AH =$
- b) $\cos \hat{B} = \frac{BH}{BC} = \frac{BH}{10}$ et d'autre part $\cos \hat{B} = \frac{AB}{BC} = \frac{8}{10}$
D'où $BH =$
- c) $CH =$
- d) $\sin \hat{HAC} =$
 $\tan \hat{HAC} =$



Enoncé 4



Recopier le tableau suivant et le compléter. On donnera des arrondis au dixième de degré pour les angles et des arrondis à 10^{-4} près pour les rapports trigonométriques.

\hat{A}	38°			
$\sin \hat{A}$		0,8746		
$\cos \hat{A}$			0,3090	
$\tan \hat{A}$				14,3007

Enoncé 3

Dans la figure ci-contre, ABC est un triangle quelconque.

I le milieu de [AC] et H le pied de la hauteur issue de A.

Répondre par vrai ou faux.

1) $AB^2 + AC^2 = BC^2$.

2) $IH = IA = IC$.

3) $\widehat{ICH} = \widehat{IHC}$.

4) La bissectrice de l'angle \widehat{AIH} est parallèle à la droite (BC).

5) Les angles \widehat{BAH} et \widehat{HBA} sont complémentaires.

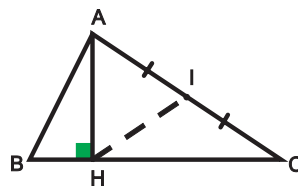
6) Les angles \widehat{ABC} et \widehat{ACB} sont complémentaires.

7) $\sin \widehat{HAC} = \cos \widehat{HCA}$.

8) $\tan \widehat{HAC} = \tan \widehat{HCA}$.

9) $AB.AC = AH.BC$

10) $AH^2 = BH.CH$.



Exercice 1

Dans chacun des cas suivants déterminer si ABC est un triangle rectangle.

- a) $AB = 4,8$; $AC = 5,2$ et $BC = 2$.
- b) $AB = 4,1$; $AC = 3,2$ et $BC = 5,5$.

Exercice 2

Un triangle ABC rectangle en B est tel que $AC = 10$ et $BC = 6$. Calculer la distance BA.

Exercice 3

Soit ABC un triangle tel que $AB = m^2 + n^2$; $AC = m^2 - n^2$ et $BC = 2mn$; où m et n sont deux entiers naturels avec $m > n$.

Montrer que ABC est un triangle rectangle en C.

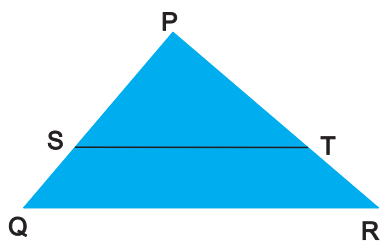
Exercice 4

Un triangle équilatéral a pour côté a. Montrer qu'une hauteur de ce triangle est égale à

$$\frac{\sqrt{3}}{2}a.$$

Exercice 5

Dans la figure suivante, $PS = 24$, $PQ = 36$, $PT = 18$, $PR = 27$ et $QR = 45$.



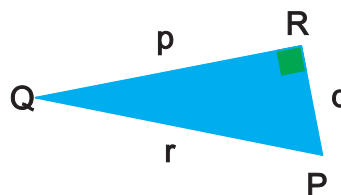
- a) Montrer que les droites (ST) et (QR) sont parallèles.
- b) Calculer ST.
- c) Montrer que le triangle PST est rectangle.

Exercice 6

Utiliser la calculatrice pour donner un arrondi à 10^{-3} près de chacune des valeurs

suivantes : $\sin 6^\circ$; $\tan 42,8^\circ$; $\cos 77^\circ$; $\sin 85,9^\circ$; $\tan 12,7^\circ$; $\cos 22,5^\circ$.

Exercice 7



PQR est un triangle rectangle en R.

Déterminer $\sin P$, $\cos P$, $\tan P$, $\sin Q$, $\cos Q$ et $\tan Q$, dans chacun des cas suivants :

- a) $p = 12$; $q = 35$ et $r = 37$.
- b) $p = \frac{3}{2}$; $q = \frac{3\sqrt{3}}{2}$ et $r = 3$.

Exercice 8

Utiliser la calculatrice pour donner un arrondi à 10^{-4} près de $\sin 57^\circ$, $\cos 33^\circ$; $\tan 30^\circ$ et $\tan 45^\circ$.

Exercice 9

Trouver la mesure de chacun des angles aigus \hat{A} , \hat{B} , \hat{C} et \hat{D} , au dixième de degré près, sachant que :

$$\sin \hat{A} = 0,4567 ; \sin \hat{B} = 0,7245 ;$$

$$\cos \hat{C} = 0,2493 ; \tan \hat{D} = 9,4618.$$

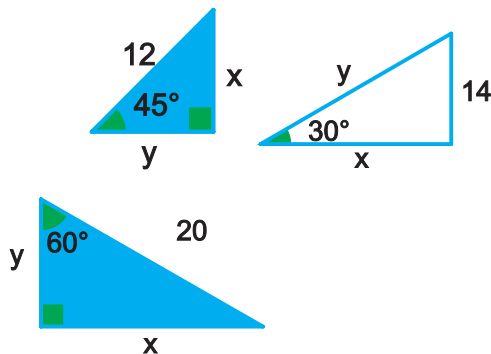
Exercice 10

ABC est un triangle tel que $AB = 5$, $BC = 12$ et $AC = 13$.

- 1) Montrer que ABC est un triangle rectangle.
- 2)a) Calculer $\sin \hat{A}$ et $\sin \hat{C}$.
- b) Donner un arrondi au dixième de degré de chacun des angles \hat{A} et \hat{C} .

Exercice 11

Trouver x et y , dans chacun des cas suivants.



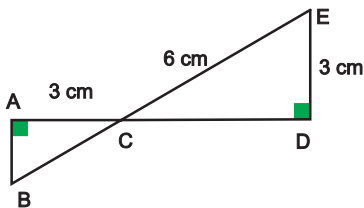
Exercice 12

\hat{A} un angle aigu tel que $\cos \hat{A} = 0,6$.
 Sans calculer \hat{A} , déterminer $\sin \hat{A}$ et $\tan \hat{A}$.

Exercice 13

Calculer la valeur de $\cos \hat{B}$ et $\tan \hat{B}$ sachant que \hat{B} est un angle aigu tel que $\sin \hat{B} = \frac{5}{13}$.

Exercice 14



Dans la figure ci-dessus ABC et CDE sont deux triangles rectangles, respectivement en A et D.

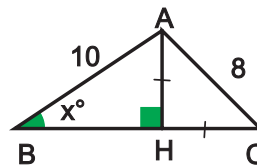
1) Calculer la mesure de l'angle \widehat{ECD} .

En déduire la mesure de l'angle \widehat{ACB} .

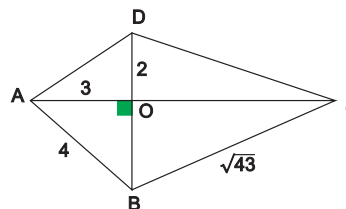
2) Calculer les longueurs AB, BC et CD arrondies au dixième.

Exercice 15

Déterminer $\sin x^\circ$, puis donner un arrondi au dixième de la mesure x° .



Exercice 16



ABCD est un quadrilatère dont les diagonales sont perpendiculaires en O.

On donne $OA = 3$, $OD = 2$, $AB = 4$ et

$BC = \sqrt{43}$.

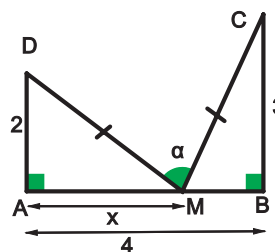
Donner un arrondi au dixième de degré de chacun des angles \hat{A} , \hat{B} , \hat{C} et \hat{D} .

Exercice 17

Dans la figure ci-dessous, $AB = 4$, $AD = 2$ et $BC = 3$.

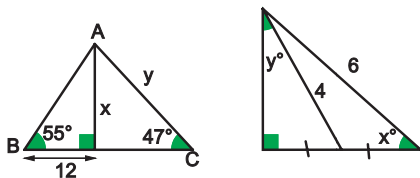
1) Déterminer x pour que le point M soit équidistant de D et C.

2) Donner, dans ce cas, un arrondi au dixième de degré de la mesure de l'angle α .



Exercice 18

Donner, dans chacun des cas suivants, un arrondi au dixième près de x et y .



Exercice 19

Sami est assis à 98 m de la base d'une falaise. En utilisant un théodolite, il a trouvé que la mesure de l'angle formé par le sol et le haut de la falaise est de 56° .

Trouver la hauteur de la falaise au mètre près.

Exercice 20

1) Choisir la bonne réponse.

Ce panneau annonce une pente de 10%.

Cela signifie que :

- a) En parcourant 10 m, on descend 100 m.
- b) En parcourant 100 m, on descend 10 m.
- c) En parcourant 10 m, on monte 100 m.
- d) En parcourant 100 m, on monte 10 m.

2) Donner un arrondi à l'unité de l'angle de la pente.

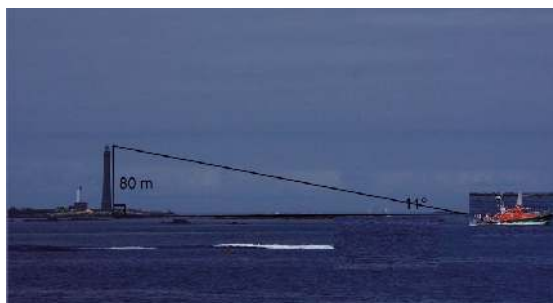


Exercice 21

Un câble de 20 mètres de long est tendu entre le sommet d'un poteau vertical et le sol horizontal. Il forme un angle de 40° avec le sol.

Donner une valeur approchée au dixième près par défaut de la hauteur du poteau.

Exercice 22

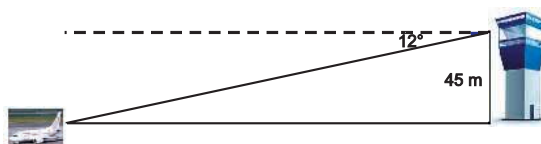


L'angle d'élevation à partir d'un petit bateau au sommet d'un phare est de 11° . Sachant que le phare s'élève à 80 mètres par rapport au niveau de la mer, donner la distance séparant le petit bateau à la base du phare.

Exercice 23

D'un tour de contrôle, qui s'élève à 45 m, un contrôleur aérien observe un avion dans la piste d'atterrissage avec un angle de dépression de 12° (l'angle de dépression est l'angle que fait la ligne de vue avec l'horizontale).

Déterminer, au mètre près, la distance qui sépare l'avion à la base du tour de contrôle.



Terre – Vénus – Soleil

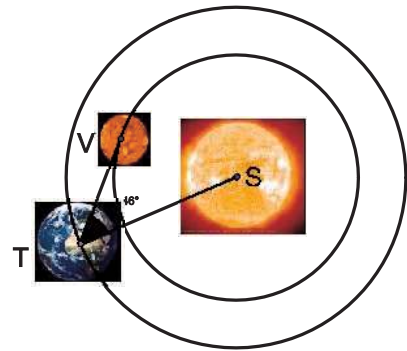
Vénus tourne autour du soleil en 225 jours alors que la terre met 365 jours pour en faire un tour. La valeur maximale de l'angle \widehat{STV} (S : soleil, T : Terre et V : Vénus) est de 46° et elle est atteinte lorsque le triangle STV est rectangle en V.

La distance Terre-Soleil est de 149 000 000 Km.

Dans cette position, c'est-à-dire lorsque $\widehat{STV} = 46^\circ$, et

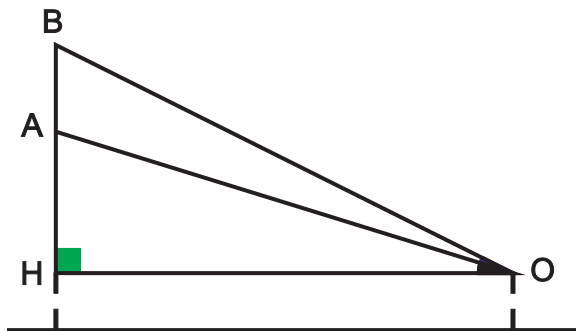
en utilisant les rapports trigonométriques dans le triangle rectangle STV, on obtient des arrondis à l'unité des distances VS Vénus-Soleil et TV Terre-Vénus :

VS = 107 613 234 Km et TV = 103 920 892 Km.



Théodolite

Un théodolite est un instrument utilisé en topographie, en astronomie,... il permet de mesurer des distances, des angles et des altitudes.



Lorsque l'on connaît l'altitude de deux points A et H, on peut calculer leur différence d'altitude AH, puis déterminer l'altitude du point B. En effet :

Les triangles OAH et OBH sont rectangles en H.

$$\tan \widehat{AOH} = \frac{AH}{OH} \text{ et } \tan \widehat{BOH} = \frac{BH}{OH}$$

$$\text{Donc } OH = \frac{AH}{\tan \widehat{AOH}} \text{ et aussi } OH = \frac{BH}{\tan \widehat{BOH}}.$$

$$\text{D'où } \frac{AH}{\tan \widehat{AOH}} = \frac{BH}{\tan \widehat{BOH}}, \text{ par suite } BH = AH \times \frac{\tan \widehat{BOH}}{\tan \widehat{AOH}}.$$

Activité 1

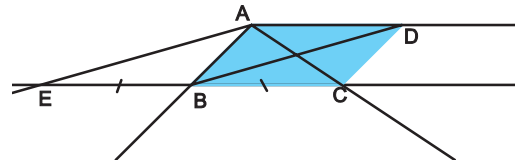
Répondre par vrai ou faux.

- 1) Un parallélogramme est un quadrilatère dont les côtés opposés sont parallèles.
- 2) Si ABCD est un parallélogramme de centre O alors, $OA=OB$.
- 3) Un quadrilatère PQRS ayant les côtés [PQ] et [RS] parallèles et de même longueur est un parallélogramme.
- 4) Un quadrilatère dont les diagonales ont la même longueur est un parallélogramme.
- 5) Si I est le milieu d'un segment [AB] alors, B est le symétrique de A par rapport à I.
- 6) Si A, B et C sont trois points alignés alors, le point C appartient à la droite (AB).
- 7) Si les points P, Q et R sont alignés alors, $PR = PQ + QR$.
- 8) Le centre de gravité d'un triangle est le point d'intersection des médianes de ce triangle.
- 9) Si G est le centre de gravité d'un triangle ABC alors, $GA = GB = GC$.
- 10) Soit ABC un triangle et I le milieu du côté [BC].

Le centre de gravité du triangle ABC est le point du segment [AI] tel que $AG = \frac{2}{3} AI$.

Activité 2

Dans la figure ci-contre ABCD est un parallélogramme.

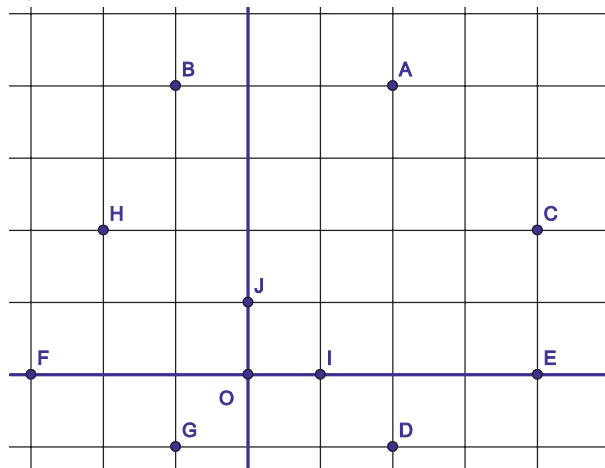


- 1)a) Montrer que le quadrilatère AEBD est un parallélogramme.
- b) Reproduire la figure et construire le point F tel que AFEB soit un parallélogramme.
- 2) Observer la figure obtenue et nommer ;
 - a) toutes les droites parallèles ;
 - b) toutes les demi-droites d'origine A.
- 3) Que représente la droite (AB) pour le triangle AEC ?

Activité 3

Dans la figure ci-contre, (O ; I ; J) est un repère du plan.

Déterminer les distances AB ; AC ; AD ; BG ; AG ; HC ; BH ; IE ; HD et EF.

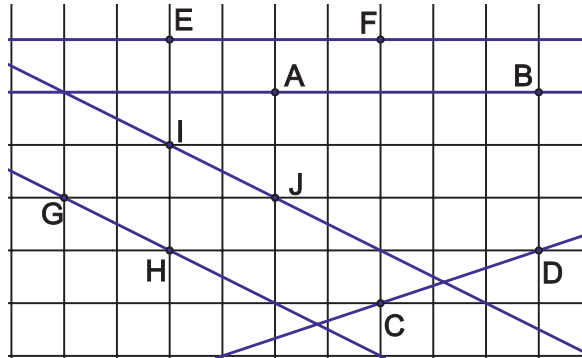


I] Définition et propriétés

1) Définition

Egalité de deux vecteurs

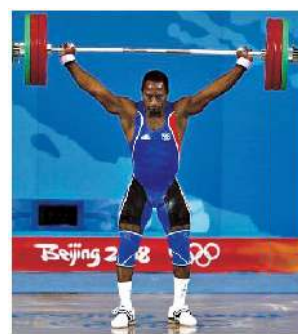
Activité 1



- 1) a) Déterminer toutes les droites de même direction, de la figure ci-dessus.
b) Donner des droites qui n'ont pas la même direction.
- 2) Un point M parcourt [AB] en partant de l'une des extrémités de ce segment.
De combien de façons le point M peut-il parcourir le segment [AB] ?

Activité 2

- 1) Dans la photo ci-contre, une compétition entre deux équipes dans le jeu « tire à la corde ».
 - a) Dans quelle direction les deux équipes tirent-elles la corde ?
 - b) Est-ce qu'elles tirent dans le même sens ?
 - c) Dans quel cas la corde est-elle en équilibre ?
 - d) Quand peut-on considérer qu'une équipe a gagné ?
- 2) Dans chacune des situations suivantes, préciser la direction et le sens de la force fournie par le sportif.

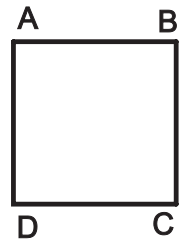


Activité 3

1) ABCD un carré. Un point M parcourt le segment [AB] en partant de A vers B, un point N parcourt le segment [DC] en partant de D vers C, un point Q parcourt le segment [AD] en partant de A vers D et un point R parcourt le segment [CB] en partant de C vers B.

Pour chacune des affirmations suivantes, dire si elle est vraie ou fausse.

- Les points M, N, Q et R parcourent la même distance.
- Les parcours des points M et N se font dans la même direction.
- Les parcours des points M et Q se font dans la même direction.
- Les parcours des points Q et R se font dans la même direction.
- Les parcours des points M et N se font dans le même sens.
- Les parcours des points Q et R se font dans le même sens.



2) Soit (xx') une droite et A un point de cette droite.

Recopier le tableau suivant et le compléter.

	Figure	Nombre de points possibles
$B \in (xx')$		
$B \in (xx')$ $AB = 2$		
$B \in (xx')$ $AB = 2$ $B \in [Ax)$		

Définition

Soit A et B deux points distincts du plan.

Le vecteur A, B noté \overrightarrow{AB} est un objet mathématique caractérisé par :

- sa direction, qui est celle de la droite (AB).
- son sens, du point A vers le point B.
- sa norme, qui est la distance AB, et elle est notée $\|\overrightarrow{AB}\|$.

Remarque

Lorsque les points A et B sont confondus, ils définissent un vecteur appelé le vecteur nul et noté $\vec{0}$. Le vecteur nul n'a ni une direction ni un sens et sa norme est égale à 0.

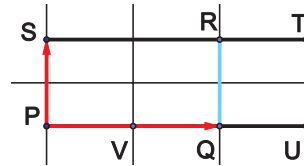
Il résulte de la définition :

Propriété

Deux vecteurs non nuls sont égaux signifie ils ont la même direction, le même sens et la même norme.

Exercice 1

- 1) Nommer les vecteurs égaux au vecteur \overline{PS} .
- 2) Nommer les vecteurs égaux au vecteur \overline{PQ} .
- 3) Les vecteurs \overline{PR} et \overline{QS} sont-ils égaux ?



Remarque

Soit \overline{AB} et \overline{CD} deux vecteurs non nuls.

(Les vecteurs \overline{AB} et \overline{CD} ont la même direction) équivaut à ((AB) et (CD) sont parallèles).

Vocabulaire

Si les vecteurs \overline{AB} et \overline{CD} sont égaux, on dit que les bipoints (A, B) et (C, D) sont **des représentants** du même vecteur, qu'on peut noter \vec{u} . On écrit $\vec{u} = \overline{AB} = \overline{CD}$

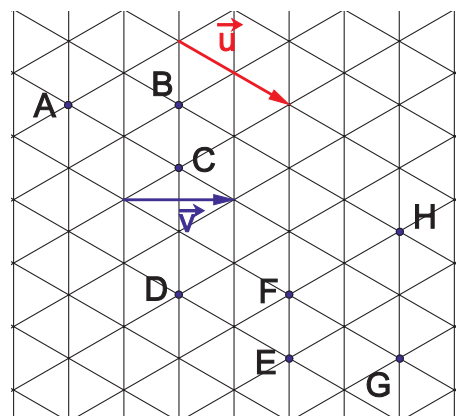
En particulier (A, A) ; (B, B) ; ... ; (M, M) sont des représentants du vecteur nul.

On écrit $\overline{AA} = \overline{BB} = \dots = \overline{MM} = \vec{0}$.

Etant donné un vecteur \overline{AB} , on dit que A est **l'origine** et B est **l'extrémité** de ce vecteur.

Exercice 2

- 1) Déterminer les bipoints de la figure qui représentent le vecteur \vec{u} .
- 2) Déterminer les bipoints de la figure qui représentent le vecteur \vec{v} .
- 3) Représenter les points K et L tels que $\vec{u} = \overline{KH}$ et $\vec{v} = \overline{FL}$.

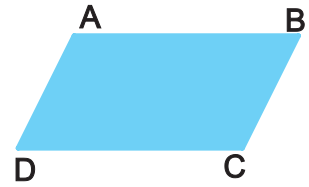


2) Relations vectorielles

Activité 4

1) Dans la figure ci-contre, ABCD est un parallélogramme.

- Ecrire tous les vecteurs égaux.
- Donner deux vecteurs qui ne sont pas égaux.



2) Soit A, B, C et D quatre points non alignés et tels que

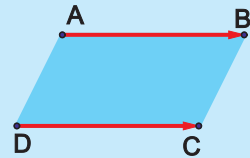
$$\overline{AB} = \overline{DC}.$$

Montrer que ABCD est un parallélogramme.

Propriété

Soient A, B, C et D quatre points non alignés.

($\overline{AB} = \overline{DC}$) équivaut à (ABCD est un parallélogramme).



Exercice 3

Soient ABCD et ADEF deux parallélogrammes.

- Faire une figure.
- Montrer que les segments [BE] et [CF] ont le même milieu.

Activité 5

Soit A, B, C et D quatre points tels que $\overline{AB} = \overline{CD}$.

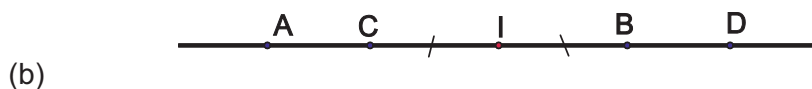
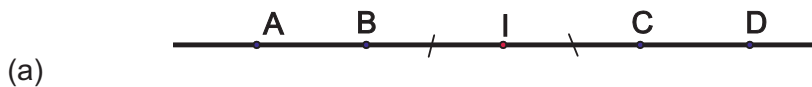
1) On suppose que les points A, B et C ne sont pas alignés.

Montrer que $\overline{AC} = \overline{BD}$.

2) On suppose que les points A, B et C sont alignés.

Soit I le milieu du segment [BC].

Dans chaque cas des figures (a) et (b), prouver que $AC = BD$ et déduire que $\overline{AC} = \overline{BD}$.



Propriété

Soit A, B, C et D quatre points du plan.
 $(\overline{AB} = \overline{CD})$ équivaut à $(\overline{AC} = \overline{BD})$.

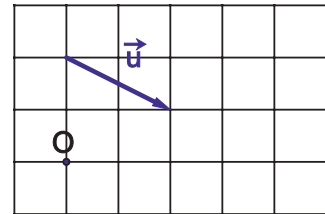
Exercice 4

Soit A et B deux points distincts.

- a) Déterminer le point M tel que $\overline{AM} = \overline{AB}$.
- b) Existe-t-il un point M tel que $\overline{AM} = \overline{BM}$?

Activité 6

- a) Dans la figure ci-contre, \vec{u} un vecteur et O un point du plan.
 Existe-t-il un point M du plan tel que $\overline{OM} = \vec{u}$?
 Si oui, reproduire la figure et construire ce point.
 Y-a-t-il d'autres points ?
- b) Combien y-a-t-il de points M tels que $\overline{OM} = \vec{0}$?



Propriété

Soit \vec{u} un vecteur et O un point du plan.
 Il existe un unique point M du plan tel que $\overline{OM} = \vec{u}$

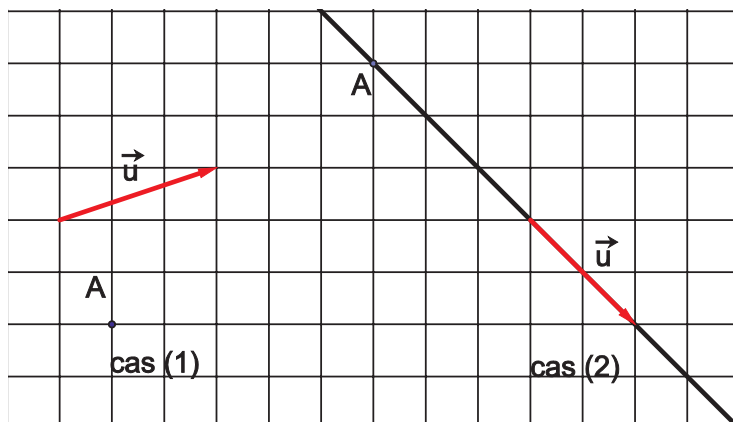


Remarque

A et B deux points du plan. $\overline{AB} = \vec{0}$ signifie A = B.

Exercice 5

Recopier la figure ci-dessous et construire, dans chacun des deux cas, le point B tel que $\overline{AB} = \vec{u}$.



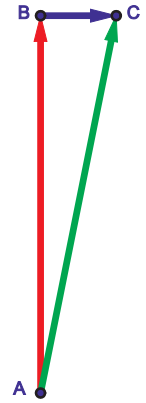
II] Somme de deux vecteurs

1) Définition

Activité 7

Un avion vole à la vitesse de 200 km/h dans le sens sud-nord, le vent souffle ouest-est avec une vitesse de 20 km/h.

La situation est modélisée par la figure ci-contre, où \overline{AB} représente le vecteur vitesse de l'avion, \overline{BC} représente le vecteur vitesse du vent et la vitesse résultante est représentée par le vecteur \overline{AC} .

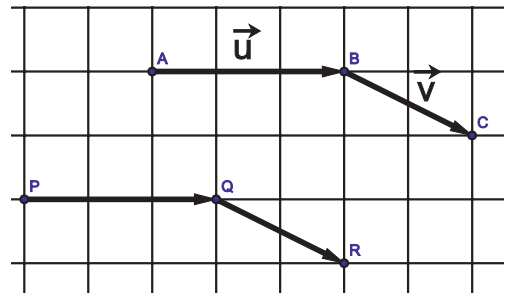


Donner un arrondi à l'unité de la norme du vecteur \overline{AC} .

Activité 8

Dans la figure ci-contre, \vec{u} et \vec{v} deux vecteurs tels que : $\vec{u} = \overline{AB} = \overline{PQ}$ et $\vec{v} = \overline{BC} = \overline{QR}$.

- Quelle est la nature de chacun des quadrilatères ABQP et BCRQ ?
- Montrer que ACRP est un parallélogramme.
- En déduire que $\overline{AC} = \overline{PR}$.



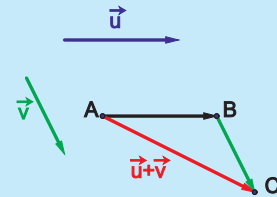
Définition

Soit \vec{u} et \vec{v} deux vecteurs du plan.

Soit A, B, C et D des points tels que $\vec{u} = \overline{AB}$ et $\vec{v} = \overline{BC}$.

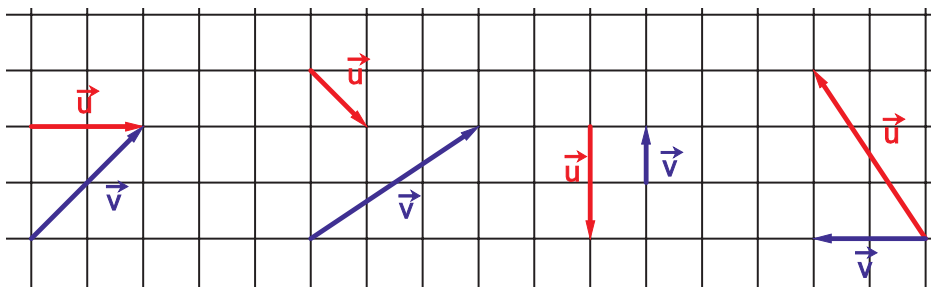
On appelle somme des deux vecteurs \vec{u} et \vec{v} le vecteur $\vec{u} + \vec{v} = \overline{AC}$.

La relation $\overline{AB} + \overline{BC} = \overline{AC}$ s'appelle la relation de Chasles.



Exercice 6

Recopier la figure ci-dessous et représenter, dans chacun des cas, le vecteur somme $\vec{u} + \vec{v}$.



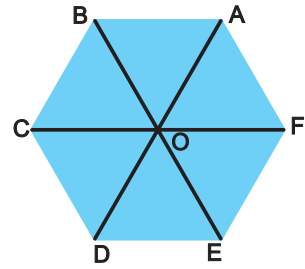
Exercice 7

Dans la figure ci-contre, ABCDEF est un hexagone régulier de centre O.

Calculer les sommes suivantes :

$$\overline{AB} + \overline{BC} \quad ; \quad \overline{AB} + \overline{AO} \quad ; \quad \overline{FO} + \overline{CD}$$

$$\overline{AB} + \overline{ED} \quad ; \quad \overline{BC} + \overline{EF} \quad ; \quad \overline{OD} + \overline{OF}.$$



Activité 9

Soit ABCD un parallélogramme de centre O.

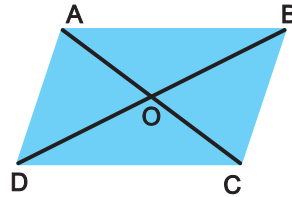
1) Compléter

$$\overline{CD} = \overline{B.}$$

$$\overline{AB} + \overline{CD} = \overline{AB} + \dots = \overline{A.} = ..$$

2) Déterminer le vecteur somme dans chacun des cas suivants :

$$\overline{AD} + \overline{CB} \quad ; \quad \overline{OB} + \overline{OD} \quad ; \quad \overline{OC} + \overline{OA}.$$



Définition

Soit \vec{u} un vecteur et A et B deux points tels que $\vec{u} = \overline{AB}$.

L'opposé du vecteur \vec{u} est le vecteur noté $-\vec{u}$ et tel que $-\vec{u} = \overline{BA}$.

On a : $\vec{u} + (-\vec{u}) = \overline{AB} + \overline{BA} = \overline{AA} = \vec{0}$

Remarques

- On dit que les vecteurs \vec{u} et $-\vec{u}$ sont opposés.
- L'opposé du vecteur \overline{AB} est le vecteur \overline{BA} .
- Soit \vec{u} et \vec{v} deux vecteurs. On écrit : $\vec{u} + (-\vec{v}) = \vec{u} - \vec{v}$.

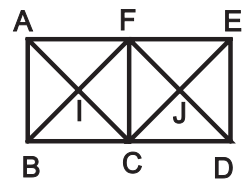
Exercice 8

1) ABCF et CDEF, deux carrés.

Observer la figure ci-contre et nommer tous les vecteurs opposés respectivement des vecteurs \overline{AB} et \overline{BI} .

2) Simplifier les sommes vectorielles suivantes :

$$(\overline{FC} + \overline{BA}) + \overline{FD} \quad ; \quad (\overline{IF} + \overline{JD}) + (\overline{CI} + \overline{EJ}) \quad ; \quad \overline{DE} + (\overline{FB} + \overline{BC}) \quad ; \quad (\overline{AF} + \overline{AC}) + \overline{DE}.$$



2) La règle du parallélogramme

Activité 10

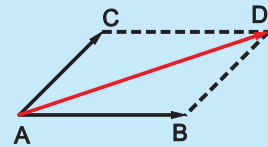
- 1) Soit A, B et C trois points non alignés.
 - a) Construire le point D tel que $\overline{AB} = \overline{CD}$.
 - b) Montrer que $\overline{AB} + \overline{AC} = \overline{AD}$.
 - c) Montrer que ABDC est un parallélogramme.
- 2) Soit ABDC un parallélogramme.

Montrer que $\overline{AB} + \overline{AC} = \overline{AD}$.

Propriété : la règle du parallélogramme

Soient A, B, C et D quatre points non alignés.

(ABCD est un parallélogramme) équivaut à $\overline{AB} + \overline{AC} = \overline{AD}$.



Exercice 9

Soit ABC un triangle. I, J et K sont les milieux respectifs des côtés [AB], [BC] et [CA].

- a) Donner deux vecteurs égaux à \overline{AI} .
- b) Simplifier les sommes suivantes : $\overline{AI} + \overline{AK}$; $\overline{BI} + \overline{BJ}$; $\overline{JB} + \overline{IB}$.

Exercice 10

A, B, C et O sont quatre points non alignés du plan.

Les points E et F sont définis par $\overline{OE} = \overline{OA} + \overline{OB}$ et $\overline{OF} = \overline{OB} + \overline{OC}$.

Montrer que AEFC est un parallélogramme.

Exercice 11

Soit ABCD un parallélogramme. Construire les points E, F, G et H définis par :

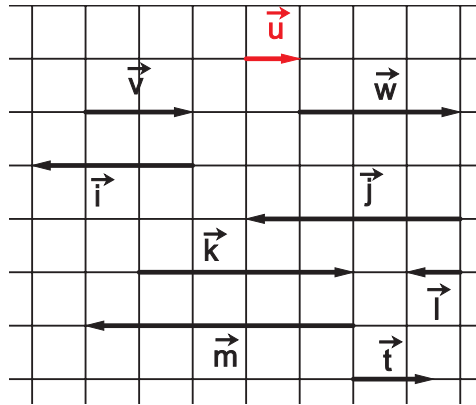
$\overline{BE} = \overline{DC}$; $\overline{BF} = \overline{BA} + \overline{BD}$; $\overline{DG} = \overline{CA} + \overline{CB}$; $\overline{AH} = \overline{AB} - \overline{AC}$.

III] Produit d'un vecteur par un réel

1) Définition et propriétés

Activité 11

Tous les vecteurs, de la figure ci-dessous, ont la même direction que le vecteur \vec{u} .



Recopier le tableau ci-dessous et le compléter. La première ligne est donnée comme exemple.

Vecteurs de même sens que \vec{u}			Vecteurs de sens contraires que \vec{u}		
Vecteur	Norme	Expression en fonction de \vec{u}	Vecteur	Norme	Expression en fonction de \vec{u}
\vec{v}	$\ \vec{v}\ = 2 \ \vec{u}\ $	$\vec{v} = 2 \vec{u}$	\vec{i}	$\ \vec{i}\ = 3 \ \vec{u}\ $	$\vec{i} = -3 \vec{u}$

Définition

Soit \vec{u} un vecteur non nul et k un réel non nul.

Le produit du vecteur \vec{u} par le réel k est un vecteur, noté $k \vec{u}$, de même direction que \vec{u} et de norme $|k| \|\vec{u}\|$ et de même sens que \vec{u} , si $k > 0$ et de sens contraire, si $k < 0$.

Remarques

- Par convention, si $k = 0$ ou $\vec{u} = \vec{0}$, alors $k \vec{u} = \vec{0}$.
- $1 \vec{u} = \vec{u}$; $-1 \vec{u} = -\vec{u}$.

Exercice 12

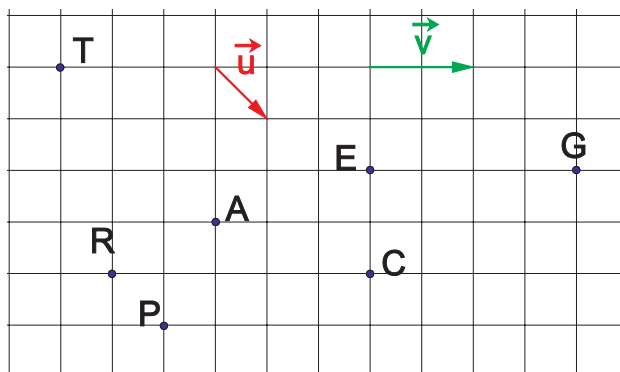
1) Utiliser la figure ci-dessous pour ;

a) exprimer les vecteurs \overline{RP} et \overline{AT} en fonction du vecteur \vec{u} ;

b) exprimer les vecteurs \overline{EG} et \overline{RC} en fonction du vecteur \vec{v} .

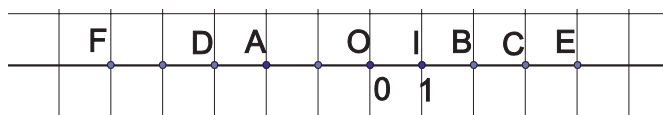
2) Reproduire la figure ci-dessous et construire les points B, D, F, H, Q et S tels que

$$\overline{AB} = -2 \vec{u} ; \overline{CD} = -\vec{u} ; \overline{EF} = 3 \vec{u} ; \overline{GH} = -\frac{3}{2} \vec{v} ; \overline{PQ} = 2 \vec{v} ; \overline{RS} = \frac{1}{2} \vec{v}.$$



Exercice 13

Dans la figure ci-dessous, (OI) est une droite graduée.



a) Exprimer les vecteurs suivants en fonction du vecteur \overline{OI} :

$$\overline{OA} ; \overline{OB} ; \overline{OC} ; \overline{OD} ; \overline{OE} \text{ et } \overline{OF}.$$

b) Trouver les réels x ; y ; z et t tels que :

$$\overline{AB} = x \overline{OI} ; \overline{EF} = y \overline{AB} ; \overline{ID} = z \overline{BC} \text{ et } \overline{AC} = t \overline{AF}.$$

Exercice 14

Soit A, B et C trois points non alignés.

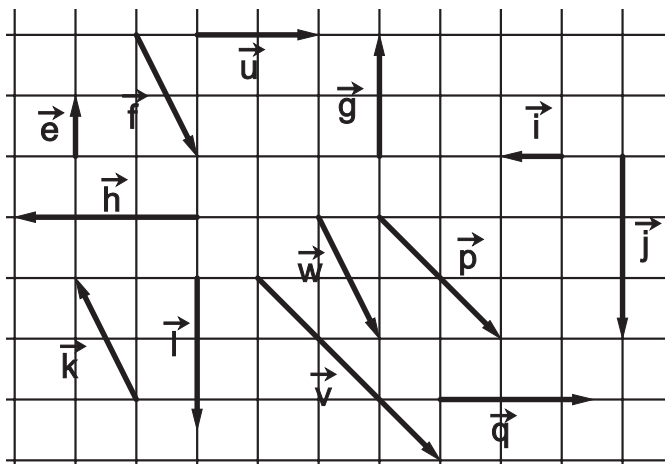
Construire les points M, N, P et Q tels que :

$$\overline{AM} = 3 \overline{AB} ; \overline{AN} = 2 \overline{BC} ; \overline{AP} = -2 \overline{AC} ; \overline{BQ} = 3 \overline{AB} + 2 \overline{BC}.$$

2) Vecteurs colinéaires

Activité 12

Déterminer, de la figure ci-dessous, tous les vecteurs qui ont la même direction.



Définition

On dit que deux vecteurs non nuls sont colinéaires s'ils ont la même direction.

Remarques

- Par convention, le vecteur nul est colinéaire à tout vecteur du plan.
- (Les vecteurs \overline{AB} et \overline{CD} sont colinéaires) équivaut à (les droites (AB) et (CD) sont parallèles).

Propriété (admise)

Soit \vec{u} et \vec{v} deux vecteurs non nuls.

Les vecteurs \vec{u} et \vec{v} sont colinéaires signifie il existe un réel k non nul tel que $\vec{v} = k \vec{u}$

Exercice 15

Soit ABC un triangle.

Les points I et J sont définies par : $\overline{AI} = 3 \overline{AB}$ et $\overline{AJ} = 3 \overline{AC}$.

- Montrer que les vecteurs \overline{IJ} et \overline{BC} sont colinéaires.
- En déduire que les droites (BC) et (IJ) sont parallèles.

Exercice résolu

Soit ABCD un parallélogramme.

On considère les points E et F définies par : $\overrightarrow{DE} = \frac{3}{4} \overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AF} = -\frac{4}{3} \overrightarrow{AD}$.

Montrer que les droites (AE) et (BF) sont parallèles.

Solution

$$\begin{aligned} \overrightarrow{AE} &= \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DE} ; \text{ d'après la relation de Chasles} \\ &= \overrightarrow{AD} + \frac{3}{4} \overrightarrow{AB}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \overrightarrow{BF} &= \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AF} ; \text{ d'après la relation de Chasles} \\ &= -\overrightarrow{AB} - \frac{4}{3} \overrightarrow{AD} \\ &= -\frac{4}{3} \left(\frac{3}{4} \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} \right) \\ &= -\frac{4}{3} \overrightarrow{AE}. \end{aligned}$$

Les vecteurs \overrightarrow{AE} et \overrightarrow{BF} sont colinéaires, donc les droites (AE) et (BF) sont parallèles.

Activité 13

Soit \overrightarrow{AB} un vecteur non nul.

1) Soit M un point du plan.

Montrer que si les vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AM} sont colinéaires, alors le point M appartient à la droite (AB).

2) Soit M un point de la droite (AB).

Montrer que les vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AM} sont colinéaires.

Propriété

Soit (AB) une droite et M un point du plan.

(Les vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AM} sont colinéaires) équivaut à (M appartient à la droite (AB)).

Remarque

Soit A, B et C trois points distincts.

(Les vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AC} sont colinéaires) équivaut à (les points A, B et C sont alignés).

Exercice 16

Soit ABCD un parallélogramme.

Les points E et F sont définis par : $\overrightarrow{DE} = 3\overrightarrow{DC}$ et $\overrightarrow{AF} = -0,5\overrightarrow{AD}$.

- Exprimer \overrightarrow{FD} en fonction de \overrightarrow{AD} .
- Montrer que les points B, F et E sont alignés.

3) Milieu d'un segment – centre de gravité d'un triangle

Activité 14

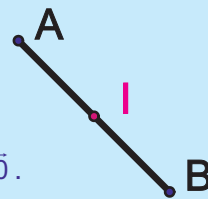
Soit A, B et I trois points distincts.

- Montrer que si I est le milieu du segment [AB], alors $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{IB}$.
 - Montrer que si $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{IB}$, alors I est le milieu du segment [AB].
- Montrer que I est le milieu de [AB] est équivalent à $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \vec{0}$.
 - Montrer que I est le milieu de [AB] est équivalent à $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{AI}$.

Propriétés : milieu d'un segment

Soit A, B et I trois points distincts. On a :

- I est le milieu de [AB] est équivalent à $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{IB}$.
- I est le milieu de [AB] est équivalent à $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \vec{0}$.
- I est le milieu de [AB] est équivalent à $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{AI}$.



Exercice 17

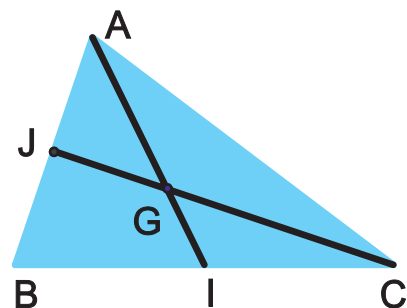
Soit ABC un triangle.

- Construire les points D et E tels que $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{CA}$.
- Montrer que B est le milieu du segment [ED].

Activité 15

Soit ABC un triangle et G son centre de gravité. I et J les milieux respectifs des segments [BC] et [AB].

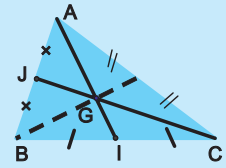
- Montrer que $\frac{GI}{AG} = \frac{1}{2}$ et en déduire que $AG = \frac{2}{3}AI$.
 - Justifier l'égalité vectorielle $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AI}$.
- Soit K le point tel que $\overrightarrow{AK} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AI}$, prouver que K=G.



Propriété : centre de gravité d'un triangle

Soit ABC un triangle et I le milieu du côté [BC].

(G est le centre de gravité du triangle ABC) équivaut à $(\overline{AG} = \frac{2}{3} \overline{AI})$.

**Exercice 18**

Soit ABC un triangle et I le milieu du côté [BC]. D le point tel que $\overline{AD} = \frac{2}{3} \overline{AB}$.

La droite passant par D et parallèle à (BC) coupe (AI) en un point K.

Montrer que K est le centre de gravité du triangle ABC.

Exercice 19

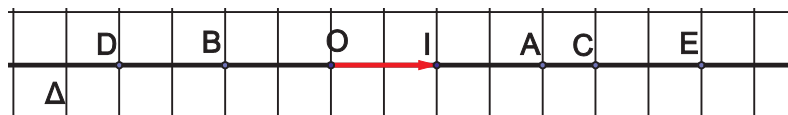
Soit ABC un triangle et O le milieu du côté [AC]. Soit D le symétrique du point C par rapport au point B. La droite (OD) coupe (AB) en E.

Que représente le point E pour le triangle ACD ?

En déduire que $\overline{DE} = \frac{2}{3} \overline{DO}$.

IV] Repère cartésien**1) Repère cartésien d'une droite****Activité 16**

Dans la figure ci-dessous, Δ est une droite graduée par le repère (O ; I), O, I, A, B, C, D et E des points de cette droite.



1) Préciser les abscisses des points A, B, C, D et E.

2) Déterminer les réels x, y, z, t et k tels que :

$$\overline{OA} = x \overline{OI} ; \overline{OB} = y \overline{OI} ; \overline{OC} = z \overline{OI} ; \overline{OD} = t \overline{OI} ; \overline{OE} = k \overline{OI}.$$

Définition

Soit Δ une droite et O et I deux points distincts de Δ .

Le couple $(O ; \overline{OI})$ est appelé un repère cartésien de Δ .

Pour tout point M de Δ , il existe un unique réel x tel que $\overline{OM} = x \overline{OI}$.

x est appelé l'abscisse du point M dans le repère $(O ; \overline{OI})$.

Remarque

En particulier, on a $\overline{OO} = \vec{0} = 0 \overline{OI}$; $\overline{OI} = 1 \overline{OI}$. D'où, dans le repère $(O ; \overline{OI})$, l'abscisse de O est 0 et l'abscisse de I est 1.

Exercice 20

Reprendre l'activité précédente et donner les abscisses des points A, B, C, D et E, dans le repère $(O ; \overline{OI})$.

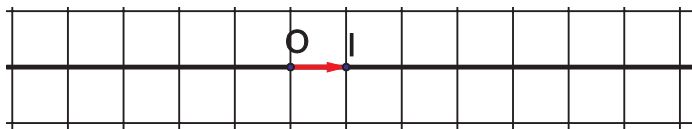


Planche saut longueur

Activité 17

Reproduire la figure suivante et placer les points F, G, H, K, L et M d'abscisses respectives

3 ; -2 ; $-\frac{1}{2}$; $\frac{3}{2}$; 5 et $-3,5$; dans le repère cartésien $(O ; \overline{OI})$.

**Activité 18**

Soit Δ une droite munie d'un repère cartésien $(O ; \overline{OI})$.

Soit A et B deux points distincts d'abscisses respectives x_A et x_B . Soit J le milieu du segment $[AB]$.

- Quelle est l'abscisse du point J dans le repère $(O ; I)$?
- En déduire l'abscisse de J dans le repère $(O ; \overline{OI})$.

Soit Δ une droite munie d'un repère cartésien $(O ; \overline{OI})$.

Soit A et B deux points distincts d'abscisses respectives x_A et x_B .

L'abscisse du milieu du segment $[AB]$ est $\frac{x_A + x_B}{2}$.

Exercice 21

Soit Δ une droite munie d'un repère cartésien $(O ; \overline{OI})$.

1) A, B, C et D les points d'abscisses respectives $-0,5$; 2 ; $\frac{1}{3}$; 5 .

Calculer les abscisses des milieux des segments $[AB]$, $[CD]$ et $[AD]$.

2) Soit E et F deux points distincts et J le milieu du segment $[EF]$.

Sachant que les abscisses respectives de E et J sont -1 et 3 , déterminer l'abscisse du point F.

1) Repère cartésien du plan

Activité 19

Dans la figure ci-dessous (O, I, J) est un repère du plan.

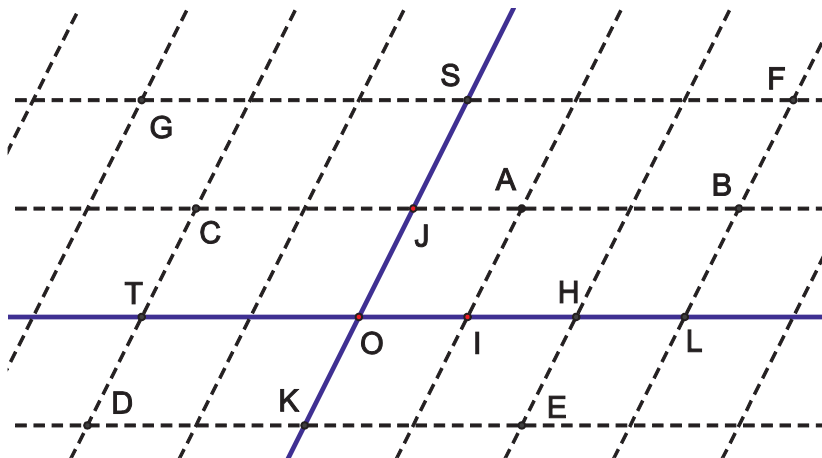
1) Par une lecture graphique, donner les coordonnées des points A, B, C, D, E, F, G, H et K.

2) Compléter :

$OIAJ$ est un parallélogramme, d'où $\overline{OA} = \overline{OI} + \dots$

$OLFS$ est un parallélogramme, d'où $\overline{OF} = \overline{OL} + \dots = 3 \dots + 2 \overline{OJ}$.

$\overline{OB} = \dots \overline{OI} + \dots \overline{OJ}$; $\overline{OC} = \dots \overline{OI} + \dots \overline{OJ}$; $\overline{OD} = \dots \overline{OI} + \dots \overline{OJ}$.



Activité 20

Soit O, I et J trois points non alignés du plan.

Soit M un point du plan de coordonnées $(x ; y)$ dans le repère $(O ; I ; J)$.

On note P le projeté de M sur la droite (OI) parallèlement à la droite (OJ) .

On note Q le projeté de M sur la droite (OJ) parallèlement à la droite (OI) .

1) Quelle est la nature du quadrilatère OPMQ ?

En déduire que $\overline{OM} = \overline{OP} + \overline{OQ}$.

2) Compléter $\overline{OP} = \dots \overline{OI}$; $\overline{OQ} = \dots \overline{OJ}$; $\overline{OM} = \dots \overline{OI} + \dots \overline{OJ}$.

Définition

Soit O, I et J trois points non alignés du plan.

Le triplet $(O ; \overline{OI} ; \overline{OJ})$ est appelé un repère cartésien du plan.

Pour tout point M du plan, il existe un unique couple de réels $(x ; y)$ tel que

$$\overline{OM} = x \overline{OI} + y \overline{OJ} .$$

$(x ; y)$ est appelé le couple de coordonnées du point M dans le repère $(O ; \overline{OI} ; \overline{OJ})$,

on écrit $M(x ; y)$.

Le réel x est l'abscisse du point M et le réel y est l'ordonnée du point M .

$(O ; \overline{OI})$ est l'axe des abscisses et $(O ; \overline{OJ})$ est l'axe des ordonnées.

Exercice 22

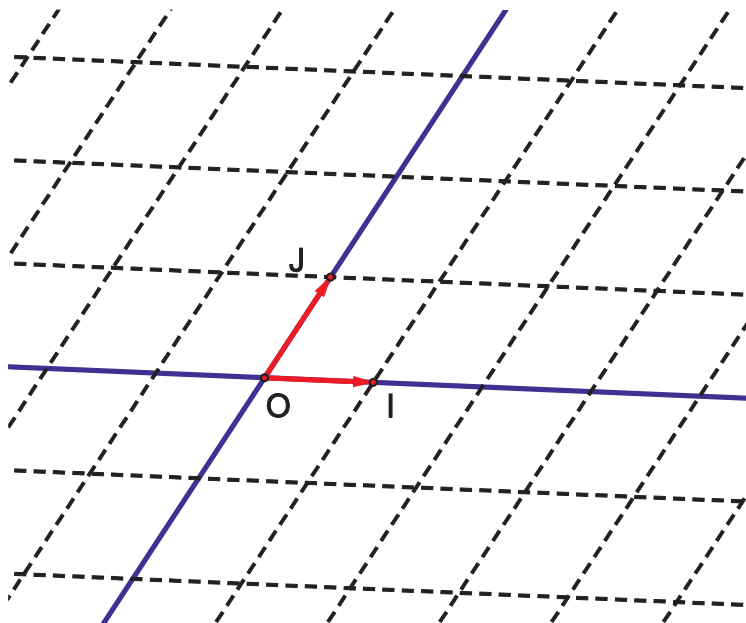
1) Recopier la figure ci-dessous, où $(O ; \overline{OI} ; \overline{OJ})$ est un repère cartésien du plan.

Placer les points $A(-2 ; 3)$, $B(-1 ; -2)$, $C(0 ; -1)$, $D(4 ; 0)$, $E(3 ; -1)$, $F(2 ; 2)$, $G(1 ; -2)$ et $H(3 ; 1)$.

2) Soit P, Q, R et S quatre points définis par les égalités vectorielles suivantes :

$$\overline{OP} = -2 \overline{OI} + 3 \overline{OJ} ; \overline{OQ} = \overline{OJ} + 2 \overline{OI} ; \overline{OR} = 3 \overline{OI} + \overline{OJ} ; \overline{OS} = 4 \overline{OI} .$$

Déterminer les coordonnées des points P, Q, R et S .



Activité 21



1) Ouvrir le logiciel GeoGebra et construire un parallélogramme ABCD (utiliser la grille dans le menu **Affichage**).

Construire un point M à l'intérieur du parallélogramme ABCD.

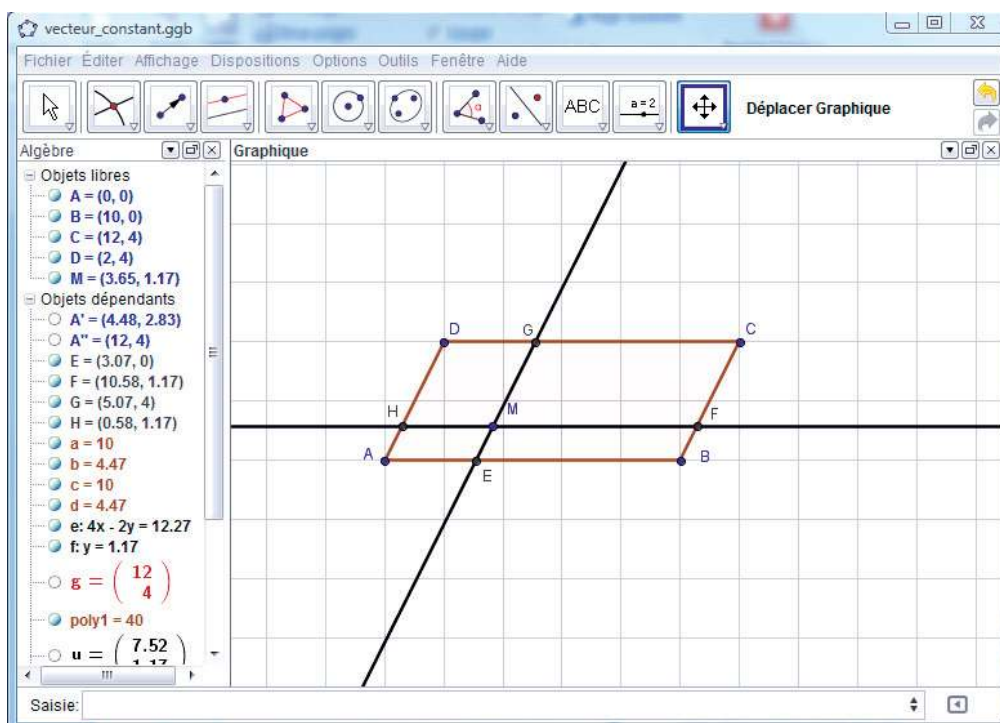
Construire la droite parallèle à (AD) et passant par M, nommer E et G respectivement les points d'intersection de cette droite avec (AB) et (CD).

Construire la droite parallèle à (AB) et passant par M, nommer F et H respectivement les points d'intersection de cette droite avec (BC) et (AD).

Construire les vecteurs \overrightarrow{EF} et \overrightarrow{HG} (utiliser l'outil **Vecteur**), puis la somme de ces deux vecteurs en prenant comme origine le point A (utiliser l'outil **Représentant**).

Déplacer le point M à l'intérieur du parallélogramme et observer le vecteur somme.

Quelle conjecture peut-on émettre ?



2) Recopier et compléter, en utilisant le graphique :

On a : $\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{BF}$ et $\overrightarrow{HG} = \overrightarrow{HM} + \overrightarrow{MD} = \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{FD}$.

$$\overrightarrow{EF} + \overrightarrow{HG} = (\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{BF}) + (\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{FD})$$

D'où
$$= (\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{AM}) + (\overrightarrow{BF} + \overrightarrow{FD})$$

$$= \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BC}$$

$$= \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BC}$$

Enoncé 1

Pour chacune des questions suivantes, choisir la (les) bonne(s) réponse(s).

ABCD un parallélogramme.

1) O le centre du parallélogramme ABCD, on a :

- a) $\overline{AO} = \overline{OC}$ b) $\overline{OB} = \overline{OD}$ c) $OB = OD$.

2) $\overline{AB} + \overline{AD} =$

- a) \overline{BD} b) \overline{AC} c) $2 \overline{OC}$.

3) I étant le milieu du côté [AB] du parallélogramme, on a :

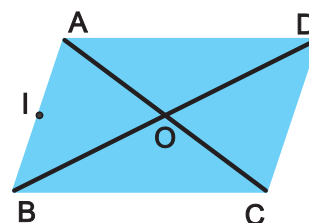
- a) $\overline{AI} = \overline{BI}$ b) $\overline{IA} + \overline{IB} = \vec{0}$ c) $\overline{OI} = -\frac{1}{2} \overline{BC}$.

4) Soit E le point tel que $\overline{BE} = \overline{BI} + \overline{BC}$. Alors on a :

- a) E est le milieu du segment [CD]
 b) $\overline{BE} = \overline{BD} + \overline{BC}$
 c) Les vecteurs \overline{OE} et \overline{BC} sont colinéaires.

5) Soit F le point tel que $\overline{CF} = 3 \overline{AB}$. Alors on a :

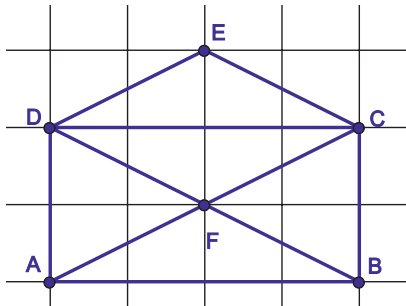
- a) Les droites (CF) et (AB) sont parallèles
 b) Les points C, D et F sont alignés.
 c) $\overline{CA} = 3 \overline{FB}$

**Enoncé 2**

Répondre par vrai ou faux.

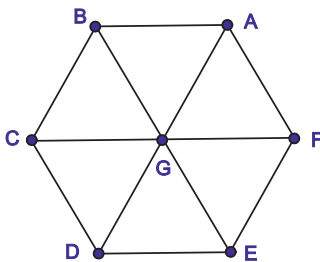
- a) Deux vecteurs de même direction et de même norme sont égaux.
 b) Si M et N sont deux points d'une demi-droite [Ax) tels que $AN = 5 AM$, alors $\overline{AN} = 5 \overline{AM}$.
 c) Si $\overline{AC} = -4 \overline{AB}$ alors, les points A, B et C sont alignés.
 d) Si $\overline{PQ} = \overline{RS}$ alors, $\overline{PR} = \overline{SQ}$.
 e) Les vecteurs $2 \vec{u}$ et $-\frac{3}{4} \vec{u}$ sont colinéaires.
 f) Si $3 \vec{u} + 5 \vec{v} = \vec{0}$ alors, les vecteurs \vec{u} et \vec{v} sont colinéaires.
 g) Si $\overline{EM} = 4 \overline{EF}$ alors, le point M appartient à la droite (EF).
 h) ABC un triangle et B' le milieu du côté [AC]. Le centre de gravité du triangle ABC est le point G tel que $\overline{BG} = \frac{2}{3} \overline{BB'}$.

Exercice 1



Reconnaitre les vecteurs égaux sur la figure.

Exercice 2



La figure représente un hexagone régulier.

- 1) Nommer les vecteurs égaux à \overrightarrow{BG} .
- 2) Nommer les vecteurs opposés à \overrightarrow{GC} .

Exercice 3

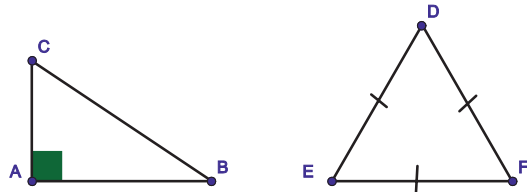


Dans une compétition de tire à la corde l'une des équipes tire avec une force de 600N l'autre avec une force de 500N. Représenter les deux forces et leur résultante.

Exercice 4

Soit A, B et C trois points non alignés. Construire les points D, E, F tels que $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$; $\overrightarrow{CE} = -2 \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$; $2 \overrightarrow{FB} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}$.

Exercice 5



On donne $AB = EF = 3$ et $AC = 2$.

- a) Construire un représentant de chacun des vecteurs $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{EF} + \overrightarrow{ED}$.
- b) Calculer $\|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}\|$ et $\|\overrightarrow{EF} + \overrightarrow{ED}\|$.

Exercice 6

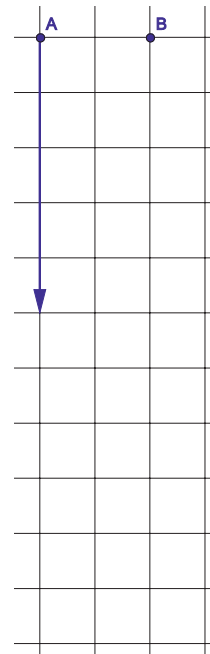
Soient ABC un triangle et M un point quelconque, on considère les points N, P et Q tels que $\overrightarrow{MN} = 2 \overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{NP} = 2 \overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{PQ} = 2 \overrightarrow{BA}$.

Montrer que les droites (MQ) et (BC) sont parallèles.

Exercice 7

Le projectile du lancer du poids a une masse de 7,2 kg pour les hommes et de 4 kg pour les femmes.

On a représenté ci-contre le poids du projectile pour les femmes par un vecteur d'origine A, représenter le poids du projectile pour les hommes par un vecteur d'origine B.



Exercice 8

Soit A, B et C trois points non alignés.

- 1) Construire le point D tel que $\overline{AD} = 3\overline{AB}$.
- 2) La droite passant par D et parallèle à la droite (BC) coupe la droite (AC) en un point E.
 - a) Calculer $\frac{AE}{AC}$.
 - b) En déduire le vecteur \overline{AE} en fonction du vecteur \overline{AC} .

Exercice 9

On considère un triangle ABC et les points M

et N définis par $\overline{AM} = -\frac{3}{5}\overline{AB}$ et

$$\overline{AN} = -\frac{3}{5}\overline{AC}.$$

Montrer que les droites (BC) et (MN) sont parallèles.

Exercice 10

ABCD est un carré de côté 1, soit M le point

tel que $\overline{AM} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\overline{AB} + \overline{AD})$.

- 1) Donner le vecteur \overline{AM} en fonction du vecteur \overline{AC} .
- 2) Déterminer la norme du vecteur \overline{AM} , construire alors le point M.

Exercice 11

On considère un parallélogramme ABCD et

les points M et N définies par $\overline{BM} = \frac{1}{2}\overline{AB}$ et

$$\overline{AN} = 3\overline{AD}.$$

- 1) Faire une figure.
- 2) Montrer que $\overline{CM} = \frac{1}{2}\overline{AB} + \overline{CB}$ et $\overline{CN} = 2\overline{AD} + \overline{CD}$.
- 3) Montrer que \overline{CM} et $\overline{CN} = -2\overline{CM}$.

Que peut-on en déduire pour les points C, M et N ?

Exercice 12

ABC est un triangle de centre de gravité G.

Soient M, N et Q les points définis par

$$\overline{AM} = \overline{AB} + \overline{AC}, \quad \overline{AN} = 2\overline{BA} + \overline{AC} \quad \text{et} \quad \text{BCAQ}$$

est un parallélogramme.

- 1) a) Quelle est la nature du quadrilatère ABMC ?
 - b) Exprimer le vecteur \overline{CQ} en fonction des vecteurs \overline{CA} et \overline{CB} .
 - c) Faire une figure
- 2) Montrer que G est le centre de gravité du triangle MNQ.

Exercice 13

Soit ABC un triangle de centre de gravité G, soient M, N et Q les points tels que :

A est le milieu de [CM]

B est le milieu de [AN]

C est le milieu de [BQ]

Montrer que G est le centre de gravité du triangle MNQ.

Exercice 14

Soit $(O; \overline{OI}; \overline{OJ})$ un repère cartésien du plan.

A, B, C, D et E les points définis par les

égalités vectorielles suivantes :

$$\overline{OA} = -2\overline{OI} + \overline{OJ}; \quad \overline{OB} = 3\overline{OI} - \overline{OJ};$$

$$\overline{OC} = \overline{OI} + \overline{OJ}; \quad \overline{OD} = 2\overline{OI} - \overline{OJ};$$

$$\overline{OE} = -3\overline{OI} + 4\overline{OJ}.$$

- a) Montrer que O est le milieu de [AD].
- b) Donner les coordonnées des points A, B, C, D et E.

Repérage : GPS

Le GPS (Global Positioning System) est un système de positionnement par satellites. Le GPS a connu un grand succès dans de nombreux domaines : navigation maritime, circulation routières, randonnées,...

Dans la photo ci-contre un GPS au bord d'une voiture.



La météo et les meilleures performances

L'effet de la météo sur les performances a été sujet de plusieurs études internationales. Selon une étude, l'impact du vent est assez bien caractérisé : en sprint (100m, 200m et 110 m haies), une vitesse de vent de 2 mètres par seconde permet un gain de temps compris entre 1 et 2 dixièmes de seconde.

Dans le tableau ci-dessous, sont enregistrées les meilleures performances hommes au 100m vitesse (jusqu'à 29 Juin 2012). La colonne « vent » donne la vitesse du vent au cours de la course, le signe (+ ou -) précise si le vent est favorable à l'athlète ou s'il est défavorable.

Hommes				
Temps	Vent	Athlète	Lieu	Date
1 9 s 58	+0,9	Usain Bolt	Berlin	16 août 2009
2 9 s 69	nul	Usain Bolt	Pékin	16 août 2008
	+0,9	Tyson Gay	Shanghai	20 septembre 2009
4 9 s 71	+0,9	Tyson Gay	Berlin	16 août 2009
5 9 s 72	+1,7	Usain Bolt	New York	31 mai 2008
	+0,2	Asafa Powell	Lausanne	2 septembre 2008
7 9 s 74	+1,7	Asafa Powell	Rieti	9 septembre 2007
8 9 s 75	+1,1	Yohan Blake	Kingston	29 juin 2012
9 9 s 76	+1,8	Usain Bolt	Kingston	3 mai 2008
	+1,3	Usain Bolt	Bruxelles	16 septembre 2011
	-0,1	Usain Bolt	Rome	31 mai 2012

Chapitre 1 : Calcul dans IR

Enoncé 1

1)	2)	3)	4)	5)	6)	7)	8)	9)	10)
V	F	V	V	V	F	F	F	F	F

Enoncé 2

a)	b)	c)	d)
2	$1,3465 \times 10^2$	1,462	1,618

Enoncé 3

1)	2)	3)	4)
c	d	a	b

Chapitre 2 : Proportionnalité-Pourcentages

Enoncé 1

1)	2)	3)	4)	5)	6)	7)	8)	9)
c	b	c	b	a	c	b	c	a

Enoncé 2

a)	b)	c)	d)	e)	f)
48	0,1236	20	60	2,5	5

Enoncé 3

a)	b)	c)	d)	e)
F	V	V	F	F

Chapitre 3 : Problèmes du premier degré

Enoncé 1

1)	2)	3)	4)	5)	6)
F	F	V	F	F	V

Enoncé 2

$$x^2 + 8x + 16 = (x + 4)^2 ;$$

$$\frac{y^2}{4} + y + 1 = \left(\frac{y}{2} + 1\right)^2 ;$$

$$z^2 - 2\sqrt{3}z + 3 = (z - \sqrt{3})^2 ;$$

$$\frac{4}{9}t^2 - 8t + 36 = \left(\frac{2}{3}t - 6\right)^2.$$

Enoncé 3

1)	2)	3)	4)
e	a	f	g

Enoncé 4

1)	2)	3)	4)	5)
V	V	F	V	F

Enoncé 5

1)	2)	3)	4)	5)	6)	7)	8)
c	c	b	c	b	a	b	c

Chapitre 4 : Théorème de Thalès et sa réciproque

Enoncé 1

1)	2)	3)	4)
b	a	c	a

Enoncé 2

a)	b)	c)	d)	e)
V	F	V	F	V

Chapitre 5 : Rapports trigonométriques d'un angle aigu - Relations métriques dans un triangle rectangle

Enoncé 1

1)	2)	3)
b	c	c

Enoncé 2

a) $AH = 4,8.$

b) $\cos \hat{B} = \frac{BH}{AB} = \frac{BH}{8}$

et d'autre part $\cos \hat{B} = \frac{AB}{BC} = \frac{8}{10}$

D'où $BH = \frac{64}{10} = 6,4$

c) $CH = 10 - 6,4 = 3,6$

d) $\sin \widehat{HAC} = \frac{CH}{CA} = \frac{3,6}{6} = 0,6.$

$\tan \widehat{HAC} = \frac{CH}{AH} = \frac{3,6}{4,8} = 0,75.$

Enoncé 3

1)	2)	3)	4)	5)	6)	7)	8)	9)	10)
F	V	V	V	V	F	V	F	F	F

Enoncé 4

\hat{A}	38°	61°	72°	86°
$\sin \hat{A}$	0,6157	0,8746	0,9511	0,9976
$\cos \hat{A}$	0,7880	0,4848	0,3090	0,0698
$\tan \hat{A}$	0,7813	1,8040	3,0777	14,3007

Chapitre 6 : Les vecteurs

Enoncé 1

1)	2)	3)	4)	5)
a - c	b - c	b - c	a - c	a - b

Enoncé 2

a)	b)	c)	d)	e)	f)	g)	h)
F	V	V	F	V	V	V	V

A	
Abscisse	فاصلة
Absurde	غير منطقي
Addition	جمع
Aire	مساحة
Angle	زاوية
Angle aigu	زاوية حادة
Angle droit	زاوية قائمة
Angle obtus	زاوية منفرجة
Alignés	على استقامة واحدة
Appartient	ينتمي
Arc	قوس
Arête	حرف
B	
Base	قاعدة
Bénéfice	ربح
Bissectrice	منصف زاوية
Boule	كرة
C	
Cas	حالة
Centre	مركز
Centre de gravité	مركز ثقل
Cercle	دائرة
Chiffre	رقم
Colonne	عمود
Comparer	قارن
Compas	بركار
Compris entre	محصور بين
Conjecturer	تكهن
Constant	ثابت
Construction	بناء
Contre-exemple	مثال مضاد
Convertir	حوّل
Coordonnées	إحداثيات
Corde	حبل
D	
Décimal	عشري
Décomposer	فكّك
Décomposer en produit de facteurs	فكّك إلى جداء عوامل
Décrire	وصّف
Décroissant	تنازلي
Déduire	استنتج
Définition	تعريف
Degré	درجة
Démontrer	برهن
Déterminer	حدّد
Développer	أنشر
Diagonale	قطر
Différence	فرق
Disque	قرص

Division	قسمة
Donnée	معطى
Droite	مستقيم
E	
Echelle	سلم
Ecriture	كتابة
Ecriture décimale	كتابة عشرية
Egalité	مساواة
Élément	عنصر
Encadrement	حصر
Entier	صحيح
Equation	معادلة
Equerre	كوس
Equivaut à	مكافئ
Expression	عبارة
Extrémité	طرف
Evolution	تطور
F	
Face	وجه
Facteur	جذء
Factoriser	حلل إلى جذء عوامل
Fermé	مغلق
Figure	شكل
Formuler	صاغ
Fraction	كسر
G	
Généraliser	عمّم
Graduer	درّج
Graphique	رسم
Grille	شبكة
H	
Hauteur	ارتفاع
Hexagone	سداسي الأضلع
Horizontale	افقي
I	
Image	صورة
Impair	فردى
Inclus dans	محتوى في
Inégalité	لا مساواة
Inéquation	متراجحة
Inférieur à	اصغر من
Infini	غير منته
Intersection	تقاطع
Intervalle	مجال
Inverse	مقلوب
Irréductible	غير قابل للاختزال
Isométriques	متقايسة
J	
Joindre	وصل
Justifier	علل
L	

Largeur	عرض
Ligne	خط
Longueur	طول
Losange	معيّن
M	
Médiane	موسط
Médiatrice	موسط عمودي
Mesure	قياس
Milieu	منتصف
Montrer	بيّن
Moyenne	معدّل
Multiplication	ضرب
N	
Naturel	طبيعي
Négatif	سالِب
Nombre	عدد
Nombre rationnel	عدد كسري
Nombre réel	عدد حقيقي
Nul	منعدم
Numérateur	بسط
O	
Opposé	مقابل
Ordonnée d'un point	ترتيب نقطة
Ordre	ترتيب
Origine	اصل
Orthocentre	مركز قائم
Orthogonales	متعامد
Ouvert	مفتوح
P	
pair	زوجي
Parallèle à	مواز لـ
Parallélogramme	متوازي الاضلاع
Périmètre	محيط
Perpendiculaire à	عمودي على
Plan	مستو
Point	نقطة
Pourcentage	نسبة مائوية
Positif	موجب
Prévision	توقع
Produit	جاء
Produit remarquable	جاء معتبر
Proportion	نسبة
Proportionnel	متناسب
Q	
Quadrilatère	رباعي الاضلاع
R	
Racine carré	جذر تربيعي
Raisonnement	استدلال
Rayon	شعاع
Rectangle	مستطيل
Réduire	اختصر

dénominateur	مقام
Région	منطقة
Remplacer	عوّض
Repère	معيّن
Reproduire	أعد انتاج
Respectif	على التوالي
Résoudre	حلّ
S	
Sécants	مقاطعان
Segment de droite	قطعة مستقيم
Simplifier	اختصر او اختزل
Situation	وضعية
Somme	مجموع
Sommet	رأس
Soustraire	طرح
Successivement	على التوالي
Supérieur à	اكبر من
Supposer	افترض
Symétrie	تناظر
T	
Tableau	جدول
Terme	حدّ
Tracer	رسم
Trapèze	شبه منحرف
Trapèze isocèle	شبه منحرف متساوي الضلعين
Trapèze rectangle	شبه منحرف قائم
Triangle	مثلث
U	
Unique	وحيد
V	
Valeur	قيمة
Vecteur	متجه
Vérifier	حقق
Volume	حجم