Math - Culture

Représentation d'étoiles dans le traité de Abd Al Rahman Al Soufi.
Manuscrit arabe du XV^{ème} siècle.

Les astronomes arabes réussirent à mettre au point et à perfectionner plusieurs instruments d'observation. L'utilisation qu'ils en firent, judicieuse et méthodique, leur permit de rectifier des données antérieures et d'obtenir des approximations meilleures.

Ils ont combiné l'usage des instruments avec des méthodes perfectionnées du calcul.

Parmi les astronomes arabes, on peut citer

 * Al Battani, qui a marqué le point culminant des connaissances astronomiques de l'époque.

 * Abd Al Rahman Al Soufi, dont le livre des étoiles fixes a permis aux astronomes modernes des comparaisons pour la recherche des variations d'éclat des étoiles.

«C'est en astronomie que la méthode expérimentale arabe, avec ses patientes accumulations d'observations, a marqué le plus visible progrès»

Massignon-Arnaldez

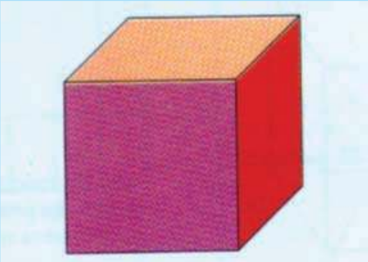
Citation

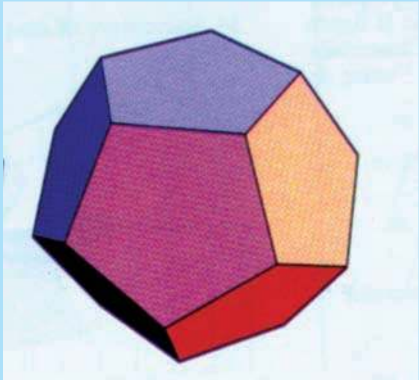
«واعلم أنّ الهندسة تفيد صاحبها إضاءة في عقله
واستقامة في فكره لأنّ براهينها كلّها بيّنة الانتظام
جليّة التّرتيب لا يكاد الغلط يدخل أقيستها لترتيبها
وانتظامها فيبعد الفكر بممارستها عن الخطإ وينشأ
لصاحبها عقل على ذلك المهيع.»

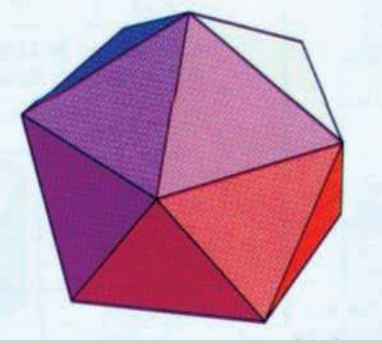
المقدمة

ابن خلدون

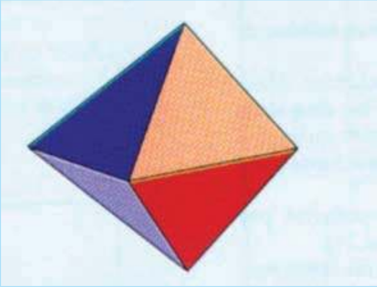
Les cinq solides de PLATON


Hexaèdre ou cube


Dodécaèdre


Icosaèdre

Il ne peut exister que cinq espèces de polyèdres convexes dont toutes les faces sont congruentes à un même polygone régulier et dont tous les sommets appartiennent à un même nombre de faces. Ce sont le tétraèdre, l'octaèdre, l'icosaèdre, le cube ou hexaèdre et le dodécaèdre.


Octaèdre


Tétraèdre

Théorème d'Euler
Dans tout polyèdre convexe le nombre des arêtes augmenté de 2 est égal au nombre de faces augmenté du nombre de sommets.
Si on désigne par A, F et S respectivement le nombre d'arêtes, faces et sommets on a : $F + S = A + 2$

«Que nul n'entre s'il n'est géométre»
PLATON

Chapitre 9 Activités numériques I

Reprendre

Pour chaque énoncé, on propose trois réponses A, B et C. Une ou plusieurs sont correctes. Lesquelles ?

Réponses / Enoncés	A	B	C
150903	est divisible par 15.	est divisible par 3.	est divisible par 9.
63	est un multiple de 3.	est un diviseur de 21.	est un nombre pair.
$2^3 \times 3^2 \times 5^2$	est un multiple de 100.	est un multiple de 1000.	est égal à 600.
Les nombres -2 et 5	sont proportionnels aux nombres -3 et 7,5.	sont proportionnels aux nombres 24 et 10.	sont proportionnels aux nombres -4 et 10.
$\frac{10^{-2}}{10^2}$	est égal à 10^{-4}.	est égal à 0,0001.	est égal à 0,001.
$\frac{10}{3}$	est égal à 3,33.	est égal à 3,333.	est égal à $\frac{200}{60}$.
$\sqrt{10000}$	est égal à 100.	est égal à 10^4.	est égal à 10^2.
$(3\sqrt{2})^2$	est un entier naturel.	est un décimal.	est un nombre irrationnel.
3,14	est un nombre décimal.	est égal à π.	est égal à $0,00314 \times 10^3$.

Division euclidienne

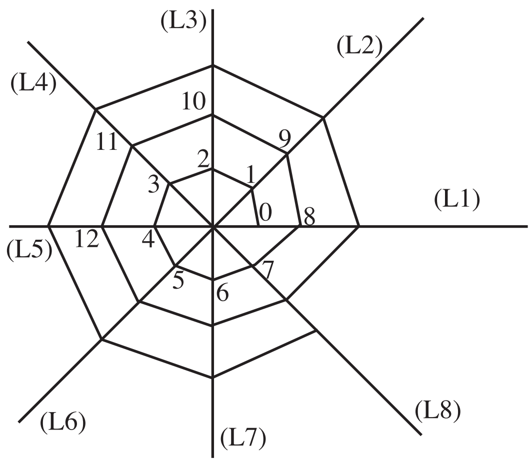
Activité 1

1- A midi, les 452 élèves d'un lycée mangent par tables de six. Combien compte-t-on de tables complètes ? Combien y a-t-il de places libres à la table incomplète ?

2- Pour une fête on a besoin de 345 gâteaux. Les gâteaux sont vendus par paquets de 20. Combien doit-on acheter de paquets de gâteaux ?

Activité 2

Observer la figure ci-dessous.



Soit a et b deux entiers naturels tels que b est non nul.
Effectuer la division euclidienne de a par b, c'est déterminer le couple d'entiers (q,r) tels que $a = bq + r$ et $0 \leq r < b$.
a est le dividende, b est le diviseur, q est le quotient et r est le reste.

1- Sur quelle demi-droite se trouve le nombre 20 ?
2- Sur quelle demi-droite se trouve le nombre 40 ?
3- Sur quelle demi-droite se trouve le nombre 83 ?
4- Sur quelle demi-droite se trouve le nombre 54 869 723 541? Expliquer.

Diviseurs d'un entier

Activité 3

1- La lettre a désigne le chiffre des unités du nombre 596a. Comment faut-il choisir a pour que 596a soit divisible par 6 ?
2- La lettre b désigne le chiffre des dizaines du nombre 23b2.
a) Comment faut-il choisir b pour que 23b2 soit divisible par 4 ?
b) Comment faut-il choisir b pour que 23b2 soit divisible par 8 ?

Soit a et b deux entiers naturels tels que b est non nul.
b divise a si le reste de la division euclidienne de a par b est nul.

Activité 4

Prendre un nombre à 3 chiffres, l'écrire à côté de lui-même pour obtenir un nombre à 6 chiffres.
Diviser ce nombre successivement par 7 puis par 11 puis par 13.
Quel reste obtient–on ?
Recommencer avec un autre nombre à 3 chiffres. Que remarque t-on ?
Expliquer.

Activité 5

1- Soient a et b deux entiers naturels. De combien augmente leur produit si on ajoute 5 à l'un d'eux ?
2- On suppose que leur produit a ainsi augmenté de 115.
a) Trouver l'un des facteurs.
b) Trouver l'autre facteur lorsque la somme de a et b est égale à 42.
c) Trouver l'autre facteur lorsque le produit de a et b est égal à 368.

Activité 6

Dans chaque cas comment faut-il choisir l'entier naturel n pour que :

1- $\frac{8}{n-3}$ soit un entier naturel ?
2- $\frac{24}{n}$ et $\frac{n}{6}$ soient des entiers naturels ?
3- $\frac{20+n}{20}$ soit un entier naturel ?
4- $\frac{n+7}{n-1}$ soit un entier naturel ?
5- $\frac{2n+6}{n-1}$ soit un entier naturel ?

Soit a et b deux entiers naturels tels que b est non nul.
Le quotient $\frac{a}{b}$ est un entier naturel si b divise a.

Activité 7

Le vrai et le faux : comment prouver ?
Pour chacun des énoncés suivants donner une preuve s'il est vrai et un contre exemple s'il est faux.
E_1 : Tout entier naturel divisible par 2 est un nombre pair.
E_2 : Tout entier naturel divisible par 3 est un nombre impair.
E_3 : La somme de deux entiers naturels consécutifs est un nombre impair.
E_4 : Tout entier naturel différent de 1 admet au moins deux diviseurs.

Activité 8

1- Vérifier que la suite des nombres 35 ; 3535 ; 353535 est proportionnelle à la suite des nombres 70 ; 7070 ; 707070.
2- On donne la suite des nombres 1 ; 101 ; 10101.
Vérifier, qu'elle est proportionnelle à chacune des suites de nombres ci-dessous.
a) 35 ; 3535 ; 353535.
b) 70 ; 7070 ; 707070.
3- Donner une autre suite d'entiers naturels proportionnelle à la suite des nombres 1 ; 101 ; 10101.

Un tableau de deux lignes est un tableau de proportionnalité, si les quotients des nombres d'une même colonne sont égaux.

Nombres premiers – PGCD – PPCM

Activité 9

1- Donner la liste des nombres premiers inférieurs à 49.

2- Répondre par vrai ou faux.

a) Le seul nombre premier pair est 2.

b) Tout nombre impair est premier.

c) Si a est premier alors a + 1 n'est pas premier.

d) Si a est premier et a ≥ 3, alors a+1 n'est pas premier.

Un entier naturel est premier s'il est différent de 1 et s'il possède exactement deux diviseurs : 1 et lui même.

Activité 10

Un magasinier veut disposer des boites cubiques d'arête a dans une caisse ayant la forme d'un parallélépipède rectangle, de dimensions 105 cm, 105cm et 165 cm.

1- On suppose que a = 21cm, peut-on remplir entièrement la caisse ?

2- Quelles conditions doit vérifier a pour que la caisse soit entièrement remplie ?

3- On veut choisir a de sorte que la caisse soit entièrement remplie et qu'elle contienne le minimum de boites. Déterminer a.

Le plus grand diviseur commun à deux entiers naturels a et b est appelé le plus grand commun diviseur de a et b. On le note PGCD (a,b).

Activité 11

Utiliser la décomposition en facteurs premiers pour déterminer

a) la liste de tous les diviseurs de 126;

b) la liste de tous les diviseurs de 210;

c) PGCD (126, 210).

Activité 12

1- Utiliser la décomposition en facteurs premiers pour déterminer PPCM (210,126).

2- Vérifier que

PPCM (210,126) x PGCD (210,126) = 210 x 126.

Le plus petit multiple commun non nul à deux entiers naturels a et b est appelé le plus petit commun multiple de a et b. On le note PPCM (a,b).

Activité 13

Trois automobiles roulent sur une piste d'essai en circuit fermé, longue de 1,800km. Elles roulent à des vitesses constantes qui sont respectivement 180km/h, 135km/h et 120km/h.

Elles sont passées ensemble au contrôle. Au bout de combien de temps, en minutes et secondes, se retrouveront-elles à nouveau ensemble en ce point pour la première fois ?

Activité 14

Nombres premiers entre eux. Fractions irréductibles

1- a) Vérifier que PGCD (175,196) = 7.
b) Déterminer les entiers a et b tels que
175 = 7a et 196 = 7b.
c) Montrer que a et b sont premiers entre eux.

Deux entiers naturels sont dits premiers entre eux si leur PGCD est égal à 1.

2- Rendre la fraction $\frac{175}{169}$ irréductible.

Soit a et b deux entiers naturels tels que b est non nul.
$\frac{a}{b}$ est irréductible si PGCD (a, b) = 1.

Avec les décimaux

Activité 15

Carré magique

On donne le carré suivant

$\frac{2}{25}$	$\frac{13}{100}$	$\frac{3}{50}$
$\frac{7}{100}$	$\frac{9}{100}$	$\frac{11}{100}$
$\frac{3}{25}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{10}{100}$

Un carré de nombres tel que la somme des nombres de chaque ligne, la somme des nombres de chaque colonne et la somme des nombres de chaque diagonale soient égales, est appelé un carré magique.

a) Expliquer pourquoi les nombres qui apparaissent dans le carré sont des décimaux.
b) Vérifier que c'est un carré magique.
c) Déduire de ce carré un autre carré en multipliant chaque nombre par 10^{-2}.
Ce deuxième carré est-il magique ?

Tout nombre décimal peut s'écrire sous la forme a x 10^n où a et n sont des entiers relatifs.

Activité 16

Notation scientifique

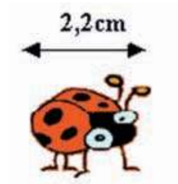
Le rayon de la terre est égal à 6371 km.
Un satellite tourne autour de la terre suivant l'équateur à une distance de 200 km.
Il a été lancé le 1er Janvier 1980 et il s'est arrêté le 31 Décembre 2000 (on suppose que sa trajectoire est circulaire, et qu'il effecte un tour complet toutes les 12 h).
1- Calculer la distance parcourue par ce satellite.
2- Donner le résultat à l'aide de la notation scientifique.

Tout nombre décimal peut s'écrire sous la forme a x 10^n, où a est un nombre décimal ayant un seul chiffre non nul avant la virgule et n un entier relatif.
L'écriture a x 10^n est appelée notation scientifique du nombre décimal.

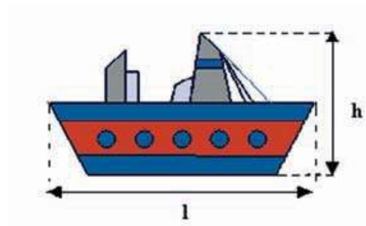
Activité 17

Echelle

1- La coccinelle ci-contre est dessinée à l'échelle 5,5. Calculer sa longueur.



2- Dans la figure ci-contre, on a dessiné le plan d'un bateau (vue de face) de longueur 315m.
a) Mesurer la longueur l du bateau représenté.
b) Déterminer l'échelle du plan.
c) Mesurer la hauteur h du bateau représenté dans le plan, puis donner sa hauteur réelle.

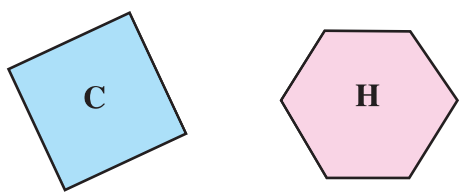


Avec les rationnels

Activité 18

Distinguer entre un entier, un décimal et rationnel non décimal

Observer la figure ci-dessous où C est un carré de côté a, H est un hexagone régulier de côté b et tels que C et H ont le même périmètre.

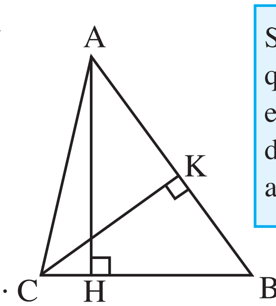


1- On suppose que a et b sont deux entiers naturels supérieurs à 11. Donner une valeur de a et une valeur de b qui conviennent à la situation.
2- On suppose que a et b sont deux décimaux non entiers et tels que $b > 10$. Donner une valeur de a et une valeur de b qui conviennent à la situation.
3- On suppose que a et b sont deux rationnels non décimaux et tels que $a < 1$. Donner une valeur de a et une valeur de b qui conviennent à la situation.

Activité 19

Valeur approchée d'un rationnel

Dans la figure ci-contre
AB = 13cm, CK = 7cm
et AH = 11cm.



Soit p un entier, on dit que le nombre décimal a est une valeur approchée de b à 10^p près si
$a - 10^p \leq b \leq a + 10^p$.

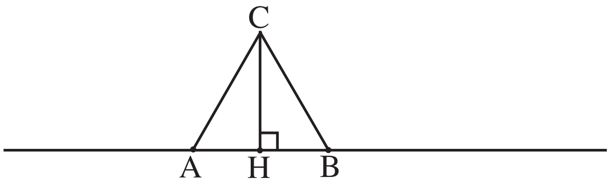
1- Déterminer l'aire du triangle ABC.
2- Calculer la valeur exacte de BC.
3- Effectuer la division de 91 par 11 et donner le 1^{er} chiffre, le 2ème chiffre et le 5ème chiffre après la virgule.

4- Quel est le 99ème chiffre après la virgule dans la division de 91 par 11 ?
5- Donner une valeur approchée de BC à 10^{-6} près.

Activité 20

Placer dans un repère un point d'abscisse contenant un radical

La droite (AB) est munie du repère (A,B) et ABC est un triangle équilatéral.



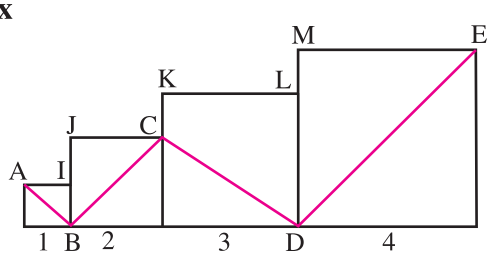
Pour trouver l'arrondi d'un nombre. On conserve les chiffres jusqu'au rang indiqué. Ce dernier est alors l'arrondi si le chiffre suivant est 0, 1, 2, 3 ou 4. Sinon on lui ajoute 1.
Exemple :
- L'arrondi de 5723438 au millier est 5723000.
- L'arrondi de 829,3485 au centième est 829,35.

1- Donner la valeur exacte de CH.
2- Placer un point M sur (AB) tel que AM = 2CH.
Que vaut AM ?
3- A l'aide de la calculatrice, donner un arrondi de AM au millième.
Peut-on donner la 12ème décimale de l'abscisse de M ?
4- a) Trouver un procédé pour placer sur (AB) un point N tel que AN = $\sqrt{2}$.
b) Décrire ce procédé.
5- Placer sur (AB) le point P d'abscisse $\sqrt{3}-\sqrt{2}$.
A l'aide de la calculatrice, donner un arrondi de l'abscisse de P au centième.

Activité 21

Comparer des nombres avec des radicaux

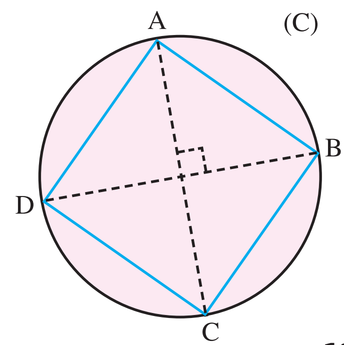
Observer la figure ci-contre où les quatre quadrilatères sont des carrés de côtés respectifs 1cm, 2cm, 3cm et 4cm.



1- Les angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{BCD}$ sont-ils droits ?
2- Deux fourmis partent de A à la même vitesse pour arriver en E.
• La fourmi n° 1 suit le chemin ABCDE.
• La fourmi n° 2 suit le chemin AIJCKLME
a) Quelle est celle qui atteint C la première ?
b) Quelle est celle qui arrive en E avant l'autre ?

Activité 22

Comparer des nombres avec et sans radicaux



Dans la figure ci-contre, (C) est un cercle de rayon 2cm.
1- a) Calculer l'aire de la partie colorée.
b) Donner l'arrondi au dixième du résultat.
2- Calculer la différence entre le périmètre du cercle et le périmètre du quadrilatère ABCD.

Droite réelle

Activité 23 La droite (AB) est munie du repère (A, B).

1- Placer les points d'abscisses respectives -2 ; -2,5 ; $-\dfrac{7}{5}$ et $\dfrac{125}{50}$.

2- Placer les points d'abscisses respectives $-\dfrac{1}{3}$ et $\dfrac{9}{7}$.

3- Placer les points d'abscisses respectives $\sqrt{5}$ et $\sqrt{10}$.

4- Donner une position approximative du point M d'abscisse π.

Retenir

Décomposition en facteurs premiers

Tout entier naturel non nul et différent de 1 se décompose en produit de facteurs premiers.

PGCD

Le plus grand diviseur commun à deux entiers a et b est appelé le plus grand commun diviseur de a et b. On le note PGCD (a,b).

PPCM

- Le plus petit multiple commun non nul à deux entiers a et b est appelé le plus petit commun multiple de a et b. On le note PPCM (a,b).
- Si a est un multiple non nul de b alors PPCM (a,b) = a
- PPCM (a, b) x PGCD (a ,b) = a x b.

Entiers premiers entre eux

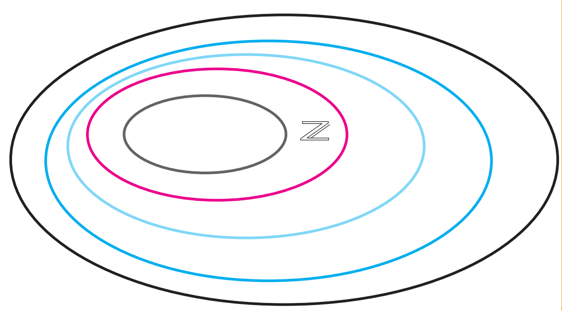
Si deux entiers naturels ont pour seul diviseur commun 1, on dit qu'ils sont premiers entre eux.

Ensembles des nombres

L'ensemble des entiers naturels
0 ; 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; … est noté .

- L'ensemble des entiers relatifs
...; -4 ; -3 ; -2 ; -1 ; 0 ; 1 ; 2 ; 3 ; 4;…est noté $\mathbb{Z}$.
- L'ensemble des nombres décimaux est noté .
- L'ensemble des nombres rationnels est noté .
- L'ensemble des nombres réels est noté .

On a $\subset \mathbb{Z} \subset \quad \subset \quad \subset$.



Ecriture décimale et règles de divisibilité

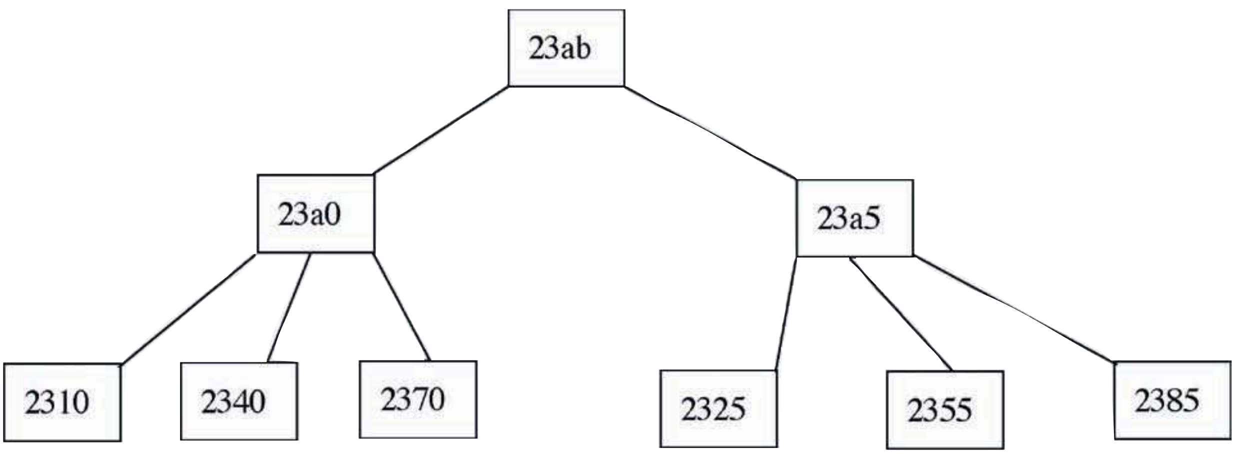
Situation 1

Les lettres a et b désignent le chiffre des dizaines et celui des unités du nombre 23ab. On se propose de trouver a et b pour que 23ab soit divisible par 5 et par 3.

Stratégie de résolution

On sait qu'un nombre est divisible par 5 si son chiffre des unités est 0 ou 5 et il est divisible par 3 si la somme de ses chiffres est divisible par 3.

On cherche a et b en utilisant l'arbre de choix suivant :



Ainsi les couples (a, b) sont : (1, 0) ; (4, 0) ; (7, 0) ; (2, 5) ; (5, 5) et (8, 5).

Situation 2

Les lettres x et y désignent respectivement le chiffre des centaines et celui des unités du nombre 5x6y. Utiliser un procédé analogue au précédent pour trouver x et y tels que 5x6y soit divisible par 2 et par 9.

Résultats curieux

Situation 1

1- Vérifier les égalités suivantes :

$2^2 + 2 = 3^2 - 3$.

$3^2 + 3 = 4^2 - 4$.
$4^2 + 4 = 5^2 - 5$.
$15^2 + 15 = 16^2 - 16$.
2-Peut-on généraliser ce résultat à tout entier naturel n ? Expliquer.
Stratégie de résolution
Il est facile de vérifier les égalités de 1). Pour généraliser à tout entier naturel n, il suffit de comparer n^2+n et $(n+1)^2-(n+1)$.

Algorithme d'Euclide pour la recherche du PGCD de deux nombres.

Situation 1

On se propose d'utiliser un algorithme appelé algorithme d'Euclide pour déterminer le PGCD de 2430 et 756.
Stratégie de résolution
On effectue la division euclidienne de 2430 par 756 on obtient $2430 = 3 \times 756 + 162$.
On effectue la division euclidienne de 756 par 162 on obtient $756 = 4 \times 162 + 108$.
On effectue la division euclidienne de 162 par 108 on obtient $162 = 1 \times 108 + 54$.
On effectue la division euclidienne de 108 par 54 on obtient $108 = 2 \times 54 + 0$.

On admet que le PGCD de 2430 et 756 est le dernier reste non nul, c'est à dire PGCD (2430,756) = 54.

Situation 2

Utiliser l'algorithme d'Euclide pour déterminer PGCD (4851, 123).

Activités de dénombrement

Situation 1

Si on écrit les entiers de 1 à 125, combien écrit-on de fois le chiffre 3 ?
Stratégie de résolution
- Il y a un seul nombre à un chiffre qui contient 3.
- Compter les nombres à deux chiffres qui ont 3 comme chiffre des unités et de chiffre des dizaines différent de 3.
- Compter les nombres à deux chiffres qui ont 3 comme chiffre des dizaines.
- Compter les nombres à trois chiffres qui contiennent 3.

Il suffit de regrouper les nombres en classes et de compléter le tableau suivant.

Classe	[1,10[	[10,30[	[30,40[	[40,100[	[100,125]
Effectif					

Conclure.

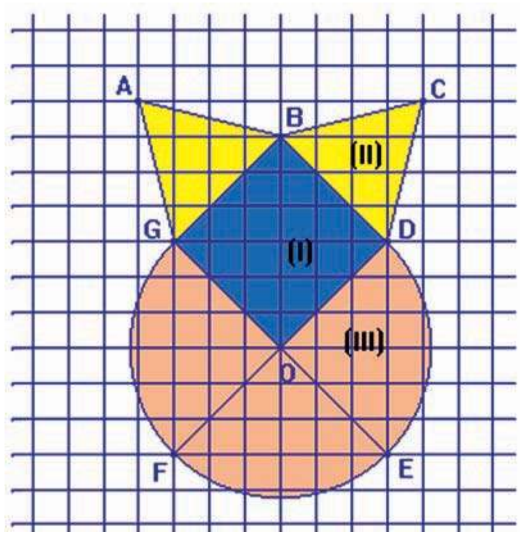
Situation 2

Utiliser un procédé analogue au précédent pour dénombrer tous les chiffres 5 qui apparaissent quand on écrit les entiers de 50 à 501.

Estimation et calcul d'aires

Situation

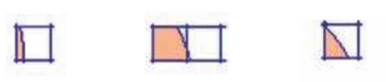
Observer la figure ci-contre. On prend pour unité d'aire celle d'un carreau du quadrillage.



1- En utilisant le quadrillage donner
a) l'aire de (I).
b) l'aire de (II).
c) un encadrement entre deux entiers de l'aire de (III).
2- a- Calculer la valeur exacte de OD.
b- Calculer la valeur exacte de l'aire de (III).
Comparer avec le résultat trouvé en 1) c).

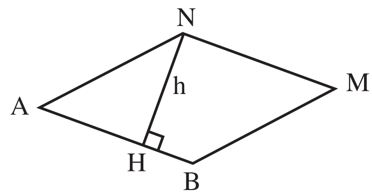
Stratégie de résolution

1- a) Il suffit de remarquer que ODBG est un carré.
c) Penser à donner d'abord un encadrement de l'aire des parties colorées suivantes :



2- a) utiliser le Théorème de Pythagore pour calculer OD (ne pas oublier de préciser l'unité de longueur).
b) L'aire de (III) est égale aux trois quarts de l'aire du disque de rayon OD.

proportionnalité

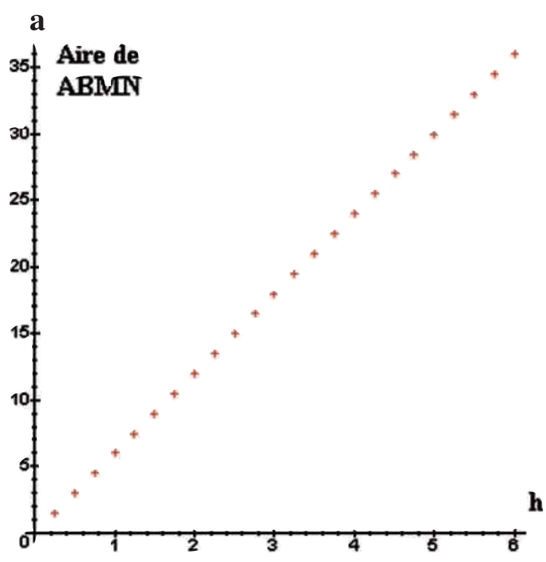


Situation 1

ABMN est un losange de côté 6cm.
1- Construire ABMN lorsque h = 3cm.
Donner les étapes de construction.
2- Compléter le tableau suivant

h en cm	3	1,25		
Aire de ABMN en cm²			26,4	$4\sqrt{6}$

3-Ce tableau est-il un tableau de proportionnalité ?
4- Le graphique ci-contre représente des points d'abscisse h et d'ordonnée l'aire de ABMN.
a) Lire graphiquement l'aire de ABMN lorsque h = 3,5 cm
b) Lire graphiquement h lorsque l'aire de ABMN est 28,5cm^2.



Stratégie de résolution
1- Construire un segment [AB] de longueur 6cm.
Construire une droite D qui se trouve à une distance de 3cm de [AB].
Construire un point N de D tel que AN = 6cm.
Puis terminer la construction de M et conclure.
2- On rappelle que l'aire d'un losange est le produit de la hauteur par la base correspondante.

Situation 2

Pour former 72g d'oxyde ferreux, il faut 56g de fer.
Pour former 160g d'oxyde ferrique, il faut 112g de fer.
1- Calculer la masse de fer contenue dans 100g de chacun de ces oxydes, puis exprimer le résultat en pourcentage.
2- Quel est l'oxyde le plus riche en fer ?

Vrai ou Faux

Répondre par vrai ou faux

1- Deux nombres pairs sont premiers entre eux.
2- 2^{30} et 3^{20} sont premiers entre eux.
3- 54 et 36 ont le même nombre de diviseurs.
4- $\frac{653}{97}$ est une fraction irréductible.
5- $\frac{897}{150}$ appartient à .
6- 572,39 est l'arrondi au centième de 572,3876.

Recopier et compléter

1- Compléter les suites de nombres suivantes :

a) 4 ; 7 ; … ; 13 ; 16 ; 19 ; … ; 25.
b) 20 ; -5 ; $\frac{5}{4}$; … ; $\frac{5}{64}$.

2- Dans cette division euclidienne 429 = 18 x 23 + 15, le dividende est …, le quotient est …, le diviseur est … et le reste est…

3- PGCD (33401, 127) = … car … divise…

4- $0{,}0001030 \times 10^{5} = \ldots 10^{-1}$

5- $7{,}92 \times 10^{4}$ est l'écriture scientifique de …

6- L'arrondi de $\pi^2 - 3\sqrt{2}$ au millième est …

Appliquer

1 1- Effectuer la division euclidienne de 258 par 17.
2- En déduire les multiples de 17 inférieurs à 200.

2 Déterminer PGCD (4998,4116):
a) par la méthode de décomposition en facteurs premiers.
b) par l'algorithme d'Euclide.

3 1- Déterminer PPCM (74256, 84942).
2- En déduire PGCD (74256, 84942).

4 Montrer que 53652 est divisible par 6.

5 Rendre les fractions suivantes irréductibles.
$\frac{110}{3300}$; $\frac{2^3 \times 3^4 \times 5}{2 \times 360}$.

6 1- Rendre la fraction $\frac{340}{960}$ irrédutible.
2- En déduire une fraction égale à $\frac{340}{960}$

et ayant pour dénominateur la plus petite puissance de 6 possible.

7 A la suite d'un conseil de classe, un directeur a consigné les résultats de 28 élèves dans le tableau ci-après.

Maths \ Arabe	Bon	Moyen	Mauvais
Bon	3	5	4
Moyen	5	1	2
Mauvais	1	4	3

1- Quel est le pourcentage d'élèves bons en maths et en arabe ?
2- Quel est le pourcentage d'élèves mauvais en maths ?

8 Le rationnel $\frac{18954}{7800}$ est-il un décimal ?

9 1- Donner une valeur approchée à 10^{-2} près de $\frac{3375}{171}$.

2- Donner l'arrondi au centième du nombre $\frac{42}{11} + 1{,}08$.

10 Placer sur une droite graduée les points d'abscisses respectives :

$-\sqrt{3}$; $-\frac{4}{5}$; 2.8 ; $\frac{1+\sqrt{2}}{2}$; $\frac{14}{5}$; $\frac{2}{3}+\sqrt{2}$.

11 On considère le nombre d = 0,0003.
Sans faire de calcul, donner l'écriture scientifique de chacun des nombres d, d^2 et d^3.

Maîtriser

12 Recopier puis compléter
$235690012 = 2 \times 10^{..} + 3 \times 10^{..} + \dots + 2 \times 10^{..}$

13 1- Choisir trois entiers naturels consécutifs et vérifier que leur somme est divisible par 3.
2- Généraliser.

14 Montrer que le produit de trois nombres entiers pairs est divisible par 8.

15 1- Choisir a, b et c trois multiples consécutifs de 8. Calculer $b^2 - ac$.
2- Recommencer avec trois autres entiers.
3- Généraliser.

16 Trois chiffres x, y et z sont tels que

$x + \frac{y}{10} + \frac{z}{100} = 5{,}48$. Trouver x, y et z.

17 Un intrus s'est glissé dans la suite des nombres suivants. Lequel ?
257 ; 265 ; 273 ; 281 ; 289 ; 293 ; 297.

18 Montrer que pour tout entier naturel n, l'entier n(n+1) est pair.

19 Dans une ville où le brouillard est intense, deux sirènes A et B envoient des signaux sonores. La 1ère envoie son signal toutes les 20 secondes, la 2ème l'envoie toutes les 30 secondes. Les deux sirènes commencent à envoyer les signaux en même temps.
Après combien de secondes les deux signaux sont-ils envoyés en même temps pour la première fois ?

20 Un monsieur veut faire le dallage de son terrain de forme rectangulaire de longueur 39m et de largeur 26m, en utilisant des dalles carrées isométriques de côté un entier naturel (en mètres).
Trouver le côté d'une dalle sachant que le monsieur veut utiliser le plus petit nombre possible de dalles.

21 x et y sont deux entiers positifs tels que x - y est divisible par 12 et y est un nombre pair.
x peut-il être un nombre impair ?

22 **Nombre parfait**
Un entier naturel est dit parfait s'il est égal à la somme des ses diviseurs, excepté lui-même.
Exemple : 6 est parfait car 1+2+3 = 6.
a) 28 est-il parfait ?
b) 625 est-il parfait ?
c) Est-il vrai que tout nombre premier est parfait ?

23 Déterminer les entiers naturels qui, divisés par 5, donnent un quotient égal au triple du reste.

24 Trouver tous les couples d'entiers naturels (x,y) tels que 287 = 17x + y.

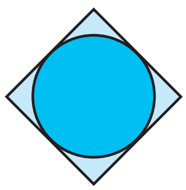
25 Sur cette grille, il y a 5 nombres.
Lorsqu'on lit ces 5 nombres de gauche à droite, on constate que chaque nombre à partir du deuxième est soit égal au double de celui qui est égal à sa gauche, soit égal à celui qui est à sa gauche plus un.
Retrouver les nombres manquants.

2				13

(D'après la revue Omar Al Khayam n° 74)

26 Au dernier salon de casse-tête mathématique, 100 jeunes visiteurs ont dépensé 200 dinars. Chaque lycéen a dépensé 10 dinars, chaque collégien 2 dinars et chaque écolier 0,500 dinars.
Trouver le nombre d'écoliers, de collégiens et de lycéens. Ecrire toutes les solutions.

27 Dans la figure ci contre le cercle est inscrit dans le carré, et l'aire du disque est égal à 1 m^2.
Calculer au millième près la longueur de la diagonale du carré.



28 1- La taille de l'atome est de l'ordre du dixième du nanomètre.
Écrire ce nombre sous forme :
a) décimale.
b) d'une puissance de 10.
c) d'une écriture scientifique.
2- Le diamètre d'un atome de fer est de l'ordre de 3.10^{-6}m.
Combien y a-t-il d'atomes alignés sur 1 mm d'une réglette en fer ?

29 **Suites logiques de nombres**
On considère les suites suivantes :
a)1 ; 3 ; 6 ; 10 ; 15 ; …
b)$\sqrt{2}$; $2\sqrt{2}$; $-4\sqrt{2}$; $8\sqrt{2}$; $-16\sqrt{2}$; ...
c) 1; 1 ; 2 ; 3 ; 5 ; 8 ; 13 ; …
Pour la suite a) donner le 12ème terme.
Pour la suite b) donner le 115ème terme.
Pour la suite c) donner les deux termes suivants.

30 En 5 minutes, une machine d'imprimerie effectue le tirage de 50 journaux.
Recopier et compléter le tableau suivant

Nombre de machines	2	3		5
Minutes	5	10	15	
Nombre de journaux			600	1000

31 La vitesse maximale autorisée sur la route est de 90Km/h. Un automobiliste ayant parcourue la distance de 40m en une seconde, est-il en infraction ?

32 Combien de carrés de côtés 2 cm, doit-on utiliser au minimum, pour être certain de pouvoir recouvrir complètement un disque de rayon 5 cm ?
(D'après la revue Omar Al Khayam n° 74)

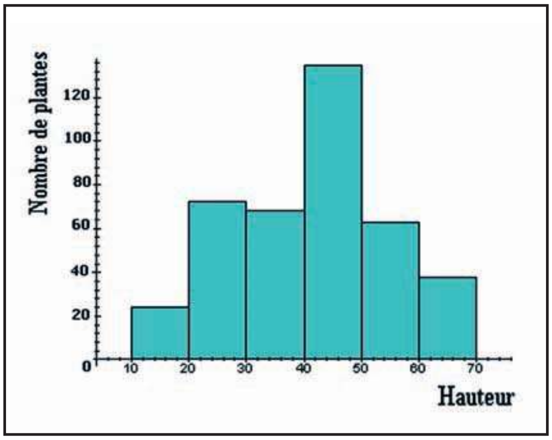
33 ABCD est un carré, (C) son cercle circonscrit, (C') son cercle inscrit et (D) et (D') leurs disques associés. Déterminer le rapport de l'aire du disque (D) par l'aire du disque (D').

34 La production industrielle moyenne d'un pays a augmenté de 3,6% en 2001 et de 4,2% en 2002.
Quel est le pourcentage d'augmentation annuelle moyenne sur l'ensemble des deux années ?

35 Dans une pépinière, on a mesuré les hauteurs de 500 plantes et on a consigné le résultat dans le tableau ci-dessous.

Hauteur en cm	Nombre de plantes
moins de 20	24
[20, 30[	72
[30, 40[	68
[40, 50[	135
[50, 60[	63
[60, 70[	38

On a représenté cette série par le graphique suivant :



1- Déterminer le pourcentage des plantes dont la hauteur est strictement inférieure à 50 cm.
2- Quel est le nombre de plantes dont la hauteur est supérieure à 40 cm ?

38 La masse volumique r d'un corps exprimée en kg/m^3 est donnée par la formule $r = \frac{m}{v}$, où m désigne la masse exprimée en kg et v le volume exprimé en m^3.

Métal	Masse volumique en kg/m^3
Aluminium	2700
Cuivre	8900
Fer	7800
Plomb	11600
Zinc	7100

1- Un objet métallique a une masse de 329,3kg pour un volume de 0,037m^3.
De quel métal s'agit-il ?
2- Un solide en aluminium a une masse de 10,8 kg. Quel est son volume ?
3-Trois billes, une en fer, une en cuivre et une en plomb ont chacune pour masse 0,035kg.
a) Quelle est la bille qui a le plus petit diamètre ?
b) Quelle est la bille qui a le plus grand diamètre ?

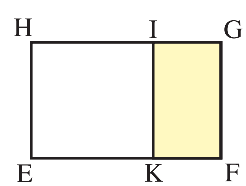
39 On dit que deux rectangles sont de même format si leurs longueurs sont proportionnelles à leurs largeurs.

Format A 4 : On considère un rectangle ABCD tel que AB = $\sqrt{2}$ AD. Soient I le milieu de [AB] et J le milieu de [CD].
Montrer que les rectangles ABCD et AIJD sont de même format.

Le nombre d'or
Le nombre d'or est le réel $\varphi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$.

1- Vérifier que $\frac{1}{\varphi} = \varphi - 1$.

2- Dans la figure ci-dessous, EFGH est un rectangle tel que



EF = φ GF et HIKE est un carré.
Montrer que les rectangles HGFE et IGFK sont de même format.
On dit que les rectangles HGFE et IGFK sont des rectangles d'or.

Avec l'ordinateur

Pour calculer le plus grand diviseur commun à 2776 et 869 en utilisant l'algorithme d'Euclide, programmer sur Excel en suivant les étapes suivantes.

Etape 1

Ouvrir une feuille sur Excel et écrire un tableau comme ci-dessous.

	A	B	C	D	E
1	Dividende	Diviseur	Reste		
2	2767	869	=MOD(A2;B2)		
3	=B2	=C2			
4					

Dans Excel, la formule = MOD(A2; B2) donne le reste de la division euclidienne de A2 par B2.

Que va afficher A3 ? B3 ?

Etape 2

Sélectionner C2, déplacer le curseur jusqu'à ce qu'une croix noire s'affiche. Tirer alors jusqu'à C3. C3 affichera le reste de la division euclidienne de A3 par B3.

Etape 3

Sélectionner la ligne 3 jusqu'à la colonne C, déplacer le curseur jusqu'à ce qu'une croix noire s'affiche. Tirer alors jusqu'à la ligne n pour laquelle la cellule Cn affiche 0.

On obtient le tableau suivant.

	A	B	C
1	Dividende	Diviseur	Reste
2	2767	869	160
3	869	160	69
4	160	69	22
5	69	22	3
6	22	3	1
7	3	1	0

Quel est alors le plus grand commun diviseur de 2767 et 869?.

Déterminer PGCD (154600, 23000) ; PGCD (36986540, 240).

Math - Culture

L'apport des mathématiques arabes

L'apport des mathématiques arabes a été déterminant pour le développement des sciences.
L'essor des mathématiques arabes a commencé dès le VIII$^{\text{ème}}$ siècle.
Après avoir traduit et étudié les ouvrages grecs, hindous, perses et mésopotaméens, les savants arabes créent, découvrent et produisent de nouvelles théories.
C'est ainsi que dès le IX$^{\text{ème}}$ siècle, on assiste à une formidable production de livres et de traités notamment en arithmétique, en algèbre, en géométrie et en astronomie.

Thabet Ibn Qurra (826 - 900)
Mathématicien célèbre et membre de Beyt Al Hikma, il a traduit et étudié de manière approfondie les œuvres d'Euclide, d'Archimède, d' Apollonius et de Diophante.

Avec l'algorithme d'Euclide

Le dernier carré

On dispose d'une feuille de papier rectangulaire 192cm × 84cm. On découpe dans cette feuille le plus grand carré possible. Dans le morceau restant, on découpe à nouveau le plus grand carré possible. Et ainsi de suite...
Quelle est la taille du dernier carré ?

Citation

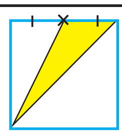
«من أخذ نفسه بتعليم الحساب أوّل أمره إنّه يغلب عليه الصّدق لما في الحساب من صحّة المباني و مناقشة النّفس فيصير ذلك خُلْقا ويتعوّد الصّدق ويلازمه مذهبا».

المقدمة
ابن خلدون

Chapitre 10 ACTIVITÉS NUMÉRIQUES II

Reprendre

Pour chaque énoncé, on propose trois réponses A, B et C. Une ou plusieurs sont correctes. Lesquelles ?

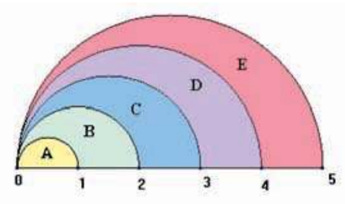
Enoncés \ Réponses	A	B	C
Le produit des inverses de (-3) et de $\frac{1}{7}$	est égal à $\frac{-7}{3}$.	est égal à $3 - \frac{1}{7}$.	est égal à $\frac{3}{7}$.
$\frac{1}{a+b}$	est égal à la somme des inverses de a et b.	est égal à l'inverse de la somme de a et b.	est égal à $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}$.
 L'aire de la partie colorée du carré	représente 25% de l'aire du carré.	est égale à 4.	est égale à $\frac{1}{3}$ de l'aire du carré.
$(\sqrt{2}-1)^2$	est égal à 2 - 1.	est égal à $3 - 2\sqrt{2}$.	est égal à $(1-\sqrt{2})^2$.
L'inverse de la somme de 2 et 3	est égal à $\frac{1}{5}$.	est égal à $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}$.	est égal à la somme de leurs inverses.
$\lvert\sqrt{10} - \sqrt{100}\rvert$	est un réel positif.	est égal à $10 - \sqrt{10}$.	est égal à $11\sqrt{10}$.
$\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^{-3}$	est égal à 8.	est égal à $-3\sqrt{2}$.	est égal à $2\sqrt{2}$.
$\left(\frac{3}{15}\right)^3$	est égal à 3^3.	est égal à 5^{-3}.	est égal à $\left(\frac{1}{5}\right)^3$.
$\sqrt{25}+16$	est égal à 5 + 4.	est égal à $\sqrt{41}$.	est égal à $5 + 4^2$.

Découvrir

Calculer en utilisant les opérations de base

Activité 1

Dans la figure ci-contre, on désigne par a, b, c, d et e les aires respectives des parties colorées A, B, C, D et E.



1- Calculer a, b, c, d et e.
2- Comparer c – b, d – c et e – d.
Que remarque-t-on ?
3- On désigne par S la somme de b, c et d. Quelle est la proportion de S par rapport à e ?

Activité 2

1- Calculer les expressions suivantes

$E = \left(1-\frac{1}{50}\right) \times \left(1-\frac{2}{50}\right) \times \ldots \times \left(1-\frac{100}{50}\right).$

$F = \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \ldots \times \frac{9}{10}.$

$G = \left(1+\frac{1}{2}\right) \times \left(1+\frac{1}{3}\right) \times \left(1+\frac{1}{4}\right) \times \ldots \times \left(1+\frac{1}{10}\right).$

Dans une suite de calculs, il faut d'abord effectuer les calculs entre parenthèses.

2- a) On pose U = 1+2+…+10. Calculer U.
b) On pose V = 11+12+…+20. Exprimer V à l'aide de U, puis calculer V.
c) On pose W = 1+2+…+100. Exprimer W à l'aide de U, puis calculer W.

Activité 3

Calculer chacune des expressions suivantes sans utiliser la calculatrice.

$A = \left(\frac{2}{11}\right)^{11} \times (5{,}5)^{10}, \qquad B = \left(\frac{1}{6}\right)^{5} \times \frac{0{,}8 \times (0{,}03\times10^{-3})^2}{(4\times10^{-4})^2},$

$C = \frac{-3}{4} \times \frac{125\times10^{-3}}{500} + \frac{0{,}5\times10^{3}}{250}.$

En l'absence de parenthèses, la multiplication et la division sont effectuées avant l'addition et la soustraction.

Activité 4

On se propose de calculer le nombre $A = \frac{(4{,}3 \times 10^{-3})^2}{5}$

en utilisant une calculatrice scientifique.
On peut organiser le calcul en tapant la séquence suivante,

$\boxed{(}$ 4.3 $\boxed{\times}$ 10 $\boxed{y^x}$ -3 $\boxed{)}$ $\boxed{x^2}$ $\boxed{\div}$ 5 $\boxed{=}$ 0,0000036

Utiliser la calculatrice pour calculer chacun des nombres suivants en donnant la séquence utilisée.

$\dfrac{3{,}5 \times 10^4 + 0{,}2 \times 10^3}{1{,}25 \times 8 \times 10^{-3}}$; $(2\times 5^{-3} + 10^{-5})$ $\left[\dfrac{4 \times 0{,}00025 + 2}{8 \times 1{,}25 \times 10^4}\right]\times 10^6$.

Simplifier une expression numérique en utilisant les propriétés des racines carrées

Activité 5

1- On pose $S = \sqrt{3} + 2\sqrt{3} + 3\sqrt{3} + 4\sqrt{3} + \ldots + 10\sqrt{3}$.

a) Ecrire S sous la forme $a\sqrt{3}$.

b) Calculer alors chacune des sommes suivantes :

$U = 2\sqrt{3} + 4\sqrt{3} + 6\sqrt{3} + \ldots + 20\sqrt{3}$.

$V = -5\sqrt{3} - 10\sqrt{3} - 15\sqrt{3} - 20\sqrt{3} - \ldots - 50\sqrt{3}$.

2- Ecrire chacun des nombres suivants sous la forme $a\sqrt{b}$ où a est un entier et b est un entier le plus petit possible.

a) $3\sqrt{44} + 4\sqrt{99} - \sqrt{1100}$ b) $\sqrt{27} - 5\sqrt{363} + 12\sqrt{12}$

3- Ecrire sans les radicaux les nombres

$\sqrt{(-123)^2}$; $\sqrt{(\pi - 4)^2}$ et $\sqrt{2987^8}$.

Pour tous réels positifs a et b, on a
$\sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{b}$.
Pour tout réel c, on a
$\sqrt{c^2} = |c|$.

Activité 6

1- a) Donner les inverses des nombres suivants et les écrire de façon que le dénominateur soit entier

$\sqrt{2} - \sqrt{1}$; $\sqrt{3} - \sqrt{2}$; $\sqrt{4} - \sqrt{3}$; $\sqrt{6} - \sqrt{5}$; $\sqrt{23} - \sqrt{22}$

b) Que peut –on conjecturer ? Prouver votre conjecture.

2- Calculer $\dfrac{1}{\sqrt{2}+1} + \dfrac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} + \dfrac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{3}}$.

Pour tous réels positifs a et b

$(\sqrt{a} - \sqrt{b})(\sqrt{a} + \sqrt{b}) = a - b$.

L'inverse d'un réel non nul a est le réel $\dfrac{1}{a}$.

Comparer des nombres réels

Activité 7

1- Sans faire de calcul déterminer le signe de chacun des nombres suivants,

$A = (-1) \times (-2) \times (-3) \times (-4) \times \ldots \times (-10)$.

$B = (-1) + (-2) + (-3) + (-4) + \ldots + (-10)$.

$C = -1 - (-2) - (-3) - (-4) - \ldots - (-10)$.

Activité 8 Donner le signe de chacun des nombres suivants :

$\frac{12}{4551} - \frac{1300}{213}$, $(\sqrt{2}-1)^2 - (\sqrt{2}+1)^2$, $\frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{2}$ et $12\sqrt{5} - 5\sqrt{12}$

Activité 9 Dans chacun des cas suivants ranger les nombres dans l'ordre croissant.

a) $4{,}004$; $40{,}04$; 404×10^{-3} ; -4004.

b) -2×10^{-4} ; 32×10^{-5} ; $0{,}000025 \times 10^{3}$; $3{,}4 \times 10^{-4}$.

c) $\frac{17}{4}$; $5{,}25$; $-5{,}3$; $\frac{-57}{8}$; $-\frac{100}{22}$.

d) $\frac{\sqrt{2}}{3}$; $\frac{-1}{33}$; $2\sqrt{3}$; $\sqrt{11}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{-1}{\sqrt{3}}$; -5×10^{-2}.

e) $(\sqrt{2}-1)$; $\sqrt{2}$; $12\sqrt{5} - 5\sqrt{12}$; $(\sqrt{2}+1)$.

Activité 10 1- Comparer les nombres

$1+\frac{1}{2\times10^{-10}}$ et $1-\frac{4}{3\times10^{-10}}$

> Soit deux réels a et b.
>
> $a \leq b$ équivaut à $a - b \leq 0$.

2- On considère les nombres

$A = 1+10^{-10}$; $B = (1+10^{-10})^2$

et $C = \sqrt{1+10^{-10}}$

Ranger les nombres A, B et C dans l'ordre croissant.

> Soit a un réel positif.
> Si $a \geq 1$ alors $\sqrt{a} \leq a \leq a^2$.
>
> Si $0 \leq a \leq 1$ alors $a^2 \leq a \leq \sqrt{a}$.

3- On considère les nombres

$E = 1-10^{-10}$; $F = (1-10^{-10})^2$ et $G = \sqrt{1-10^{-10}}$.

Ranger les nombres E, F et G dans l'ordre croissant.

Valeur absolue

Activité 11 1- Tracer une droite D et la munir du repère (O, I) avec OI = 1.

2- Placer les points suivants

A d'abscisse $\frac{3}{2}$, A' d'abscisse $-\frac{3}{2}$, B d'abscisse $\sqrt{2}$,

B' d'abscisse $-\sqrt{2}$, C d'abscisse $\sqrt{5}$, C' d'abscisse $-\sqrt{5}$,

E d'abscisse $3\sqrt{2} - 2\sqrt{5}$ et E' d'abscisse $2\sqrt{5} - 3\sqrt{2}$.

3) Comparer

a) OA et OA' ; c) OC et OC';

b) OB et OB' ; d) OE et OE'.

Expliquer les résultats trouvés.

Activité 12 Sans faire de calcul, donner la valeur absolue de chacun des nombres suivants

$(-0{,}005+1)^2$; $\frac{-2}{3}+\frac{1450}{215}$; $\frac{-3}{2}-2\sqrt{3}$; $5\sqrt{3}-2\sqrt{20}$.

INTERVALLES

Activité 13 Soit D une droite graduée à l'aide d'un repère (O, I).

1- a) Représenter sur D chacun des ensembles suivants.

$A = \{ x \in IR \text{ et } 2 \leq x \leq 5 \}$

$B = \{ x \in IR \text{ et } 0 \leq x < 3 \}$

$C = \{ x \in IR \text{ et } -1 < x < 1 \}$

$D = [\, 2, +\infty \,[$

$E = \,]\, -\infty, -5 \,]$

b) Traduire l'écriture $x \in [\, -2, \frac{7}{2} \,[$ par des inégalités.

2- Soit a un réel tel que $\frac{-1}{2} < 2a-1 < \sqrt{2}$

a) Donner un encadrement de a puis de a^2-10.

b) Donner un encadrement de $|a - 2|$.

$3{,}1 \leq x \leq 3{,}2$ est un encadrement de x d'amplitude 0,1.

Estimation d'une expression numérique

Activité 14 On donne $P = 314{,}2 \times 497 \times (-94)$.

La valeur exacte de P est l'un des trois nombres suivants

14678795,6 ; - 467879516 et -14678795,6.

Retrouver la valeur de P sans faire de calcul. Expliquer.

Pour obtenir un ordre de grandeur d'un nombre b, on considère la notation scientifique $a \times 10^n$ du nombre b et on arrondit a à l'unité.

Activité 15 1- Donner la notation scientifique de 2^{10}.

2- Donner un ordre de grandeur de 2^{10}.

3- Donner un ordre de grandeur de 2^{100}.

Activité 16 L'angström est une unité de longueur utilisée pour mesurer des distances atomiques. 1 angström vaut 10^{-10}m.

Le proton est une particule de diamètre 10^{-5} angström. Combien de protons placerait–on côte à côte pour obtenir une longueur de 1dm ? Donner un ordre de grandeur du résultat.

Retenir

Règles de calculs

◊ Soient a, b, c, d et k des réels tels que $b \neq 0$ et $d \neq 0$. On a

- $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ équivaut à $ad = bc$.
- $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad+bc}{bd}$.
- $k \times \frac{a}{b} = \frac{ka}{b}$ et $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$.

◊ Soient a, b, c et d des réels non nuls. On a

- $\frac{1}{\frac{a}{b}} = \frac{b}{a}$ et $\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$.

Avec les puissances

Pour tous réels non nuls a et b et tous entiers m et n, on a

- $a^m \times a^n = a^{m+n}$.
- $((a)^m)^n = a^{mn}$.
- $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$.
- $\left(\frac{1}{a}\right)^n = a^{-n}$.
- $(a \times b)^n = a^n \times b^n$.
- $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$.

Racines carrées

◊ Pour tous réels positifs a et b on a

- $(\sqrt{a})^2 = a$.
- $\sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{b}$.
- Pour tout entier $n > 0$, $\sqrt{a^n} = (\sqrt{a})^n$.
- Pour $b \neq 0$, $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$.

◊ Pour tout réel a, on a $\sqrt{a^2} = |a|$.

Retenir

Règles de comparaison

- Le produit de deux réels est positif si les deux réels sont de même signe.
- Le produit de deux réels est négatif si les deux réels sont de signes contraires.
- Le quotient de deux réels non nuls est positif si les deux réels sont de même signe.
- Le quotient de deux réels non nuls est négatif si les deux réels sont de signes contraires.

- Pour tous nombres réels a, b et c, on a
- $a \geq b$ équivaut à $a - b \geq 0$.
- Si $a \leq b$ et $b \leq c$ alors $a \leq c$.
- Si $a \leq b$ alors $a + c \leq b + c$.
- Si $a \leq b$ et $c \geq 0$ alors $ac \leq bc$.
- Si $a \leq b$ et $c \leq 0$ alors $ac \geq bc$.
- Si a et b sont non nuls et de même signe et si $a \geq b$ alors $\frac{1}{a} \leq \frac{1}{b}$.

- Si $a > 0$, $b > 0$ et $a \geq b$ alors $a^2 \geq b^2$.
- Si $a > 0$, $b > 0$ et $a \geq b$ alors $\sqrt{a} \geq \sqrt{b}$.
- Si $a \geq 1$ alors $\sqrt{a} \leq a \leq a^2$.
- Si $0 \leq a \leq 1$ alors $a^2 \leq a \leq \sqrt{a}$.
- La valeur absolue d'un réel a est la distance de ce réel à 0.

On a $|a| = a$ si a est positif et $|a| = -a$ si a est négatif.

Ordre de grandeur – Notation scientifique

Situation 1

Une unité astronomique (1 UA) représente la distance Terre-Soleil. C'est une unité qui sert à calculer des distances dans l'espace. 1 UA vaut environ $1{,}496 \times 10^8$ km.
Une sonde se déplace à la vitesse de 20 000m/s.
1-Combien de secondes lui faut–il pour parcourir 1 UA ? Donner le résultat en notation scientifique.
2- Donner l'ordre de grandeur du résultat.

Stratégie de résolution

1- Soit V la vitesse de la sonde. Exprimer V en km/s. Trouver alors le temps mis par la sonde pour parcourir 1 UA.
2- L'ordre de grandeur du résultat est 7×10^6s.

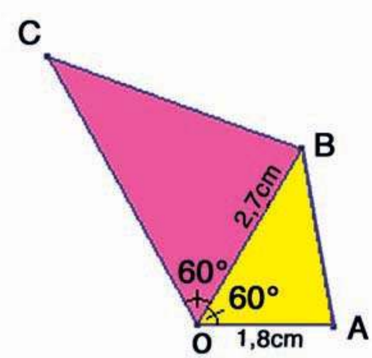
Situation 2

Une année-lumière est la distance parcourue dans le vide par la lumière en une année. La lumière se déplace environ à la vitesse de 300000km par seconde dans le vide.
1- Exprimer en km la valeur d'une année-lumière. Donner le résultat en notation scientifique.
2- Donner l'ordre de grandeur de la valeur trouvée.

Agrandissement – Réduction

Situation

Dans la figure ci-contre le triangle OBC est un agrandissement du triangle OAB à une certaine échelle notée k.
1-a) Trouver k.
b) Quelle est la proportion du périmètre de OBC par rapport au périmètre de OAB ?
c) Quelle est la proportion de l'aire de OBC par rapport à l'aire de OAB ?
2- a) Reproduire la figure et la continuer en marquant le point D pour que le triangle OCD soit un agrandissement du triangle OBC à l'échelle k.
b) Continuer le procédé jusqu' à l'obtention d'un $4^{ème}$ Triangle ODE.



3- Le triangle OAB est une réduction du triangle ODE à une certaine échelle.
a) Déterminer cette échelle.
b) Quelle est la proportion du périmètre de OAB par rapport au périmètre de ODE ?
c) Quelle est la proportion de l'aire de OAB par rapport à l'aire de ODE ?

Stratégie de résolution

1-a) Il suffit de trouver la valeur du rapport $\frac{OB}{OA}$.

b) Ecrire la suite des côtés du triangle OBC qui est proportionnelle à la suite OA ; OB ; AB. Conclure.

c) Dans le triangle OBC, la hauteur issue de O est un agrandissement de la hauteur issue de O dans le triangle OAB. Conclure.

3-a) Justifier que le triangle OCD est un agrandissement du triangle OAB à l'échelle k^2, et que le triangle ODE est un agrandissement du triangle OAB à l'échelle k^3. Conclure.

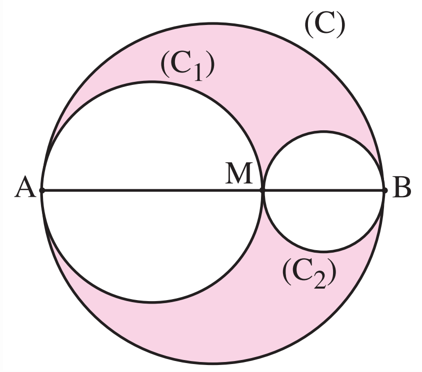
Pour b) et c) procéder de la même manière que la première question.

Proportion

Situation

Observer la figure suivante où (C) est un cercle de diamètre égal à 2 et M un point variable du segment [AB].

On désigne par S l'aire du disque de diamètre [AB] et par R l'aire de la partie colorée.



1- a) On suppose que M est en A. Que vaut R ?

b) On suppose que M est en B. Que vaut R ?

2- On suppose que M est le milieu de [AB].

Comparer R et S.

3- On suppose que $AM = 1 - \frac{\sqrt{2}}{2}$.

a) Evaluer le rapport $\frac{R}{S}$.

b) Existe-il une autre position de M pour laquelle on obtient le même rapport trouvé en (a) ? Expliquer.

Stratégie de résolution

Pour 1- a) et 1- b) remarquer que AM + MB = 2, puis conclure.

2- Lors que M est le milieu de [AB], calculer d'abord l'aire de (C_1) et l'aire de (C_2). Puis déterminer R et conclure.

3- a) Lorsque $AM = 1 - \frac{\sqrt{2}}{2}$, déterminer l'aire de ($C_1$) et l'aire de ($C_2$).

Conclure.

b) Il suffit d'inverser les rôles de (C_1) et (C_2), donc de choisir M de sorte que $BM = 1 - \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Vrai ou faux

Répondre par vrai ou faux

a) $\sqrt{4+5} = \sqrt{3}$; $\sqrt{25-9} = \sqrt{9}+1$; $\sqrt{6+\frac{1}{4}} = 2+\frac{1}{2}$; $2\sqrt{3} = \sqrt{6}$.

b) $\sqrt{10+\frac{9}{4}} = 5+\frac{3}{2}$; $\sqrt{2}\times\sqrt{8} = 2\times 2$; $\sqrt{8} = 8$.

c)
- $\sqrt{5} - 2$ a pour inverse $\sqrt{5} + 2$.
- $\sqrt{3}$ est une écriture simplifiée de $\frac{3}{\sqrt{3}} - \sqrt{3}$.

d)
- $0{,}000345.10^6$ est de l'ordre de 300.
- $1 + 2 + 3 + \dots + n = n(n+1)$.
- $|x - \sqrt{2}| < 1$ équivaut à $x \in]1 - \sqrt{2}, 1 + \sqrt{2}[$.

Recopier et compléter

Recopier et compléter

- L'arrondi au millième de $5 - 4\sqrt{2}$ est …
- L'arrondi au centième de $\frac{1}{\sqrt{5}-2}$ est …
- La racine carrée du produit 3×2 est égal au produit de … .
- Le produit des racines carrées de 520 et 230 s'écrit … ou … .

Appliquer

1 Placer les parenthèses qui manquent pour que les égalités suivantes soient vraies.
a) $-5 + 2 : 14 = -0{,}5$.
b) $-5 \times (-2) + 14 = -60$.
c) $-6 : (-2) + 14 = -0{,}5$.
d) $-2 \times (-3) - (-3) \times (-4) = 0$.
e) $2 + (-3) \times 3 + (-4) = 1$.
f) $13{,}2 \times (-3) + 2 \times 5 - 7 = 0$.

2 Calculer mentalement les produits suivants
$X = -5 \times 3{,}15 \times (-10) \times 2$.
$Y = (-7) \times 25 \times (-3) \times (-4)$.
$Z = (-44) \times (-3) \times 0{,}25$.

3 Calculer avec la calculatrice chacun des nombres suivants
$1 \times 9 + 2$; $12 \times 9 + 3$; $123 \times 9 + 4$;
$1234 \times 9 + 5$; $12345 \times 9 + 6$;
$123456 \times 9 + 7$; $1234567 \times 9 + 8$.

4 Calculer avec la calculatrice chacun des nombres suivants
$A = \dfrac{3{,}97(3140 - 447)}{4{,}814 - 2{,}612}$.

et $B = \dfrac{(193{,}4 + 312{,}6)(54{,}2 - 25{,}6)}{87}$.

5 Déterminer le signe de chacun des nombres suivants

$\dfrac{-3^2\,(-7)^2}{(-9)}$; $-\dfrac{\left(\frac{-1}{2}\right)^2(-4)}{14^2\,(-5)}$; $\dfrac{(-2)^2\,(-12)}{(-1)(-8)}$.

6 Utiliser la calculatrice pour effectuer les calculs suivants
$A = (3{,}325)^3 - 2^{-5} \times 4 + \dfrac{2}{3^{-5}}$.

$B = \left((3{,}325)^3 - 2^{-5}\right) \times 4 + \dfrac{2}{3^{-5}}$.

$C = (3{,}325)^3 - 2^{-5} \times \left(4 + \dfrac{2}{3^{-5}}\right)$.

7 Soient a un réel strictement positif et b un réel non nul.
Quel est le signe de b dans chacun des cas suivants
a) $3a^7.b^3$ est négatif.
b) $-7a^8.b^5$ est positif.
c) $(-3)^3\, a^{12}\, b^{15}$ est négatif.

8 Calculer

a) $\sqrt{12^2}$; $(-\sqrt{5})^2$; $(\sqrt{3})^2 \times \sqrt{2^2}$

b) $\sqrt{\dfrac{3}{10}} \times \dfrac{\sqrt{270}}{\sqrt{64}}$; $\sqrt{\dfrac{3}{2}} \times \sqrt{\dfrac{75}{8}}$; $\sqrt{\dfrac{2}{5}} \times \sqrt{\dfrac{125}{8}}$

c) $\sqrt{0{,}08} \times \sqrt{0{,}5}$; $\sqrt{0{,}08} \times \sqrt{0{,}5} \times \sqrt{0{,}1}$;

$\sqrt{1{,}1 \times 10^2} \times \sqrt{0{,}011}$.

9 On considère le réel
$A = \dfrac{7 + \sqrt{5}}{\sqrt{5} - \sqrt{7}} - \dfrac{11 - \sqrt{5}}{\sqrt{5} + \sqrt{7}}$.

Ecrire A sous la forme d'un seul quotient, ne contenant pas de radical au dénominateur.

10 1- En utilisant la calculatrice, déterminer le signe de chacun des deux réels
$A = \dfrac{127}{48} - \sqrt{7}$ et $B = \dfrac{291}{110} - \sqrt{7}$.

2- En déduire le classement dans l'ordre croissant des nombres
$\sqrt{7}$; $\dfrac{127}{48}$; $\dfrac{291}{110}$.

11 Sans effectuer les calculs, donner la valeur absolue de chacun des nombres suivants
$A = (-3)^2$; $B = \dfrac{\sqrt{2}}{5} - 315$; $C = \dfrac{2517}{3489} - \dfrac{3489}{2517}$.

12 Traduire chacun des ensembles suivants à l'aide d'inégalités.
E est l'ensemble des réels positifs.
F = [-1 ;+ ∞ [.
G =]- ∞ ; 10,7 [.
H est l'ensemble des réels compris strictement entre –3 et 5.

13 Soit D une droite graduée à l'aide d'un repère (O, I).
Déterminer graphiquement les réels x, abscisses des points M sur D tels que OM < 1,5.

14 1- Représenter sur une droite graduée les ensembles suivants :
$A = \{ x \in IR ; x+1 > -1 \}$.
$B = \{ x \in IR ; -1 < -2x+1 < 3 \}$.
2- Montrer que
si $x \in A$ alors $\frac{1}{x+3} < 1$.

15 Les dimensions en cm d'un rectangle sont $(\sqrt{7}-\sqrt{5})$ et $(\sqrt{7}+\sqrt{5})$.
Calculer son aire.

Maîtriser

16 On considère un rectangle de dimensions l et L tel que
$\sqrt{6} - 2 < l < \sqrt{6} + 2$ et $\frac{14}{3} < L < \frac{16}{3}$.

Trouver un encadrement du périmètre et un encadrement de l'aire de ce rectangle.

17 Soit $A = 1 + \sqrt{5}$; $B = 1 - \sqrt{3}$

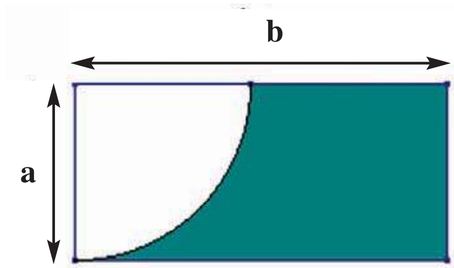
et $C = \dfrac{1+\sqrt{5}}{6+2\sqrt{5}}$.

a) Calculer A^2 et B^2.
b) Simplifier C.
c) Calculer A × C .
d) Montrer que $\dfrac{2-\sqrt{12}}{\sqrt{4-2\sqrt{3}}}$ est un entier.

18 Dans le carré magique suivant le produit des trois facteurs d'une même ligne ou d'une même colonne ou d'une même diagonale est égal à 2^6.
Compléter ce carré.

2		2^4
		2^3

19 Dans le rectangle suivant,

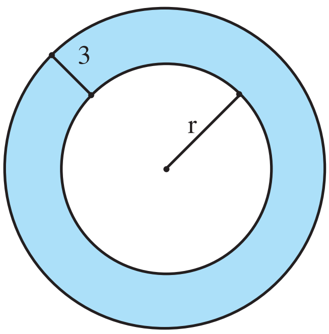


$2,7 \leq a \leq 2,8$ et $3,1 \leq b \leq 3,2$.
Donner un encadrement de l'aire de la partie colorée.

20 Un livre contient 400 pages, chacune de 30 lignes et chaque ligne renferme 60 caractères. Estimer le nombre de livres identiques au précédent qu'on peut stoker sur un disque dur d'un ordinateur de capacité 60 giga-octets.
Un caractère représente 1 octet et
1 giga est égal à 1 milliard.

21 On considère un cercle C de rayon 17cm. Un rectangle dont la largeur est $\frac{8}{15}$ de sa longueur, est inscrit dans le cercle C.
Quelles sont les dimensions du rectangle ?

22 Observer la figure ci dessous.



Montrer que la mesure A de l'aire hachurée peut s'écrire $A = 3\pi(2r + 3)$
Donner une valeur approchée de A à 10^{-2} près lorsque r = 9,25.

23 Le système solaire s'étend sur une distance qui vaut 49 fois celle de la terre au soleil. Le tableau ci-après donne le rayon moyen R des orbites de certaines planètes ainsi que la durée T de révolution de ces planètes.

Planète	Mercure	Vénus	Terre
R(en km)	$5{,}79.10^{7}$	$1{,}08.10^{8}$	$1{,}49.10^{8}$
T(en jours)	8	225	365
$\frac{R^3}{T^2}$			

Planète	Mars	Jupiter	Saturne
R(en km)	$2{,}28.10^{8}$	$7{,}78.10^{8}$	$1{,}43.10^{9}$
T(en jours)	687	4333	10760
$\frac{R^3}{T^2}$			

Compléter le tableau. Que remarque t-on ?

24 Un apiculteur fait le bilan annuel de la production de miel de ses ruches.
Il établit le tableau ci-dessous

Production de miel en Kg	[18,20[	[20,22[	[22,24[	[24,26[	[26,28[	[28,30[
Nombre de ruches	2	8	5	2	1	2

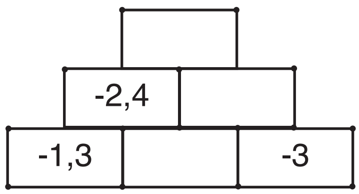
Calculer la quantité moyenne de miel produite par ruche.

25 Un achat d'un téléviseur 16/9 de 1542^{D} est payé de la façon suivante

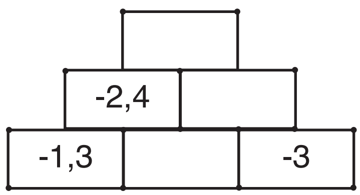
- $\frac{1}{3}$ du prix sera versé à la commande,
- 25% du reste à payer sera versé à la livraison,
- le reste sera payé à crédit.

1- Quel est le montant versé à la commande ?
2- Quel est le montant versé à la livraison ?
3- Le solde de 771^{D}, majoré de 8% est payé en 4 mensualités équivalentes.
Calculer le montant d'une mensualité.

26 **Pyramides de nombres**



Pyramide additive



Pyramide multiplicative

a) Reproduire et compléter les pyramides suivantes

-Dans la pyramide additive chaque nombre est la somme des deux nombres se trouvant dans les deux cases au dessous.

- Dans la pyramide multiplicative chaque nombre est le produit des deux nombres se trouvant dans les deux cases au dessous.

b) Dans la pyramide multiplicative, modifier le signe d'un nombre pour obtenir un nombre négatif au sommet.

c) Dans la pyramide additive, modifier un nombre pour obtenir 0 au sommet.

Avec l'ordinateur

a) Tracer un segment $[AB_1]$ tel que $AB_1 = 1cm$.
b) Tracer une demi-droite $[B_1x)$ perpendiculaire à (AB_1).
c) Tracer le cercle (C) de centre B_1 et de rayon 1cm. Le cercle coupe $[B_1x)$ en B_2.
d) Quelle est la nature du triangle AB_1B_2?
e) Mesurer AB_2. Quelle est la valeur exacte de AB_2 ?
Donner un procédé pour construire le point B_3 tel que
AB_3B_2 soit rectangle en B_2 , $B_3B_2 = 1cm$ et B_3, B_1 sont de part et d'autre de la droite (AB_2).
Mesurer AB_3 et donner la valeur exacte de AB_3.
Continuer le procédé jusqu'à l'obtention d'un point B_6.
Mesurer AB_6 et donner la valeur exacte de AB_6.

Math - Culture

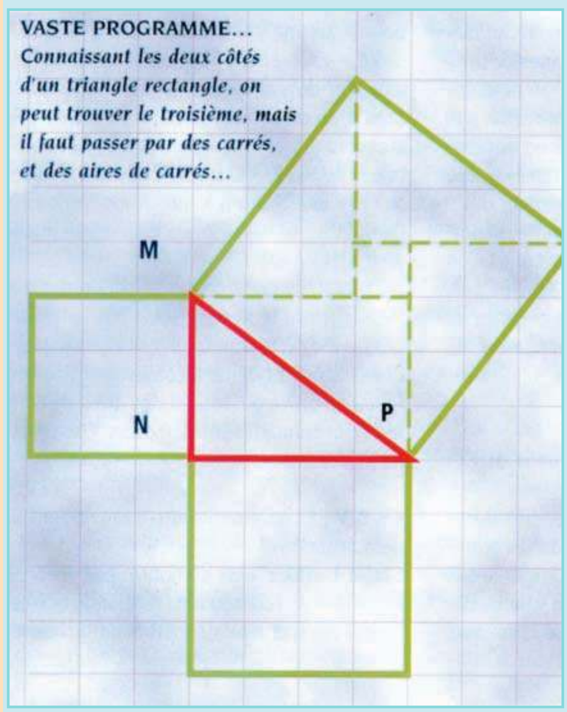
Ibn Al Haythem (965- 1040)

On connait de lui 92 titres de mémoires ; parmi les plus notoires on peut citer :
- Mémoire sur le calcul indien.
- Abrégé d'optique : il ne s'est pas contenté de commenter Euclide et Ptolémée, mais il a apporté une véritable révolution dans les concepts de base.
- Traité de l'analyse des problèmes arithmétiques par la méhode de l'algèbre.
-Traité complet sur l'analyse des problèmes arithmétiques et géométriques.

Al Kashi (mort en 1429)

Il est l'auteur du livre *Clef de l'arithmétique,* (مفتاح الحساب) . Son influence est directement perceptible en Occident, notamment chez Regimontanus.

Une bibliothèque publique à Bagdad au XI$^{\text{ème}}$ siècle. Sur les étagères, des livres de papier, une matière que l'Occident ne connaissait pas encore. (Larousse)



Activités Algébriques

Reprendre

Pour chaque énoncé, on propose trois réponses A, B et C. Une ou plusieurs sont correctes. Lesquelles ?

Réponses / Enoncés	A	B	C
$(x-2)^2$	est égal à $x^2 - 4x + 4$.	est égal à $x^2 - 2^2$.	est égal à $(2 - x)^2$.
$(a+b)c$	est égal à $a + bc$.	est égal à $ac + bc$.	est égal à abc.
$a^2 + b^2$	est égal à $(a + b)^2$.	est égal à $\lvert a^2 + b^2 \rvert$.	est égal à $(a + b)^2 - 2ab$.
$\sqrt{a^2}$	est égal à a.	est égal à $\sqrt{a}$.	est égal à $\lvert a \rvert$.
$a^3 - a^2$	est égal à a.	est égal à $a(a - a)$.	est égal à $a^2 (a - 1)$.
$6 - 4(3 + x)$	est égal à $2(3 + x)$.	est égal à $6 + 2x$.	est égal à $-6 - 4x$.
$(2ab - 2a)$	est égal à b.	est égal à $2a(b - 1)$.	est égal à $2(ab - 1)$.
Pour $a = -2$, l'expression $3(a - 2) + 2a$	est égale à -16.	est égale à -4.	est égale à $3(-4) - 4$.

Expressions littérales

Activité 1

1- Soit un nombre décimal a.

- Multiplier-le par $\frac{2}{3}$.
- Multiplier le résultat obtenu par $\frac{3}{8}$.
- Ajouter au nombre obtenu le double du nombre de départ.

2 - Donner l'expression du nombre obtenu.

Activité 2

1- Soit b un entier inférieur à 30.

- Multiplier-le par 11.
- Ajouter 4 au résultat obtenu.
- Multiplier le dernier résultat obtenu par 9.
- Retrancher le double du carré du nombre de départ.

2- Donner l'expression du nombre obtenu.

3- Que vaut le résultat final quand le nombre de départ choisi est –1 ? 17 ? 0 ?

Activité 3

Un commerçant affiche une réduction de 15% sur le prix p d'un article.

1- Donner l'expression du nouveau prix en fonction de p.

2- Que vaut le nouveau prix sachant que le prix initial est 25,728 dinars ?

Activité 4

Un liquide contenant de l'acide chlorhydrique, présente les spécifications suivantes :

- Masse volumique : 1,18g/cm^3,
- 35% de masse d'acide pour 100g de liquide.

1- Ecrire l'expression de la masse (en grammes) du liquide en fonction de son volume V (en cm^3).

2- Ecrire l'expression de la masse (en grammes) de l'acide chlorhydrique contenu dans le liquide en fonction de V (en cm^3).

Activité 5

Une cuve a la forme d'un parallélépipède rectangle. Les dimensions de la base sont 2,5m ; 1,26m ; la hauteur est 65 cm. Cette cuve est remplie d'eau à un certain niveau h en cm.

On désigne par V le volume de l'eau en hl.

1- Donner l'expression de V en fonction de h.

2- Recopier et compléter le tableau ci-après.

Niveau de l'eau (cm)	30		55	
Volume de l'eau (hl)		10		13

Activité 6

La lettre x désigne un réel. On pose A = 2(x – 1) (12 – 3x).

1- Donner la valeur exacte de A pour x = 1.

2- Donner la valeur exacte de A pour $x = \frac{1}{3}$.

3- Donner une valeur approchée de A à 10^{-3} près pour $x = \pi$.

4- Donner une valeur arrondie au centième de A pour $x = \sqrt{2}$.

5- Développer et réduire A.

Activité 7

La lettre x désigne un réel. On pose $A = 3x^2 - 2$.

1- Recopier et compléter le tableau ci-dessous.

x	$-\sqrt{2}$	0	1	2
A				

2- En déduire, sans faire de calculs, les valeurs de A lorsque $x = \sqrt{2}$; -1; -2.

Activité 8

Utiliser une calculatrice scientifique pour trouver la valeur numérique d'une expression algébrique

Soit $E = \dfrac{2x - 0,5}{3x+0,25} + 4 - x^2$.

1- On se propose de calculer E lorsque x = 0,00000024, en utilisant une calculatrice scientifique.

- Commencer par écrire E en suivant la séquence ci-dessous.

$\boxed{(}$ 2 $\boxed{\text{2ndF}}$ $\boxed{\text{RCL}}$ $\boxed{\text{X}}$ $\boxed{-}$ 0,5 $\boxed{)}$ $\boxed{\div}$ $\boxed{(}$ 3 $\boxed{\text{2ndF}}$ $\boxed{\text{RCL}}$ $\boxed{\text{X}}$

$\boxed{+}$ 0.25 $\boxed{)}$ $\boxed{+}$ 4 $\boxed{-}$ $\boxed{\text{2ndF}}$ $\boxed{\text{RCL}}$ $\boxed{\text{X}}$ $\boxed{\text{X}^2}$

- Appuyer ensuite sur la touche $\boxed{\text{ALGB}}$, la variable x clignote.

Écrire alors 0.00000024.

• Appuyer sur la touche $\boxed{=}$. La calculatrice affiche 2.00000768 .

Ainsi, E (0.00000024) = 2.00000768.

2- Utiliser la calculatrice pour compléter le tableau ci-dessous.

x	3×10^{8}	$-4{,}02 \times 10^{-10}$	2340000000000000
E			

Activité 9 Développer puis réduire chacune des expressions A, B, C et D.

$A = a(b - c) + b(c - a) + c(a - b).$

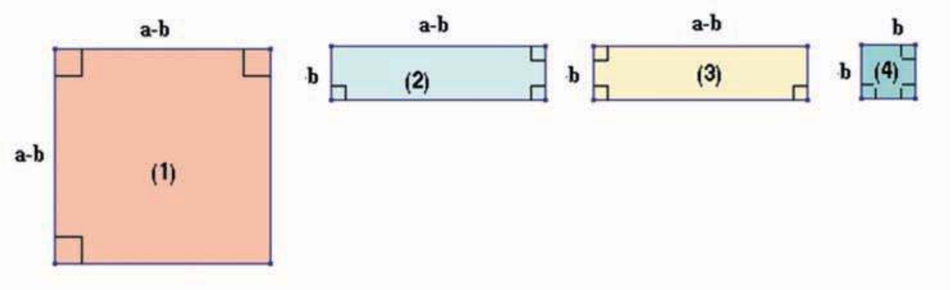
$B = y\,(1 - y)^2 + 2y\,(1 - y).$

$C = [2m(3m^2 - 5) - m^2(6m + 1) + m^2 + 10m + 1]^{2003}.$

$D = [-2x(x + 3) + 3x^2 - x(x - 6)][(x - 5)^{1000} - 3x^5 + 2].$

Identités remarquables

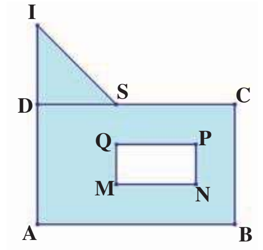
Activité 10



1- A l'aide des figures (1) , (2), (3) et (4), on peut reconstituer un carré de côté a. Comment faire ?

2- Donner, sans faire de calculs, le signe de chacun des nombres ci-desous.
$2544^2 - 250 \times 2544 + (-125)^2$; $(1 + 10^4)^2 - 20000$; $(3\pi + 4)^2 - 12\pi.$

Activité 11 Dans la figure ci-contre, ABCD est un rectangle dont la largeur est égale aux trois cinquièmes de la longueur. MNPQ est un rectangle tel que



$MN = \dfrac{2}{5}\ AB$ et $MQ = \dfrac{1}{3}\ AD$.

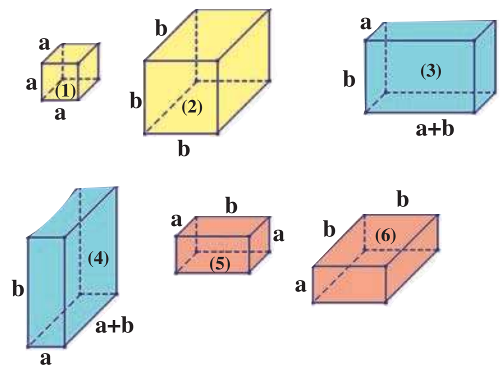
DSI est un triangle rectangle isocèle en D tel que DS = MN.

1- Exprimer les dimensions des deux rectangles et du triangle à l'aide d'une seule variable.

2- Calculer l'expression de l'aire de la partie colorée. Réduire l'expression trouvée.

3- Que vaut l'aire de la partie colorée lorsque AB = 5cm ?

Activité 12

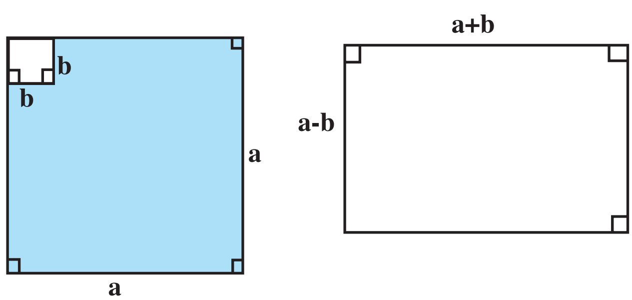


1- A l'aide des solides (1), (2), (3), (4), (5) et (6), on peut reconstituer un cube d'arête a + b. Comment faire ?

2- Donner le volume total des solides et vérifier par le calcul que ce volume est égal à $(a + b)^3$.

Activité 13

On donne la figure ci-contre.



1- Montrer que l'aire de la partie colorée est égale à l'aire du rectangle.

2- a et b sont deux entiers naturels consécutifs. Trouver a et b sachant que la différence de leurs carrés est égale à 11.

3- Peut-on trouver deux entiers naturels consécutifs a et b sachant que la différence de leurs carrés est égale à 3 334 444 ? Justifier votre réponse.

Activité 14

1- Développer et réduire le produit $(a - b)(a^2 + ab + b^2)$.

2- Montrer alors que $1245^3 - 45^3$ est divisible par 6.

3- Développer et réduire le produit $(a + b)(a^2 - ab + b^2)$.

4- Montrer que $22513^3 + 487^3$ est divisible par 1000.

Activité 15

Développer puis réduire les expressions A, B et C.

$A = (2 - x)^2 + 3(x - 2) + (1 + x)^2$; $B = (m + 2)^3 - (1 - m)^3 + 3\,(m + 1)^2$

$C = (1 + (2 - y)^2)^2 - (1 - (2 + y)^2)^2$.

Activité 16

Factoriser chacune des expressions suivantes :

$A(x) = 4x^5 + 2x^3 - x^2$; $B(x) = 3x^2 + x$;
$C(x) = 2x^2 - 9$; $D(x) = x^3 - 8 - x + 2$;
$E(x) = x^3 + 8 - x - 2$; $F(x) = x^3 + 3 - x^2 + 3$.

> Factoriser une expression consiste à transformer une somme ou une différence en un produit.

Activité 17

Calcul mental

1- Calculer mentalement
   a) 101^2 ; 99^2 ; $9999 - 10001$; $102^2 - 98^2$.
   b) $9994 - 10006$.
   c) $9999 - 10000 - 10001 + 10000$.

2- Pour quelle(s) valeur(s) de x, les expressions suivantes sont-elles nulles ?

$x\left(-\frac{12}{5} - \frac{175}{\sqrt{2}}\right) + x$; $(3 - x)(0{,}5x - 3) + 9 - x^2$; $-8\left(x + \frac{1}{2}\right) + 4$.

$12\left(x + \frac{21}{5}\right) - 12\sqrt{2}\left(x + \frac{21}{5}\right)$; $(3 - \sqrt{5})(2 - \sqrt{x})(\pi - 4)$.

Egalité de deux expressions

Activité 18

1- a) Montrer que pour tout réel x, on a
   $(x - 2)^3 + 12x^2 + 16 = (x + 2)^3$.
   b) En déduire la valeur de
   $(9998 - 2)^3 + 12 \times 9998^2 + 16$
c) Réduire $[(x - 2)^3 + 12x^2 + 16] - \sqrt{2}$
ainsi que $\frac{1}{7}[(x - 2)^3 + 12x^2 + 16]$.

2- Soit $A = x^3 - x^2$ et $B = 2x^2 + 6x - 8$.
   a) Montrer que A est égal à B pour $x = 1$; pour $x = -2$ et pour $x = 4$.
   b) A-t-on $A = B$ pour tout réel x ?
3- Soit $E = (3x - 2)^2 - (1 - 3x)^2 + 6x$.
Montrer que E est constante.

> On ne modifie pas une égalité en ajoutant le même terme à ses deux membres.
> On ne modifie pas une égalité en multipliant ses deux membres par un même nombre non nul.

Retenir

Distributivité

◊ Pour tous réels a, b, c et d on a,
$(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$.

Identités remarquables

◊ Pour tous réels a et b on a,

$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$;
$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$;
$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$;
$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$.

◊ Pour tous réels a et b on a,
$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$;
$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$;
$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$.

Egalité de deux expressions

Situation 1

Montrer que pour tous réels a et b, on a l'égalité

$a^2 + ab + b^2 = (a + \frac{b}{2})^2 + 3\,(\frac{b}{2})^2.$

Stratégie de résolution

Développer et réduire le deuxième membre. Comparer au premier membre.

Situation 2

On pose $E(x) = (x-2)^3 - 8\,(x-1)$; $F(x) = x^3 - 6x^2 + 4x$; $G(x) = x^3 - 16$; $H(x) = x^3 - 6x^2$.

1- Montrer que pour tout réel x, on a $E(x) = F(x)$.

2- a) Que vaut $F(2)$?

b)Que vaut $E(0)$?

3- Montrer que $F(2) = G(2)$. A-t-on $F(x) = G(x)$ pour tout réel x ?

4- Montrer que pour tout réel x non nul, on a $F(x) \neq H(x)$.

Stratégie de résolution

1- Il suffit de développer $E(x)$ et de comparer le résultat obtenu à $F(x)$.

2- a) On sait d'après la première question, que pour tout réel x on a $E(x) = F(x)$; en particulier $E(2) = F(2)$.

Compte tenu des écritures de $E(x)$ et $F(x)$, il est plus simple de calculer $E(2)$.

b) On sait d'après la première question, que pour tout réel x on a $E(x) = F(x)$; en particulier $E(0) = F(0)$.

Compte tenu des écritures de $E(x)$ et $F(x)$, il est plus simple de calculer $F(0)$.

3- Calculer $G(2)$ et comparer à $F(2)$.

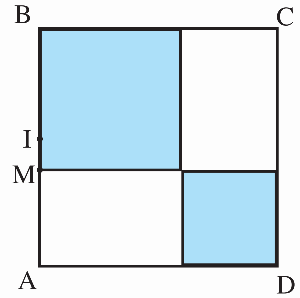
Dire que $F(x) = G(x)$ pour tout réel x équivaut à dire $F(x) - G(x) = 0$ pour tout réel x.

Calculer $F(0) - G(0)$. Conclure.

4- Dire que $F(x) \neq H(x)$ pour tout réel non nul x équivaut à dire $F(x) - H(x) \neq 0$ pour tout réel non nul x.

Calculer $F(x) - H(x)$. Conclure.

Mesure de grandeurs



Situation 1

Dans le dessin ci-contre, ABCD est un carré de côté 2cm, I est le milieu du segment [AB] et M est un point du segment [AB].

On note $AM = x$.

On désigne par R l'aire de la région colorée constituée de deux carrés.

1- Que vaut R lorsque le point M est en A ?
2- Que vaut R lorsque le point M est en B ?
3- On suppose que M est en I. Que vaut R ?
4- Donner l'expression de R en fonction de x.
5- On suppose que BM = 0,25. Que vaut R ?
6- Existe-t-il une autre position de M pour laquelle on obtient la même valeur de R que dans 5)?

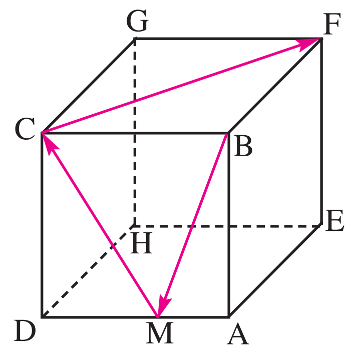
Stratégie de résolution

1- Lorsque M est en A, la région colorée est formée d'un seul carré.
Faire la figure qui correspond à la situation, puis conclure.
2- Lorsque M est en B, la région colorée est formée d'un seul carré.
Conclure.
3- Lorsque M est en I, la région colorée est formée de deux carrés superposables. Faire la figure qui correspond à la situation, puis conclure.
4- Remarquer que $R = AM^2 + BM^2$, puis exprimer R en fonction de x.
5- Il suffit de remplacer x par 1,75.
6- Il suffit de remarquer que AM et BM ont des rôles symétriques dans l'expression de R.

Situation 2

La figure ci-après représente un cube d'arête 6 cm.
Une fourmi est au point B, elle voit une miette de pain en un point M de [AD]. La fourmi va chercher la miette et continue son chemin vers C puis vers F. Pour ne pas s'épuiser, la fourmi choisit le chemin le plus court.

1- On suppose que la miette se trouve au point A. Trouver la longueur du trajet parcouru par la fourmi.
2- On suppose que la miette se trouve au point D.
Trouver la longueur du trajet parcouru par la fourmi.
3- On suppose que la miette se trouve au milieu de [AD].
Trouver la longueur du trajet parcouru par la fourmi.
4- On suppose que le point M se trouve à une distance x du point A.
a) Exprimer la longueur C(x) du trajet parcouru par la fourmi.
b) Expliquer pourquoi la fourmi parcourt dans tous les cas une distance supérieure à 18cm.



Stratégie de résolution

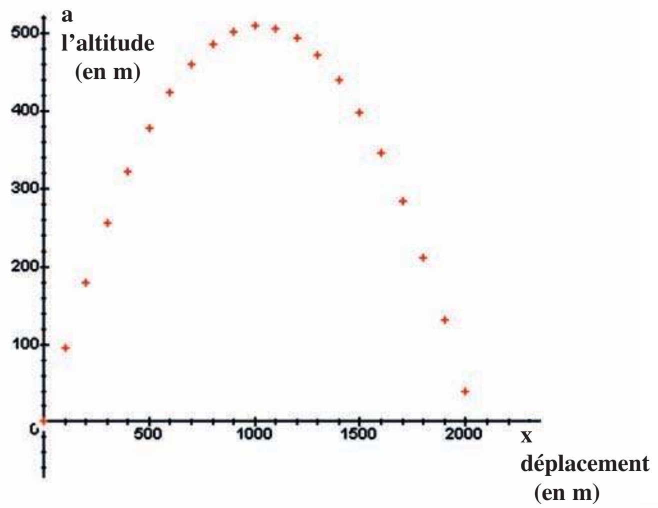
Le chemin le plus court entre deux points est le segment qui joint ces deux points.
1- Lorsque M est en A la longueur du trajet est égale à AB + AC + CF.
Remarquer que AC et CF sont les diagonales d'un carré de côté 6. Conclure.

2- Lorsque M est en D, la longueur du trajet est égale à BD + DC + CF.
On procède comme dans la question précédente.
3- Calculer BI et CI où I est le milieu de [AD]. Conclure.
4- Dans ce cas, la longueur du trajet est égale à BM + CM + CF.
a) Faire une figure. Calculer BM et CM en fonction de x à l'aide du théorème de Pythagore. Conclure.
b) Comparer chacune des distances BM, CM et CF à AB.

Lecture graphique

Situation

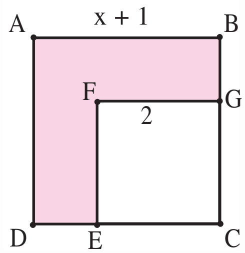
On sait calculer l'altitude a d'un boulet lancé par un canon en fonction du déplacement horizontal x à l'aide de la formule suivante :
$a = - 0{,}00049x^2 + x$.
1- Avec la calculatrice calculer l'altitude du boulet pour un déplacement horizontal de 10m, puis de 50m, 100m et 1000m.
2- Le graphique ci-contre représente différentes altitudes prises par le boulet en fonction du déplacement.



Lire graphiquement,
a) L'altitude du boulet lorsque le déplacement est de 1500m.
b) Le déplacement lorsque l'altitude est de 400m.

Vrai ou Fau

Répondre par vrai ou faux



1- Dans la figure ci-contre ABCD et FGCE sont deux carrés.
L'aire de la partie colorée est égale à $x^2 + 2x - 3$.

2– a) $x^2 + x^3 = x^5$.

b) $4x^2 - 9 = (4x - 3)(4x + 3)$.

c) $(x\sqrt{3} + \sqrt{2})^2$ est une factorisation de $3x^2 + 2 x \sqrt{6} + 2$.

d) $9x^2 + 6x + 1 = (3x - 1)^2$.

Recopier et compléter

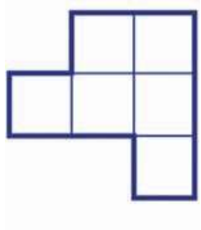
1- Si $x = 0$ alors $(x + 1)^2 - (2x + 1)^2 = \ldots$

2- $(2x - 1)(4x^2 + 4x + 1)$ est une factorisation de ...

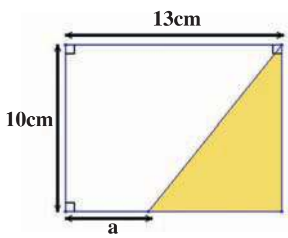
3- $1{,}61^2 + 2 \times 1{,}61 \times 0{,}39 + 0{,}39^2 = \ldots$

Appliquer

1 La figure ci-contre est composée de carrés isométriques de côté x.
Montrer que son aire est égale à l'aire totale d'un cube d'arête x.



2 1- Exprimer l'aire de la partie colorée sous forme d'un produit.
2- Développer et réduire ce produit.
3- En déduire une expression de l'aire de la partie non colorée.



3 Montrer que lorsque $x = \frac{1-\sqrt{5}}{2}$
l'expression $x^2 - x - 1$ est nulle.

4 x et y sont des réels tels que
$\frac{x}{y} = \sqrt{2}$.

Calculer : $\frac{y}{x}$; $\frac{-x}{y}$; $\frac{-x}{-y}$; $\frac{x}{-y}$; $\frac{x}{3y}$.

5 1- Calculer la valeur de
$A = a^4 - \frac{5}{3}a - 2$ pour $a = 0$; $a = 0{,}5$.
2- Calculer la valeur de $B = (x+9)(x+1)$
pour $x = -9$; $x = -\frac{2}{3}$.
3- Calculer la valeur de
$C = 2x^2 + 7(x-2) - \frac{3}{2}(1+y)$
pour $x = -\frac{2}{3}$ et $y = 2$.
4- Calculer la valeur de
$E = \frac{25}{4}x^2 - \frac{35}{3}xy + \frac{49}{9}y^2$
pour $x = -\frac{2}{3}$ et $y = 2$.

6 Développer et réduire les expressions suivantes

a) $(\sqrt{2} - \frac{1}{2})(2 + \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{1}{4})$.

b) $(\frac{1}{3}a - \frac{2}{5}b)(\frac{1}{3}a + \frac{2}{5}b)$.

c) $(2a - 1)^2 - (2a + 1)(3a + 5)$.

d) $(2x - 1)^3 + 3(2x - 1)^2(1 - x)$
$+ 3(2x - 1)(1 - x)^2 + (1 - x)^3$.

e) $(2 - \frac{3}{4}t)^2 + (\frac{1}{4}t + 1)^2$.

f) $(x - 2)(x + 3)(x^2 - 1) - (x^3 + 2x)(x - 6)$.

g) $(\pi + x)^3 - 3\pi(\pi + x) + 2\pi^3 - x^3$.

7 Factoriser les expressions suivantes

a) $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{16}$.

b) $7\sqrt{2}x^2 - 14\sqrt{2}xy + y^2$.

c) $(2t - 1)^3 + 8$.

d) $(\frac{3}{2}k + \frac{1}{2})^3 + 64$.

e) $x^4 - x^2 + \frac{1}{4}$.

f) $27 \times 10^{-3} + 27 \times 10^{-4} + 9 \times 10^{-5} + 10^{-6}$.

g) $1728\, x^3 - \frac{8}{125}$.

h) $\pi^3 + 3\pi^2 + 3\pi + 1$.

8 Recopier et relier par une flèche chaque expression à son écriture factorisée.

• $(7x+3)(x-5)-7x-3$	• $x(4 - x)$
• $(-2x+3)^2 - 16$	• $(\sqrt{2} + 1)^3$
• $x^2-1+(x+1)(x-3)$	• $(-2x+7)(-2x-1)$
• $\frac{25}{16}x^2 - \frac{1}{2}$	• $(x^3+11)^2$
• $2\sqrt{2} + 7 + 3\sqrt{2}$	• $(7x+3)(x-6)$
• $x^6 + 22x^3 + 121$	• $(\frac{5}{4}x - \frac{\sqrt{2}}{2})(\frac{5}{4}x + \frac{\sqrt{2}}{2})$
• $4 - (2-x)^2$	• $2(x+1)(x-2)$

9 **Calculer**

$C_1 = \sqrt{(\pi + 1)\ (\pi - 1) + 1}$.

$C_2 = 94 \times 94 - 2 \times 94 \times 7 + 7 \times 7$.

$C_3 = 1003 \times 997 + 51 \times 49$.

$C_4 = (125)^2 - (124)^2$.

$C_5 = (326)^2 - (325)^2$.

Maîtriser

10 On pose $s = \frac{2t}{1+t^2}$ et $k = \frac{1-t^2}{1+t^2}$

Calculer $s^2 + k^2$.

11 Développer et simplifier l'expression

$B = (3x - \frac{1}{2})^2 - (3x + \frac{1}{2})^2$

puis développer et simplifier l'expression

$C = (1 - B)^2 - 2 + 2B$.

12 Soit t un réel, on considère les expressions suivantes

$A = 3\left[\left(t + \frac{5}{6}\right)^2 - \frac{73}{36}\right]$ et $B = 3t^2 + 5t - 4$.

Montrer que A = B.

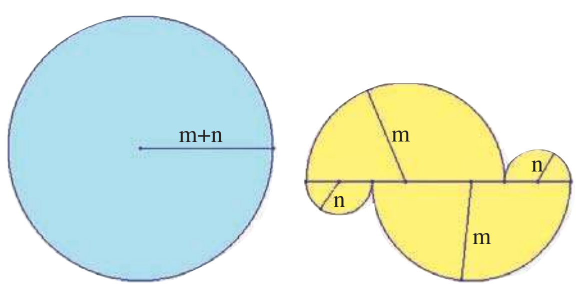
13 a et b désignent deux réels non nuls tels que $a + b \neq 0$ et $b - a \neq 0$.

On suppose que $\frac{3}{a} = \frac{5}{b}$.

a) Montrer que $\frac{3}{a} = \frac{8}{a+b}$.

b) Montrer que $\frac{5}{b} = \frac{2}{b-a}$.

14 Est-t-il vrai que les deux figures ci dessous ont la même aire ? Expliquer.



15 KLM est un triangle tel que
$KL = n^2 - 1$; $LM = 2n$ et $KM = n^2 + 1$
1- Montrer que le triangle KLM est rectangle lorsque n = 2 ; n = 3 ou n = 4.
2- Montrer que ce triangle est rectangle pour tout n > 1.

16 Le nombre $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ est appelé nombre d'or. On le note ϕ.
1- Calculer $\phi - 1$ et $\frac{1}{\phi}$. Comparer les.
2- En déduire que $\phi^2 = \phi + 1$.
Puis calculer ϕ^2.
3- a) Montrer que pour tout entier naturel n, $\phi^{n+2} = \phi^{n+1} + \phi^n$.
b) Calculer alors ϕ^3, ϕ^4 et ϕ^5.

17 Soit x un réel et $A(x) = (x+6)^2 - (x-6)^2$
1- Factoriser A(x).
2- En déduire la valeur de
$B = 1000006^2 - 999994^2$.
3- Calculer $2003^2 - 1997^2$.

18 On veut fabriquer une barre rectiligne (B) de longueur 140cm en soudant bout à bout deux barres métalliques rectilignes qu'on désigne par B_1 et B_2.
B_1 pèse 30g/cm et B_2 pèse 60g/cm.
a) Trouver l'expression du poids P de la barre (B) en fonction de la longueur x de B_1.
b) Que vaut P si x = 87cm ?

19 L'aire d'un triangle de côtés a, b et c est donnée par la formule

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} \quad \text{où } p = \frac{a+b+c}{2}.$$

1- Vérifier cette formule lorsque le triangle est rectangle de côtés 3, 4 et 5.
2- Vérifier cette formule lorsque le triangle est équilatéral.

20 1- Montrer l'égalité suivante lorsque n est un entier naturel non nul

$$\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} = \frac{1}{n(n+1)}.$$

2- Ecrire chacune des fractions suivantes

$$\frac{1}{2} \; ; \; \frac{1}{6} \; ; \; \frac{1}{12} \text{ et } \frac{1}{110}$$

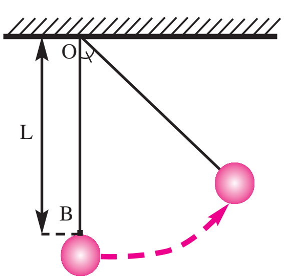
sous la forme d'une différence de deux fractions dont les dénominateurs sont deux entiers consécutifs.
3- Déduire de ce qui précède le calcul de

$$\frac{1}{1\times2} + \frac{1}{2\times3} + \frac{1}{3\times4} + \dots + \frac{1}{2003\times2004}.$$

21 **Le pendule.**

Le temps mis par un pendule pour faire un aller-retour est donné par la formule

$t = 2\pi\sqrt{\frac{L}{9,8}}$ où t est exprimé en secondes et L en mètres.
1- Calculer t pour L = 1.
2- Comment choisir L pour que le temps mis soit le double du précédent ?
3- Déterminer L pour avoir t < 1.



Avec l'ordinateur

On considère $A(x) = 2x^2 + 8x - 5$.
On se propose de calculer la valeur numérique de A(x) pour les valeurs de x suivantes :
x = 4; x = 0,05 ; x = -3 et x = -12,8.
A l'aide d'un tableur :
1- Ecrire les valeurs de x dans la colonne A.
2- Présenter la formule dans la case B1.
3- Tirer la formule dans la case B2, B3, B4 et B5.

	A	**B**
1	x	A(x) = 2 x^2 + 8x - 5
2	4	
3	0,05	
4	-3	
5	-12,8	

Math - Culture

L'invention de l'algèbre

L'arithmétique d'Al Khawarizmi a permis l'apparition en occident (au 12ème siècle), de la numération décimale.
Fondateur de l'algèbre, il est l'auteur du traité de base d'algèbre «Précis sur le calcul d'al-jabr et al moukabala». Cette oeuvre a fortement influencé toute la science occidentale du Moyen âge.
Le mot Al-jabr signifie réparation et le mot moukabala signifie comparaison.
C'est la première fois, que le mot Al-jabr, qui a donné «algèbre», apparaît en mathématiques.

Al Khawarizmi

Mathématicien, astronome arabe et membre de Beyt El Hikma, Al-Kawarizmi a vécu à Bagadad de 788 à 850. Il est connu en occident sous le nom latin d'Algorismus. Il a marqué de son nom la notion d'algorithme : une suite finie d'opérations élémentaires constituant un schéma de calcul ou de résolution d'un problème.

Omar Al Khayyâm (1048 - 1131)

Omar Al Khayyâm est à la fois un grand poète, un algébriste et le réformateur de l'ancien calendrier persan.
Il a élaboré une théorie géométrique des équations de degré inférieur ou égal à trois. Les racines des équations de troisième degré sont trouvées géométriquement par des intersections de coniques.
Le concept central introduit par Omar Al Khayyâm est celui d'unité de mesure, lequel convenablement défini en rapport avec celui de dimension, permet l'application de la géométrie à l'algèbre.

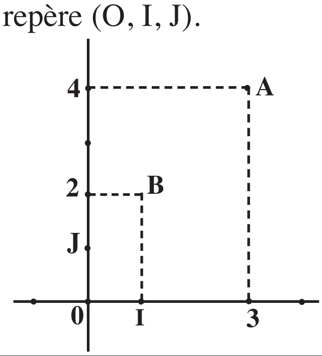
O toi qui es venu tout ardent du monde de l'esprit ;
Toi qui, stupéfait, t'interroges sur le cinq, le quatre, le six et le sept, (...)
Réjouis-toi car tu ne sais où tu vas.

Omar Al Khayyâm

Chapitre 12 Fonctions linéaires

Reprendre

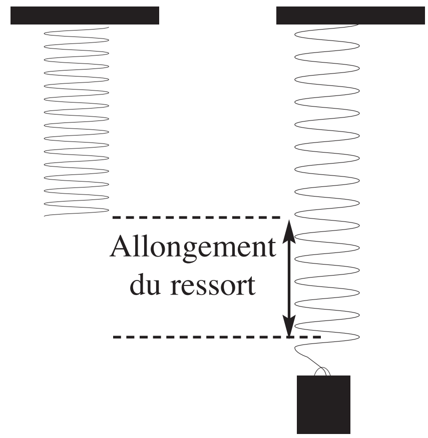
Pour chaque énoncé, on propose trois réponses A, B et C. Une ou plusieurs sont correctes. Lesquelles ?

<table>
<tr><th>Réponses
Enoncés</th><th>A</th><th>B</th><th>C</th></tr>
<tr><td>Lorsqu'on prend 2% de 50,</td><td>on obtient 0,02.</td><td>on obtient 1.</td><td>on obtient 10.</td></tr>
<tr><td>Le nombre qui manque au tableau de proportionnalité ci-dessous
<table><tr><td>5</td><td>8</td></tr><tr><td>10</td><td></td></tr></table></td><td>est $\frac{8 \times 10}{5}$.</td><td>est $\frac{5 \times 10}{5}$.</td><td>est 16.</td></tr>
<tr><td>Le plan est muni d'un repère (O, I, J).

</td><td>L'ordonnée de B est égale à 2.</td><td>La droite (AB) passe par l'origine O du repère.</td><td>Les ordonnées de A et de B sont proportionnelles aux abscisses de A et de B.</td></tr>
<tr><td>Si un mobile roule à une vitesse constante V et parcourt une distance d en un temps t</td><td>alors $d = \frac{V}{t}$.</td><td>alors $d = Vt$.</td><td>alors $t = \frac{d}{V}$.</td></tr>
</table>

Fonction linéaire

Activité 1

On sait que l'allongement d'un ressort et la masse qui est suspendue à son extrémité sont des grandeurs proportionnelles.



1- Recopier et compléter le tableau ci-dessous.

Masse en g	0	1	3	6	9		15
Allongement en cm	0	0,5				6	

$\times a$

2- Calculer le coefficient de proportionnalité a.
3- On désigne par x la masse (en grammes). Exprimer en fonction de x l'allongement (en cm) f (x) du ressort.
4- Pour une masse de 24 g, quel est l'allongement correspondant ?
5- Quelle est la masse qui donne un allongement de 5 cm ?
6- Que représente l'allongement dû à la masse 9g par rapport aux allongements dus aux masses 3g et 6g ?

Soit a un réel. Lorsque à chaque réel x, on associe le réel a x, on définit une fonction linéaire f.
On note $f : x \longmapsto a\,x$.
On lit : f est la fonction qui à x associe a x.

- f (x) est l'image de x par f.
- x est un antécédent de f (x).

Exemples

- $f : x \longmapsto \frac{1}{2}x$ est la fonction linéaire de coefficient $\frac{1}{2}$.

L'écriture f (16) = 8, exprime que 8 est l'image de 16 par f et que 16 est antécédent de 8 par f.

- $f : x \longmapsto 0$ est la fonction nulle.

Activité 2 1- Reproduire puis compléter le tableau ci-dessous.

Situation	Modélisation
f(x) est le périmètre d'un carré de côté x.	f(x) = 4x.
x disigne le nombre d'habitants (en milliers) d'une ville et k (x) désigne le nombre d'habitants (en milliers) de cette ville après une augmentation de 12%.	k(x) =
On désigne par s (x) l'aire d'un carré de côté x.	s (x) =
V (x) désigne le volume d'un cube d'arête x.	V (x) =

2- Préciser les situations auxquelles on peut associer une fonction linéaire.

Représentation graphique d'une fonction linéaire

Activité 3 On considère la fonction linéaire f définie par f (x) = 2x.
1- Recopier et compléter le tableau ci dessous.

x	-3	-1,5	0	1	4
f (x)					

Le plan est muni d'un repère (O, I, J).
2- a) Pour chaque valeur x de la 1ère ligne du tableau, placer le point de coordonnées (x , f(x)).
b) Que remarque- t-on ?
3- a) Tracer la droite D passant par O et A(1, 2).
Que peut-on conjecturer quant aux points de coordonnées (x, f(x)) ?
4- a) Placer le point E sur D d'abscisse 3 et lire son ordonnée.
b) Placer le point F sur D d'ordonnée – 4 et lire son abscisse.
c) Placer le point G (5, 2). Le point G est- il sur la droite D ?

Dans un repère (O, I , J), l'ensemble des points M (x, f(x)) est appelé la représentation graphique de f.

Lecture graphique

Activité 4 Un automobiliste et un motard quittent à 8 heures Tabarka pour se rendre à Kasserine qui se situe à 240km. Ils prennent le même trajet et chacun d'eux roule à une vitesse constante.
L'automobiliste arrive à destination après 3 heures et le motard après 2 heures et 40 minutes.

> On admet que la représentation graphique d'une fonction linéaire dans un repère est une droite.

1- Calculer la vitesse de chacun des deux véhicules.
2- Exprimer la distance d(t) parcourue par l'automobiliste en fonction du temps t.
3- Exprimer la distance d'(t) parcourue par le motard en fonction du temps t.
4- Représenter graphiquement, dans un repère (O, I, J), les fonctions linéaires d et d' associées aux distances précédentes.
5- Utiliser le graphique pour répondre aux questions suivantes.
a- A 8 heures et 45 minutes les deux conducteurs ont-ils traversé Jendouba, située à 65km de Tabarka ?
b- Lorsque le motard est arrivé à Kasserine, combien de kilomètres reste-t-il à faire pour l'automobiliste ?
6- Vérifier par le calcul, les résultats obtenus à la question précédente.

Retenir

Fonction linéaire

◊ Soit a un réel. Lorsque à chaque réel x, on associe le réel a x, on définit une fonction linéaire f.

- On note : $f : x \longmapsto a\,x$.
- On lit : f est la fonction qui à x associe a x.
- On dit que a et le coefficient de f.
- f (x) est l'image de x par f.
- x est un antécédent de f (x).
- On a $f(0) = 0$ et $f(1) = a$.
- On a aussi pour tous réels x et x', $f(x+x') = f(x) + f(x')$.

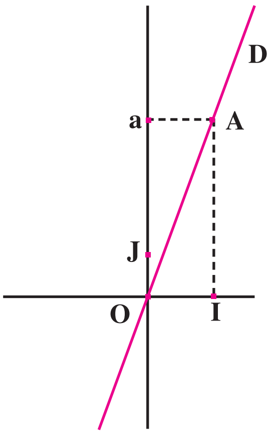
◊ Lorsque f est une fonction linéaire, on dit que f(x) varie linéairement en fonction de x.

Représentation graphique d'une fonction linéaire

◊ On admet que la représentation graphique d'une fonction linéaire dans un repère est une droite.

◊ Dans un repère (O, I, J), la représentation graphique de la fonction linéaire $f : x \longmapsto a\,x$ est la droite D d'équation $y = ax$, passant par O et par le point A (1, a).

- Si $a = 0$ alors la représentation graphique de f est la droite (OI).



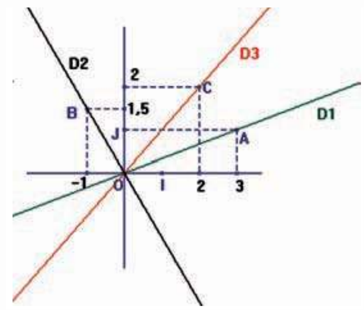
Déterminer graphiquement le coefficient d'une fonction linéaire

Situation

Dans le repère (O, I , J) les droites
D_1, D_2 et D_3 représentent les fonctions f_1, f_2 et f_3.
Donner le coefficient de chacune d'elles.

Stratégie de résolution

On rappelle que si f est une fonction linéaire de coefficient a et
M (x, y) est un point de la représentation graphique de f alors y = a x.



Résoudre un problème de pourcentage

Situation 1

1- Déterminer la fonction linéaire qu'on peut associer à une baisse de prix de 20%.
2- Déterminer la fonction linéaire qu'on peut associer à une augmentation de prix de 8%.
3- Déterminer la fonction linéaire qu'on peut associer à une baisse de prix de 10% suivie d'une augmentation de 10%.

Stratégie de résolution

1- Exprimer le prix final en fonction du prix initial.
3- Exprimer le prix p_1 après la première baisse en fonction du prix initial.
Exprimer le prix p_2 après l'augmentation en fonction du prix initial.

Situation 2

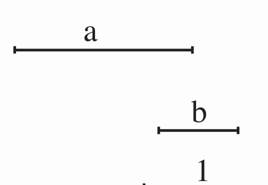
Une entreprise désirant acheter un produit s'adresse à deux fournisseurs. Ces derniers proposent un même prix.
L'entreprise négocie alors avec les deux fournisseurs.
Le premier fournisseur propose une réduction de 10%.
Le second fournisseur propose d'abord une réduction de 5% et voyant que son offre risque d'être refusée, il propose alors une réduction supplémentaire de 4%.
Quelle est la meilleure offre pour l'entreprise ?

Stratégie de résolution

Exprimer le prix final de chaque fournisseur en fonction du prix initial.
Comparer les prix obtenus. Conclure.

Construire un segment de longueur donnée

Situation



On donne les distances ci-contre.
1- Construire un segment de longueur $\frac{1}{a}$.
2- Construire un segment de longueur ab.

Stratégie de résolution

Munir le plan d'un repère (O, I, J) tel que OI = OJ = 1. Placer le point A(1, a). La droite (OA) est la représentation graphique d'une fonction linéaire f. Déterminer f.
1- Il suffit de trouver l'antécédent de 1 par f.
2- Il suffit de trouver l'image de b par f.

S'auto-évaluer

Vrai ou faux

Répondre par vrai ou faux.

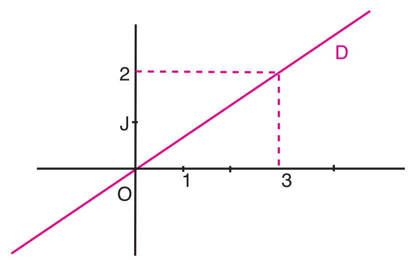
1- Si l'image de 1 par une fonction linéaire est 3 alors le coefficient de cette fonction est égal à $\frac{1}{3}$.

2- Si l'image de 10 par une fonction linéaire est 8 alors l'image de 100 est 80.

3- Dans un repère (O, I, J), les points O, A (1, -5) et B (2, -9) sont alignés.

4- Diminuer un prix de 25% revient à le multiplier par 0,75.

5- Dans le graphique ci-contre, la droite D a pour équation $y = \frac{3}{2}x$.



Recopier et compléter

1- Soit g une fonction linéaire.
Si g(8) = 2,4 et g (10) = 3 alors g(18) = ... et g(2) = ...

2- On désigne par x le prix en dinars d'un article dans un magasin en Décembre 2002 et par f (x) son prix en Décembre 2003.
Associer à chaque information, la fonction qui lui correspond.

Baisse de 10%
Augmentation de 10^{D}
Augmentation de 10%
Baisse de 10^{D}

$f : x \longmapsto x+10$
$f : x \longmapsto 1,1\,x$
$f : x \longmapsto 0,9$
$f : x \longmapsto x-10$

Appliquer

1 a) Quelle est l'image de -3 par la fonction linéaire de coefficient 0,5 ? Quelle est celle de 18 ? Trouver de deux manières l'image de 15.
b) Calculer l'antécédent de 5 par la fonction linéaire de coefficient -2.

2 Déterminer la fonction linéaire dont la représentation graphique dans un repère (O, I, J) est une droite qui passe par le point A (3, 8).

3 Dans chacun des cas suivants f est une fonction linéaire. Indiquer son coefficient.

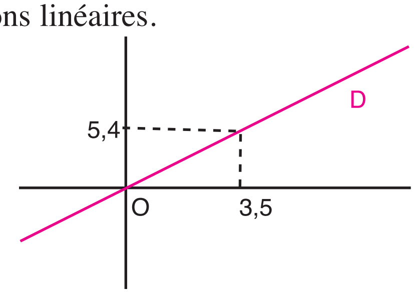
a) $f(2) = -8$.   b) $f(3) = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$.

c) $f(1) = \sqrt{2}$.   d) $f\left(\dfrac{1}{2}\right) = \dfrac{1}{8}$.

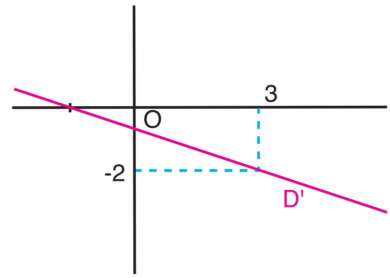
4 1- Peut-on trouver une fonction linéaire f vérifiant $f(0) = -1$?
2- Peut-on trouver une fonction linéaire g vérifiant $g(2) = 0$?
3- Peut-on trouver une fonction linéaire h vérifiant $h(3) = 1$ et $h(-6) = -2$?
4- Peut-on trouver une fonction linéaire k vérifiant $k(2) = k(-2) = 4$?

5 Représenter dans un repère (O, I, J) la représentation graphique de la fonction linéaire définie par $f(x) = 1.2\,x$.

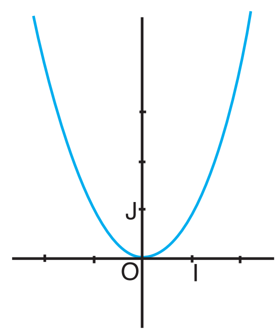
6 Les graphiques suivants représentent-ils des fonctions linéaires.
a)



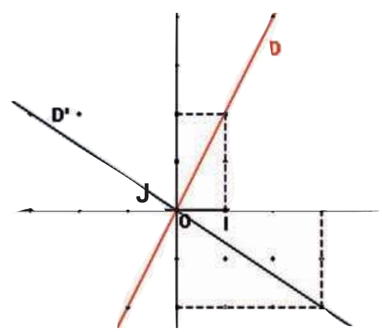
b)



c)

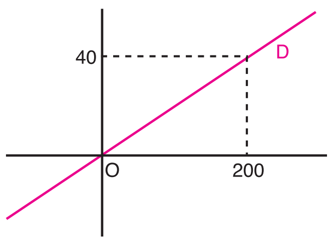


7 Dans le repère (O, I, J) les droites D et D' représentent respectivement les fonctions f et g.

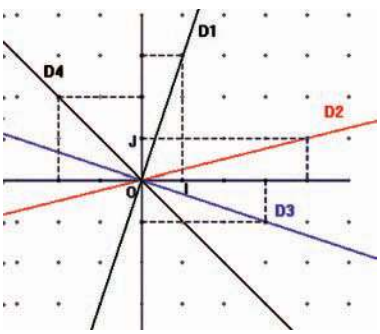


1-Déterminer graphiquement f (-1) et g (-3).
2- Déterminer graphiquement l'antécédent de 2 par f.
3- Déterminer graphiquement l'antécédent de -1 par g.
4- Donner les coefficients de f et g.
5- Vérifier les résultats des trois premières questions par un calcul.

8 Dans le repère ci-dessous la droite D est la représentation graphique d'une fonction f.
1- Que valent f(400), f(600) et f(100) ?
2- Calculer f(1), trouver les antécédents de 10 et de 50.



9 Dans le repère (O, I , J) les droites D_1 ,D_2 , D_3 et D_4 représentent les fonctions f_1, f_2, f_3 et f_4.
Donner le coefficient de chacune d'elles.



10 On considère une fonction linéaire g telle que g(0.9) = -1,5.
1- Donner la représentation graphique de g dans un repère (O, I , J).
2- Déterminer le coefficient de g.

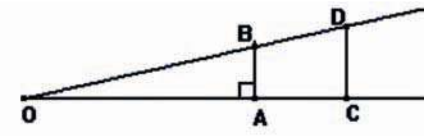
Maîtriser

11 Un magasin de confection propose une remise de 20% sur tous ses articles. Voyant que son chiffre d'affaires n'a pas augmenté, il décide de proposer une seconde remise de 20% ?
1- Sachant que le prix initial d'un pull-over est 50^D, que devient son prix après les deux remises.
2- Sachant que le prix d'un pantalon après la seconde remise est 40^D, quel était son prix initial ?

12 1- Représenter graphiquement l'aire du triangle ABN en fonction de la hauteur NH, sachant que AB = 5cm.
2- Lire graphiquement.
a) L'aire d'un triangle tel que NH = 4cm.
b) L'aire d'un triangle tel que NH = 3.5cm.
c) La hauteur NH d'un triangle d'aire $20cm^2$.

13 Une compagnie de téléphone propose à ses clients une baisse de 40% sur ses tarifs entre 20 heures et minuit.
Soit p le prix en millimes d'une minute avant 20 heures.
1- Quel est le prix d'une minute entre 20 heures et minuit ?
2- Un client a téléphoné à 19 heures et 55 minutes et à fini sa communication à 20 heures et 5 minutes. Exprimer en fonction de p le prix de la communication ?
3- Un client a payé p millimes pour une communication entre 20 heures et minuit, quelle est la durée de la communication ?

14 Dans le triangle OAB, rectangle en A, on a OA = 40 et AB = 9.
Soit C un point de la demi-droite [OA) et x = OC. La parallèle à (AB) passant par C coupe (OB) en un point D. On pose CD = y et OD = z.



1- Que vaut OB ?
2- a) Donner l'expression de y en fonction de x.

b) Donner, de deux manières, l'expression de z en fonction de x.
3- On note a l'aire du triangle OCD.
a) Déterminer a lorsque x = 1, puis lorsque x = 2.
b) L'aire a est-elle fonction linéaire de x ?
c) Déterminer a en fonction de x.

15 Le volume d'un cylindre est 1 litre.
1- On a triplé le rayon de la base.
a) Qu'est devenu son volume ?
b) Qu'est devenue sa surface latérale ?
2- On a quadruplé sa hauteur.
a) Qu'est devenu son volume ?
b) Qu'est devenue sa surface latérale ?
3- Que retenir ?

16 1- Le périmètre d'un cercle varie-t-il linéairement en fonction de son rayon ?
2- Un cercle de rayon R km a un périmètre égal à 1 500 000 km.
a) De combien augmente ce périmètre si on augmente le rayon de 1 km ?
b) De combien diminue ce périmètre si on diminue le rayon de 2 km ?
3- L'aire d'un disque varie-t-elle linéairement en fonction de son rayon ?
4- L'aire d'un triangle est-elle une fonction linéaire de sa base ?

Avec l'ordinateur

A l'aide d'un logiciel :
Tracer un repère (O, I, J).
1- a) Placer le point A (3, 5).
b) Tracer la droite (OA).
c) La droite (OA) est la représentation graphique d'une fonction linéaire. Déterminer son coefficient.
2 a) Placer le point B (-3, 5).
b) Tracer la droite (OB).
c) La droite (OB) est la représentation graphique d'une fonction linéaire. Déterminer son coefficient.
3- a) Placer les points C(-3, 0) et D (4, 0).
Que remarque-t-on ?
b) La droite (CD) est la représentation graphique d'une fonction linéaire. Déterminer son coefficient.

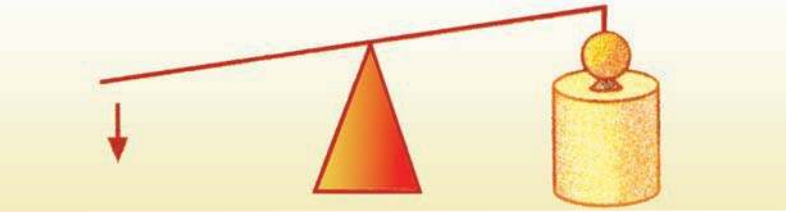
Math - Culture

Euclide (315 - 225 av. J.C) : Mathématicien grec, installé à Alexandrie pour enseigner les mathématiques, il fonda une école et rédigea un ouvrage intitulé «L'enseignement des éléments» qui est composé de treize livres.
Dans le cinquième livre, Euclide expose la théorie des proportions. On attribue parfois cette théorie à Eudoxe de Cnide (400 - 355 av. J.C), mais le fait est mal établi. D'après Euclide, «la proportion c'est l'équivalence de deux rapports entre des grandeurs homogènes».

En architecture «la proportion est le rapport que toute l'oeuvre a avec ses parties et celui qu'elles ont séparément, comparativement au tout, suivant la mesure d'une certaine partie».

Amphithéatre d'El Djem

Le partage des successions dans lequel l'usage de proportions est nécessaire, était considéré par les arabes comme une branche de l'arithmétique. Il s'agit de calculer exactement les parts qui reviennent aux héritiers dans une succession.



L'équilibre des poids
Formulée par Archimède, la loi du levier indique que «des grandeurs (...) s'équilibrent à des distances inversement proportionnelles à leurs poids».
Ce sont les savants arabes qui en donnent plus tard une interprétation dynamique : la force de rotation autour d'un axe est directement propotionnelle à la distance entre l'axe et la force appliquée.
Le savant arabe Thabet Ibn Qurra a mathématisé la loi du levier.

Chapitre 13 EQUATIONS ET INÉQUATIONS DU PREMIER DEGRÉ À UNE INCONNUE

Reprendre

Pour chaque énoncé, on propose trois réponses A, B et C. Une ou plusieurs sont correctes. Lesquelles ?

Réponses / **Enoncés**	**A**	**B**	**C**
$(x+1)(x-1)$	est égal à x^2+1.	est égal à $-1+x^2$.	est égal à x^2-1.
$\frac{1}{4}$ est solution	de l'inéquation $4x - 1 < 0$.	de l'inéquation $\frac{1}{2} \geq 2x$.	de l'équation $8x - 2x = 0$.
Soit x un réel tel que $-2 < x < 3$,	alors $x \in [-2, 3]$.	alors $x \in] -2, 3]$.	alors $x \in]- 2, 3 [$.
 Si y appartient à l'intervalle $[-1, 2 [$,	alors $y < 10$.	alors $-1 < y$.	alors $0 < y$.
Si $3x - 1 \geq 0$	alors $x \in [\frac{1}{3}, +\infty [$.	alors $x \in [-\frac{1}{3}, +\infty [$.	alors $x \in]- \frac{1}{3}, +\infty [$.

Equations

Activité 1

Equations équivalentes

Regrouper les équations ayant même solution sur IR

a) $3x-2 = 0$. b) $5x-5 = 0$.

c) $x - 1 = 0$. d) $\frac{x-1}{3} = 0$.

e) $2x - 5 = 0$. f) $1{,}2x - 1 = 0{,}2x + 1{,}5$.

Résoudre une équation à une inconnue dans IR, c'est trouver les valeurs de l'inconnue pour lesquelles l'égalité est vraie. Ces valeurs sont appelées solutions de l'équation.

◊ L'équation $ax + b = 0$, où a est un réel non nul, b est un réel et x est l'inconnue, est appelée équation du premier degré à une inconnue.
L'équation est dite du premier degré car l'exposant de l'inconnue x est 1.

Activité 2

1- Considérer l'équation $5x - 5 = 14 - 2x$.
Multiplier les deux membres de l'équation par 0,5.
Ajouter –3 à chacun des membres.
Ecrire l'équation obtenue, puis la résoudre.
Que peut-on dire de la solution de la première équation ?
2- Choisir une équation du premier degré de la forme $ax + b = 0$, où x est l'inconnue et la résoudre.
Ajouter 2x à chacun des deux membres de l'équation choisie.
Multiplier les membres de l'équation obtenue par -1,1.
Quelle est la solution de l'équation finale ?

Deux équations sont dites équivalentes sur un ensemble si elles ont le même ensemble de solutions sur cet ensemble.

◊ Lorsqu'on ajoute un même terme aux deux membres d'une équation, on obtient une équation qui lui est équivalente.

◊ Lorsqu'on multiplie les deux membres d'une équation par un même nombre non nul, on obtient une équation qui lui est équivalente.

Activité 3

Pour chacune des équations suivantes, donner une équation de la forme $ax + b = 0$ qui lui est équivalente.

$x + 1 = 3$; $3x = -2x$; $3{,}2x - 1 = 0{,}2x + 2$.

Où est l'erreur

Activité 4 Dans chacune de ces deux résolutions, il y a au moins une erreur. Déceler ces erreurs et les rectifier.

a) $5x - 2 = 3x + 4$
équivaut à
$5x - 3x = 4 + 2$
équivaut à
$2x = 6$
équivaut à
$x = 6 - 2$
équivaut à
$x = 4$.

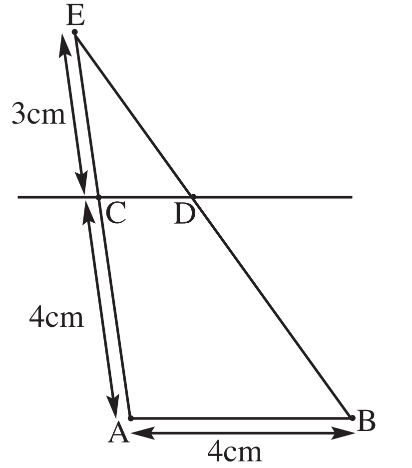
b) $3(x-1) = 2x$
équivaut à
$3x-1 = 2x$
équivaut à
$3x-2x = 1$
équivaut à
$x = 1$.

Recherche d'une quatrième proportionnelle

Activité 5 Il faut 1,8 kg de peinture pour peindre une surface de $7m^2$. Combien faudra-t-il de kg de peinture pour peindre une surface de $50m^2$.

Activité 6 Une maman achète une quantité de petits gâteaux. Si la quantité est prévue pour cinq jours, elle devra donner à chaque enfant trois petits gâteaux par jour. Combien devra-t-elle donner à chaque enfant si cette quantité est prévue pour six jours ?

Activité 7 Dans la figure ci-dessous, les droites (AB) et (CD) sont parallèles. Déterminer CD.



Activité 8 Une bouteille remplie d'eau aux trois quarts pèse 1200g. Remplie d'eau à la moitié, elle pèse 850g. Quelle est la contenance de la bouteille ?

Mettre un problème en équation

Activité 9

Les biologistes estiment qu'au repos, en une minute, 13% du volume du sang envoyé par le cœur sert à irriguer le cerveau, 19% sert à irriguer les reins. Le reste correspond à 390 ml et sert à irriguer le reste du corps.

1- Mettre le problème en équation.

2- Déterminer le volume (en ml) du sang envoyé par le cœur.

3- Quel est le débit du sang envoyé par le cœur en l/s ?

Activité 10

Problème traité par Newton

Un marchand possède une certaine somme d'argent. La première année il dépense sur cette somme cent livres, il augmente ensuite ce qui lui reste d'un tiers. La seconde année il dépense encore cent livres, il augmente ensuite ce qui lui reste d'un tiers. La troisième année il dépense encore cent livres, il augmente ensuite ce qui lui reste d'un tiers. Il se trouve alors deux fois plus riche qu'au commencement de la première année.

1- Mettre le problème en équation.

2- Quel est le capital du marchand à chaque année ?

Equations se ramenant à des équations du premier degré à une inconnue

Activité 11

Résoudre dans IR chacune des équations suivantes.

1) $-3x(5x - 3) = 0$.

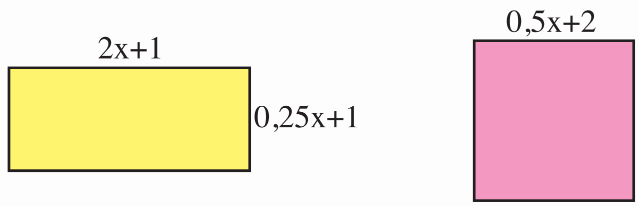
2) $(2x - 3)^2 - (1 - x)^2 = 0$.

3) $(t - 3)(2t - 1) = 4t^2 - 2t$.

$ab = 0$ équivaut à $a = 0$ ou $b = 0$.

Activité 12

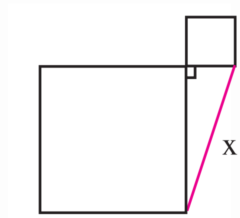
Déterminer x pour que le carré et le rectangle aient la même aire.



Equation : $x^2 = a$

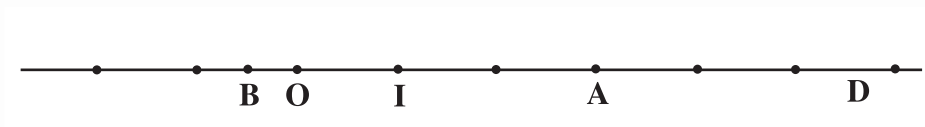
Activité 13 Factoriser l'expression $x^2 - 1$.
Résoudre l'équation $x^2 = 1$.

Activité 14 Dans la figure ci-contre, les deux carrés sont d'aires respectives $3cm^2$ et $48cm^2$.
Calculer x.



Activité 15 Soit l'équation E : $x^2 = a$, où x est l'inconnue et a un réel.
Discuter suivant le signe de a le nombre de solutions de l'équation E.

Activité 16 Dans la figure ci-dessous, la droite D est munie d'un repère (O, I) ; les points A et B sont d'abscisses respectives 3 et -0,5.



Déterminer les points M de D tels que MA = 2 MB.

Inéquations

Activité 17 Résoudre dans IR chacune des inéquations suivantes :

a) $3x - 5 \geq x + 1$;

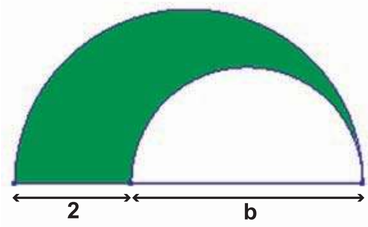
b) $\frac{x+4}{2} - \frac{x-2}{4} < 3$;

c) $2 - 3x \geq 3 - \frac{1}{3}x$.

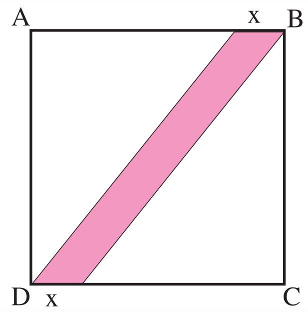
Activité 18 Un élève a eu 12 au devoir de contrôle de mathématiques du 3ème trimestre. Sachant que le devoir de contrôle est de coefficient 1 et que le devoir de synthèse est de coefficient 2, quelle note devrait-il avoir au devoir de synthèse pour que sa moyenne trimestrielle en mathématiques soit supérieure ou égale à 13 ?

Activité 19 Le triple d'un entier relatif n augmenté de 5 est strictement inférieur à 27. Quelles sont les valeurs possibles de n ?

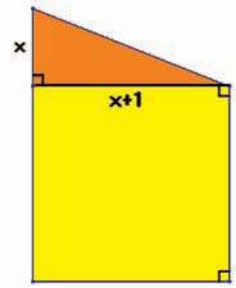
Activité 20 Observer la figure ci-contre.
On désigne par A l'aire de la partie colorée.
a) Exprimer A en fonction de b.
b) Déterminer b pour que A soit inférieure où égale à 2 π.



Activité 21 Dans la figure ci-contre ABCD est un carré de côté 8.
Comment choisir x pour que l'aire de la partie colorée soit strictement inférieure à l'aire restante ?



Activité 22 Dans la figure ci-contre, déterminer x pour que l'aire du triangle soit strictement supérieure au tiers de celle du carré.



Signe de ax+b

Activité 23 Soit A(x) = 2x -1.
On se propose de déterminer le signe de A(x) suivant les valeurs de x et de présenter les solutions sous la forme d'un tableau.
a) Vérifier que (A(x) > 0) équivaut à ($x \in]\frac{1}{2}, +\infty[$).

b) En déduire que (A(x) ≤ 0) équivaut à ($x \in]-\infty, \frac{1}{2}]$).

La résolution précédente peut se résumer en un tableau appelé tableau de signe.

x	$-\infty$		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
Signe de A(x)		–	0	+	

Activité 24 Soit E (x) = (x-2) (3+x).

On se propose d'étudier le signe de E(x).

E(x) est sous la forme d'un produit de deux facteurs, il suffit alors d'étudier le signe de chacun de ces facteurs.

a) Etudier le signe de (x-2) et le signe de (3+x) suivant les valeurs de x.

b) Recopier et compléter le tableau de signe ci-dessous.

x	$-\infty$		-3		2		$+\infty$
Signe de (x-2)					0		
Signe de (3+x)			0				
Signe de E(x)			0		0		

Retenir

Équation du premier degré à une inconnue

◊ L'équation $ax + b = 0$ où x est l'inconnue réelle et a un réel non nul donné, admet une unique solution $x = -\frac{b}{a}$.

Equation $x^2 = a$

On considère l'équation $x^2 = a$ où a est réel donné.

◊ Si $a > 0$ alors $x = \sqrt{a}$ ou $x = -\sqrt{a}$.

◊ Si $a = 0$ alors $x = 0$.

◊ Si $a < 0$ alors l'équation n'admet pas de solution.

Signe d'un binôme du premier degré

x	$-\infty$	$\frac{-b}{a}$	$+\infty$
Signe de ax+b	Signe de (-a)	0	Signe de a

Résoudre une équation du premier degré à une inconnue

Situation 1

Résoudre dans IR l'équation, $4(2x - 3) - 2(3x - 1) = 5(x+1)$.

Stratégie de résolution

Développer et réduire chacun des deux membres de l'équation.
Ramener l'équation à une équation de la forme $ax + b = 0$. Résoudre.

Situation 2

Résoudre dans IR l'équation, $3(2x + 4) - 5(x + 3) = 2(x-3) - 8x + 11$.

Equation se ramenant à une équation produit

Situation 1

Résoudre dans IR l'équation, $x^2 - 10x + 25 = 49$.

Stratégie de résolution

Remarquer que chacun des membres est un carré.
Ramener l'équation à une équation de la forme $A(x) = 0$.
Résoudre.

Situation 2

Résoudre dans IR, $|3x - 2| = |x + 1|$.

Stratégie de résolution

On rappelle que $|a| = |b|$ équivaut à $a^2 = b^2$. Résoudre alors l'équation.

Mise en équation d'un problème

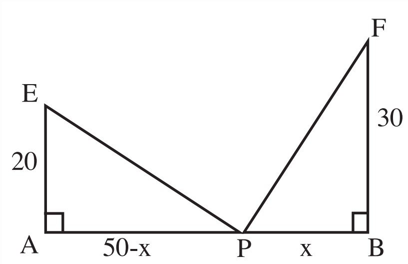
Situation 1

Chez un mathématicien arabe du XIème siècle, on trouve le problème suivant :
«Sur chaque rive d'un fleuve se trouve un palmier, l'un vis à vis de l'autre. La hauteur du premier est de 30 aunes, et celle du second est de 20 aunes. La distance entre leurs pieds est de 50 aunes. Un oiseau est perché sur la cime de chaque arbre. Brusquement les oiseaux ont aperçu un poisson à la surface de l'eau, ils se sont jetés sur lui et l'ont atteint au même instant. A quelle distance du plus grand palmier se trouvait le poisson ?»

L'aune est une ancienne unité de longueur. **1 aune** vaut environ **1,20m**.

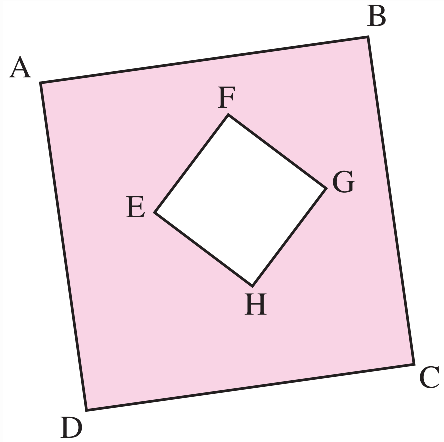
Stratégie de résolution

Soit x la distance qui sépare le poisson du plus grand palmier.
Il s'agit d'abord de modéliser la situation par une configuration géométrique et de traduire les données du problème en langage algébrique.
[AE] et [BF] représentent les deux palmiers.
P représente la position du poisson.
On a alors $BF = 30$, $AE = 20$ et $AB = 50$.
Déterminer EP^2 et FP^2.
Résoudre l'équation $EP^2 = FP^2$. Conclure.



Situation 2

On considère la figure ci-contre où ABCD et EFGH sont deux carrés de côtés respectifs x + 4 et x + 1.



1- Exprimer l'aire A de la partie colorée en fonction de x.
2- Déterminer x pour que A soit égale au triple de l'aire du carré EFGH.

Stratégie de résolution

2- Ecrire une équation qui traduit la situation. Puis déterminer x .

Signe de ax+b

Situation 1

Présenter dans un tableau le signe de B (x) = -4x + 9 (x+5).

Stratégie de résolution

Développer puis simplifier B(x).
Conclure.

Situation 2

Soit f(x) = 9 (2x-1) – 4x (2x-1). Résoudre dans IR l'inéquation f(x) ≤ 0.

Stratégie de résolution

Factoriser f(x) puis dresser le tableau de signe de f(x). Conclure.

Situation 3

Comparaison de Tarifs

Une agence de location de voitures propose à ses clients deux options :
Option A : Forfait 60^{D} et $0^{D},400$ par km.
Option B : Forfait 80^{D} et $0^{D},300$ par km.
Quelle est l'option la plus avantageuse selon le nombre de kilomètres parcourus ?

Stratégie de résolution

Soient x le nombre de kilomètres parcourus, A (x) et B (x) les tarifs respectifs de l'option A et de l'option B.
Il s'agit de comparer les deux tarifs A (x) et B(x).
Exprimer alors A (x) et B (x) en fonction de x puis étudier le signe de A (x) - B(x).
Conclure.

Vrai ou Faux

Répondre par vrai ou faux.

1- L'équation x (x+1) = 4 équivaut à x = 4 ou x + 1 = 4.
2- L'inéquation (2x-3)(x+2) > 0 équivaut à (2x – 3) > 0 et (x+2) > 0.

Où est l'erreur ?
Les écritures suivantes sont fausses, expliquer l'erreur commise.
a) $-x^2 - 1 = 0$ équivaut à $-(x-1)(x+1) = 0$ équivaut à $x = 1$ ou $x = -1$.
b) $(x - 1)^2 + 1 = 0$ équivaut à $x - 1 = 1$ ou $x - 1 = -1$.
c) $(5x - 3)^2 - 4x = 0$ équivaut à $-4x(5x - 3)^2 = 0$ équivaut à $x = 0$ ou $x = \frac{3}{5}$.
d) L'équation $4x^2 = 2x$ a pour ensemble de solutions $S = \{0, 2\}$.
e) L'inéquation $3x \geq \frac{-1}{9}$ a pour solution $-\frac{1}{3}$.

Recopier et compléter

x	$-\infty$		-2		$+\infty$
Signe de A(x) = ...x + 4		+	0	–	

Appliquer

1 Résoudre dans IR les équations suivantes.

a) $\frac{1}{5}x - \frac{1}{2} = \frac{2}{3}x + \frac{1}{3}$.

b) $\frac{x+1}{2} - 3 = \frac{x-1}{3} - 2$.

c) $x\sqrt{3} - 2x - 1 = 0$.

d) $2(x-1) = \sqrt{2}(x+1) - 1$.

e) $\sqrt{3} - 5(x - \sqrt{3}) = \frac{1-x}{2}$.

f) $\frac{x-1}{4} + \frac{2x+3}{2} = \frac{2x+1}{3} - \frac{3x+12}{6}$.

g) $(3x-4)(x+1) = 3x^2 + 4$.

h) $|x| = -2$.

i) $|2x-5| = 7$.

j) $|3-x| = \pi - 4$.

2 Résoudre dans IR les équations suivantes.

a) $(2x+3)^2 - (2x+3) = 0$.

b) $9x^2 + 42x + 49 = 0$.

c) $(x+1)^2 - (x+1)(x-3) = 0$.

d) $(y+3)(y-1) + (y+3)(2y+1) = 0$.

e) $6(t-2) + (t-2)^2 = t(t-2)$.

3 Résoudre dans IR les équations suivantes.

a) $x^3 = 64$.

b) $x^3 + 8 = 0$.

c) $(3-x)(3-x)^2 - 1 = 26$.

d) $8x^3 + 4x^2 = 2x + 1$.

4 Donner le tableau de signe de chacune des expressions suivantes

$A(x) = 2x + 3$; $B(x) = 4 - x$;

$C(x) = 0{,}02x + 0{,}2$ et $D(x) = 3x - \sqrt{3}$.

5 Trouver parmi les expressions ci-après celles dont le tableau de signe est le suivant

x	$-\infty$		$\frac{\sqrt{2}}{2}$		$+\infty$
Signe de …		–	0	+	

$E(x) = -2\sqrt{2}\,x + 2$; $F(x) = 2 + \sqrt{2}\,x$;

$G(x) = x + \frac{\sqrt{2}}{2}$; $H(x) = \sqrt{2}\,x - 1$;

$I(x) = \sqrt{2}\,x - 2$ et $J(x) = 2x + \sqrt{2}$.

6 Résoudre dans IR chacune des inéquations suivantes et donner les solutions sous forme d'intervalles.

a) $-3x + 1 \leq 0$.

b) $\frac{-x}{4} \leq \frac{1}{5} - \frac{x}{3}$.

c) $x(x+1) > x^2 + 3$.

d) $5(2-x) - 3(5x-1) \geq \frac{3x}{4}$.

e) $10^{-5}x + 121 < 2.10^{-4}x - 57$.

f) $25(x+2) \geq 2(x-25)$.

g) $4 - [2x - (x+1)^2] = (x-4)(x-1)$.

h) $\frac{x-4}{2} - \frac{3-x}{4} \leq 2(x-1) + \frac{x-1}{3}$.

i) $3x - (x-1) < \frac{1}{3}(6x+5)$.

j) $2x + \frac{2x+3}{5} \geq \frac{3}{4}(2x-1) - \frac{9}{2}$.

k) $x(3x-4) < 0$.

l) $(4-x)(x-4) \leq 0$.

m) $x^2 - 5x \geq 0$.

7 1- Calculer $(1 - \sqrt{2})^2$.

2- En déduire la résolution de l'équation $x^2 + 2x + 1 = 3 - 2\sqrt{2}$.

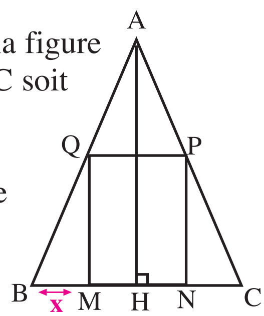
8 1- Développer $(x+1)(x+2)$.

2- On pose $A(x) = x^2(x + 3) + 2x$ et $B(x) = x^3 + 1$.
a) Factoriser A(x) et B(x).
b) Résoudre alors l'équation $A(x) + 2B(x) = 0$.

9 1- Etudier le signe de $x - 5$.
2- En déduire la résolution de l'équation
$| 2x + 6 | = x - 5$.

10 La lettre x désigne le chiffre des centaines du nombre 9x27. Pour quelles valeurs de x le nombre 9x27 est divisible par 3 ?

11 On veut construire la figure ci-contre de sorte que ABC soit un triangle isocèle en A, AB = 13 cm, BC = 10 cm et MNPQ soit un rectangle de périmètre 22 cm.
On pose BM = x.

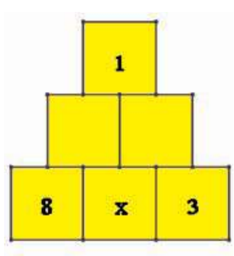


1- Calculer AH.
2- Exprimer QP et QM en fonction de x.
3- Calculer x et réaliser la figure.
4- Comparer les aires de MNPQ et ABC.

Maîtriser

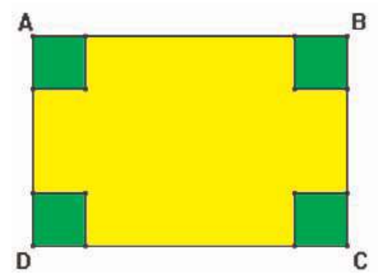
12 Une tonne d'eau de mer donne 32 Kg de sel impur, dont on peut extraire 80% de sel pur.
Sachant que la masse volumique de l'eau de mer est 1,025 g/cm^3, combien faut-il de m^3 d'eau de mer pour obtenir 4kg de sel pur ?

13 On considère la pyramide ci-dessous.
1- Dans cette question, on suppose que le nombre dans une case est la somme des deux nombres placés en dessous de lui. Quelle est la valeur de x ?



2- Dans cette question, on suppose que le nombre dans une case est la différence des deux nombres placés en dessous de lui. Quelle est la valeur de x ?

14

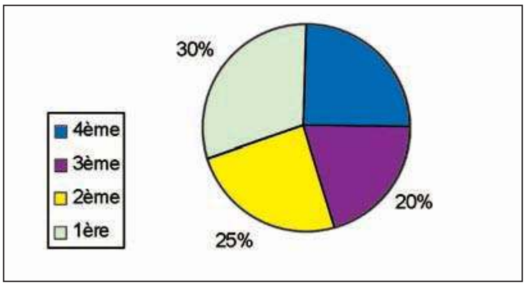


ABCD est un rectangle de dimensions 8 cm et 4 cm. Les quatre carrés sont isométriques et de côté x.
Déterminer x pour que l'aire de la partie colorée en vert soit égale à l'aire de la partie colorée en jaune.

15 Dans un théâtre il y a des places à 1,^{D}500 ; à 2^D et à 2,^{D}500.
• Le nombre de places à 2^D est le double de celui à 2,^{D}500.
• Le nombre de places à 1,^{D}500 est la moitié du nombre total des places.
Lorsque la salle est pleine, la recette des ventes est égale à 946^D.
Déterminer le nombre de places de chaque sorte.

16 Un récipient cylindrique est gradué de 0 à 20; vide il pèse 305g.
On verse de l'eau jusqu'à la graduation 12. Puis on remplit le reste du récipient avec de l'huile. Le récipient pèse alors 444gr.
Trouver le volume de ce récipient sachant que la masse volumique de l'huile est 0,9g/cm^3 et que la masse volumique de l'eau est 1g/cm^3.

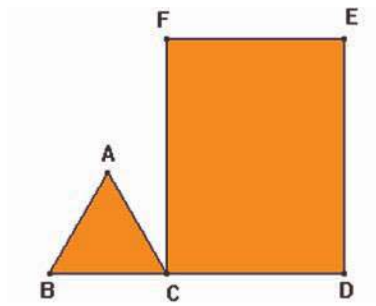
17 La répartition des élèves d'un lycée selon les 4 niveaux est donné par le diagramme circulaire suivant.



En 4ème année, il y a 200 élèves.
1- Calculer le nombre des élèves à chaque niveau.
2- Les 65% des élèves de ce lycée sont internes.
Un élève prétend que tous les élèves internes sont répartis sur deux niveaux seulement. Est-ce vrai ? Pourquoi ?
3- 80% des internes sont des filles et 40% des garçons de ce lycée sont internes.
4- Déterminer le nombre des filles et le nombre des garçons de ce lycée.

18 Actuellement l'âge de Mohamed est le triple de l'âge de sa fille. Dans quelques années, Mohamed aura le double de l'âge de sa fille et la somme de leurs âges sera égales à 96 ans.
Quels sont les âges actuels du père et de la fille ?

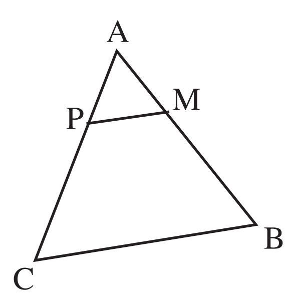
19 ABC est un triangle équilatéral de côté x et CDEF est un rectangle tel que ED = 2x et BD = 10cm .
On désigne par p le périmètre du rectangle CDEF.



1- Peut-on avoir p = 24cm ? Justifier.
2- Peut-on avoir p = 18cm ? Justifier.
3- Déterminer x pour que $26 < p < 28$.

20 Les dimensions d'un rectangle sont 20cm et b cm où b est inférieur ou égal à 50.
1- Déterminer b pour que le périmètre de ce rectangle soit supérieur ou égal à 1m.
2- Déterminer b pour que l'aire de ce rectangle soit supérieure ou égale à $800cm^2$.
3- Déterminer b pour que le périmètre de ce rectangle soit inférieur ou égal à 1m et son aire soit supérieure ou égale à $400cm^2$.

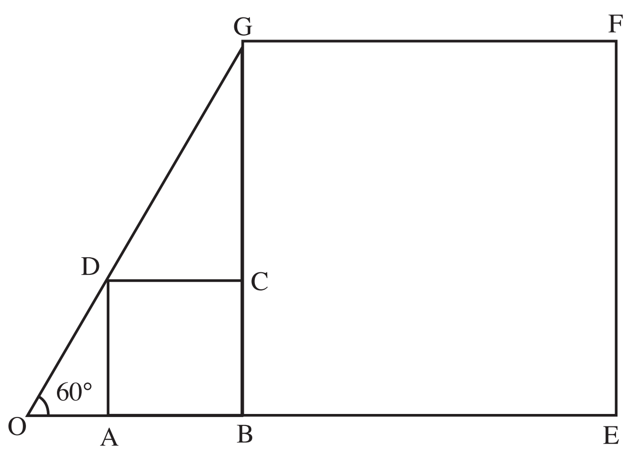
21 Dans la figure qui suit, ABC est un triangle équilatéral de côté 4cm. Soit M un point de [AB], on pose AM = x.
La parallèle à la droite (BC) passant par M coupe la droite (AC) en P.



On désigne par P_1 le périmètre du triangle APM et par P_2 le périmètre du trapèze BCPM.
1- Exprimer P_1 en fonction de x.
2- Exprimer P_2 en fonction de x.
3- Déterminer x pour que $P_1 < P_2$.
4- Déterminer x pour que $2\ P_1 > P_2$.

22 On considère un triangle ABC rectangle et isocèle en A tel que AB = 10cm.
Soit M un point du segment [AB], on pose AM = x (en cm).
La parallèle à (AC) passant par M coupe [BC] en P et la parallèle à (AB) passant par P coupe [AC] en Q.
1- Faire une figure.
2- Exprimer l'aire du quadrilatère AMPQ en fonction de x.
Soit D le symétrique de C par rapport à la droite (PQ).
3- Déterminer x pour que l'aire du triangle PCD soit strictement inférieure au quart de l'aire du trapèze ABPQ.

23 Dans la figure ci-dessous, ABCD et BGFE sont deux carrés.



On pose OA = x.
1- Exprimer AB en fonction de x.
2- Déterminer x pour que OE < 8 et x soit un entier naturel.

Avec l'ordinateur

A l'aide d'un logiciel :
1- Placer deux points distincts O et I tels que OI = 1cm.
On munit la droite (OI) du repère (O, I).
2- Placer les points A, B, M et N d'abscisses respectives 0,5 ; 2 ; 1,5 et 3,5.
3- a) Mesurer les distances MA et MB.
b) Comparer MA et 2MB.
4- a) Mesurer les distances NA et NB.
b) Comparer NA et 2NB.
5- Déduire de ce qui précède la résolution graphique de l'équation
$|x - 0{,}5| = 2|x - 2|$.

Math - Culture

Les six formes d'équations d'Al Khwarizmi

$ax^2 = c.$ $bx = c.$
$ax^2 = bx.$ $ax^2 + bx = c.$
$ax^2 + c = bx.$ $bx + c = ax^2.$

x est l'inconnue, a, b et c sont des nombres strictement positifs, les seuls acceptés à l'époque.
Le zéro n'était pas considéré comme un nombre et n'était pas accepté au second membre.

Sharaf Al Din Al Tusi

C'est un mathématicien arabe du XIII$^{\text{ème}}$ siècle. Il est l'auteur de traité *Al Mouadalet* (Livre des équations), l'œuvre algébrique la plus importante qui a vu le jour entre Omar Al Khayyâm et Descartes.
Ce traité présente pour la première fois dans l'histoire des mathématiques une idée capitale : la détermination des maxima et des minima des expressions algébriques.

- On désigne par شيء l'inconnue dans une équation.
Cette appellation sera reprise par Riese et fut nommée la cosa en italien.
Al-Qalasadi utilisait la première lettre de cet mot شـ .

- Le carré de l'inconnue est symbolisé par un مـ , première lettre de مـرَبَّع .

- La racine carrée est symbolisée par جـ, première lettre du mot arabe جذر .

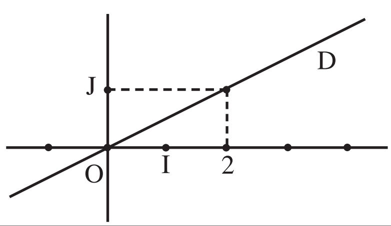
Aboul Hassan Ali ben Mohamed Al-Qalasadi (1412-1486)

D'orgine berbère, Al-Qalasadi vécut en Andalousie (à Grenade, au sud de l'Espagne alors conquise par les Maures) puis revint en Afrique du nord, à Tunis. Si les travaux de cet algébriste ne sont pas véritablement novateurs, sa symbolique, usant de lettres pour désigner la racine carrée, l'égalité ou encore l'inconnue dans une équation, annonce les algébristes «modernes» comme Viète, Cardan ou Bombelli.

Chapitre 14 Fonctions Affines

Reprendre

Pour chaque énoncé, on propose trois réponses A, B et C. Une ou plusieurs sont correctes. Lesquelles ?

Réponses / **Enoncés**	**A**	**B**	**C**
Dans le repère (O, I, J) le point A (-1,2)	appartient à la droite d'équation $y = -\frac{1}{2}x$.	appartient à la droite d'équation $y = -2x$.	appartient à la droite des abscisses.
Le plan est muni d'un repère (O, I, J). 	La droite D a pour équation $y = \frac{1}{2}x$.	La droite D a pour équation $y = -\frac{1}{2}x$.	La droite D a pour équation $y - \frac{1}{2} = 0$.
Dans un repère (O, I, J), si les points O, A(-1, 3) et B (1, 1 + m) sont alignés	alors m est égal à 4.	alors m est égal à - 4.	alors m est égal à $-\frac{1}{4}$.

Fonction affine

Activité 1 Six ans après sa création, une entreprise étudie l'évolution de ses bénéfices.
Les résultats sont consignés dans le tableau ci-dessous.
On désigne par t l'année, comptée à partir de la date de création et par h(t) le pourcentage des bénéfices par rapport au chiffre d'affaires.

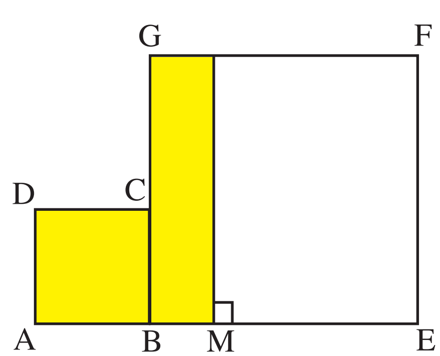
t	1	2	3	4	5	6
h(t) (%)	10,5	11	11,5	12	12,5	13

(Exemple : la première année (t = 1), les bénéfices de l'entreprise (h(1)) représentent 10,5% du chiffre d'affaires).
1- Quel est le pourcentage des bénéfices la deuxième année ?
2- Le tableau ci-dessus traduit-il une situation de proportionnalité ?
3 - Quel est l'accroissement du pourcentage des bénéfices entre deux années successives ?
4- a) Pour chaque valeur t de la 1ère ligne du tableau, placer le point de coordonnées (t, h(t)) dans un repère (O, I, J).
b) Que remarque-t-on ?
5- On se propose de trouver un modèle mathématique qui exprime h(t) en fonction de t.
a) Compléter le tableau ci-dessous.

t	1	2	3	4	5	6
h(t)-10						

b) Le tableau traduit-il une situation de proportionnalité ?
c) Ecrire h(t) - 10 en fonction de t.
d) En déduire h(t) en fonction de t.

Activité 2 On considère la figure ci-contre où ABCD et EBGF sont des carrés de côtés respectifs 3 et 5; M est un point du côté [BE]. On pose AM = x.



1- Calculer l'aire de la partie colorée pour x = 3,5 puis pour x = 4.
2- L'aire de la partie colorée varie-t-elle linéairement en fonction de x ? Justifier.
3- Exprimer en fonction de x, l'aire f(x) de la partie colorée.
4- Réduire l'expression de f(x).
5- Déterminer la position du point M pour que l'aire f(x) soit égale à la moitié de l'aire du carré BEFG.

Soit a et b deux réels .
Lorsqu'à chaque réel x ,on associe le réel ax + b, on définit une fonction affine f.
On note $f : x \longmapsto a\,x + b$.
On lit : f qui à x associe a x + b.
- f (x) est l'image de x par f.
- x est un antécédent de f (x).

Exemples
- $h : x \longmapsto 0{,}5\,x + 1$ est une fonction affine telle que a = 0,5 et b =1.
- $f : x \longmapsto 8\,x - 15$ est une fonction affine telle que a = 8 et b = -15.
- $f : x \longmapsto 5$ est une fonction affine telle que a = 0 et b = 5.

Taux d'accroissement

Activité 3

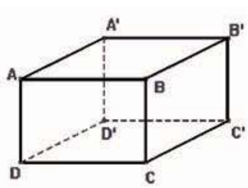
On considère une fonction affine h définie par h(x) = ax + b.

1- Calculer le quotient $\dfrac{h(x) - h(x')}{x - x'}$ où x et x' sont deux réels distincts.
Que remarque-t-on ?

2- Que vaut h(0) ?

Activité 4

a) Reproduire et compléter le tableau suivant.

Situation	Modélisation
p(x) désigne le prix de x unités d'électricité. On sait que le montant des frais fixes est de 5^{D},200 et le prix unitaire est de $0{,}092^{D}$.	p(x) = 0,092x + 5,200.
Dans un club de sport, on paie 50^{D} de cotisation annuelle et 3^{D} la séance. f(x) désigne le prix de x séances.	f(x) =
ABC est un triangle de hauteur AH et M est un point de [BC]. On sait que AH = 7cm et BM = x. On désigne par A(x) l'aire du triangle ABM.	A(x) =
ABCDA'B'C'D' est un parallélépipède rectangle tel que AB = BB'= x et BC = 3. On désigne par v(x) son volume. 	v(x) =

b) Préciser les situations auxquelles on peut associer une fonction affine.

Représentation graphique d'une fonction affine

Activité 5

On considère la fonction affine f définie par f (x) = -2x + 4.

1- Recopier et compléter le tableau ci-dessous.

x	-1	-0,5	0	2	3
f (x)					

2- a) Pour chaque valeur x de la $1^{ère}$ ligne du tableau, placer le point de coordonnées (x, f(x)) dans le repère (O, I, J).
b) Que remarque-t-on ?

3- a) Tracer la droite D passant par le point A(0,4) et B (2, 0).
b) Que peut-on conjecturer quant aux points de coordonnées (x, f(x)) ?

4- a) Placer sur la droite D, le point E d'abscisse -2 et lire son ordonnée.
b) Placer sur la droite D, le point F d'ordonnée -4 et lire son abscisse
c) Placer le point G (3,2). Le point G est-il sur la droite D ?

Dans un repère (O, I, J), l'ensemble des points M(x, f(x)) est appelé la représentation graphique de f.

Activité 6

On considère la fonction affine g définie par g (x) = 4.
1- Recopier et compléter le tableau suivant

x	-2	-1	0	1	6
g (x)					

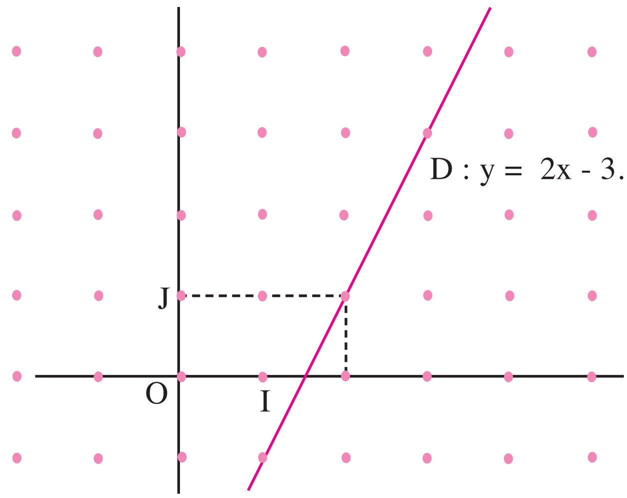
2- a) Pour chaque valeur x de la $1^{ère}$ ligne du tableau, placer le point de coordonnées (x, g(x)) dans le repère (O, I, J).
b) Que remarque-t-on ?

3- a) Tracer la droite D' parallèle à l'axe des abscisses passant par le point A(0, 4).
b) Que peut-on conjecturer quant aux points de coordonnées (x, g(x)) ?

4- a) Placer sur D' le point E d'abscisse -2 et lire son ordonnée.
b) Quelle est l'ordonnée du point de D' d'abscisse 33 333 333 ?
c) Le point F(23 259, 3) est-il un point de D' ?

Lecture graphique

Activité 7 Dans le repère suivant, la droite D représente la fonction affine h définie par h (x) = 2x - 3.



1- a) Quelles sont les coordonnées des points d'intersection de la droite D et l'axe des abscisses ?

b) Quelles sont les coordonnées des points d'intersection de la droite D et l'axe des ordonnées ?

2- a) Colorer les points de D dont l'abscisse est supérieure ou égale à $\frac{3}{2}$.

b) Quel est l'ensemble des ordonnées de ces points ?

3- a) Colorer les points de D dont l'ordonnée est inférieure ou égale à 1.

b) A quel intervalle appartiennent les abscisses de ces points ?

Fonction affine

Soit a et b deux réels.
Lorsqu'à chaque réel x ,on associe le réel ax + b, on définit une fonction affine f.
On note f : $x \longmapsto a x + b$.

◊ On a f(0) = b et $a = \dfrac{f(x) - f(x')}{x - x'}$ pour tous réels distincts x et x'.

◊ On dit que b est l'ordonnée à l'origine et a est le coefficient de f.

◊ Si b = 0 alors f est une fonction linéaire.

◊ Si a = 0 alors f est une fonction constante.

Représentation graphique

◊ On admet que la représentation graphique d'une fonction affine est une droite.

◊ Dans un repère (O, I, J), la représentation graphique de la fonction affine f : $x \longmapsto a x + b$ est la droite d'équation y = ax + b.
- a est le coefficient directeur de cette droite.
- Le point de coordonnées (0, b) appartient à cette droite.
- Si a = 0 et b = 0 alors la représentation graphique est la droite (OI).
- Si a = 0 et b ≠ 0 alors la représentation graphique est la droite parallèle à la droite (OI), passant par le point de coordonnées (0,b).

Déterminer une fonction affine f connaissant les images de deux nombres

Situation 1

Soit f une fonction affine telle que f(2) = 3 et f(4) = 1.
Déterminer f.
Stratégie de résolution
On sait que f est une fonction affine, on peut alors écrire pour tout réel x, f(x) = ax +b.
Pour déterminer f, il suffit de déterminer a et b.
Calcul de a
On considère deux valeurs distinctes de x et leurs images. On sait que a est le quotient de la différence des images par la différence des antécédents.
Calcul de b
Il suffit de remplacer a par sa valeur dans l'expression de f(2) puis de résoudre l'équation en b.

Situation 2

Le plan est muni d'un repère (O, I, J). On considère la fonction affine g dont la représentation graphique est la droite D qui coupe l'axe des abscisses au point A(3, 0) et coupe l'axe des ordonnées au point B(0, -2).
Déterminer g.
Stratégie de résolution
Déterminer d'abord l'ordonnée à l'origine.
Utiliser l'égalité g(3) = 0 pour déterminer le coefficient de g. Conclure.

Situation **Mesure de température**

En Angleterre, l'unité de mesure de la température est le Fahrenheit (°F).
On sait que
- la mesure de la température en °F est une fonction affine de la mesure de la température en degré celsius (°C),
- l'eau gèle à 32°F et bout à 212°F.

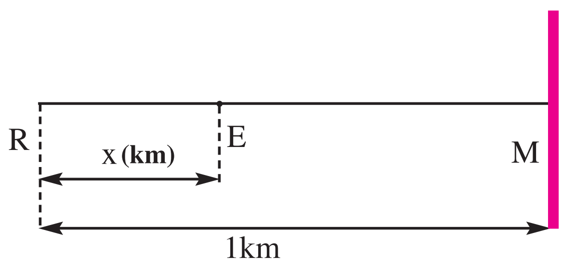
1- Si x désigne une mesure exprimée en °C, donner la mesure F(x) en °F.
On désigne par F la fonction affine qui à x associe F(x).
2- Tracer la représentation graphique D de F dans un repère (O, I, J).
3- Colorer la partie de la droite D qui correspond à une mesure en °C supérieure ou égale à 0,5.
4- Colorer la partie de la droite D qui correspond à une mesure en °F inférieure ou égale à 20.

Stratégie de résolution
1- Il suffit de poser F(x) = ax + b.
Comme il gèle à 0°C et l'eau bout à 100°C, on peut déterminer l'ordonnée à l'origine b ainsi que le coefficient a.

2- Tracer un repère orthogonal (les axes sont perpendiculaires) et choisir sur chaque axe une unité convenable.
3- Colorer la partie de l'axe des abscisses telle que $x \geq 0,5$. Colorer les points correspondant sur la droite D.
4- Colorer la partie de l'axe des ordonnées telle que $y \leq 20$. Colorer les points correspondant sur la droite D.

Situation La vitesse du son

Un émetteur E est situé entre un récepteur R et un mur M.



Un son est émis par E. Le récepteur R reçoit directement le son émis par E, ainsi que l'écho qui résulte de la réflexion du son sur le mur.
On désigne par t(x) le temps (en secondes) mis par le son pour parcourir la distance ER.
On désigne par t' (x) le temps (en secondes) mis par le son pour parcourir la distance EM + RM.
1- a) Sachant que la vitesse du son est 340m/s, exprimer t(x) en fonction de x.
b) Représenter la fonction affine associée et colorer les points qui conviennent aux données.
2- Exprimer t'(x) en fonction de x.
3- Sachant que le récepteur a reçu l'écho quatre secondes après le son, calculer ER.

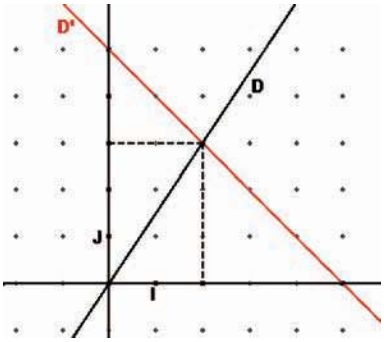
Stratégie de résolution

1- a) Evident puisque la vitesse du son est constante.
b) Considérer la fonction affine f qui à tout réel x associe t(x).
Représenter graphiquement f et colorer les points M d'abscisses x tels que $0 < x < 1$.
2- Remarquer que la distance EM + RM est le produit du temps mis pour parcourir cette distance par la vitesse du son.
3- Ecrire la relation qui lie t'(x) à t(x) dans ce cas.

Résolution graphique d'une équation ou d'une inéquation

Situation

Dans un repère (O, I, J), on a tracé les droites D et D' d'équations respectives
$y = 1{,}5x$ et $y = -x+5$.



1- Déterminer graphiquement les coordonnées du point d'intersection des droites D et D'.
2- a) Quel est l'ensemble des points de la droite D qui sont en dessous de D' ?
b) Quel est l'ensemble des points de la droite D qui sont au dessus de D' ?
3- Ecrire des inéquations qui illustrent les situations de la question précédente.

Stratégie de résolution

2- a) Soit M et N deux points respectivement de D et D' de même abscisse. M est en dessous de N équivaut à l'ordonnée de M est inférieure ou égale à l'ordonnée de N.
Déplacer une droite parallèlement à l'axe des ordonnées et en déduire la réponse à la question.
b) Utiliser le même procédé qu'en a).
3- Poser $f(x) = 1{,}5x$ et $g(x) = -x + 5$.
Soit M et N deux points respectivement de D et D' de même abscisse x. M est en dessous de N équivaut à $f(x) \leq g(x)$. Conclure.

Vrai ou Faux

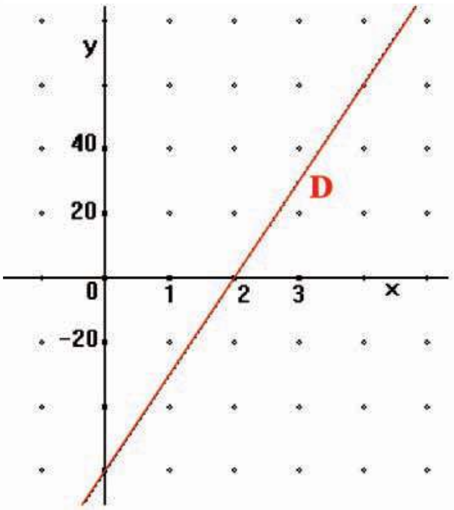
Répondre par vrai ou faux

Dans un repère (O, I, J), D est la représentation graphique de la fonction affine f définie par $f(x) = \frac{2}{3}x + 2$.

Répondre par vrai ou faux
a) E (3, 4) appartient à D.
b) L(-1, 0) appartient à D.
c) f(-6) = -2.
d) 6 est l’antécédent de -4 par f.
e) H (-3, 0) n’appartient à D.

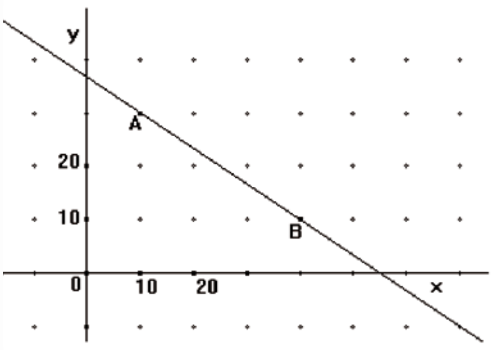
Recopier et compléter

1- Dans le graphique ci-contre, D représente une fonction affine f, utiliser ce graphique pour répondre aux questions suivantes.



a) Recopier et compléter : f(…) = 0 ; f(0) = …
b) Donner une valeur approchée à 10^{-1} près du nombre x tel que f(x) = 40.
c) Donner une valeur approchée à 10^{-1} près du nombre f(1).

2- Dans le graphique ci-contre, on a



a) A (10, ...) ; B (..., 10).
b) Le coefficient directeur de la droite (AB) est égal à ...

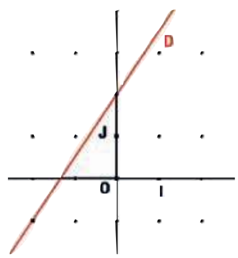
Appliquer

1 Soit la fonction affine f définie par $f(x) = -5x + 7$.

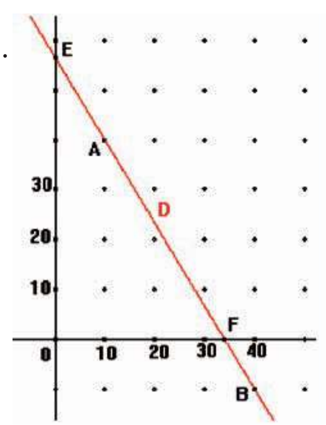
a) Calculer les images par f de chacun des réels -1 ; 0 ; $\frac{3}{5}$ et 2.

b) Quel est l'antécédent de $\frac{35}{2}$ par f ?

2 a) Déterminer à l'aide du graphique ci-contre, le coefficient directeur de la droite D.
b) Quelle est la fonction affine représentée par D ?
c) Donner une équation de la droite D.



3 On donne la figure ci-contre.
a) Lire les coordonnées de deux points de la droite D.
b) Déterminer la fonction affine représentée par D.
c) Déterminer les coordonnées de E et F.



4 f est une fonction affine. Déterminer a ou b dans chacun des cas suivants.

1- $f(x) = 3x + b$ et $f(2) = 3$.

2- $f(x) = ax + 3$ et $f(5) = 1$.

3- $f(x) = ax + 1$ et $f(\sqrt{2}) = \sqrt{3}$.

4- $f(x) = -2x + b$ et $f(10) = 13$.

5 1- Peut-on trouver une fonction affine f telle que $f(0) = -2$ et $f(0) = -3$?
2- Peut-on trouver une fonction affine g telle que $g(-2) = 0$ et $g(-3) = 0$?
3- Peut-on trouver une fonction affine h telle que $h(1) = 2$ et $h(0) = 0$?
4- Peut-on trouver une fonction affine k telle que $k(0) = 1$; $k(1) = 2$ et $k(3) = 5$?

6 Le plan est muni d'un repère (O, I, J) et les points A et B sont de coordonnées respectives (-1, 3) et (-2, 5).
Déterminer la fonction affine dont la représentation graphique est la droite (AB).

7 On considère la fonction affine f telle que $f(x) = 4 - \frac{2}{3}x$.
On désigne par D sa représentation graphique dans un repère (O, I, J).
1- Déterminer le point d'intersection de D et de l'axe des ordonnées.
2- Déterminer le point d'intersection de D et de l'axe des abscisses.

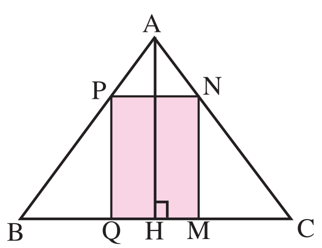
8 Soient la fonction f définie par $f(x) = -2x + 1$ et g la fonction définie par $g(x) = -3x$.
1- Tracer les représentations graphiques de f et g dans un repère (O, I, J).
2- Déterminer graphiquement puis par le calcul les solutions de l'inéquation
$-2x + 1 < -3x$.

Maîtriser

9 ABCD désigne un rectangle tel que AB = 18cm et AD = 4cm.
Soit M un point du côté [AD]. On pose AM = x et on désigne par S(x) l'aire du triangle AMB.
a) Exprimer S(x) en fonction de x
b) Exprimer l'aire T(x) du quadrilatère MBCD en fonction de x.
c) Déterminer la valeur de x pour la quelle 4S(x) = T(x).

10 Un cinéma propose à ses clients deux formules.
1ère formule : Chaque entrée coûte 2^D,500.
2ème formule : Le client paye un abonnement annuel de 50^D et 300 millimes par entrée.
On désigne par x le nombre d'entrées en une année d'un client.
1- Exprimer à l'aide de x les dépenses annuelles du client selon les deux formules.
2- A partir de quelle valeur de x, la $2^{ème}$ formule devient-elle plus avantageuse ?

11 Dans la figure suivante, le triangle ABC est isocèle en A , BC = 6 et AH = 4.
De plus, QMNP est un rectangle.
On pose CM = x et MN = y.

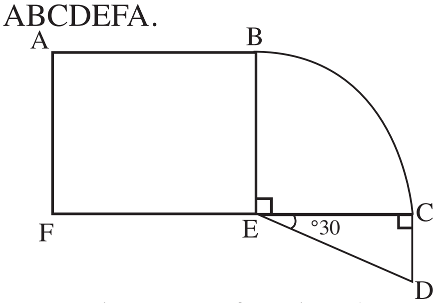


1- Exprimer y en fonction de x.
2- Comment choisir x pour que QMNP soit un carré ?

On désigne par p(x) le périmètre du rectangle QMNP.
3- Exprimer p(x) en fonction de x.
4- Représenter dans un repère (O, I, J), la fonction affine f : x $\longmapsto$ p(x).
Colorer les points de cette représentation graphique qui conviennent aux données du problème.

12 Le salaire mensuel d'un représentant de commerce se compose d'une somme fixe de 400^D et d'une commission de 8% sur le montant de ses ventes du mois.
1- Sachant que le représentant a vendu pour un montant de 6000^D en un mois, calculer son salaire pour ce mois.
2- On désigne par y le salaire et par x le montant des ventes du mois.
Exprimer y en fonction de x.
3- Représenter dans un repère la fonction associée à la situation.
4- Lire sur le graphique,
a) le montant des ventes lorsque le salaire est égal à 1000^D,
b) le salaire lorsque le montant des ventes est égal à 1100^D.

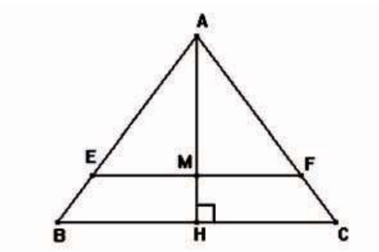
13 Dans la figure ci-dessous, ABEF est un rectangle tel que AB = 5 et AF = x.
Le quart de cercle a pour centre E.
On désigne par y la longueur du contour ABCDEFA.



1- Exprimer y en fonction de x.
2- Donner une valeur approchée de y au dixième près lorsque x = 3,2.

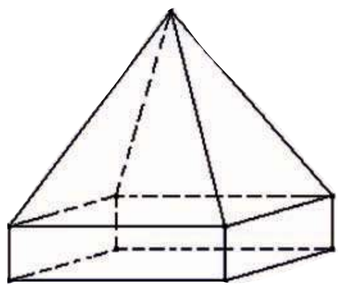
3- Déterminer x lorsque y est égal à 50.
4- Représenter graphiquement la fonction f associée à la situation.
5- Lire sur le graphique les valeurs de x pour lesquelles y > 10.
6- Lire sur le graphique les valeurs de y pour lesquelles 1 < x < 3.

14 Dans la figure ci-dessous, ABC est un triangle isocèle en A et H est le milieu de [BC].
On donne AH = 4cm et HB = 3cm.



Soit M un point de [AH]. On pose HM = x.
1) Quel est l'ensemble des valeurs de x ?
2) La parallèle à (BC) passant par M coupe (AB) en E et (AC) en F.
a) Exprimer EF en fonction de x.
b) Pour quelles valeurs de x a-t-on EF $\leq$ 3 ?

15 Un solide est formé par une pyramide de hauteur x cm et d'un parallélépipède rectangle de hauteur 1cm dont la base est un carré de côté 3cm.
On désigne par V le volume (en cm^3) de ce solide.



1- Exprimer V en fonction de x.
2- Le volume V varie-t-il linéairement en fonction de x ?
3- Représenter graphiquement la fonction associée à la situation.
4- Déterminer les réels x tels que 30 < V < 60.

Avec l'ordinateur

A l'aide d'un logiciel :
Tracer un repère (O, I, J).
1- a) Placer les points A (2, 1) et B (-2, 2).
b) Tracer la droite (AB).
c) La droite (AB) est la représentation graphique d'une fonction affine f, la déterminer.
2- a) Placer les points C (-1, -1) et D (1, 3).
b) Tracer la droite (CD).
c) La droite (CD) est la représentation graphique d'une fonction affine g, la déterminer.
3- a) Placer un point M sur (OI).
b) Tracer la droite L parallèle à (OJ) passant par M.
c) La droite L coupe la droite (AB) en M_1 et la droite (CD) en M_2.
d) Lire les coordonnées de M_1 et M_2. Comparer leurs ordonnées.
4- Déplacer le point M sur la droite (OI) et déduire la résolution graphique de l'inéquation f(x) $\leq$ g(x).

Math - Culture

Fonctionnalité

Le besoin de chercher à quantifier certains phénomènes tels la chaleur, la densité, la vitesse et la distance a amené les mathématiciens à établir une correspondance entre une quantité variable et la loi de variation de cette quantité.

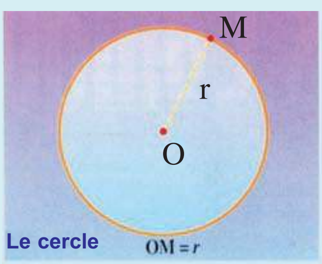
De l'étude des mouvements à l'étude des trajectoires

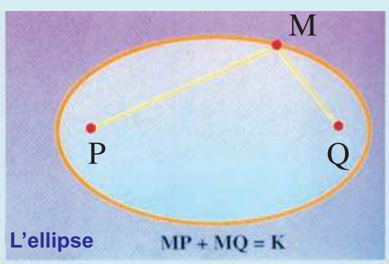
L'étude des mouvements est l'un des plus importants sujets traités par les savants.
C'est ainsi que, la plupart des fonctions introduites au XVIII$^{\text{ème}}$ siècle ont été d'abord étudiées comme des courbes, celles-ci étant elles-même considérées comme trajectoires de points en mouvement.

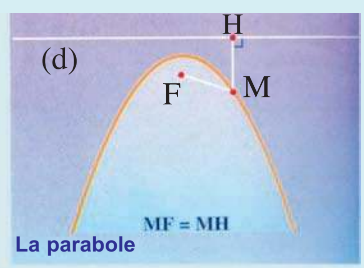
Les lois de Kepler

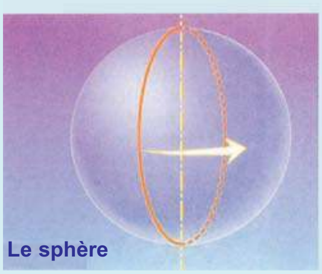
Au début du XVII$^{\text{ème}}$ siècle, l'énoncé des lois de Kepler sur les trajectoires élliptiques des planètes va orienter les mathématiciens vers l'étude des trajectoires.

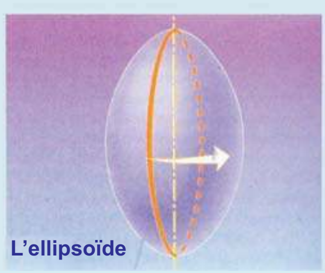
- Faites tourner un cercle autour d'un diamètre, vous obtenez une sphère.
- Faites tourner une ellipse autour de son grand axe, vous obtenez une ellipsoïde.
- Faites tourner une parabole autour de son axe, vous obtenez une paraboloïde.

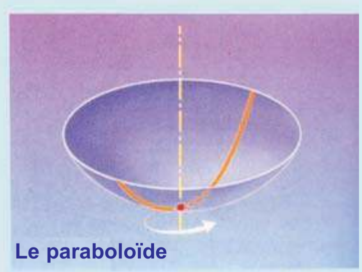












Chapitre 15 SYSTÈMES DE DEUX ÉQUATIONS À DEUX INCONNUES

Reprendre

Pour chaque énoncé, on propose trois réponses A, B et C. Une ou plusieurs sont correctes. Lesquelles ?

Réponses / Enoncés	A	B	C
Si $m = 1$ et $n = 5$	alors $3m - 2n = 5$.	alors $5m - n = 0$.	alors $2m + n = 7$.
Le plan est muni d'un repère $(O, \overrightarrow{OI}, \overrightarrow{OJ})$ et D est la droite d'équation $y = 2x - 4$.	Le point A(3,2) appartient à la droite D.	Le point B (2,3) appartient à la droite D.	Le point C (0,-4) appartient à la droite D.
Si $2a + b = 2a + 3b$	alors $a = 0$.	alors $b = 0$.	alors $2a + b = 0$.
L'équation $x + y = 3x + 5$	est vérifiée pour $x = \frac{1}{5}$ et $y = 4$.	est vérifiée pour $y = 2$ et $x = -\frac{3}{2}$.	est vérifiée pour $x = y$.
Le plan est muni d'un repère $(O, \overrightarrow{OI}, \overrightarrow{OJ})$, a est un réel et M est un point de coordonnées (a, 2-a).	On peut trouver a tel que le point M a pour coordonnées (0, 2).	On peut trouver a tel que le point M a pour coordonnées (3, 5).	On peut trouver a tel que le point M a pour coordonnées (2, 0).

Equation du premier degré à deux inconnues

Activité 1

Deux dés équilibrés ont leurs faces numérotées de 1 à 6.
On lance les deux dés et on fait la somme des nombres obtenus.
On désigne par x et y les nombres qui apparaissent sur chaque face.
1- a) Quelle relation doivent vérifier x et y si la somme obtenue est égale à 6 ?
b) Dénombrer alors tous les couples (x, y).
2- a) Quelle relation doivent vérifier x et y si la somme obtenue est égale à 10 ?
b) Dénombrer alors tous les couples (x, y).

L'équation $ax + by + c = 0$, où a et b sont deux réels non tous les deux nuls et x et y sont deux inconnues, est appelée équation du premier degré à deux inconnues.
Résoudre une telle équation c'est trouver tous les couples (x, y) pour lesquels l'égalité est vraie. Chaque couple est appelé solution de l'équation.

Activité 2

Amine dépense 100 dinars pour l'achat de cassettes et de CD.
Le prix d'une cassette est 2.500 dinars et celui d'un CD est 15 dinars.
1- Modéliser la situation par une équation.
2- On suppose que Amine a acheté quatre cassettes, combien a-t-il acheté de CD ?
3- On suppose que le nombre de cassettes achetées est le double de celui des CD.
Déterminer le nombre de cassettes et le nombre de CD achetés.
4- On suppose que le nombre de CD achetés est égal à une fois et demi celui des cassettes.
Déterminer le nombre de cassettes et le nombre de CD achetés.

Activité 3

On se propose de trouver deux nombres m et n tels que le tiers de leur différence est égal à leur somme.
1- Mettre le problème en équation.
2- Donner une valeur du couple (m, n).
3- Le couple $(\frac{3}{5}, 11)$ répond-il au problème ?
4- On suppose que $n = 3$. Trouver m.
5- a) Donner cinq couples (m , n) qui sont solutions du problème.
b) Placer les points de coordonnées (m, n) dans le plan muni d'un repère $(O, \overrightarrow{OI}, \overrightarrow{OJ})$. Que remarque-t-on ?

Système de deux équations du premier degré à deux inconnues

Activité 4 Une boîte contient R boules rouges et N boules noires telles que
- Le triple de N est égal à R diminué de 3.
- Le quadruple de N est égal à R augmenté de 4.

1- Mettre le problème en équations.
2- Déterminer R et N.

Un système de deux équations à deux inconnues est la donnée de deux équations :
$$\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$$
où x et y sont les inconnues.
Résoudre un tel système c'est trouver tous les couples (x, y) pour lesquels les deux égalités sont vraies à la fois.
Chaque couple est appelé solution du système.

Activité 5 On se propose de trouver deux nombres m et n tels que
- leur somme est égale à 96.
- en ajoutant 78 à chacun d'eux, l'un devient le double de l'autre.

1- Ecrire deux équations qui traduisent les deux conditions.
2- a) Exprimer m en fonction de n dans l'une des deux équations.
b) Remplacer m par l'expression trouvée dans l'autre équation et résoudre l'équation obtenue.
3- En déduire m et n.

Résoudre par substitution
- Exprimer une inconnue en fonction de l'autre à partir de l'une des deux équations.
- Remplacer dans l'autre équation cette inconnue par l'expression trouvée.
- Résoudre cette nouvelle équation.
- Déterminer, si elle existe, la (ou les) valeur(s) de l'autre inconnue.

Activité 6 Cinq cahiers et deux stylos coûtent 3300 millimes.
Trois cahiers et quatre stylos coûtent 2400 millimes.
1- Montrer que le système suivant modélise la situation
$$\begin{cases} 5x + 2y = 3300 & (1) \\ 3x + 4y = 2400 & (2) \end{cases}$$
2- a) Multiplier les deux membres de l'équation (1) par 3.
b) Multiplier les deux membres de l'équation (2) par -5.

Résoudre par élimination
- Multiplier les deux membres des deux équations par des nombres convenablement choisis de sorte que lorsque l'on additionne les deux équations obtenues, on obtient une équation à une seule inconnue.
- Résoudre l'équation trouvée.
- Déterminer, si elle existe, la (ou les) valeur(s) de l'autre inconnue.

3- Additionner les deux équations obtenues et en déduire y.
4- Remplacer y par sa valeur dans l'une des équations du système et déterminer x.
5- Donner le prix d'un cahier et celui d'un stylo.
6- Y a-t-il une autre méthode ?

Activité 7 Un pharmacien dispose de deux solutions S_1 et S_2 d'alcool iodé à 20% et à 8%. Il veut mélanger une certaine quantité de S_1 avec une certaine quantité de S_2 de façon à obtenir une troisième solution d'alcool iodé à 15% et de volume un litre. On désigne par x et y les quantités (en litres) de chacune des solutions S_1 et S_2, nécessaires à la fabrication du mélange.
1- Mettre le problème en équations.
2- Déterminer les quantités (en litres) de chacune des solutions S_1 et S_2, nécessaires à la fabrication du mélange.

Activité 8 1- Peut-on construire un rectangle vérifiant les deux conditions suivantes :
- son périmètre est égal à 24cm,
- si on augmente sa largeur de 2 cm et on diminue sa longueur de 3 cm son aire ne change pas.

2- Peut-on construire un rectangle vérifiant les deux conditions suivantes :
- son périmètre est égal à 24cm,
- si on augmente sa largeur de 1cm et on augmente sa longueur de 3cm son aire ne change pas.

Activité 9 Un grand-père décide de partager la somme de 800 dinars entre ses deux fils, proportionnellement au nombre de leurs enfants respectifs.
On sait que le fils aîné a trois enfants et le fils cadet a deux enfants.
1- Mettre le problème en équations.
2- Déterminer la somme d'argent que reçoit chacun des fils.

Activité 10 Peut-on trouver deux nombres dont la différence est égale à 1 et tels que si on ajoute 2 à l'un et on retranche 2 à l'autre leur produit ne change pas ?

Utiliser un graphique pour connaître les solutions éventuelles d'un système

Activité 11 Une salle de sport propose à ses clients les deux options ci-après.

Première option : le client paye 5 dinars par séance.
Deuxième option : le client paye un abonnement de 28 dinars puis 3 dinars par séance.
On se propose de déterminer graphiquement l'option la plus avantageuse, en fonction du nombre de séances.
1- Exprimer le prix p(x) à payer pour x séances selon la première option.
2- Exprimer le prix p'(x) à payer pour x séances selon la deuxième option.

3- Le plan est muni d'un repère (O, $\overrightarrow{OI}$, $\overrightarrow{OJ}$). Déterminer graphiquement le nombre de séances pour lesquelles les deux options sont équivalentes.
4- Discuter suivant les valeurs de x l'option la plus avantageuse.

Activité 12

Deux cyclistes partent en même temps, l'un d'une ville A pour aller vers une ville B et l'autre de la ville B pour aller vers la ville A. On sait que,
- la distance entre les deux villes est égale à 40km et les deux cyclistes prennent la même route et roulent à vitesse constante,
- l'un parcourt le trajet en 3heures et l'autre en deux heures.
1- Représenter graphiquement et sur un même repère les trajets des deux cyclistes.
2- Déterminer graphiquement l'heure à laquelle ils se croisent.

Activité 13

1-Résoudre le système

$$\begin{cases} 3x + y + 1 = 0 \\ 3x + y - 4 = 0 \end{cases}$$

2- Interpréter graphiquement.

Retenir

Résoudre une équation du premier degré à deux inconnues

Résoudre une équation du premier degré à deux inconnues $ax + by + c = 0$ où x et y sont deux inconnues, c'est trouver tous les couples (x, y) pour lesquels l'égalité est vraie. Chacun de ces couples est appelé solution de l'équation.

Résoudre un système

Résoudre un système de deux équations à deux inconnues

$$\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$$

où x et y sont deux inconnues, c'est trouver, s'ils existent, tous les couples (x, y) pour lesquels les deux égalités sont vraies à la fois. Chacun de ces couples, s'il existe, est appelé solution du système.

Méthodes de résolution d'un système de deux équations à deux inconnues

◊ **Méthode par substitution**

- Exprimer une inconnue en fonction de l'autre à partir de l'une des deux équations.
- Remplacer dans l'autre équation cette inconnue par l'expression trouvée.
- Résoudre cette nouvelle équation.
- Déterminer, si elle existe, la (ou les) valeur(s) de l'autre inconnue.

◊ **Méthode par élimination**

- Multiplier les deux membres des deux équations par des nombres convenablement choisis de sorte que lorsque l'on additionne les deux équations obtenues, on obtient une équation à une seule inconnue.
- Résoudre l'équation trouvée.
- Déterminer, si elle existe, la (ou les) valeur(s) de l'autre inconnue.

Modéliser un problème par une équation du premier degré à deux inconnues

Situation

Deux nombres sont tels que le double de leur somme diminué de 3 est égal au triple de leur somme augmenté de 2.
Représenter graphiquement l'ensemble des couples de nombres qui répondent au problème.
Stratégie de résolution
• Faire le choix des inconnues.
• Mettre le problème en équation.
• Résoudre graphiquement l'équation.
• Vérifier et interpréter le résultat.

Modéliser un problème par un système d'équations à deux inconnues

Situation 1

Dans une classe de trente deux élèves, le nombre de garçons représente 40% du nombre de filles.
Combien y-a-t-il de filles ?
Combien y-a-t-il de garçons ?
Stratégie de résolution
• Faire le choix des inconnues.
• Traduire le problème par un système de deux équations.
• Résoudre le système.
• Vérifier et interpréter le résultat.

> Utiliser la méthode de substitution quand il est facile d'isoler une inconnue.

> Utiliser la méthode par élimination quand les coefficients multiplicateurs sont faciles à trouver (parfois l'addition ou la soustraction des deux équations suffit).

Situation 2

Problème posé par Newton
Deux messagers A et B se mettent en route l'un vers l'autre, chacun partant d'une ville.
On sait que,
- les villes sont distantes de 59 lieues,
- le messager A parcourt 7 lieues en 2 heures,
- le messager B parcourt 8 lieues en 3 heures,
- le messager B commence son voyage une heure plus tard que le messager A.

Combien de lieues A a-t-il parcourues avant de rencontrer B ?
Stratégie de résolution
• Faire une figure.

> Une lieue est une ancienne mesure de distance qui fait environ 4 km.

- Exprimer la distance d(t) que parcourt B en fonction du temps t.
- Exprimer la distance d'(t') que parcourt A en fonction du temps t'.
- Ecrire la relation entre t et t'.
- Ecrire la relation entre d(t) et d'(t').
- Mettre le problème en équations. Résoudre.

Situation 3

Une urne contient des boules rouges et des boules blanches. On sait que,
- le nombre de boules blanches diminué de 1 est égal au double du nombre de boules rouges,
- le nombre de boules blanches diminué de 1 est égal au triple du nombre de boules rouges diminué de trois.
Trouver le nombre de boules rouges et de boules blanches contenues dans l'urne ?

Stratégie de résolution
- Faire le choix des inconnues.
- Mettre le problème en système de deux équations.
- Résoudre le système.
- Vérifier et interpréter le résultat.

Situation 4

On cherche deux nombres a et b tels que
- a est le double de b diminué de 5,
- le triple de a augmenté de 4 est égal à b.

Stratégie de résolution
- Mettre le problème en système de deux équations.
- Résoudre le système.
- Vérifier et interpréter le résultat.

Optimisation

Situation 1

A la sortie d'une machine fabriquant des pièces, on a comptabilisé le nombre de défauts trouvés sur chaque pièce.
La répartition des pièces selon le nombre de défauts est donnée dans le tableau ci-dessous.

Nombre de défauts	0	1	x	2	y
Répartition (en %)	60	10	12	10	8

On sait que la moyenne arithmétique de la série statistique ci-dessus est égale à 0,9.

Quelles devraient-être les valeurs de x et y pour obtenir un nombre minimal de défauts.

Stratégie de résolution

• Ecrire l'expression de la moyenne arithmétique de la série statistique.
• En déduire l'équation qui traduit la situation.
• Ecrire y en fonction de x.
• Répondre à la question.

Situation 2

Le gérant d'un parc de jeux propose à ses clients deux options pour l'achat des jetons.
1ère option : Acheter le jeton à 300 millimes.
2ème option : Acheter une carte mensuelle de 6^D et bénéficier d'une remise de 40% sur le prix d'un jeton.
Déterminer, graphiquement, la possibilité la plus avantageuse en fonction du nombre de jetons achetés.

Stratégie de résolution

• Exprimer le prix à payer pour l'achat de x jetons selon la première option.
• Exprimer le prix à payer pour l'achat de x jetons selon la deuxième option.
• Déterminer graphiquement le nombre de jetons pour lesquels les deux options sont équivalentes.
• Discuter, suivant les valeurs de x, l'option la plus avantageuse.

Vrai ou Faux

Répondre par vrai ou faux

1- (2,0) est une solution du système

$$\begin{cases} x + y = 2 \\ x - y = 2 \end{cases}$$

2- Le système

$$\begin{cases} x + y = 1 \\ x - y = 2 \end{cases}$$

n'a pas de solutions.

3- Le périmètre d'un rectangle est 6 et son aire est 10 se traduit par

$$\begin{cases} x + y = 6 \\ xy = 10 \end{cases}$$

Recopier et compléter

1- (5,2) est une solution de l'équation 2x + 5 = ...

2- Le système $\begin{cases} 3x + y = 2 \\ 3x + 3y = 1 \end{cases}$ a pour solution ... .

3- Si $\begin{cases} x + y = 3 \\ 2x - y = 5 \end{cases}$ alors $\begin{cases} 3x = 8 \\ y = \dots \end{cases}$.

Appliquer

1 Résoudre chacun des systèmes

$\begin{cases} 3x - y = 5 \\ -4x + y = -6 \end{cases}$ $\begin{cases} x - 5y = -13 \\ 2x - 3y = -5 \end{cases}$

$\begin{cases} 5x + 6y = 26 \\ 4x - 12y = 4 \end{cases}$ $\begin{cases} -2a + b = 12 \\ -3a - 4b = 7 \end{cases}$

$\begin{cases} -2a + 10 - b = 0 \\ 19b = -30 + 2a \end{cases}$

$\begin{cases} \frac{7}{2}a - b = 11 \\ -4a + \frac{3}{4}b = -\frac{11}{2} \end{cases}$ $\begin{cases} -\frac{9}{2}x = 2y + \frac{5}{8} \\ \frac{9}{5}x + \frac{2}{5}y = \frac{11}{20} \end{cases}$

$\begin{cases} 3y - 5 + 2x - y = \frac{7 + x}{5} \\ \frac{5y - 7x}{2} + 5y = 9 - \frac{4x - 3}{2} \end{cases}$

$\begin{cases} 2x + y + 4 = 0 \\ \frac{2y - x}{5} - \frac{2}{5} = x - \frac{3x + 3y}{3} \end{cases}$

$\begin{cases} 4x - y - \frac{3}{2} = 0 \\ \frac{1}{2}(y + 1) - \frac{5}{12} = \frac{1}{3}(2x - 1) \end{cases}$

$\begin{cases} y + 1 = 3(y - x) \\ 6(x - 2y) + 1 + 8y = 0 \end{cases}$

2 Résoudre, graphiquement, chacun des systèmes.

$\begin{cases} x + y = 0 \\ y = 3 \end{cases}$; $\begin{cases} x + 2y = 0 \\ x - y = 0 \end{cases}$; $\begin{cases} 3x + 2y = 0 \\ 2x - 3y = 0 \end{cases}$

$\begin{cases} x - 3 = 2y \\ y = \frac{3}{2}x - \frac{1}{2} \end{cases}$; $\begin{cases} 2x - y + 3 = 0 \\ 2y = 4x + 6 \end{cases}$

$\begin{cases} 4x - 2y = 0 \\ y - 2x = 6 \end{cases}$; $\begin{cases} \frac{1}{2}x + y = 1 \\ x = 2y - 1. \end{cases}$

3 Trouver deux entiers naturels tels que leur somme est égale à 204 et si l'on divise l'un par l'autre le quotient est 7 et le reste est 12.

4 Les lettres x et y désignent respectivement le chiffre des dizaines et le chiffre des unités du nombre 37xy.
Déterminer tous les couples (x , y) pour que le nombre 37xy soit divisible par 5 et par 9.

5 Les entiers naturels a et b sont tels que b divise a et le quotient de la division euclidienne de a par b est égale à 11.
Trouver a et b sachant que a+b = 180.

6 Le professeur d'éducation physique de la classe a formé deux groupes pour un jeu.
Le groupe A est constitué de x élèves.
Le groupe B est constitué de y élèves.
En observant les effectifs des deux groupes, il fait les remarques suivantes.
• Si je mets trois élèves du groupe A dans le groupe B, les deux groupes auront le même effectif.
• Si je mets trois élèves du groupe B dans le groupe A, ce dernier aura le double de l'effectif du groupe B.
Déterminer le nombre d'élèves de chaque groupe.

Maîtriser

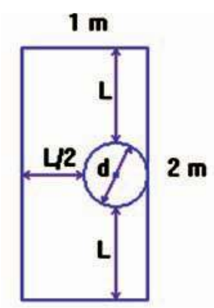
7 Khaled et Yasmine ont chacun une collection de timbres.
Khaled a 120 timbres de plus que Yasmine.
Lorsque Khaled aura ajouté 40 timbres à sa collection et que Yasmine aura triplé la sienne alors ils auront le même nombre de timbres.
Combien chacun a-t-il de timbres ?

8 Partager 45 dinars en deux parts telles que la première part dépasse la deuxième de 7 dinars.

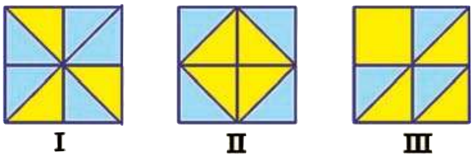
9 On a choisi un nombre de deux chiffres dont la somme des chiffres est égale à 12.
Il se trouve que ce nombre diminue de 18 si on permute les deux chiffres.
Quel nombre a-t-on choisi ?

10 Un commerçant vend des bouteilles de 1 litre de sirop. Chaque bouteille pleine lui revient 3,200 dinars et il prétend que l'emballage en verre coûte 3,000 dinars de moins que le sirop qu'il contient.
1- A combien lui revient une bouteille vide ?
2- A combien lui revient un litre de sirop ?

11 On veut percer un trou de diamètre d, dans une plaque rectangulaire, comme sur le croquis.
Est-il possible de le faire ?

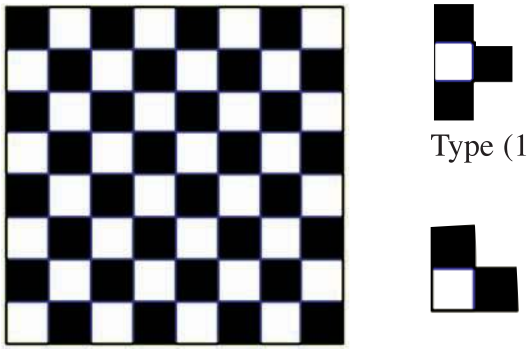


12 On fabrique des badges à l'aide de triangles bleus et jaunes comme l'indique la figure ci-après.
Les triangles de même couleur sont au même prix.



Le badge I revient à 2,500 dinars ; le badge II à 2,200 dinars.
Combien coûte le badge III ?

13 Peut-on découper entièrement un échiquier en carton en ne découpant que des morceaux de type (1) et des morceaux de type (2) ?



14 **Problème du mulet et de l'ânesse**
Une ânesse portait de l'eau côte à côte avec un mulet, et écrasée par le poids, elle se plaignait fortement. Alors le mulet met fin à ses plaintes en lui disant :
" Qu'as-tu à te plaindre comme une petite fille, la mère ? Si je prenais une de tes mesures, ma charge serait double de la tienne, et si tu en prenais une des miennes, j'en aurais encore autant que toi."
Combien de mesures porte chacun des deux ?

Avec l'ordinateur

A l'aide d'un logiciel :

1- Tracer un repère (O, I, J).

2- a) Placer les points A(-2, 3) et B(2, -1).

b) Tracer la droite (AB).

c) La droite (AB) est la représentation graphique d'une fonction affine, la déterminer.

3- On considère la fonction affine g définie par $g(x) = 2x - 3$.

Soient C(0, y) et D(1, y') deux points de la représentation graphique de g.

a) Déterminer y et y'.

b) Placer C et D.

c) En déduire la représentation graphique de g.

4- Les droites (AB) et (CD) sont-elles sécantes ? Si oui lire les coordonnées du point de leur intersection.

5- En déduire la résolution graphique

du système $\begin{cases} y = -x + 1. \\ y = 2x - 3. \end{cases}$

Math - Culture

L'âge de DIOPHANTE

Mathématicien grec qui a probablement vécu et travaillé à Alexandrie vers 250 A.J.C, Diophante est connu par son oeuvre, *le livre des Arithmétiques*. Il y traite de problèmes à plusieurs inconnues. Il est le premier à avoir introduit des symboles pour désigner les inconnues et les opérations. Tout ce que nous savons de sa vie est puisé dans une inscription gravée sur sa tombe et rédigée sous forme d'un problème.
La voici : Passant ! ci-git Diophante.
Les chiffres diront la durée de sa vie. Son enfance dura le sixième de sa vie; la barbe lui crût après un douxième en plus; il se maria après une septième en plus; un fils lui naquit cinq ans plus tard; ce fils vécut la moitié de l'âge de son père, et le père mourut quatre ans après son fils.
Combien d'années, Diophante a-t-il vécu ?

Problèmes d'âge

Les problèmes d'âge remontent à des temps très anciens. Ces problèmes ont intéressé les Babyloniens, les Grecs ainsi que les Arabes. En voici un exemple :
J'ai deux fois l'âge que vous aviez quand j'avais l'âge que vous avez. quand vous aurez l'âge que j'ai, nous aurons ensemble 63 ans.
Quels sont nos âges ?

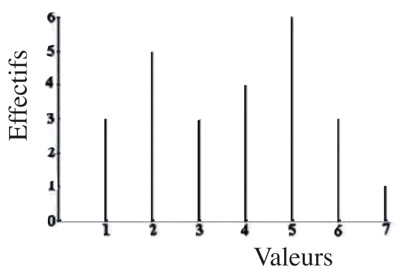
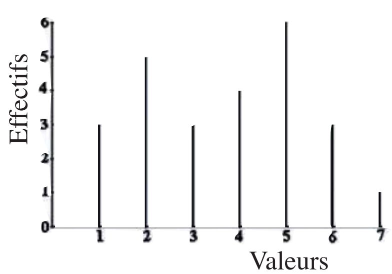
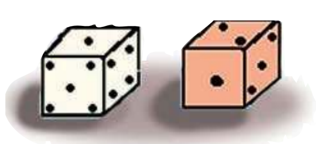
L'histoire des sciences et des techniques, résulte des interventions successives de différentes civilisations. Aucune société n'a été, dans l'histoire, détentrice exclusive et définitive du progrès.

D'après une affiche de l'UNESCO

Chapitre 16 Exploitation de l'information

Reprendre

Pour chaque énoncé, on propose trois réponses A, B et C. Une ou plusieurs sont correctes. Lesquelles ?

Réponses / Enoncés	A	B	C
Le diagramme en bâtons suivant représente une série statistique. 	L'effectif total de cette série est égal à 25.	Le pourcentage des valeurs inférieures ou égales à 3 est égal à 44%.	Les effectifs sont proportionnels aux valeurs de la série.
Le diagramme en bâtons suivant représente une série statistique. 	La moyenne de cette série est égale à 3.72.	La moyenne de cette série est égale à 1.	L'arrondi à l'unité de la moyenne de cette série est égal à 4.
 On lance deux dés dont les faces sont numérotées de 1 à 6 et on calcule la somme S des nombres apparus.	Il est possible que la somme S soit supérieure à 15.	Il est probable que la somme S soit telle que $0 < S < 2$.	Il est certain que la somme S soit telle que $S \leq 12$.

Les sciences qu'elles soient fondamentales, expérimentales ou humaines s'appuient toutes sur l'information chiffrée pour établir ou valider des lois ou des modèles.

Les sociologues, les économistes, les responsables des institutions, les chefs d'entreprises exploitent l'information chiffrée pour expliquer des phénomènes, prendre des décisions et faire des projections.

En fait, l'information chiffrée est partout présente dans notre environnement. Elle permet à chacun de nous de se faire une opinion sur telle ou telle situation. Elle nous permet aussi de prendre des décisions raisonnables lorsque nous sommes confrontés à une situation qui comporte une part d'incertitude.

Etudier une série statistique

Activité 1 **Série statistique à valeurs discrètes**

Au début de l'année scolaire, un professeur de mathématiques a effectué un test d'évaluation. Les résultats du test permettront au professeur de se faire une opinion sur la structure de sa classe et de prendre les décisions adéquates.

Il s'est particulièrement posé les questions suivantes :

a) Y a-t-il de bons élèves ?

b) Y a- t-il des élèves en difficulté ?

c) La classe est-elle homogène ? Sinon peut-on partager la classe en groupes homogènes ?

Dans cette activité, nous vous proposons de reconstituer la démarche du professeur. Le tableau ci-dessous indique les notes (sur 20) obtenues par les élèves.

10	20	14	13	10	5	9	11
9	14	16	6	4	10	6	18
16	11	5	6	4	18	5	16
10	16	3	16	18	7	17	20
6	9	3	3	7	6	19	11

I- Organisation des données en tableau

1- Classer les notes dans l'ordre croissant.

2- Indiquer l'effectif de chaque note (le nombre de fois qu'elle apparaît dans la série).

3- Calculer la fréquence de chaque note.

La fréquence de la valeur d'une série est le quotient de l'effectif de cette valeur par l'effectif total.

4- Calculer les fréquences cumulées croissantes.

Pour calculer les fréquences cumulées croissantes :
- Classer les valeurs dans l'ordre croissant
- Garder la fréquence de la première valeur, puis y ajouter la fréquence de la deuxième valeur, puis y ajouter la fréquence de la troisième valeur, poursuivre le procédé jusqu'à obtenir 1.

Les fréquences cumulées croissantes indiquent les fréquences des valeurs qui sont inférieures ou égales à une valeur donnée.

5- Présenter tous les résultats précédents dans un tableau.

II- Représentation par un diagramme en bâtons

1- Dessiner un repère orthogonal (un repère dont les axes sont perpendiculaires).
2- Reporter sur l'axe des abscisses, les données relevées et classées dans l'ordre croissant.
3- Reporter sur l'axe des ordonnées, les effectifs correspondants.
4- Mener à partir de chaque donnée un segment vertical de longueur égale à l'effectif correspondant.
5- Indiquer la légende et les unités sur les axes.

III- Analyse des données.

1- Quelles sont les modes de la série ? La série est-elle unimodale ? bimodale ?

Un mode est une valeur pour laquelle l'effectif est le plus élevé.
Une série qui n'a qu'un seul mode est dite unimodale.
Une série qui n'a que deux modes est dite bimodale.

2- Déterminer la note médiane.

La médiane d'une série est la valeur qui la partage en deux groupes de même effectif.
Pour déterminer la médiane d'une série à valeurs discrètes :
Classer les valeurs de la série par ordre croissant.
Si le nombre de valeurs de la série est impair, la médiane est la valeur centrale.
Si le nombre de valeurs de la série est pair, la médiane est la moyenne des deux valeurs centrales.

3- Quelle est la moyenne des notes ?

Pour obtenir la moyenne d'une série statistique à valeurs discrètes :
- Multiplier chaque valeur de la série par l'effectif correspondant.
- Faire la somme des produits obtenus et diviser cette somme par l'effectif total.
Ou bien :
- Multiplier chaque valeur de la série par la fréquence correspondante et faire la somme des produits obtenus.

4- a) Quelle est la note la plus basse ?
   b) Quelle est la meilleure note ?
   c) Quelle est l'étendue de la série ?

> L'étendue d'une série est la différence entre ses deux valeurs extrêmes.
> L'étendue d'une série est un paramètre de dispersion.

5- Quel est le pourcentage des élèves ayant une note inférieure ou égale à 7 ?
6- Quel est le pourcentage des élèves ayant une note comprise entre 9 et 13 ?
7- Quel est le pourcentage des élèves ayant une note supérieure ou égale à 14 ?
8- Combien d'élèves ont une note inférieure ou égale à la moyenne des notes ?
9- Combien d'élèves ont une note strictement supérieure à la moyenne des notes ?

> Pour déterminer le pourcentage des élèves qui ont une note inférieure ou égale à 7 :
> - Lire, dans le tableau, la valeur des fréquences cumulées qui correspond à 7.
> - Multiplier cette valeur par 100.

IV- Interprétation des données
Quelles sont les réponses aux questions du professeur ?

Activité 2

1- Collecter les notes obtenues par les élèves de votre classe dans un devoir de mathématiques.
2- Organiser les données collectées en tableau.
3- Représenter graphiquement la série.
4- Analyser et interpréter les données que vous avez recueillies.

> **Organisation des données en tableau**
> a) Classer les valeurs par ordre croissant.
> b) Indiquer pour chaque valeur l'effectif (le nombre d'apparitions de la valeur dans la série).
> c) Calculer la fréquence de chaque valeur.
> d) Calculer les fréquences cumulées croissantes.

> **Représentation d'un tableau par un diagramme en bâtons**
> - Dessiner un repère orthogonal.
> - Reporter sur l'axe des abscisses les données relevées.
> - Reporter sur l'axe des ordonnées les effectifs correspondants.
> - Mener à partir de chaque donnée un segment vertical de longueur égale à l'effectif correspondant.
> - Indiquer la légende et les unités sur les axes.

> **Analyse et interprétation des données**
> Pour analyser et interpréter une série statistique, il est primordial de résumer les données de la série afin de les rendre accessibles.
> - Déterminer les paramètres de position (mode, médiane, moyenne).
> - Déterminer l'étendue de la série.
> - Interpréter.

Relation entre moyenne et médiane

Activité 3 I- Une enquête faite auprès d'un échantillon de 25 familles a donné les résultats consignés ci-dessous.

Nombre d'enfants	2	3	4	5	8	9
Nombre de familles	8	7	4	2	1	3

1- Déterminer le nombre moyen $\overline{x}$ d'enfants par famille de cet échantillon.
2- Déterminer la médiane M.
3- Peut-on dire qu'en moyenne chaque famille a $\overline{x}$ enfants ?
4- La médiane illustre-t-elle de manière plus précise que la moyenne la distribution des familles ?

II- Une deuxième enquête faite auprès d'un deuxième échantillon de 25 autres familles a donné les résultats consignés ci-dessous.

Nombre d'enfants	0	1	2	3	4	5
Nombre de familles	2	3	8	8	2	2

1- Déterminer le nombre moyen $\overline{x}$ d'enfants par famille de cet échantillon.
2- Déterminer la médiane M.
3- Peut-on dire qu'en moyenne chaque famille a $\overline{x}$ enfants ?
4- La médiane illustre-t-elle de manière plus précise que la moyenne la distribution des familles ?

Série à valeurs regroupées par classes

Activité 4 On a recueilli les scores (sur 100) de quarante élèves d'un lycée, à l'issue de leur participation à un concours international.
Ces données ont été organisées dans un tableau puis représentées graphiquement.
On vous propose d'analyser les données et de les interpréter.

46	58	65	70	76
49	59	66	71	78
50	59	66	71	79
53	60	66	72	80
54	62	66	73	82
55	63	68	73	83
55	64	68	73	84
57	65	69	74	88

Tableau indiquant les scores des élèves

I- Organisation des données en tableau

On a regroupé les notes en neuf classes de même amplitude.

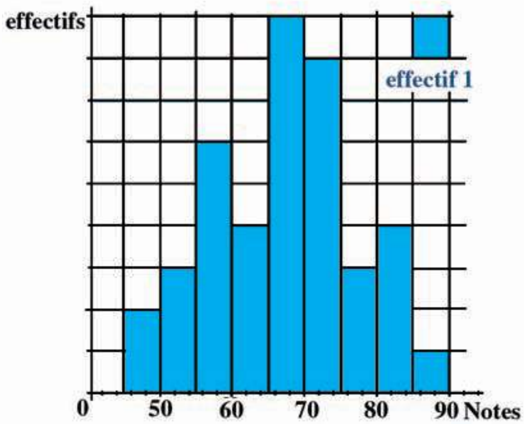
[45 ; 50[, [50 ; 55[, [55 ; 60[, [60 ; 65[, [65 ; 70[, [70 ; 75[, [75 ; 80[, [80 ; 85[, [85 ; 90[

Classe	Effectif	Fréquence	Fréquences cumulées croissantes	Centres des classes
[45 ; 50[	2	0.05	0.05	47.5
[50 ; 55[	3	0.075	0.125	52.5
[55 ; 60[	6	0.15	0.275	57.5
[60 ; 65[	4	0.10	0.375	62.5
[65 ; 70[	9	0.225	0.6	67.5
[70 ; 75[	8	0.20	0.8	72.5
[75 ; 80[	3	0.075	0.875	77.5
[80 ; 85[	4	0.10	0.975	82.5
[85 ; 90[	1	0.025	1	87.5

Organisation des données en tableau
Dans la classe [45 ; 50[, on met les notes supérieures ou égales à 45 et strictement inférieures à 50.

Le centre de la classe [45 ; 50[est la moyenne des extrémités de la classe, c'est-à-dire $\frac{45 + 50}{2}$.

II- Représentation du tableau par un histogramme



Représentation d'un tableau par un histogramme

- Placer sur l'axe des abscisses les extrémités des classes en respectant les amplitudes.
- Choisir une unité d'aire (par exemple un carreau représente un effectif).
- Construire des rectangles ayant pour côté l'amplitude de la classe et ayant une aire proportionnelle à l'effectif de la classe correspondante.

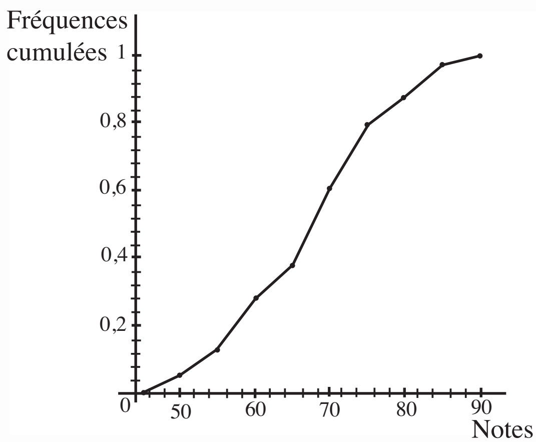
Analyse des données.

1- Quel est le plus petit score obtenu ?
2- Quel est le plus grand score obtenu ?
3- Quelle est l'étendue de la série ?
4- Quelle est le mode de la série ?
5- Quelle est la moyenne des scores ?

Un mode est une classe pour laquelle l'effectif est le plus élevé.

Pour obtenir la moyenne d'une série statistique à valeurs groupées par classes :
- Multiplier chaque centre de classe par la fréquence correspondante.
- Faire la somme des produits obtenus.

6- En utilisant la courbe des fréquences cumulées croissantes, répondre aux questions.



Représentation de la courbe des fréquences cumulées

Pour représenter la courbe des fréquences cumulées :
- On trace un repère orthogonal.
- On place les points (45 ,0) ; (50 , 0.05) ; (55 , 0.125) ; (60 , 0.275) ; (65 , 0.375) ; (70, 0.6) ; (75, 0.8) ; (80, 0.875) ; (85, 0.975) ; (90, 1).
- On joint les points par des segments.

a) Déterminer la médiane de la série.

> La médiane de la série est l'abscisse du point de la courbe des fréquences cumulées dont l'ordonnée est 0.5.

b) Placer sur la courbe le point B dont l'abscisse est la moyenne de la série.
Quelle est l'ordonnée de B ?
Que représente cette valeur pour la distribution de la série ?
c) Quel est le pourcentage des élèves qui ont eu une note comprise entre 60 et 80 ?
7- Quelles conclusions pouvez-vous tirer sur la distribution des élèves qui ont participé au concours ?

Séries chronologiques

Activité 5

Le tableau suivant donne l'effectif (en milliers) de la population tunisienne de l'année 1995 à l'année 2001.

Année	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001
Population en milliers	8957.5	9089.3	9214.9	9333.3	9455.9	9563.5	9673.6

(Source : Institut National de la Statistique)

1- Calculer le coefficient multiplicateur, arrondi au centième, qui permet de passer de l'année 1995 à l'année 2001 ?
2- Calculer le pourcentage d'augmentation de l'année 1995 à l'année 2001.
3- Déterminer les coefficients multiplicateurs, arrondis au centième, qui permettent de passer de l'année 1995 à chacune des autres années.
4- On se propose de représenter cette série chronologique en mettant en abscisse les années et en ordonnée les effectifs, après avoir choisi une unité convenable.

a- Compléter le tableau suivant par les coefficients multiplicateurs, arrondis au centième, qui permettent de passer de l'année 1995 à chacune des autres années.

> Le coefficient multiplicateur qui permet de passer de l'année b à l'année n est égal à $\dfrac{\text{valeur de l'année n}}{\text{valeur de l'année b}}$.
>
> **Exemple** : Le coefficient multiplicateur qui permet de passer de l'année 1995 à l'année 1996 est égal à $\dfrac{9089.3}{8957.5} = 1{,}02$.
>
> Cela signifie qu'en 1996, la population a été multipliée par 1,02. Ou encore qu'en 1996, la population a augmenté de 2% depuis 1995.

Année	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001
Population en milliers	8957.5	9089.3	9214.9	9333.3	9455.9	9563.5	9673.6
Coefficient multiplicateur	1	1.02					

b) Placer dans un repère orthogonal les points d'abscisse l'année et d'ordonnée le coefficient multiplicateur correspondant.
c) Joindre les points par des segments.

Comparaison de deux séries chronologiques

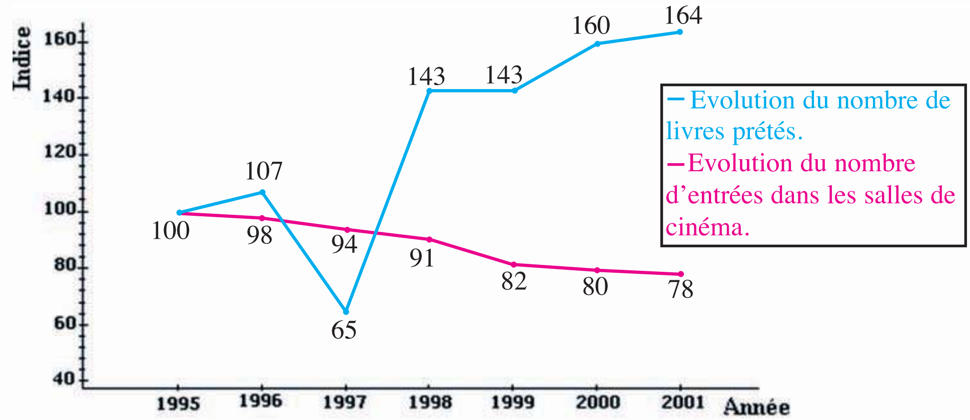
Activité 6

Lorsque l'on veut comparer des évolutions de valeurs qui n'ont pas le même ordre de grandeur, on utilise une caractéristique numérique appelée indice.
L'indice permet de connaître l'évolution d'une valeur à partir d'une date de référence, appelée date de base.

Si I est l'indice de l'année n, base 100 en l'année b et C est le coefficient multiplicateur qui permet de passer de l'année b à l'année n alors $I = C \times 100$.

Dans le graphique suivant, on a représenté deux courbes d'évolution à partir de l'année de base 1995.
L'une décrit l'évolution du nombre de livres prêtés par les bibliothèques publiques en Tunisie entre1995 et 2001.
L'autre décrit l'évolution du nombre d'entrées dans les salles de cinéma de la Tunisie entre 1995 et 2001.
Sur chaque courbe, on a reporté l'indice correspondant à l'année.

Exemple : Sur la courbe d'évolution des livres prêtés, on lit 143 au dessus de l'année 1999. Cela signifie que l'indice de 1999, base 100 en 1995 est égal à 143. Cela signifie que le nombre de livres prêtés en 1999 représente 143% du nombre de livres prêtés en 1995.
Observer les courbes et répondre aux questions.



Source: INS

1- En quelle année y-a-t-il eu une baisse importante du nombre de livres prêtés ?
2- En quelle année y-a-t-il eu une hausse importante du nombre de livres prêtés ?
3- Décrire les différentes variations de la courbe d'évolution du nombre de livres prêtés ?
4- En 1995, les bibliothèques ont prêté 1 777 624 livres. Combien de livres ont été prêtés en 2001 ?
5- Comment varie la courbe d'évolution du nombre d'entrées dans les salles de cinéma ?
6- En 1996, il y a eu 1 587 000 entrées dans les salles de cinéma. Combien d'entrées y a-t-il eu en 1995 ? en 2001 ?

Expériences aléatoires et simulation

Lorsqu'on tire au sort un nombre, ou que l'on lance une pièce de monnaie ou un dé, il est impossible de prévoir le résultat, car ce résultat est soumis au hasard. On dit alors que le résultat est aléatoire.
Les expériences telles que tirer au sort une question dans un examen, tirer au sort un nombre, lancer un dé non truqué ou une pièce de monnaie sont appelées expériences aléatoires.

Activité 7

Tirage d'un nombre au hasard
Ecrire les nombres de 1à 99, chacun sur un bout de papier. Plier ces papiers et les mettre dans une boîte, agiter ensuite la boîte.
On tire au hasard un numéro.

1- Peut-on tirer le numéro 100 ?
2- Peut-on être certain que le nombre tiré est inférieur ou égal à 20 ? à 50 ? à 99?
3- Les chances de tirer 5 ou 99 sont-elles égales ?
On ajoute, dans la boîte, deux papiers portant le numéro 5.
4- Les chances de tirer 5 ou 99 sont-elles encore égales ?
5- Les chances de tirer 5 sont-elles deux fois ou trois fois plus grandes que celles de tirer 99 ?

Activité 8

Tirage d'une liste de chiffres aléatoires
Dans la plupart des calculatrices, il y a une touche Random.
Lorsqu'on appuie sur cette touche, il s'affiche un nombre appartenant à l'intervalle [0, 1[. Dans la plupart des cas, ce nombre s'affiche avec trois décimales. Chacun de ces nombres a la même chance d'apparaître. Cela permet d'obtenir chaque fois trois chiffres aléatoires.
Exemples :
Random= 0.268 donne 2, 6, 8
Random= 0.42 donne 4, 2, 0.
Utiliser la calculatrice pour obtenir 100 chiffres aléatoires.

Activité 9

Lancer d'une pièce de monnaie
Lorsqu'on lance une pièce de monnaie on obtient soit pile (c'est le côté où est indiqué la valeur de la pièce), soit face.
On dit que la pièce est non truquée s'il y a autant de chances de voir apparaître pile que de voir apparaître face.
1- Lancer une pièce de monnaie et noter le résultat par P si on obtient pile et par F si on obtient face.
2- Répéter l'expérience 10 fois, et organiser les résultats dans le tableau ci-dessous.

Résultat possible	P	F
Nombre d'apparitions		
Fréquence		

3- Dresser un diagramme en bâtons des fréquences.
4- L'hypothèse "on a autant de chances de voir apparaître P que de chances de voir apparaître F " est-elle confirmée ?
5- Regrouper dans un même tableau les résultats obtenus par 20 élèves.
6- Quelle est la nouvelle fréquence d'apparition de P ?
7- L'hypothèse " on a autant de chances de voir apparaître P que de chances de voir apparaître F " est-elle confirmée ?

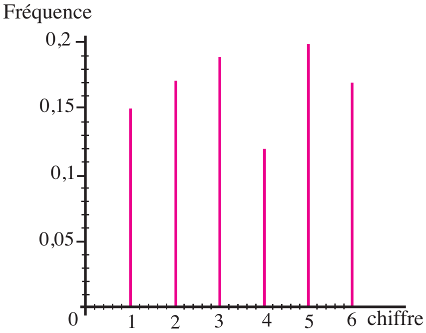
Activité 10

Lancer d'un dé

Lorsqu'on lance un dé à six faces, il apparaît un chiffre de 1 à 6.
On dit que le dé est équilibré si chacun de ces chiffres a autant de chances de sortir.
1- Lancer un dé dont les faces sont numérotées de 1 à 6 et noter le chiffre qui apparaît.
2- a) Répéter l'expérience 50 fois et organiser les résultats dans le tableau ci-dessous.

Résultat possible	1	2	3	4	5	6
Effectifs						
Fréquence						

b) Représenter le tableau par un diagramme.
3- L'hypothèse " on a autant de chances de voir apparaître chacun des chiffres " est-elle confirmée ?
4- Dans le diagramme en bâtons ci-contre, on a représenté les fréquences d'apparition de chaque chiffre à l'issue de 100 lancers.



a) Quelle est la fréquence d'apparition de chaque chiffre ?
b) L'hypothèse " on a autant de chances de voir apparaître chacun des chiffres " est-elle confirmée ?
c) Comparer le diagramme précédent avec le diagramme que vous avez représenté.
5- Lancer un dé 50 fois et demander à chacun de vos camarades de la classe de faire de même.
Regrouper et représenter par un diagramme en bâtons les résultats obtenus.
6- Quelle est la nouvelle fréquence d'apparition de chaque chiffre ?
7- L'hypothèse " on a autant de chances de voir apparaître chacun des chiffres " semble-t- elle se confirmer ?

Activité 11 **Simuler le lancer d'un dé**

Pour simuler le lancer d'un dé, on peut utiliser la calculatrice de la manière suivante :

- On actionne la séquence (6, RANDOM, +, 1) ; on obtient alors un nombre aléatoire qui appartient à l'intervalle [1,7[.
- Le chiffre des unités du nombre obtenu convient.

Exemple :

Après avoir actionné la séquence (6, RANDOM, +, 1), on lit sur l'écran de la calculatrice 6RANDOM+1=5.426.

Le chiffre 5 simule le lancer d'un dé.

a) Simuler avec vos camarades 5000 lancers d'un dé.

b) Représenter les résultats obtenus par un diagramme en bâtons.

c) Quelle est la fréquence d'apparition de chaque chiffre ?

d) L'hypothèse " on a autant de chances de voir apparaître chacun des chiffres " semble-t- elle se confirmer ?

Activité 12 **Faire un sondage**

On vous propose de faire un sondage dans votre lycée pour connaître l'opinion des élèves sur les mathématiques.

La question qui sera posée aux élèves est : " les mathématiques sont-elles difficiles ? assez difficiles ? assez faciles ? faciles? "

1- Demander à l'administration de votre lycée la liste de tous les élèves.

2- Affecter à chacun des élèves un numéro.

3- Tirer un chiffre aléatoire.

Prélever tous les élèves dont le numéro se termine par ce chiffre.

De cette manière vous obtenez un échantillon d'élèves tirés au hasard.

4- Poser la question aux élèves de l'échantillon et demander-leur de choisir une des quatre propositions.

5- Quel est le résultat de votre sondage ? Donner les réponses en pourcentage.

Retenir

Paramètres d'une série à valeurs discrètes

- Un mode est une valeur pour laquelle l'effectif est le plus élevé.
- Une série qui n'a qu'un seul mode est dite unimodale.
- Une série qui n'a que deux modes est dite bimodale.
- La médiane d'une série est la valeur qui la partage en deux groupes de même effectif.

- Si le nombre de valeurs de la série est impair, la médiane est la valeur centrale.
- Si le nombre de valeurs de la série est pair, la médiane est la moyenne des deux valeurs centrales.

- Pour obtenir la moyenne d'une série statistique à valeurs discrètes :

- Multiplier chaque valeur de la série par l'effectif correspondant.
- Faire la somme des produits obtenus et diviser cette somme par l'effectif total.

Ou bien :

- Multiplier chaque valeur de la série par la fréquence correspondante et faire la somme des produits obtenus.

- L'étendue d'une série est la différence entre ses deux valeurs extrêmes.

Paramètres d'une série à valeurs regroupées par classes.

- Le centre d'une classe est le milieu de ses extrémités.
- Dans un histogramme d'une série distribuée par classes, l'aire d'un rectangle est proportionnelle à l'effectif de la classe correspondante.
- Un mode est une classe pour laquelle l'effectif est le plus élevé.
- Pour obtenir la moyenne d'une série statistique distribuée par classes :

- Multiplier chaque centre de classe par la fréquence correspondante.
- Faire la somme des produits obtenus.

- La médiane de la série est l'abscisse du point de la courbe des fréquences cumulées croissante dont l'ordonnée est 0.5.

Séries chronologiques

- Le coefficient multiplicateur qui permet de passer de l'année b à l'année n est égal au quotient de la valeur de l'année n par la valeur de l'année b.

- L'indice de l'année n, base 100 en l'année b est égal à $\dfrac{\text{valeur de l'année n}}{\text{valeur de l'année b}} \times 100$

- Si I est l'indice de l'année n, base 100 en l'année b et C est le coefficient multiplicateur qui permet de passer de l'année b à l'année n alors $I = C \times 100$.

Situation 1

Le tableau ci-dessous donne la répartition (en pourcentage) des dépenses des ménages pour l'année 2000. (Source I.N.S.)

Alimentation	38
Habitation	21.5
Habillement	11.1
Hygiène et soins	10
Transports et télécommunications	9.7
Enseignement, culture et loisir	8.7
Autres dépenses	1
Total	100

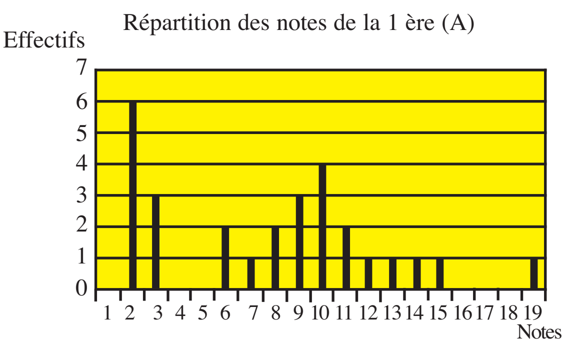
Représenter ces données dans un diagramme circulaire.

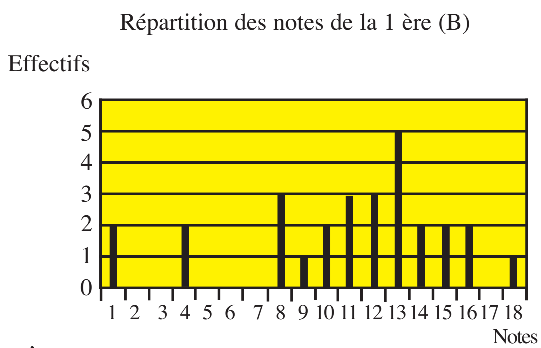
Stratégie de résolution

On rappelle que dans un diagramme circulaire, les mesures des secteurs sont proportionnelles aux effectifs correspondants.

Situation 2

Les deux diagrammes suivants représentent les moyennes annuelles de mathématiques des élèves de deux classes de première année secondaire.





Observer les diagrammes et répondre aux questions.

1- Déterminer le mode de chacune des séries.

2- Quelle est la moyenne des notes de chaque série ?

3- a) Représenter la courbe des fréquences cumulées croissantes de chacune des séries.

b) Déterminer la médiane de chacune des séries.

c) Indiquer, pour chacune des séries, le pourcentage des élèves qui ont obtenu une note strictement inférieure à la moyenne des notes.

Indiquer, pour chacune des séries, le pourcentage des élèves qui ont obtenu une note supérieure ou égale à la moyenne des notes.

d) Comparer les pourcentages des élèves qui ont obtenu une note inférieure ou égale à 4.

e) Comparer les pourcentages des élèves qui ont obtenu une note supérieure ou égale à 12.

4- Commenter.

Stratégie de résolution

1- Utiliser la définition d'un mode d'une série statistique à valeurs discrètes.

2- Utiliser une formule du cours.

3- a) Pour chaque série, calculer les fréquences puis en déduire un tableau faisant apparaître les fréquences cumulées croissantes. Représenter alors la courbe.

b) Prendre, pour chaque série, le point de la courbe des fréquences cumulées croissantes d'ordonnée 0.5. En déduire la médiane.

c) Placer sur chaque courbe, le point dont l'abscisse est égale à la moyenne de la série. Conclure.

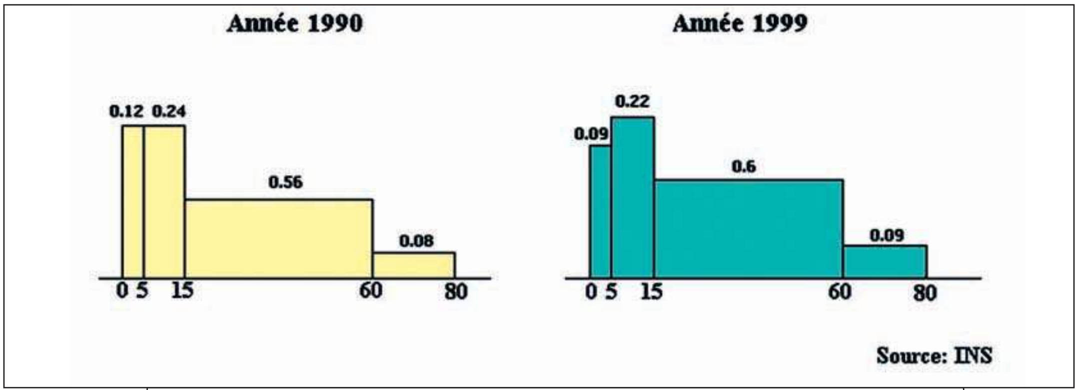
d) Placer sur chaque courbe, le point dont l'abscisse est égale 4. Conclure.

e) Il suffit de comparer les pourcentages des élèves qui ont eu une note inférieure à 12.

4- Il s'agit de répondre à des questions telles que la proportion des élèves en difficulté est-elle la même dans les deux classes ? la proportion des élèves excellents est-elle la même dans les deux classes ? Y a-t-il une classe d'un meilleur niveau que l'autre ? Les classes sont-elles homogènes ?

Situation 3

Les deux histogrammes suivants représentent la structure de la population tunisienne par tranche d'âge en 1990 et en 1999.



Les nombres au dessus des rectangles indiquent les fréquences des classes.

1- Pour chacune des séries,

a) donner le mode ;

b) donner le pourcentage de la population de moins de 15 ans.

2- Quelle est la moyenne d'âge de la population en 1990 et celle de la population en 1999 ?

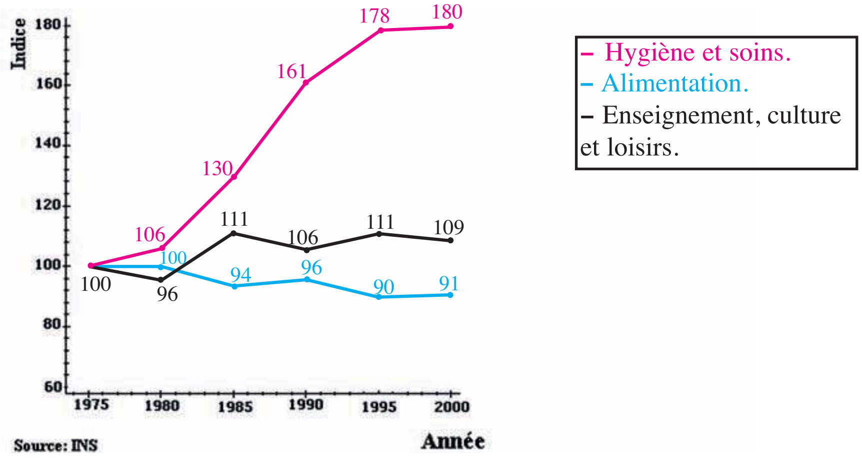
Comparer ces moyennes et commenter.
3- Déterminer pour chaque série, la classe dans laquelle se trouve la médiane.
4- Représenter dans un même repère les courbes de fréquences cumulées.
Déterminer la médiane de chaque série.
5- Quelles projections pouvez-vous faire concernant la structure de la population en 2019?

Stratégie de résolution

1- a) Utiliser la définition d'un mode d'une série statistique à valeurs regroupées en classes.
b) Il suffit de lire sur le graphique.
2- Prendre les centres des classes, puis calculer la moyenne en utilisant la formule donnée dans le cours.
5- Remarquer que les effectifs des classes entre 0 et 15 ans sont en baisse. Conclure.

Situation 4

Le graphique suivant décrit l'évolution des parts (en%) des dépenses que consacrent les ménages à l'alimentation, à l'hygiène et aux soins et à l'enseignement- culture-loisir.
Les recensements ont été faits tous les cinq ans de 1975 à 2000.
1) Donner pour chacune des courbes, le coefficient multiplicateur qui permet de passer de 1975 à 1980.



2) Donner pour chacune des courbes, le coefficient multiplicateur qui permet de passer de 1975 à 1985.
3) Donner pour chacune des courbes, le coefficient multiplicateur qui permet de passer de 1975 à 2000.
4) Donner pour chacune des courbes, le coefficient multiplicateur qui permet de passer de 1985 à 2000.
5) On sait qu'en 1975, les ménages ont consacré 5.4% de leurs dépenses à l'hygiène et aux soins, quel est le pourcentage qu'ils ont consacré en 2000 à l'hygiène et aux soins ?

On sait qu'en 1975, les ménages ont consacré 41.7 % de leurs dépenses à l'alimentation, quel est le pourcentage qu'ils ont consacré en 2000 à l'alimentation ?

6) Interpréter le graphique.

Stratégie de résolution

1) Pour chaque courbe, lire l'ordonnée du point d'abscisse 1980 et diviser par 100.

4) Connaissant le coefficient multiplicateur qui permet de passer de 1975 à 1985 et le coefficient multiplicateur qui permet de passer de 1975 à 2000, déduire le coefficient multiplicateur qui permet de passer de 1985 à 2000.

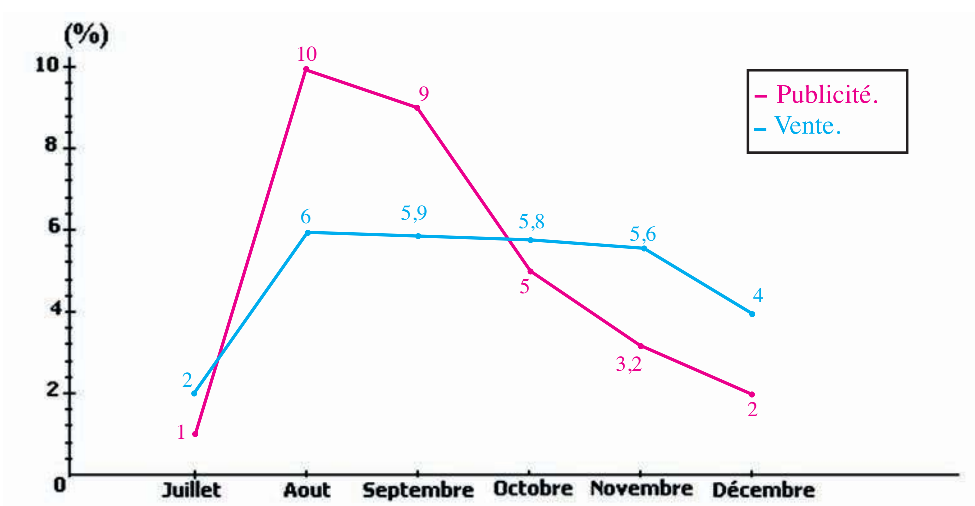
5) Il suffit de multiplier le pourcentage des dépenses consacrées à l'hygiène et aux soins de l'année 1975 par le coefficient multiplicateur qui permet de passer de 1975 à 2000.

6) Commenter la variation de la courbe d'évolution des dépenses pour l'hygiène et soins. Comparer les variations des courbes d'évolutions des dépenses pour l'alimentation et des dépenses pour l'enseignement, la culture et les loisirs. Conclure.

Situation 5

Une entreprise fabriquant des logiciels, lance sur le marché, en juillet 2002, un nouveau logiciel. Elle accompagne le lancement du nouveau produit par une campagne publicitaire. Après six mois, le département de marketing de l'entreprise fait une étude pour juger de l'efficacité de la stratégie adoptée.

Le graphique ci-dessous représente la courbe d'évolution des dépenses (en pourcentage du volume total des dépenses) consacrées à la promotion du logiciel et la courbe d'évolution des ventes (en pourcentage du volume total des ventes).



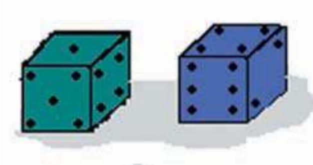
Commenter le graphique.

Quelles sont les conclusions que l'on peut en tirer ?

Stratégie de résolution
Comparer les variations des deux courbes.
Expliquer l'augmentation du volume des ventes.
Expliquer la stagnation du volume des ventes.
Expliquer la baisse du volume des ventes à partir de novembre.
Conclure sur l'efficacité de la campagne de publicité.

Situation 6

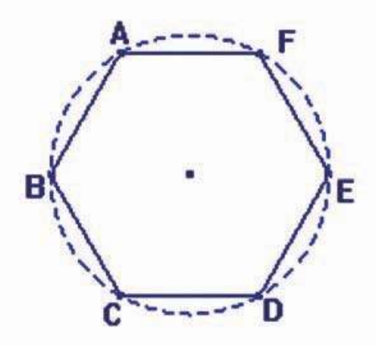
On lance deux dés réguliers et on note S la somme des chiffres apparus.



1- Quelles sont les valeurs possibles de S ?
2- Quels sont les couples possibles qui donnent une somme égale à 3 ? à 5 ? à 7 ? à 11 ?
3- La somme 2 a-t-elle plus de chances d'être réalisée que la somme 3 ?
4- La somme 3 se réalisera-elle plus souvent que la somme 4 ?
5- Quelle est la somme la plus probable ?
6- Donner une somme qui a autant de chances de se réaliser que la somme 5.

Stratégie de résolution
1- Dénombrer tous les couples d'entiers (a,b) tels que $1 \leq a \leq 6$ et $1 \leq b \leq 6$.
3- Penser au nombre de couples qui donnent une somme égale à 2 ainsi qu'au nombre de couples qui donnent une somme égale à 3.
4- Procéder de la même manière que la question précédente.
5- La somme la plus probable est celle dont les chances d'être réalisées sont les plus grandes.

Situation 7



ABCDEF est un hexagone régulier.
On choisit trois des six sommets de cet hexagone et on trace le triangle obtenu.
1- Combien peut-on obtenir de triangles ?
2- Peut-on obtenir un triangle rectangle isocèle ?
3- A-t-on plus de chances d'obtenir un triangle équilatéral que d'obtenir un triangle rectangle ?

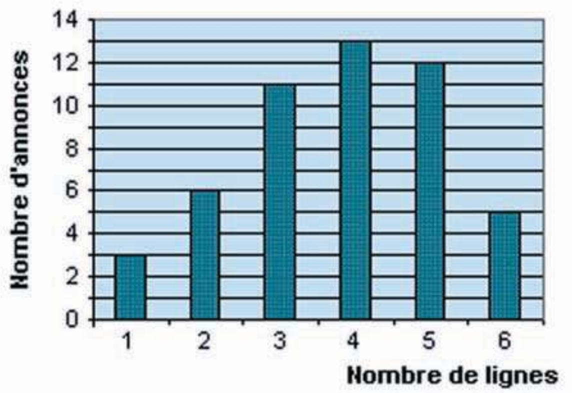
Stratégie de résolution
1- Dénombrer tous les triangles dont un des sommets est le point A.
Dénombrer tous les triangles dont un des sommets est le point B et n'ayant pas A pour sommet.
Poursuivre le procédé.
2- Utiliser la première question.
3- Dénombrer les triangles équilatéraux ainsi que les triangles rectangles.
Comparer les deux effectifs et conclure.

Vrai ou Faux

Répondre par vrai ou faux.

1- Dans un journal, on a comptabilisé le nombre de lignes pour chaque petite annonce. Le résultat est représenté par le diagramme suivant.

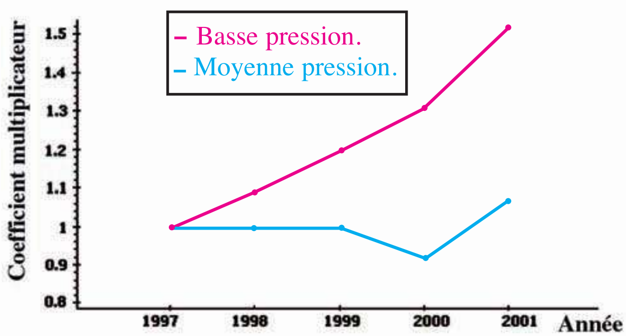
a) Cette série est unimodale.
b) La moyenne est égale à 3,8.
c) La médiane est égale à 12.
d) L'étendue de la série est égale à 4.



2- Le graphique ci-contre décrit l'évolution du nombre des abonnés au gaz naturel en basse pression et l'évolution du nombre des abonnés au gaz naturel en moyenne pression.

a) Le nombre d'abonnés au gaz naturel en moyenne pression est constant entre 1997 et 1999.

b) Le nombre d'abonnés au gaz naturel en basse pression est en hausse.



c) Le nombre d'abonnés au gaz naturel en moyenne pression a diminué entre 1999 et 2001.

Recopier et compléter

1- Une urne contient des jetons numérotés de 1 à 100. On tire un jeton au hasard. Les chances de tirer … sont égales aux chances de tirer ...

2- Un sac contient 3 boules rouges et 9 boules blanches. En tirant une seule boule du sac, on a … plus de chances d'avoir une boule blanche que d'avoir une boule rouge.

Appliquer

1 Le tableau suivant donne la répartition de la population scolaire selon les cycles.
(I.N.S., 2001).

Cycle d'enseignement	Effectifs
1er cycle de l'enseignement de base	1 314 836
2ème cycle de l'enseignement de base	1 027 812
Enseignement secondaire	424 047
Enseignement supérieur	121 809

1- Représenter cette série par un diagramme circulaire (les mesures des angles seront arrondies au degré).
2- Situer la médiane de la série.
3- Commenter la représentation graphique de cette série.

2 On a répertorié en cinq catégories les loisirs de 32 élèves d'une classe de première année. Le tableau ci-dessous indique la distribution des élèves par loisir.

Loisir	Effectif
Sport	8
T.V	12
Musique	4
Informatique	5
lecture	3

1- Représenter cette série par un diagramme circulaire (les mesures des angles seront arrondies au degré).
2- Indiquer par ordre de préférence les cinq catégories de loisirs.

3 Les données ci-dessous sont celles des magnitudes à l'échelle Richter de vingt tremblements de terre dans les îles Fidji.

4.7 4.3 4.5 4.8 5.1 5.5 4.7 4.4 4.7 4.6
4.5 5.7 4.9 4.5 4.3 4.1 4.3 4.6 5.1 4.7

1- Représenter graphiquement la série.
2- La série est-elle unimodale ?
3- Donner la moyenne de la série.
4- Donner le pourcentage des tremblements de terre pour lesquels la magnitude est inférieure à 5.0.

4 Voulant s'informer sur le nombre d'heures par semaine que consacrent les personnes âgées à regarder la télévision, une chaîne de télévision a fait un sondage auprès de cent personnes.
Les résultats du sondage sont représentés dans le tableau ci-dessous

Heures	16	7	3	28	17	21	19	24	23	31	4	11	13	8
Effectif	15	5	3	4	15	6	13	6	5	3	3	8	10	4

1- Organiser et représenter la série.
2- Trouver la moyenne et la médiane de la série.
3- La série est-elle unimodale ou bimodale ?
4- Quel est le pourcentage des personnes

qui regardent la télé moins de 7 heures par semaine ?
5- Parmi les paramètres de position de la série, quelle est la valeur qui illustre le mieux la distribution de cette série ?

5 Le tableau suivant donne la répartition des salaires versés par une entreprise.

Fonction	Salaires en dinars	Effectif
Ouvrier	300	12
Secrétaire	400	2
Technicien	450	6
Secrétaire de direction	560	1
Ingénieur	900	3
P-D-G	2000	1

1- Calculer le volume des salaires de cette entreprise.
2- Vérifier que le salaire moyen d'un employé de cette entreprise est égal à $494^{D},400$.
3- Déterminer le mode et la médiane de cette série.
4- Peut-on dire qu'un employé touche en moyenne $494^{D},400$?

6 Un psychologue a observé le temps de réaction à un stimulus auprès de ses patients. Il a collecté 50 temps de réactions, mesurés en seconde.

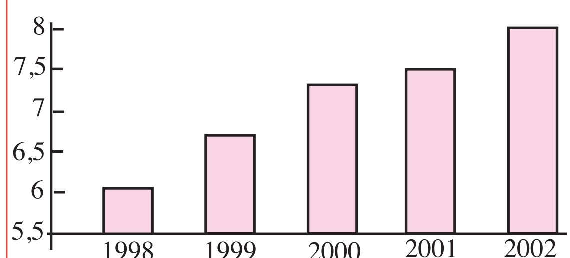
2.7	3.1	4.0	3.3	3.6	2.1	1.3	1.8	3.7	3.7
3.7	3.4	4.4	3.4	3.3	2.9	1.6	3.3	4.5	3.1
3.5	2.6	3.0	3.3	1.6	3.9	1.5	2.7	2.7	2.6
2.3	1.3	1.7	2.2	3.2	2.8	3.1	3.4	2.6	1.7
2.5	3.8	2.0	3.8	1.4	2.8	2.4	4.5	3.2	2.3

1- Regrouper les données en neuf classes d'amplitude 0.4.
2- Organiser les données dans un tableau contenant les classes, les effectifs, les fréquences, les centres de classes et les fréquences cumulées croissantes.
3- Représenter l'histogramme des fréquences de la série ainsi que la courbe des fréquences cumulées croissantes.
4- a) Donner le mode, la moyenne et la médiane de cette série.
b) Laquelle de ces valeurs illustre le mieux la distribution de la série ?

7 Le tableau ci-après donne le pourcentage des bénéfices par rapport au chiffre d'affaires d'une entreprise au cours des cinq dernières années.

Année	Pourcentage des bénéfices
1998	6.1
1999	6.7
2000	7.3
2001	7.5
2002	8

1- Calculer les indices, base 100 en l'année 1998.
2- Représenter la courbe d'évolution des bénéfices.
3-Le directeur commercial de l'entreprise, devant rendre compte de ces résultats au conseil d'administration, a présenté le diagramme en bâtons ci-dessous.



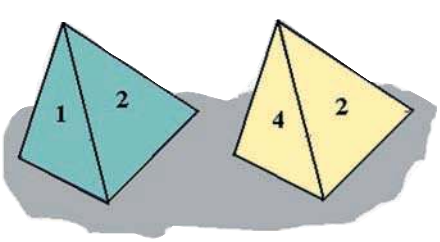
L'évolution des bénéfices est-elle aussi importante que semble le suggérer l'histogramme ?

8 Le tableau suivant donne la répartition du nombre de naissances dans le district de Tunis selon les années. (I.N.S, 2001).

Année	1997	1998	1999	2000	2001
Nombre de naissances (milliers)	31,9	31,1	30,3	30,3	29,0

1- Calculer le coefficient multiplicateur qui permet de passer de 1997 à 1998. Interpréter le résultat.
2- Calculer les coefficients multiplicateurs qui permettent de passer de l'année 1997 à chacune des autres années.
3- Représenter cette série.
4- Calculer le coefficient multiplicateur qui permet de passer de 1999 à 2001. Commenter.
5- Quelles prédictions pouvez-vous faire sur le nombre de naissances en 2005 ?

9 On considère deux objets identiques ayant chacun la forme d'un tétraèdre régulier. Pour chacun d'entre eux, on numérote les faces de 1 jusqu'à 4.
On lance ces deux objets, on obtient ainsi un couple de nombres.



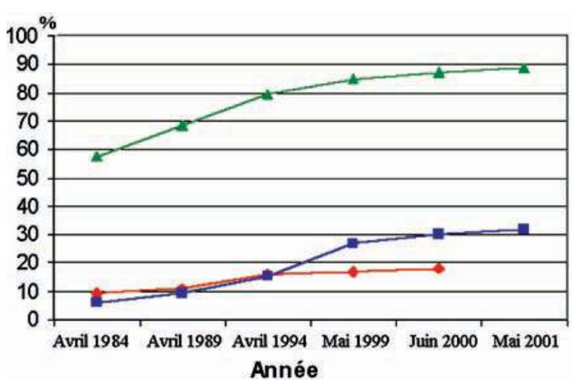
1- Compléter le tableau suivant qui comprend les sommes obtenues pour chacun des couples possibles.

T1 \ T2	1	2	3	4	5
1					
2			5		
3					
4					
5					

2- Former le tableau des fréquences d'apparition des sommes obtenues.

Maîtriser

10 Dans le graphique suivant,
la courbe en bleu représente le pourcentage des ménages équipés en téléphones;
la courbe en rouge représente le pourcentage des ménages équipés en voitures;
la courbe en vert représente le pourcentage des ménages équipés en téléviseurs.
(I.N.S, 2003).
1- A partir de quelle année les deux tiers



des ménages au moins étaient-ils équipés en téléviseurs ?

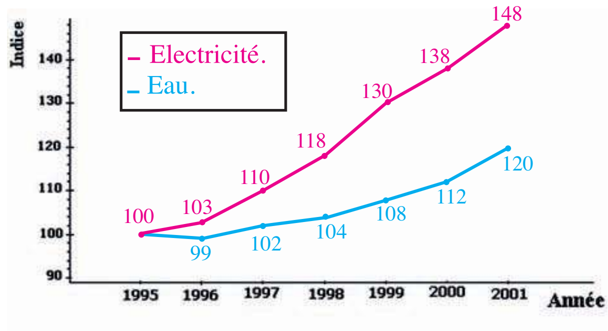
2- A quelle date 30% des ménages étaient-ils équipés en téléphones ?
3- En quelles années le taux d'équipement en téléviseurs est-il au moins égal à 80%.
4- Comment varie la courbe qui représente l'évolution du nombre de voitures ?

11 Collecter les données relatives à la production des fruits par catégorie en Tunisie, pour l'année 2001.
(On pourra consulter l'Institut National de la Statistique : www.ins.nat.tn)
1- Organiser la série obtenue dans un tableau.
2- Représenter cette série par un histogramme.
3- Déterminer le mode, la moyenne et la médiane de la série.
4- Quelles sont les catégories de fruits pour lesquelles la production est supérieure ou égale à 100 000 tonnes ?

12 Collecter les données relatives au nombre d'entrées en Tunisie des voyageurs non résidents, en 2001.
(On pourra consulter l'Institut National de la Statistique : www.ins.nat.tn).
1- Organiser les données.
2- Représenter graphiquement les données.

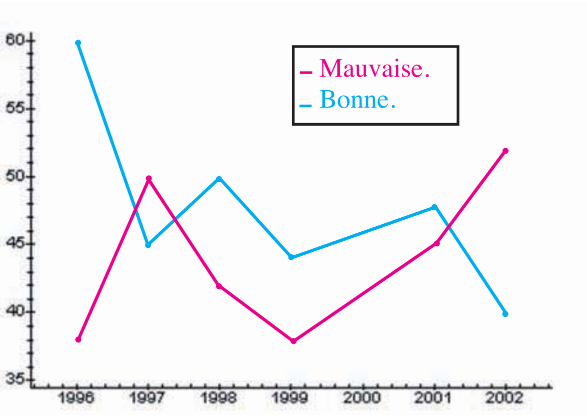
13 Collecter les températures minimales mesurées par les différentes stations de la Tunisie en 2001.
1- Organiser la série obtenue en huit classes d'amplitude 1.
2- Représenter cette série par un histogramme.
3- Déterminer le mode, la moyenne et la médiane de la série.
4- Quelles sont les stations pour lesquelles la température minimale est inférieure ou égale à 3.2°C ?
5- Quelles sont les stations pour lesquelles la température maximale est supérieure ou égale à 6.0°C ?

14 Le graphique suivant décrit l'évolution de la production d'électricité (106KWH) et l'évolution de la production d'eau (106m^3) en Tunisie entre les années 1995 et 2001.



1- a) Donner pour chacune des courbes, le coefficient multiplicateur qui permet de passer de 1995 à 2001.
b) Interpréter le résultat.
2- On sait que la production d'eau en 2001 est égale à 373 106m^3.
Trouver la production d'eau en 2000.
3- On sait que la production d'électricité en 2001 est égale à 10853 106KWH.
Trouver la production d'électricité en 2000.

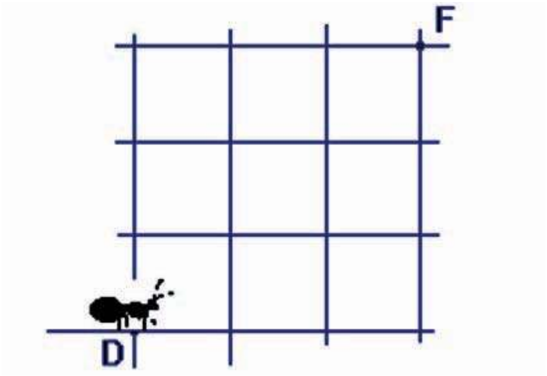
15 Pour avoir une idée sur sa popularité, un directeur d'une grande entreprise effectue à la fin de chaque année un sondage auprès de ses employés.
1- Donner un procédé pour effectuer ce sondage.
2- Le résultat (en %) de l'année 1996 à l'année 2002 est représenté par le graphique ci-après.



3- Pour chaque année additionner les pourcentages correspondants à la bonne et à la mauvaise popularité ? A-t-on 100% chaque année ? Quelle explication peut-on donner ?
4- En quelle année la popularité de ce chef d'entreprise a-t-elle été la plus forte ?

16 Dans un lycée il y a 150 professeurs, dont 60% sont des femmes.
Parmi les professeurs femmes, 12% sont des professeurs de mathématiques et 20% sont des professeurs de langues.
Il y a autant de professeurs de mathématiques hommes que de professeurs de mathématiques femmes.
Il y a autant de professeurs de langues hommes que de professeurs de langues femmes.
1- A l'aide d'un arbre de choix décrire cette population.
2- Représenter ces résultats par un diagramme circulaire.

17 Une fourmi, initialement en D se déplace pour aller en F.
La fourmi se déplace soit horizontalement vers la droite, soit verticalement vers le haut, suivant le réseau ci-dessous.



Quel est le nombre de chemins possibles ?

18 Un sac contient 10 jetons portant les numéros :
342 - 122 - 48 - 210 - 237 -
513 - 515 - 343 - 205 - 405.
On tire au hasard un jeton.
1- A-t-on plus de chances de tirer un multiple de 3 que de tirer un multiple de 5 ?
2- A-t-on plus de chances de tirer un multiple de 2 que de tirer un multiple de 5 ?

Avec l'ordinateur

On vous propose de représenter la courbe des fréquences cumulées de la série suivante en utilisant Excel.

Valeur	1	2	3	4	5	6	7
Effectif	3	1	1	1	2	1	1

Programmer sur Excel en suivant les étapes suivantes.
1- **Etape 1**
Ouvrir une feuille sur Excel et écrire un tableau comme ci-dessous.

	A	B	C	D
1	valeurs	effectif	fréquence	Fré.cumulée
2	1	3	=B2/10	=C2
3	2	1		=D2+C3
4	3	1		
5	4	1		
6	5	2		
7	6	1		
8	7	1		
9	Total	10		

Etape 2
Sélectionner C2, déplacer le curseur jusqu'à ce qu'une croix noire s'affiche.
Tirer alors jusqu'à C8. Il s'affiche alors les fréquences.
Etape 3
Sélectionner D3, déplacer le curseur jusqu'à ce qu'une croix noire s'affiche.
Tirer alors jusqu'à D8.
Il s'affiche alors les fréquences cumulées.
Etape 4
Sélectionner de D2 jusqu'à D8, aller vers la touche (insertion) et insérer un graphique.
Choisir courbes dans type de graphique.
Appuyer sur la touche (suivant) jusqu'à ce que la courbe des fréquences cumulées s'affiche.

Math - Culture

Le besoin d'ordonner des observations, de les présenter par des tableaux et des graphiques, de rechercher des valeurs typiques, de construire des outils d'étude spécifiques apparaissent pour la première fois en Astronomie.
En mésopotamie, les Babyloniens (1800 - 1500 AV.J-C) ont établi des procédés pour mesurer les mouvements des planètes et du soleil à intervalle de temps régulier (série chronologique).

C'est au début du XVIIIème siècle que semble être apparue pour la première fois la notion de coefficient multiplicateur et d'indice.

Les pièges de la moyenne.
Un magasin A annonce qu'il vend un produit, 20% moins cher que la moyenne des autres prix proposés sur le marché.
Une telle affirmation peut induire le consommateur en erreur et lui faire croire que le magasin A vend moins cher que les autres.
Supposer, par exemple, que les autres prix proposés sur le marché sont 3^{D}, 100^{D}, 4^{D}, 3^{D}. La moyenne est alors 27^{D},500.
Supposer, de plus, que le prix proposé par le magasin A est 22^{D}.
On voit bien que le prix proposé par le magasin est l'un des plus élevés.
Il n'y a pas de publicité mensongère mais le consommateur peut être induit en erreur.

Moyenne ou Médiane
Si la suite des effectifs des enfants dans six familles donne 2 ; 2 ; 2 ; 2 ; 8 ; 2, on ne pourra pas considérer que la moyenne de cette série (qui est égale à trois) est représentative du nombre d'enfants dans ces familles.
C'est pour pouvoir pallier à ce type de situation que Roger Joseph Boscovich introduisit en1757 la médiane (qui est égale à 2 dans notre exemple) comme estimateur insensible aux valeurs extrêmes.
La moyenne en tant que paramètre de position est sensible aux valeurs extrêmes, ce qui peut conduire à des interprétations erronées.

LEXIQUE

A	
Abscisse	فاصلة
Abstrait	مجرد
Absurde	غير منطقي
Addition	جمع
Aire	مساحة
Aléatoire	صدفي
Angle aigu	زاوية حادة
Angle obtus	زاوية منفرجة
Angles alternes-internes	زاويتان متبادلتان داخليا
Angles alternes –externes	زاويتان متبادلتان خارجيا
Angles complémentaires	زاويان متتامتان
Angles correspondants	زاويتان متماثلتان
Angles supplémentaires	زاويتان متكاملتان
Alignés	على استقامة واحدة
Analyser	حلل
Appartenir	ينتمي
Arc	قوس
Arête	حرف
Associatif	تجميعي
B	
Base	قاعدة
Bénéfice	ربح
Bissectrice	منصّف زاوية
Boule	كرة
C	
Capacité	سعة
Cas	حالة
Centre	مركز
Centre de gravité	مركز ثقل
Cercle	دائرة
Cercle circonscrit à	دائرة محيطة بـ
Cercle inscrit dans	دائرة محاطة بـ
Chance	حظّ

Chiffre	رقم
Colonne	عمود
Comparer	قارن
Compas	بركار
Compris entre	محصور بين
Cône de révolution	مخروط دائري قائم
Conjecturer	تكهّن
Constant	ثابت
Construction	بناء
Contre-exemple	مثال مضاد
Courbe	رسم بياني
Convertir	حول
Coordonnées	احداثيات
Coplanaires	في مستو واحد
Corde	حبل
D	
Décimal	عشري
Décomposer	فكّك
Décomposer en produit de facteurs	فكّك إلى جداء عوامل
Décrire	وصّف
Décroissant	متناقص - تنازلي
Déduire	استنتج
Définition	تعريف
Degré	درجة
Démontrer	برهن - استدل
Déterminer	حدّد
Développer	نشر
Diagonale	قطر
Différence	فرق
Disque	قرص
Dividende	مقسوم
Diviseur	قاسم
Division	قسمة
Division euclidienne	قسمة اقليدية
Donnée	معطى

Droite	مستقيم
E	
Echelle	سلّم
Ecriture	كتابة
Ecriture décimale	كتابة عشرية
Effectif	حصيص
Egalité	مساواة
Elément	عنصر
Encadrer	حصر
Entier	صحيح
Equation	معادلة
Equerre	كوس
Equivaut à	مكافئ
Espace	فضاء
Evolution	تطور
Expérimenter	جرّب - قام بتجربة
Expression	عبارة
Extrémité	طرف
Evolution	تطوّر
F	
Face	وجه
Facteur	عامل
Factoriser	حلّل الى جذاء عوامل
Fermé	مغلق
Figure	شكل
Formuler	صاغ
Fraction	كسر
Fréquence	تردد
G	
Généraliser	عمّم
Graduer	درّج
Graphique	بيان
Grille	شبكة
H	
Hauteur	ارتفاع

Hexagone régulier	سداسي منتظم
Histogramme	تمثيل نسيجي
Homologues	نظير
Horizontal	افقي
I	
Image	صورة
Impair	فردي
Inclus dans	محتوى في
Inégalité	متباينة - لامساواة
Inéquation	متراجحة
Inférieur à	اصغر من
Infini	غير منته
Intersection	تقاطع
Intervalle	مجال
Inverse	مقلوب
Irréductible	غير قابل للاختزال
Isométriques	متقايسة
J	
Joindre	وصل
Justifier	علّل
L	
Largeur	عرض
Ligne	خط
Longueur	طول
Losange	معيّن
M	
Médiane	موسط
Médiatrice	موسط عمودي
Mental	ذهني
Mesure	قياس
Milieu	منتصف
Montrer	بيّن
Moyenne	معدّل
Multiplier	ضرب
N	
Naturel	طبيعي

Négatif	سالب
Nombre	عدد
Nombre irrationnel	عدد اصم
Nombre premier	عدد اولي
Nombre rationnel	عدد منطقي - كسري
Nombre réel	عدد حقيقي
Nul	منعدم
Numérateur	بسط
O	
Opposé	مقابل
Ordonnée d'un point	ترتيب نقطة
Ordre	ترتيب
Origine	اصل
Orthocentre	مركز قائم
Orthogonales	متعامد - قائم
Ouvert	مفتوح
P	
Pair	زوجي
Parallèle à	موازٍ
Parallélépipède	متوازي الوجوه
Parallélogramme	متوازي الاضلاع
Périmètre	محيط
Perpendiculaire à	عمودي على
Plan	مستو
Point	نقطة
Pourcentage	نسبة مائوية
Positif	موجب
Prévision	توقع
Prisme	موشور
Probable	محتمل
Produit	جذاء
Produit remarquable	جذاء معتبر
Proportion	نسبة
Proportionnel	متناسب
Pyramide	هرم

Q	
Quadrilatère	رباعي الاضلاع
Quelconque	ما
Quotient	خارج قسمة
Quart	ربع
R	
Racine carrée	جذر تربيعي
Raisonnement	استدلال
Rayon	شعاع
Rectangle	مستطيل
Réduire	اختصر
Réduire au même dénominateur	وحّد الى مقام مشترك او وحد المقامات
Région	منطقة
Remplacer	عوّض
Repère	معيّن
Repère orthogonal	معيّن قائم
Repère orthonormé	معيّن منظّم
Représentatif	ممثّل
Reproduire	أعد انتاج
Respectif	على التوالي
Résoudre	حلّ
Reste	باق
S	
Sécante	قاطع
Sécants	متقاطعان
Second	ثان
Segment de droite	قطعة مستقيم
Série	سلسلة
Si….. alors	اذا... فان
Simplifier	اختصر - اختزل
Simuler	تصنّع
Situation	وضعية
Somme	مجموع
Sommet	قمّة - رأس
Source	منبع - مصدر

Soustraire	طرح
Statistique	إحصاء
Successivement	على التوالي
Supérieur à	اكبر من
Supposer	افترض - فرض
Symétrie	تناظر
T	
Tableau	جدول
Tangente	مماس
Terme	حدّ
Tétraèdre	رباعي الوجوه
Tiers	ثلث
Tirer	جذب - سحب
Tracer	رسم
Trapèze	شبه منحرف
Trapèze rectangle	شبه منحرف قائم
Triangle	مثلث
U	
Unique	وحيد
Urne	صندوق
V	
Valeur	قيمة
Variable	متغير
Vecteur	متجه
Vérifier	حقق
Volume	حجم